МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПРЕДСТАВИТЕЛЬСТВО РАН НА ТЕРРИТОРИИ ДНР

ISSN 2664-7362 (PRINT)
ISSN 2664-7370 (ONLINE)

МАТЕРИАЛЫ
XI Международной научной конференции

Донецкие чтения – 2026:
образование, наука, инновации, культура и вызовы современности



Том 1 | **Механико-математические, компьютерные науки, управление**

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Представительство федерального государственного
бюджетного учреждения «Российская академия наук»
на территории Донецкой Народной Республики

XI Международная научная конференция

Материалы конференции

Донецкие чтения – 2026: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности

Том 1

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ, УПРАВЛЕНИЕ

г. Донецк
10–12 ноября 2026 г.

Донецк
Издательство ДонГУ
2026

ББК В1я431+В2я431+З97я431
УДК 51+ 531/534 +004 (043.2)
Д672

Редакционная коллегия:

С.В. Беспалова (гл. ред.), А.В. Белый (зам. гл. ред.),
М.В. Фоменко, И.А. Моисеенко, А.С. Гольцев, А.Д. Манов,
Н.Е. Мащенко, Р.Н. Нескородев, Д.В. Шевцов,
Н.Н. Щепин (отв. секр. секции), Н.Ю. Мельничук.

Д672 **Донецкие чтения – 2026: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности:** Материалы XI Международной научной конференции (Донецк, 10–12 ноября 2026 г.). – *Том 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление* / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2026. – 304 с.

Ответственность за содержание материалов, аутентичность цитат, правильность фактов и ссылок несут авторы.

В первый том материалов XI Международной научной конференции «Донецкие чтения – 2026: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности» вошли исследования по актуальным проблемам механико-математических и компьютерных наук. Рассматриваются вопросы механики твердого тела и деформируемого твердого тела, математического анализа и дифференциальных уравнений, прикладной математики и информатики, теории систем управления и информационно-документационного обеспечения управления.

Освещенные в сборнике проблемы и направления их решения будут полезны научным работникам, преподавателям, студентам, аспирантам и докторантам, проводящим исследования в области механико-математических, и компьютерных наук.

ББК В1я431+В2я431+З97я431
УДК 51+ 531/534 +004 (043.2)

© Коллектив авторов, 2026
© Донецкий государственный университет, 2026

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Председатель:

Панченко Владислав Яковлевич, вице-президент Российской академии наук, д-р физ.-мат. наук, профессор, академик РАН (г. Москва).

Сопредседатель:

Беспалова Светлана Владимировна, ректор Донецкого государственного университета, руководитель Представительства Российской академии наук на территории Донецкой Народной Республики, д-р физ.-мат. наук, профессор (г. Донецк).

Члены программного комитета:

Алексеев Игорь Александрович, ведущий научный сотрудник лаборатории физической географии и биогеографии Института географии им. В. Б. Сочавы СО РАН, д-р геогр. наук (г. Иркутск).

Андреев Дмитрий Александрович, заместитель декана по научной работе исторического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (г. Москва), д-р ист. наук, доцент (г. Москва).

Аноприенко Александр Яковлевич, ректор Донецкого национального технического университета, канд. техн. наук, профессор (г. Донецк).

Бабурин Сергей Николаевич, президент Ассоциации юридических вузов, научный руководитель Центра интеграционных и цивилизационных исследований Института государства и права РАН, д-р юрид. наук, профессор, почётный профессор Донецкого государственного университета (г. Москва).

Бахтин Станислав Геннадиевич, декан химического факультета Донецкого государственного университета, канд. хим. наук, доцент (г. Донецк).

Белозеров Геннадий Александрович, заместитель генерального директора Автономной некоммерческой организации «Агентство стратегических инициатив по продвижению новых проектов».

Белый Александр Владимирович, проректор по научной и инновационной деятельности Донецкого государственного университета, канд. хим. наук, доцент (г. Донецк).

Блинова Елена Евгеньевна, заведующая кафедрой прикладной психологии и развития личности Херсонского государственного педагогического университета, д-р психол. наук, профессор (г. Херсон).

Вартанова Елена Леонидовна, декан факультета журналистики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р филол. наук, академик РАО (г. Москва).

Варюхин Виктор Николаевич, научный руководитель Донецкого физико-технического института им. А. А. Галкина, д-р физ. мат. наук, профессор, член-корр. РАН, (г. Донецк).

Воронова Ольга Евгеньевна, профессор кафедры литературы и журналистики, руководитель Центра региональных проектов и межрегиональных связей Рязанского государственного университета имени С. А. Есенина, д-р филол. наук, профессор (г. Рязань).

Ганиева Ирина Александровна, директор АНО «Научно образовательный центр „Кузбасс“», д-р экон. наук, доцент (г. Кемерово).

Глухов Александр Захарович, главный научный сотрудник Донецкого ботанического сада, профессор кафедры ботаники и экологии Донецкого государственного университета, д-р биол. наук, профессор (г. Донецк).

Головчан Алексей Витальевич, директор Донецкого физико-технического института им. А. А. Галкина, канд. физ. мат. наук, доцент (г. Донецк).

Данилюк Даниил Анатольевич, и. о. директора Института прикладной математики и механики, канд. физ. мат. наук (г. Донецк).

Журавлёва Екатерина Васильевна, Советник президента РАН, советник Председателя Совета директоров ГК «ЭФКО», д-р с.-х. наук, профессор РАН (г. Белгород).

Зенченко Светлана Вячеславовна, проректор по научной работе Северо-Кавказского федерального университета, д-р экон. наук, профессор (г. Ставрополь).

Зинченко Юрий Петрович, декан факультета психологии Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р психол. наук, профессор, член-корреспондент РАН, академик РАО (г. Москва).

Игнатенко Григорий Анатольевич, ректор Донецкого государственного медицинского университета им. М. Горького, д-р мед. наук, профессор, академик РАН (г. Донецк).

Ильинский Владимир Викторович, и. о. зав. кафедрой общей экологии и гидробиологии Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р биол. наук, профессор (г. Москва).

Исаков Владимир Борисович, профессор НИУ «Высшая школа экономики», д-р юрид. наук, профессор (г. Москва).

Калмыков Степан Николаевич, вице-президент Российской академии наук, д-р хим. наук, профессор, академик РАН (г. Москва).

Керимов Александр Джангирович, главный научный сотрудник Института государства и права Российской академии наук, д-р юрид. наук, профессор (г. Москва).

Кирпичников Михаил Петрович, декан биологического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р биол. наук, профессор, академик РАН (г. Москва).

Кожухов Игорь Борисович, профессор кафедры высшей математики НИУ «Московский институт электронной техники», д-р физ. мат. наук, профессор (г. Москва).

Крамаренко Артём Александрович, заместитель Председателя Правительства Донецкой Народной Республики, Министр сельского хозяйства, пищевой и перерабатывающей промышленности (г. Донецк).

Красильников Павел Владимирович, декан факультета почвоведения Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р биол. наук, член-корреспондент РАН (г. Москва).

Липгарт Андрей Александрович, декан филологического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р филол. наук, профессор (г. Москва).

Лубков Алексей Владимирович, ректор Московского педагогического государственного университета, д-р ист. наук, профессор, академик РАО (г. Москва).

Макаров Кирилл Борисович, заместитель Председателя Правительства Донецкой Народной Республики (г. Донецк).

Матишов Геннадий Григорьевич, заместитель президента РАН, научный руководитель Южного научного центра РАН, д-р геогр. наук, профессор, академик РАН (г. Ростов-на-Дону).

Месхи Бесарион Чохоевич, ректор Донского государственного технического университета, председатель Совета ректоров вузов Ростовской области, д-р техн. наук, профессор, академик РАО (г. Ростов на Дону).

Минаев Андрей Иванович, профессор Рязанского государственного университета имени С. А. Есенина, д-р ист. наук, доцент (г. Рязань).

Некипелов Александр Дмитриевич, директор Московской школы экономики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р экон. наук, профессор, академик РАН (г. Москва).

Нечаев Владимир Дмитриевич, ректор Севастопольского государственного университета, д-р полит. наук, доцент (г. Севастополь).

Овечко Сергей Викторович, заместитель Института биологии южных морей имени А. О. Ковалевского РАН, канд. биол. наук (г. Севастополь).

Пармон Валентин Николаевич, научный руководитель Института катализа СО РАН, д-р хим. наук, академик РАН (г. Новосибирск).

Плугатарь Юрий Владимирович, директор Ордена Трудового Красного Знамени Никитского ботанического сада – Национального научного центра РАН, председатель Совета ботанических садов России, д-р с.-х. наук, профессор, академик РАН (г. Ялта).

Половян Алексей Владимирович, директор Института экономических исследований, д-р экон. наук, доцент, (г. Донецк).

Понедельников Алексей Борисович, руководитель отдела «Северо-Азовский» Южного филиала ФГБНУ «ВНИРО» (г. Мариуполь).

Приходько Светлана Анатольевна, директор Донецкого ботанического сада, канд. биол. наук, ст. науч. сотр. (г. Донецк).

Прутцков Григорий Владимирович, профессор Института медиа НИУ «Высшая школа экономики», д-р филол. наук (г. Москва).

Рябичев Виктор Дронович, ректор Луганского государственного университета имени Владимира Даля, д-р техн. наук, профессор (г. Луганск).

Садовничий Виктор Антонович, ректор Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, д-р физ.-мат. наук, профессор, академик РАН (г. Москва).

Секиринский Дмитрий Сергеевич, заместитель Министра науки и высшего образования Российской Федерации.

Скуратовская Екатерина Николаевна, врио директора Института биологии южных морей имени А. О. Ковалевского РАН, канд. биол. наук (г. Севастополь).

Сократов Сергей Альфредович, зам. декана географического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, канд. геогр. наук, доцент (г. Москва).

Тедеев Вадим Ботазович, ректор Юго Осетинского государственного университета имени А. А. Тибилова, канд. техн. наук, профессор (г. Цхинвал).

Тохтарь Валерий Константинович, директор Ботанического сада Белгородского государственного национального исследовательского университета, д-р биол. наук, с. н. с. (г. Белгород).

Трофимов Олег Владимирович, Министр образования и науки Донецкой Народной Республики (г. Донецк).

Тулупов Владимир Васильевич, декан факультета журналистики Воронежского государственного университета, д-р филол. наук, профессор (г. Воронеж).

Туранина Неонила Альфредовна, зав. кафедрой библиотечно-информационной деятельности Белгородского государственного института искусств и культуры, д-р филол. наук, профессор (г. Белгород).

Федянин Андрей Анатольевич, проректор – начальник управления научной политики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, д-р физ. мат. наук, профессор, член-корреспондент РАН (г. Москва).

Харламенкова Наталья Евгеньевна, заведующая лабораторией психологии развития субъекта в нормальных и посттравматических состояниях, заместитель директора Института психологии РАН, д-р психол. наук, профессор (г. Москва).

Хомутова Екатерина Валерьевна, директор Института физико-органической химии и углехимии им. Л. М. Литвиненко, канд. биол. наук (г. Донецк).

Шебалков Алексей Викторович, Министр природных ресурсов и экологии Донецкой Народной Республики (г. Донецк).

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Механика твердого тела

УДК 531.38

О НЕКОТОРЫХ АНАЛОГИЯХ В ФИЗИКЕ, МЕХАНИКЕ, ЭКОНОМИКЕ

Гордеев Г.Г., канд. физ.-мат. наук
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
gordeev_g_g@mail.ru

Аналогии в природе означают сходство или соответствие между различными явлениями в каком-либо отношении. Аналогия между различными физическими явлениями или процессами основывается на эквивалентности уравнений математических моделей, лежащих в основе их описания. Это позволяет использовать результаты наиболее изученных систем для изучения неизученных или малоизученных систем. Аналогии дают возможность перенести результаты хорошо изученных явлений на неизученные и неисследованные области. Большое количество аналогий в различных областях знаний приведено в книге Новикова Н.Б. «1000 аналогий, изменивших науку (новый взгляд на гениальность)» (2010) [1] .

Приведём примеры аналогий в физике, механике, экономике [1]. Примером физических аналогий могут служить электромеханические аналогии.

Уравнения движения механических систем были известны значительно раньше, чем были получены и начали использоваться уравнения электрических цепей, поэтому была установлена аналогия этих уравнений, и изучение электромагнитных явлений проводились методами механики. Примером в физике и механике являются гипотезы Галилея, одна из них это закон колебаний физического маятника, состоящий в том, что период колебаний маятника пропорционален квадратному корню из его длины, получен по аналогии с его законом свободного падения [1].

В свою очередь Галилей открыл закон об ускорении свободного падения, выражающийся в том, что путь движения падающего тела пропорционален квадрату времени по аналогии с его экспериментальными исследованиями по измерению времени движения тел по наклонной плоскости [1].

Наиболее известной аналогией в механике является кинетическая аналогия Кирхгофа, состоящая в том, что уравнения движения тяжёлого твёрдого тела с неподвижной точкой и уравнения равновесия тонкого

упругого стержня под действием концевых нагрузок эквивалентны, что позволяет применить хорошо разработанные методы исследования в динамике твёрдого тела для решения нелинейных задач статики стержней [2].

Приведём несколько аналогий в экономике, связанной с механикой и математикой [1]. Одна из них – это аналогия Вильфредо Парето, описывающая экономическое равновесие в обществе на основе механического равновесия в механике Лагранжа [1]. Аналогия Леона Вальраса состоит в том, что он пришёл к идее о применении математического аппарата при анализе экономического обмена и меновой стоимости по аналогии с использованием математических уравнений в механике и термодинамике [1] .

Аналогия Леонида Канторовича, создателя теории линейного программирования, состоит в том, что он перенёс в указанную теорию разрешающие множители Лагранжа [1]. Канторович Л.В. нашёл решение транспортной задачи линейного программирования благодаря тому, что по аналогии перенёс в него открытый Г. Монжем наиболее экономный способ перемещения масс для строительства военных укреплений [1].

Приведём ещё один пример аналогии в экономике, описанный в работе [3], его можно отнести к механико-экономическим аналогиям. В механике многие модели могут быть описаны с помощью уравнений Гамильтона и исследованы хорошо разработанными методами канонического формализма. Французский учёный Поль Дирак установил, что любую систему уравнений можно с помощью созданного им метода удвоения переменных записать в гамильтоновой форме [4]. Метод удвоения переменных Дирака позволяет записать в гамильтоновой форме не только уравнения механических и физических моделей, но и системы уравнений, полученные феноменологически, и описывающие любые модели, в том числе и экономические.

В работе [3] приведены в гамильтоновой форме уравнения балансового анализа Леонтьева В.В., получившего за его создание Нобелевскую премию в экономике, и других экономических моделей. Эта модель ещё называется моделью «затраты – выпуск». Такой подход, основанный на методе аналогий позволяет исследовать экономические модели с помощью хорошо изученного и успешно применяемого в механике и физике канонического формализма, основанного на уравнениях Гамильтона.

Список литературы

1. Новиков, Н. Б. 1000 аналогий, изменивших науку (новый взгляд на гениальность) / Н. Б. Новиков. – Москва : Российская академия наук. Институт психологии, 2010. – 878 с.
2. Кирхгоф, Г. Механика / Г. Кирхгоф. – Москва : Издательство АН СССР, 1962. – 403 с.
3. Гордеев, Г. Г. Исследование нелинейных моделей экономической динамики / Г. Г. Гордеев // Внешняя торговля: экономика, финансы, право. Научный журнал, 2012, № 2 (61). – С. 133–139.
4. Дирак, П. Лекции по квантовой механике / П. Дирак. – Москва : Мир, 1968. – 83 с.

УДК 531.38

АНАЛОГИЯ МЕЖДУ МОДЕЛЯМИ ДИНАМИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА И СТАТИКИ УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ И ОГРАНИЧЕНИЯ НА ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

***Гордеев Г.Г.*[1]**, канд. физ-мат. наук, доц.,
***Щепин Н.Н.*[2]**, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0007-7973-7038
[1]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
[2]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
gordeev_g_g@mail.ru, shchepin_nick@mail.ru

Метод аналогий, основанный на сходстве различных моделей в разных областях знаний, широко применяется в научных исследованиях. В естественных науках он основан на идентичности уравнений, описывающих разные модели реальных объектов. Существует множество аналогий. В книге Новикова Н.Б. «1000 аналогий, изменивших науку (новый взгляд на гениальность)» приведено большое количество аналогий в области физики, астрономии, химии, геологии, биологии и медицины, экономики, психологии, экологии, лингвистики, математики, механики, техники и технологии [1].

Одной из аналогий является кинетическая аналогия Кирхгофа. Приведем цитаты из этой книги [1] . Кирхгоф (1858) решил задачу об изгибании и закручивании бесконечно тонкой проволоки, представленную в вариационной форме, по аналогии с задачей о вращении материального тела вокруг неподвижной точки.

Интересно, что Г. Кирхгоф одним из первых обнаружил аналогию между задачами теории упругости и теорией колебаний механического маятника. Об этой же аналогии Кирхгофа пишет А. Ляв в книге «Математическая теория упругости (1935): «В случае, когда тонкий стержень подвергается действию внешних сил, приложенных лишь на его концах, уравнения, которыми определяется форма изогнутой оси, идентичны, как показал Кирхгоф, с уравнениями движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Эта теория носит название «кинетическая аналогия Кирхгофа» (1935).

Об этой аналогии пишет известный математик Феликс Клейн [1]: «Одним из наиболее красивых результатов мне всегда казался проведенный Кирхгофом параллелизм между изгибанием и закручиванием бесконечно тонкой проволоки, с одной стороны, и вращением твердого тела вокруг неподвижной точки, с другой (1858). Это – замечательный пример того, как одни и те же формулы могут охватывать столь различные по существу проблемы. Их связь проще всего можно обнаружить, если рассматривать обе проблемы как вариационные.».

Кроме того, существует аналогия Кирхгофа – Лармора, установленная Джозефом Лармором между задачей о деформации криволинейного упругого стержня при больших перемещениях и задачей о движении тяжелого гиростата, она описана в книге А. Лява «Математическая теория упругости» (1935)[2].

Изучение одной модели с помощью аналогии другой модели не всегда возможно в силу существующих ограничений. Эти ограничения существуют и в кинетической аналогии между моделями статики упругих стержней и динамики твердого тела. Николаи Е.Л. [3] получил неравенство, которому должны удовлетворять главные жесткости при изгибе A и B и жесткость при кручении C:

$$C < \frac{2}{1+\nu}\,\frac{AB}{A+B}\,, \qquad (1)$$

где ν – коэффициент Пуассона материала стержня. Это неравенство называется неравенством Николаи.

Для анизотропных стержней неравенство имеет вид:

$$C < \frac{2\mu}{1+\nu}\,\frac{AB}{A\mu+B} \qquad (2)$$

и получено А.А. Илюхиным [4]. В этом неравенстве $\mu = G_{13}/G_{12}$, а G_{12}, G_{13} – модули сдвига.

Неравенства (1), (2) являются ограничением на кинетическую аналогию, не все решения уравнений динамики твердого тела можно использовать для изучения механики стержней.

Неравенство Николаи допускает использование общих решений уравнений динамики твёрдого тела Эйлера и Лагранжа в механике стержней. Как отмечает Е.Л. Николаи в своей работе [3] общее решение Ковалевской С.В., например, не удовлетворяет его неравенству, так как оно получено при условии *A= C = 2B* и подстановка его в неравенство (1) даёт, что коэффициент Пуассона ν должен находиться в пределах:

$$-1 < \nu < -1/3\,.$$

Для существовавших во времена Николаи Е.Л. материалов коэффициент Пуассона положителен $\nu > 0$. Поэтому решение Ковалевской С.В. не использовалось для изучения статики стержней в силу ограничений на аналогию. Как отмечает Е.Л. Николаи [3], в механике стержней не могут быть использованы в силу ограничения (1) решения уравнений динамики тяжёлого твёрдого тела Бобылёва – Стеклова (*C=2B*), Горячёва (*A=C=4B*) , Стеклова ($A > C > 2B$). В силу ограничений (1), (2) в механике стержней не могут быть также использованы некоторые решения уравнений динамики твёрдого тела, полученные в последнее время, в частности в Донецкой школе механики П.В. Харламова [5].

Однако, существуют материалы ауксетики, имеющие отрицательные значения коэффициента Пуассона, которые при растяжении увеличиваются в поперечном направлении. Учёным известны материалы с подобным

свойством уже около 100 лет. Один из первых синтетических ауксетиков был описан в 1987 году. Конструкция с отрицательным коэффициентом ν была предсказана ещё в 1985 году. Ауксетиками являются некоторые породы и минералы (например, пирит), кристаллические материалы (медь, серебро, железо, золото, цинк и другие), некоторые органические кристаллы, бумага, определённые варианты полимеров политетрафтор этилена (мембранная ткань), графен.

Следовательно, для решения задач механики стержней, изготовленных из ауксетиков, можно использовать, в силу аналогии, общее решение задачи Ковалевской С.В. о движении тяжёлого твёрдого тела с неподвижной точкой и другие отмеченные ранее решения [5]. В частности, можно решать задачу классификации форм равновесия упругой линии (задачу эластики), значительно расширив исследования в этой области механики упругих стержней.

Список литературы

1. Новиков, Н. Б. 1000 аналогий, изменивших науку (новый взгляд на гениальность)/ Н. Б. Новиков. – Москва : Российская академия наук. Институт психологии, 2010. – 878 с.
2. Ляв, А. Математическая теория упругости / А. Ляв. – Москва : Научно-техническое издательство АН СССР, 1935. – 674 с.
3. Николаи, Е. Л. К задаче об упругой линии двоякой кривизны / Е. Л. Николаи // Труды по механике. – Москва : Изд-во ГИТТЛ, 1955. – 582 с.
4. Илюхин, А. А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней / А. А. Илюхин. – Киев : Наукова думка, 1979. – 216 с.
5. Горр, Г. В. Классические задачи динамики твёрдого тела. Развитие и современное состояние / Г. В. Горр, Л. В. Кудряшова, Л. А. Степанова. – Киев : Наукова думка, 1978. – 296 с.

УДК 531.38, 531.39

ОБ ОДНОМ ИЗ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ ДВУХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ ГИРОСТАТА

Зыза А.В., д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0001-3452-4916,
Пилпани Ю.Ю., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0001-1919-7814
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
z9125494@mail.ru, upilpani@gmail.com

Введение. В аналитической механике при математическом моделировании движений сложных механических конструкций более часто используется модель гиростата.

В докладе все исследования проводятся для гиростата Томсона (лорда Кельвина), который представляет собой систему абсолютно твердых тел:

тела носителя и внутренних роторов. Главное условие, которое накладывается на роторы, это наличие постоянных относительных компонент суммарного кинетического момента, вычисленные по отношению к телу-носителю. Указанное условие представляет собой кинетическую связь и запрещает независимое движение и соответствующие степени свободы роторов [1].

Высокий порядок системы дифференциальных уравнений и большое количество параметров, характеризующих эту систему, являются особенностями задач динамики гиростата. Однако, получить конструктивное решение для всего множества параметров в этих задачах невозможно, несмотря на то, что задача Коши для дифференциальных уравнений движения гиростата имеет решение. Поэтому особое место в исследовании интегральных траекторий уравнений движения гиростата занимает построение частных решений в замкнутом виде, то есть без использования рядов.

В докладе предложен один из методов построения частных решений различной полиномиальной структуры дифференциальных уравнений в двух задачах динамики гиростата: задачи о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил; задачи о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона.

Цель. Исследование условий существования отдельных случаев интегрируемости в двух указанных задачах динамики гиростата на основе одного из методов построения частных решений полиномиальных классов.

Основная часть. Рассмотрим две задачи динамики гиростата с неподвижной точкой.

Первая задача описывается дифференциальными уравнениями Кирхгофа-Пуассона, которые характеризуют движение заряженного и намагниченного гиростата в поле действия потенциальных и гироскопических сил. В векторном виде они таковы:

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times B\boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu} \times (C\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{s}), \quad \dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}. \qquad (1)$$

Уравнение (1) допускают три первых интеграла:

$$\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1, \ 2(A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) - (B\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = \tilde{k},$$
$$(A\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\omega}) - 2(\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{\nu}) + (C\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu}) = \tilde{E}. \qquad (2)$$

Вторая задача – задача о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнета-Лондона. Дифференциальные уравнения такого движения имеют вид:

$$A\dot{\boldsymbol{\omega}} = (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \times \boldsymbol{\omega} + B\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\nu} \times (C\boldsymbol{\nu} - \boldsymbol{s}), \ \dot{\boldsymbol{\nu}} = \boldsymbol{\nu} \times \boldsymbol{\omega}, \quad (3)$$

Уравнения (3) допускают только два первых интеграла

$$\boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{\nu} = 1, \ (A\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\lambda}) \cdot \boldsymbol{\nu} = K^* \qquad (4)$$

В (1)-(4) обозначено: $\boldsymbol{\omega} = (p, q, r)$ – угловая скорость гиростата; $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ – гиростатический момент; $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, s_3)$ – вектор обобщенного центра масс; $A = diag(A_1, A_2, A_3)$ – тензор инерции гиростата, построенный в неподвижной точке; матрица $C = diag(C_1, C_2, C_3)$

характеризует для (1),(2) потенциальные силы, обусловленные кулоновской и ньютоновской силами; для (3),(4) – ньютоновское притяжение гиростата неподвижным центром; матрица $B = diag(B_1, B_2, B_3)$ характеризует для (1),(2) гироскопические силы, обусловленные силой Лоренца; для уравнений (3),(4) магнитный момент $B\boldsymbol{\omega}$; $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – для уравнений (1),(2) единичный вектор оси симметрии силовых полей; для (3),(4) – орт напряженности постоянного магнитного поля; точка над величинами обозначает относительную производную; $\tilde{k}, \tilde{E}, K^*$ – постоянные первых интегралов.

Предлагаемый метод построения частных решений различных полиномиальных классов двух задач динамики гиростата, описываемых соответственно уравнениями (1), (3) состоит из трех основных частей. В первой части метода задается вид полиномиального решения и далее исследуемые уравнения движения редуцируются на его основе. Вторая часть метода включает оценку максимальных стечений полиномов, задающих инвариантные соотношения для компонент векторов $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\nu}$; получение системы алгебраических условий на параметры задачи и решения; и исследования её на совместимость. Тогда в положительном случае, привести разрешимость исследуемых условий в общем аналитическом представлении. Третья заключительная часть метода состоит в указании численного примера рассматриваемой системы и доказательства действительности полученного решения.

Заключение. Все частные решения различных классов полиномиальной структуры указанных выше двух задач динамики гиростата построены на основании этого метода [2, 3].

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках базовой части госзадания в сфере науки, тема № 10230209 00001-4-1.1.2; 1.1.1.*

Список литературы

1. Горр, Г. В. Динамика гиростата, имеющую неподвижную точку: монография / Г. В. Горр, А. В. Мазнев; Министерство образования и науки Украины, Донецкий национальный университет. – Донецк : ДонНУ, 2010. – 364 с. – ISBN 978-966-639-431-9.
2. Зыза, А. В. Классификация полиномиальных решений уравнений динамики гиростата, имеющего неподвижную точку / А. В. Зыза // Механика твердого тела. – 2021. – Вып. 51. – С. 90–108.
3. Зыза, А. В. Новые классы частичных решений одной задачи о движении гиростата / А. В. Зыза, Т. В. Хомяк, Е. С. Платонова // Вестник Удмуртского университета. Серия: Математика, механика, компьютерные науки. – 2022. – Т. 32, вып. 2. – С. 298–318. – DOI 10.35634/vm220209.

УДК 531.36, 51-37

ВЫРАЖЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ОБОБЩЕННОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИРОСКОПА В КАРДАНОВОМ ПОДВЕСЕ, ПРЕДЛОЖЕННОЙ П.В. ХАРЛАМОВЫМ

Коносевич Б.И., д-р физ.-мат. наук, ORCID 0009-0008-2474-6321,
Коносевич Ю.Б., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0001-4080-7744
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
konos.donetsk@yandex.ru

Введение. В 1972 г. П.В. Харламов наметил на семинаре технику вывода выражений кинетической и потенциальной энергии T и U для модели гироскопа в кардановом подвесе, наиболее общей в рамках динамики системы абсолютно твердых тел. Такие выражения приведены в [1] без вывода, а вместо него дана ссылка на работу [2], где рассмотрена система твердых тел еще более общего вида. Однако выражения T и U для обобщенной модели гироскопа в кардановом подвесе, получаемые из общих формул статьи [2], очень громоздки, тогда как представленные в [1] формулы имеют обозримый вид. Это достигнуто благодаря тому, что при их выводе специальным образом определены систем координат, связанные с элементами подвеса и гироскопом, что позволило уменьшить число параметров. Такой подход кратко представлен в данной работе.

В ней рассматривается механическая система, состоящая из трех твердых тел S^1, S^2, S^3, последовательно соединенных между собой и с неподвижным основанием S^0 цилиндрическими шарнирами с осями l^1, l^2, l^3. Тело S^k $(k = 1, 2, 3)$ имеет относительно S^{k-1} одну степень свободы — вращение вокруг общей оси l^k. Внутренняя ось подвеса l^2, вообще говоря, не является ортогональной наружной оси подвеса l^1 и оси гироскопа l^3, и эти три оси не пересекаются в одной точке. Кроме того, внутренняя ось подвеса l^2 предполагается неколлинеарной наружной оси подвеса l^1 и оси гироскопа l^3. Наружный и внутренний элементы подвеса S^1, S^2 и гироскоп S^3 могут иметь любую форму. Система помещена в однородное поле силы тяжести, направление вертикали указывает ось l^0. Через α, β, φ обозначаются углы поворота тел S^1, S^2, S^3 относительно осей l^1, l^2, l^3.

1. Механические параметры и лагранжевы координаты. С каждым из тел S^k и с основанием S^0 неизменно связана правая система декартовых координат с началом в некоторой точке O^k на оси l^k и единичными базисными векторами $\boldsymbol{e}_1^k$, $\boldsymbol{e}_2^k$, $\boldsymbol{e}_3^k$ $(k = 0, 1, 2, 3)$ (рис. 1). Вектор $\boldsymbol{e}_1^0$ направлен вверх по вертикальной оси l^0.

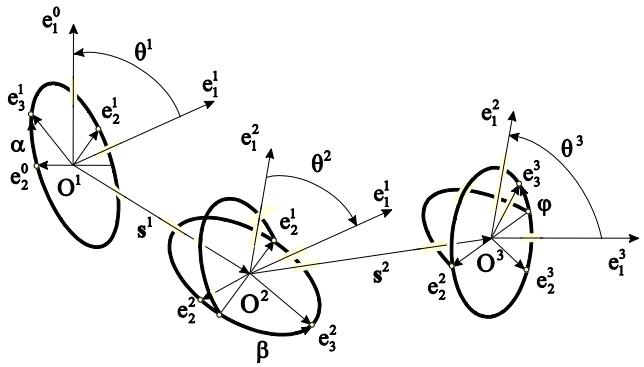


Рис. 1. Системы координат и углы α, β, φ.

Вектор $\boldsymbol{e}_1^k;\ (k = 1,2,3)$ направлен вдоль оси l^k. Постоянные углы между осями $l^k\ (k = 0,1,2,3)$ обозначаются через θ^k. При этом из двух возможных направлений вектора $\boldsymbol{e}_1^k\ (k = 1,2,3)$ вдоль оси l^k выбирается то, для которого угол θ^k между $\boldsymbol{e}_1^k$ и $\boldsymbol{e}_1^{k-1}\ (k = 1,2,3)$ принадлежит промежутку $(0, \pi/2]$.

Вектор $\boldsymbol{e}_2^k$ вводится соотношением $\boldsymbol{e}_1^{k-1} \times \boldsymbol{e}_1^k = \boldsymbol{e}_2^k \sin\theta^{k+1}\ (k = 0,1,2)$, а вектор $\boldsymbol{e}_3^k$ – соотношением $\boldsymbol{e}_3^k = \boldsymbol{e}_1^k \times \boldsymbol{e}_2^k\ \ (k = 0,1,2,3)$. Вектор $\boldsymbol{s}^k = \boldsymbol{O}^k\boldsymbol{O}^{k+1} = s_1^k\boldsymbol{e}_1^k + s_2^k\boldsymbol{e}_2^k + s_3^k\boldsymbol{e}_3^k$ указывает неподвижную в базисе $\boldsymbol{e}_i^k$ точку O^{k+1}, а вектор $\boldsymbol{c}^k = \boldsymbol{O}^k\boldsymbol{C}^k = c_1^k\boldsymbol{e}_1^k + c_2^k\boldsymbol{e}_2^k + c_3^k\boldsymbol{e}_3^k$ проведен из O^k в центр масс C^k тела S^k. Углы α, β, φ, принимаемые в качестве обобщенных лагранжевых координат, определены, как показано на рис. 1.

В случае, когда центр масс C^3 гироскопа S^3 не лежит на оси l^3, третья координатная ось системы координат, связанной с телом S^3, проводится через точку C^3. Таким образом определяется и положение начала координат, точки O^3, на оси l^3: она лежит на конце перпендикуляра, опущенного из точки C^3 на ось l^3. Начала двух других систем координат, точки O^2 и O^1, выбираются на осях l^2 и l^1 так, чтобы точка O^3 принадлежала координатной плоскости $O^2\boldsymbol{e}_2^2$, а точка O^2 — плоскости $O^1\boldsymbol{e}_2^1\boldsymbol{e}_3^1$. После этого у вектора $\boldsymbol{e}^3$ остается отличной от нуля лишь третья компонента e_3^3, которую будем обозначать c, а у векторов $\boldsymbol{s}^2$ и $\boldsymbol{s}^1$ обращаются в нуль их первые компоненты: $c_i^3 = c\delta_{3i},\ s_1^2 = s_1^1 = 0$. Здесь δ_{ij} — символ Кронекера.

2. Выражения кинетической и потенциальной энергии $\boldsymbol{T}$ и $\boldsymbol{U}$. Не приводя громоздких общих формул для T и U, рассмотрим случаи, когда они не зависят от α, φ.

Случай 1. Наружная ось подвеса вертикальна, то есть $\theta^1 = 0$, а гироскоп S^3 динамически симметричен относительно оси l^3 и его центр масс лежит на этой оси: $A_{22}^3 = A_{33}^3,\ A_{23}^3 = A_{12}^3 = A_{13}^3 = 0, c = 0$.

Случай 2. Выполнены условия

$c = 0,\ m^2c_2^2 + m^3s_2^2 = 0,\ m^2c_3^2 + m^3s_3^2 = 0,$

$m^1c_2^1 + (m^2 + m^3)s_2^1 = 0,\ m^1c_3^1 + (m^2 + m^3)s_3^1 + m^2c_1^2\sin\theta^2 = 0$

статической уравновешенности всей системы, а также условия $A_{22}^3 = A_{33}^3$, $A_{23}^3 = A_{12}^3 = A_{13}^3 = 0$ динамической симметрии гироскопа.

Для динамически симметричного гироскопа его осевой и экваториальный центральные моменты инерции обозначаются через C, A: $C = A_{11}^3$, $A = A_{22}^3 = A_{33}^3$. Случай 1 содержит случай 2 как частный.

Выражение кинетической энергии системы в случае 1 имеет вид

$$T = \frac{1}{2}[G(\beta)\dot{\alpha}^2 + H\dot{\beta}^2 + C\dot{\varphi}^2 + 2N(\beta)\dot{\alpha}\dot{\beta} + 2Q(\beta)\dot{\alpha}\dot{\varphi} + 2R\dot{\beta}\dot{\varphi}],$$

где

$$\begin{aligned} G(\beta) = \; & A_{11}^1 + (m^2 + m^3)(s_2^1 s_2^1 + s_3^1 s_3^1) + 2m^2 c_1^2 s_3^1 \sin\theta^2 + \\ & + [A_{11}^2 + m^3(s_2^2 s_2^2 + s_3^2 s_3^2) + C\cos^2\theta^3 + A\sin^2\theta^3]\cos^2\theta^2 - \\ & - [A_{12}^2 \sin 2\,\theta^2 + 2s_2^1\,(m^3 s_3^2 + m^2 c_3^2) - 2s_3^1(m^3 s_2^2 + m^2 c_2^2)\cos\theta^2]\cos\beta + \\ & + [(A_{13}^2 + \frac{(C - A)\sin 2\,\theta^3}{2})\sin 2\,\theta^2 - 2s_2^1(m^3 s_2^2 + m^2 c_2^2) - \\ & - 2s_3^1(m^3 s_3^2 + m^2 c_3^2)\cos\theta^2]\sin\beta + (A_{22}^2 + m^3 s_3^2 s_3^2 + A)\sin^2\theta^2\cos^2\beta + \\ & + (A_{33}^2 + m^3 s_2^2 s_2^2 + C\sin^2\theta^3 + A\cos^2\theta^3)\sin^2\theta^2\sin^2\beta - \\ & - (A_{23}^2 - m^3 s_2^2 s_3^2)\sin^2\theta^2 \sin 2\,\beta, \end{aligned}$$

$$H = A_{11}^2 + m^3(s_2^2 s_2^2 + s_3^2 s_3^2) + C\cos^2\theta^3 + A\sin^2\theta^3,$$

$$\begin{aligned} N(\beta) = \; & [A_{11}^2 + m^3(s_2^2 s_2^2 + s_3^2 s_3^2) + C\cos^2\theta^3 + A\sin^2\theta^3]\cos\theta^2 - \\ & - [A_{12}^2 \sin\theta^2 + s_2^1\,(m^3 s_3^2 + m^2 c_3^2)\cos\theta^2 - s_3^1(m^3 s_2^2 + m^2 c_2^2)]\cos\beta + \\ & + [(A_{13}^2 + \frac{(C - A)}{2}\sin 2\,\theta^3)\sin\theta^2 - s_2^1(m^3 s_2^2 + m^2 c_2^2)\cos\theta^2 - \\ & - s_3^1(m^3 s_3^2 + m^2 c_3^2)]\sin\beta, \end{aligned}$$

$$Q(\beta) = C\cos\theta^2\cos\theta^3 + C\sin\theta^2\sin\theta^3\sin\beta, \quad R = C\cos\theta^3.$$

Выражение *потенциальной энергии* в случае 1 имеет вид

$$\begin{aligned} U = U(\beta) = g[m^1 c_1^1 + m^2 c_1^2\cos\theta^2 + (m^2 c_2^2 + m^3 s_2^2)\sin\theta^2\cos\beta + \\ + (m^2 c_3^2 + m^3 s_3^2)\sin\theta^2\sin\beta]. \end{aligned}$$

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках базовой части госзадания в сфере науки, тема № 1023020900001-4-1.1.2;1.1.1.*

Список литературы

1. Коносевич, Б. И. Скорость ухода оси ротора в обобщенной задаче о гироскопе в кардановом подвесе / Б. И. Коносевич // Механика твердого тела. – 1972. – Вып. 4. – С. 82–92.
2. Харламов, П. В. Составной пространственный маятник / П. В. Харламов // Механика твердого тела. – 1972. – Вып. 4. – С. 73–82.

УДК 531.38, 531.39

О ПОСТРОЕНИИ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ГИРОСТАТА В ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОЛЕ СИЛ

Мазнев А.В., д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0002-5602-3925,
Ткаченко Д.В., канд. физ.-мат. наук
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
o.mazniev.dongu@mail.ru, *dntkachenko@mail.ru*

Введение. Во многих задачах динамики твёрдого тела, имеющего неподвижную точку, уравнения движения имеют шестой порядок и допускают три первых интеграла. Следовательно, согласно теории К. Якоби для их интегрирования в квадратурах достаточно найти дополнительный первый интеграл. В.В. Козлов и Д.А. Онищенко [1] для дифференциальных уравнений Кирхгофа-Пуассона, которые описывают задачу о движении тела под действием потенциальных и гироскопических сил, доказали неинтегрируемость уравнений в квадратурах. В связи с несуществованием дополнительных первых интегралов и неинтегрируемостью уравнений динамики твёрдого тела, актуальным направлением исследования свойств движения тела с неподвижной точкой, является направление, которое основано на построении частных решений уравнений динамики. Универсальным методом построения новых решений уравнений динамики служит метод инвариантных соотношений (ИС). Наличие у уравнений динамики твёрдого тела определённого числа ИС позволяет построить первый интеграл этих уравнений. К настоящему времени построены многочисленные частные решения в классических и обобщённых задачах динамики (смотри обзор [2]). На основе метода ИС можно получить условия существования программных (заданных движений), что важно для приложений результатов в технике. В 1963 году итальянский механик Д. Гриоли [3] получил наиболее общие уравнения динамики твёрдого тела с неподвижной точкой, допускающие три первых интеграла: геометрический, момента количества движения и энергии.

Цель. Построить частные решения уравнений Гриоли движения гиростата в потенциальном поле сил, которые характеризуются тремя нелинейными ИС.

Основная часть. Рассмотрим уравнения Гриоли [3] движения твёрдого тела в потенциальном поле сил

$$A_1\dot{\omega}_1 = (A_2 - A_3)\omega_2\omega_3 + \nu_3\frac{\partial U(\nu_1,\nu_2,\nu_3)}{\partial \nu_2} - \nu_2\frac{\partial U(\nu_1,\nu_2,\nu_3)}{\partial \nu_3}, \qquad (1)$$

$$\dot{\nu}_1 = \omega_3\nu_2 - \omega_2\nu_3. \qquad (123)$$

Символ (123) означает, что остальные четыре уравнения получим циклической перестановкой индексов 1,2,3. В уравнениях (1) обозначено $U(\nu_1,\nu_2,\nu_3)$ – дифференцируемая функция от ν_1,ν_2,ν_3; $\boldsymbol{\nu} = (\nu_1,\nu_2,\nu_3)$ –

единичный вектор оси симметрии силовых полей; $\frac{\partial U(\nu_1,\nu_2,\nu_3)}{\partial \boldsymbol{\nu}}$ – градиент функции $U(\nu_1,\nu_2,\nu_3), \boldsymbol{\omega} = (\omega_1,\omega_2,\omega_3)$ – вектор угловой скорости тела; $A = = \mathrm{diag}(A_1,A_2,A_3) -$ тензор инерции тела в неподвижной точке; точка над переменными $\dot{\omega}_i.\dot{\nu}_i$ обозначает дифференцирование по t. Уравнения (1) имеют первые интегралы

$$\nu_1^2+\nu_2^2+\nu_3^2=1, \sum_{i=1}^3 A_i\omega_i\nu_i = k, \sum_{i=1}^3 A_i\omega_i^2 - 2\,U(\nu_1,\nu_2,\nu_3) = 2E, \quad (2)$$

где k и E – произвольные постоянные.

Для системы (1) зададим три инвариантных соотношения,

$$\omega_1 = \nu_1\varepsilon(\nu_3)+\beta_1 g(\nu_3),\ \omega_2 = \nu_2\varepsilon(\nu_3)+\beta_2 g(\nu_3),\ \omega_3 = h(\nu_3), \quad (3)$$

где $\varepsilon(\nu_3)$ и $g(\nu_3)$ – дифференцируемые функции от ν_3; β_1 и β_2 – постоянные параметры.

На основании (3) силовая функция $U(\nu_1,\nu_2,\nu_3)$ может быть найдена в виде

$$U(\nu_1,\nu_2,\nu_3) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^3 A_i\omega_i^2 - E. \quad (4)$$

Уравнения Пуансо из (1) на инвариантных соотношениях (3) представимы в виде

$$\dot{\nu}_1 = \nu_2 H(\nu_3) - \beta_2\nu_3 g(\nu_3), \dot{\nu}_2 = -\nu_1 H(\nu_3) + \beta_1\nu_3 g(\nu_3), \quad (5)$$
$$\dot{\nu}_3 = g(\nu_3)(\beta_2\nu_1 - \beta_1\nu_2),$$

где $H(\nu_3) = h(\nu_3) - \nu_3\varepsilon(\nu_3)$. Уравнения (5) допускают интегральное соотношение

$$\beta_1\nu_1+\beta_2\nu_2 = c_0 + F(\nu_3), F(\nu_3) = -\int\frac{H(\nu_3)d\nu_3}{g(\nu_3)},\ (c_0 = \mathrm{const.}) \quad (6)$$

В дальнейшем полагаем, что функция $F(\nu_3)$– представляется в конечной форме. Интеграл $\nu_1^2+\nu_2^2+\nu_3^2=1$ совместно с первым соотношением из (6) позволяет при известной $F(\nu_3)$ свести интегрирование уравнений (5) к квадратурам. Пусть $\nu_1 = \sin\theta\sin\varphi, \nu_2 = \sin\theta\cos\varphi, \nu_3 = \cos\theta$. Вводя постоянные параметры $\kappa_0 = \sqrt{\beta_1^2+\beta_2^2}$, $\varphi_0 = \mathrm{arctg}\frac{\beta_2}{\beta_1}$ из соотношений (6) и равенства $\nu_1^2+\nu_2^2+\nu_3^2=1$ найдем

$$\varphi+\varphi_0 = \arcsin\frac{c_0+F(\nu_3)}{\kappa_0\sqrt{1-\nu_3^2}}, \int_{\nu_3^{(0)}}^{\nu_3}\frac{d\nu_3}{g(\nu_3)\sqrt{\kappa_0^2(1-\nu_3^2)-\left(c_0+F(\nu_3)\right)^2}}. \quad (7)$$

Зависимость $\omega_i(\nu_3)$ $(i=\overline{1,3})$ устанавливаем из (3) на основании полученных их (5) результатов.

Рассмотрим класс решений, который имеет место при условии на главные моменты инерции тела

$$A_2 = A_1 = A_3(n+2),\ \ (n\in N). \quad (8)$$

Структура решения такова

$$\omega_1(\nu_3) = M_0\nu_3^n\left(\beta_1\nu_3+\beta_2\sqrt{\lambda_0^2-\nu_3^2}\right),$$
$$\omega_2(\nu_3) = M_0\nu_3^n\left(\beta_2\nu_3-\beta_1\sqrt{\lambda_0^2-\nu_3^2}\right), \omega_2(\nu_3) = \mu_1\,\nu_3^n, \quad (9)$$

$$\nu_1(\nu_3) = \frac{1}{\kappa_0^n}\left[\beta_1 R(\nu_3) - \beta_2(n+1)\nu_3\sqrt{\lambda_0^2 - \nu_3^2}\right],$$
$$\nu_2(\nu_3) = \frac{1}{\kappa_0^n}\left[\beta_2 R(\nu_3) + \beta_1(n+1)\nu_3\sqrt{\lambda_0^2 - \nu_3^2}\right],$$
$$\int_{\nu_3^{(0)}}^{\nu_3} \frac{d\nu_3}{\nu_3^n\sqrt{\lambda_0^2-\nu_3^2}} = -\frac{\mu_1(n+1)}{(n+2)}(t - t_0), \qquad (10)$$

где

$$M_0 = \frac{\mu_1(n+1)}{\kappa_0(n+2)}, \lambda_0^2 = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}, \kappa_0^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2, R(\nu_3) = n - (n+1)\nu_3^2. \qquad (11)$$

В (11) μ_1 – постоянный параметр. Интерес представляет условие (8), так как при $n = 2$ из него вытекают условия Д.Н. Горячева-С.А. Чаплыгина, при других натуральных n оно является новым (очевидно $n \neq 0$).

Силовая функция $U(\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ на решении (8)-(11) принимает вид

$$U(\nu_1, \nu_2, \nu_3) = \frac{\mu_0}{2n^2}\nu_3^{2(n-1)}[\kappa_0(2 + n - n^2)\nu_3^2 + 2(\kappa_0 + \beta_1\nu_1 + \beta_2\nu_2)] - E,$$

где $\mu_0 = \frac{\mu_1^2 A_3}{n+2}$.

Заключение. В данной работе, в случае динамически симметричного твёрдого тела, построен новый класс решений уравнений движения твёрдого тела в потенциальном поле сил, который характеризуется тремя нелинейными инвариантными соотношениями.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках базовой части госзадания в сфере науки (тема №1023020900001-4-1.1.2;1.1.1).*

Список литературы

1. Козлов, В. В. Неинтегрируемость уравнений Кирхгофа / В. В. Козлов, Д. А. Онищенко // Докл. АН СССР. – 1982. – 266, № 6. – С. 1298–1300.
2. Горр, Г. В. Инвариантные соотношения уравнений динамики твёрдого тела (теория, результаты, комментарии) / Г. В. Горр – М., Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2017. – 424 с.
3. Grioli, G. Questioni di dinamica del corpo rigido / G. Grioli // Atti. Accad. Naz. Lincei, Rend. Cl. Sci. Fis., Mat. E Natur. – 1963. – 35, f. 1–2. – P. 35–39.

УДК 531.38

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ КОНЕЧНОМЕРНОЙ МОДЕЛИ ЗАМКНУТОГО УПРУГОГО СТЕРЖНЯ

Щепин Н.Н., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0007-7973-7038
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
shchepin_nick@mail.ru

Введение. В работе [1] представлена конечномерная модель замкнутого стержня, которая позволяет определять явные формы его оси и находить новые равновесные конфигурации. Предложенный подход позволяет исследовать достаточные и необходимые условия устойчивости равновесных форм оси моделируемого стержня. В данной работе для найденных ранее равновесных конфигураций типа «восьмерка» проанализированы достаточные условия устойчивости положения равновесия система твердых тел, связанных цилиндрическими шарнирами.

Целью работы являлось исследование достаточных условий устойчивости равновесных конфигураций типа «восьмерка» конечномерной модели замкнутого упругого стержня

Постановка задачи. Рассмотрим систему n гироскопов Лагранжа, связанных упругими цилиндрическими шарнирами, расположенными в точках O_j пересечения осей симметрии тел S_j. Считаем, что система замкнута, при этом $O_1 = O_n$. Полагаем, что на систему не действуют внешние силы и моменты, вследствие чего ее центр масс C неподвижен.

Рассмотрим случай, когда все оси симметрии тел лежат в одной плоскости CXY, а оси шарниров коллинеарны оси CZ. Считаем, что действие тела S_{j-1} на S_j характеризует упругий момент L_j, приложенный в точке O_j, а действие тела S_{j+1} на S_j – упругий момент $-L_{j+1}$, приложенный в точке O_{j+1}. В случае, когда тела связаны цилиндрическими шарнирами, имеем $L_j = c^2 \sin(\psi_j - \psi_{j-1})$, $j = \overline{1,n}$, для замкнутых систем считаем $\psi_0 = \psi_n$.

При отсутствии внешнего силового поля потенциальная энергия системы имеет вид

$$\Pi = -\mathrm{c}^2 \sum_{j=1}^{n} \cos(\psi_j - \psi_{j-1}). \qquad (1)$$

Для замкнутой системы выполняются соотношения:

$$f_1 = \sum_{j=1}^{n} h_j cos\psi_j = 0, \qquad f_2 = \sum_{j=1}^{n} h_j sin\psi_j = 0, \qquad (2)$$

Для систем с дополнительными нелинейными связями, наложенными на переменные, положения равновесия находятся из условия стационарности функции $L = \Pi + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$.

Положение изолированного равновесия консервативной системы с голономными и стационарными связями является устойчивым при минимуме функции L, множители λ_1, λ_2 которой найдены из условий стационарности этой функции. Таким образом, условия устойчивости положения равновесия выполнены в области

$$\delta^2 L = \delta^2 \Pi + \lambda_1 \delta^2 f_1 + \lambda_2 \delta^2 f_2 > 0, \quad \delta f_1 = 0, \ \delta f_2 = 0 \tag{3}$$

Пусть в возмущенном движении $\psi_j = \psi_j^0 + \xi_j$, где ψ_j^0 – решения уравнений равновесия, а ξ_j – их малые возмущения. Тогда из (2) получаем

$$\sum_{j=1}^{n} h_j \xi_j \, sin\psi_j^0 + \cdots = 0, \qquad \sum_{j=1}^{n} h_j \xi_j \, cos\psi_j^0 + \cdots = 0 \tag{4}$$

Введем новые переменные $X_j = \xi_j - \xi_{j-1}$. Полагая $\xi_0 = \xi_n$, получим

$$\xi_j = \sum_{i=1}^{j} X_i + \xi_n, \qquad \sum_{i=1}^{n} X_i = 0. \tag{5}$$

Из (4), (5) следует

$$\sum_{i=1}^{n-1} X_i \sum_{j=1}^{n-1} h_j sin\psi_j^0 + \cdots = 0, \qquad \sum_{i=1}^{n-1} X_i \sum_{j=1}^{n-1} h_j cos\psi_j^0 + \cdots = 0. \tag{6}$$

Подстановка (1) с учетом (5), (6) дает возможность определить $\delta^2 L$ в виде

$$\delta^2 L = \frac{c^2}{2}\left[\sum_{j=1}^{n-1} cos\left(\psi_j^0 - \psi_{j-1}^0\right) X_j^2 + cos(\psi_n^0 - \psi_{n-1}^0)\left(\sum_{j=1}^{n-1} X_j\right)^2\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n-1} h_j\left(\mu_1 cos\psi_j^0 + \mu_2 sin\psi_j^0\right)\left(\sum_{i=1}^{j} X_i\right)^2, \tag{7}$$

где $\mu_1 = \lambda_1/c^2, \mu_2 = \lambda_2/c^2$.

Для нахождения области выполнения достаточных условий устойчивости положения равновесия системы необходимо определить область положительной определенности квадратичной формы (7), из которой исключены две переменные, согласно (6).

Ранее были рассмотрены некоторые частные случаи конфигурации "восьмерка". Так, на рис.1 при отсутствии шарнира система содержит восемь тел, а при наличии – десять.

Рассмотрим данные конфигурации. Полагалось, что $O_1O_2 = O_3O_4 = O_4O_5 = h_1, \ O_2O_3 = H_2$ и в системе, состоящей из восьми тел $H_2 = h_2$, а в случае десяти тел имеем $O_2O = OO_3 = h_2, H_2 = 2h_2$.

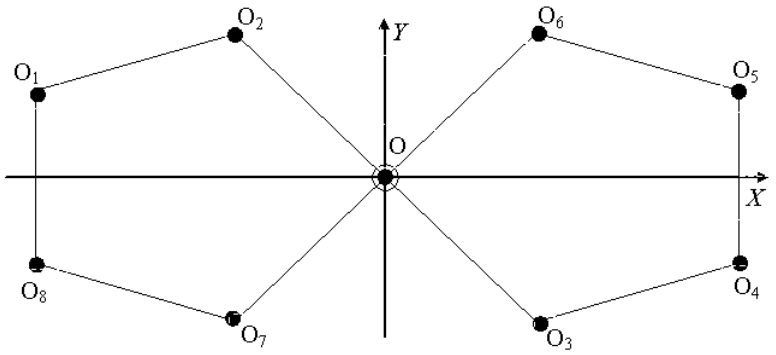


Рис. 1.

Рассмотрим конфигурацию, когда система состоит из восьми тел. Для такой конфигурации получим $\mu_1 = 0, \mu_2 = 2/[H_2(2a + p)]$.

Из уравнений связи определяем

$$X_1 = \{X_3 p[p^2 + p(4a + 1) + 2a(2a + 1)] + X_4[p^3 + h^2(5a + 1) + 2ap(4a + 1) + 4a^3] + X_5 p[p^2 + p(4a + 1) + 2a(2a + 1)] + X_6 p[p^2 + p(3a + 1) + 2a^2] + X_7 ap(p + a + 1)\}/\{a[p^2 + 4a(p + 1)]\},$$

$$X_2 = -[(X_3 + X_6)(p + a) + (X_4 + X_5)(p + 2a)]/a - X_7.$$

После исключения этих переменных получим квадратичную форму, зависящую от пяти переменных. Эта квадратичная форма будет положительно определена при выполнении критерия Сильвестра $\Delta_i > 0,\ i = \overline{1,5}$, где Δ_i - i-ый главный минор матрицы квадратичной формы.

Численно показано, что первые неравенства $(i = 1, 2)$ всегда выполнены в области существования решения (рис. 2), а последние $(i = 3, 4, 5)$ при условии $a < 0.27$ (рис. 3).

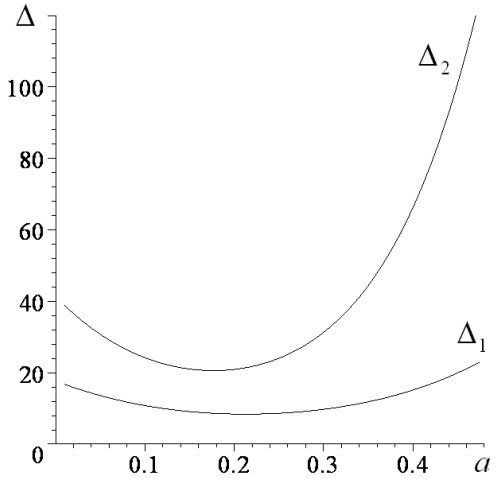


Рис. 2. Δ_1, Δ_2

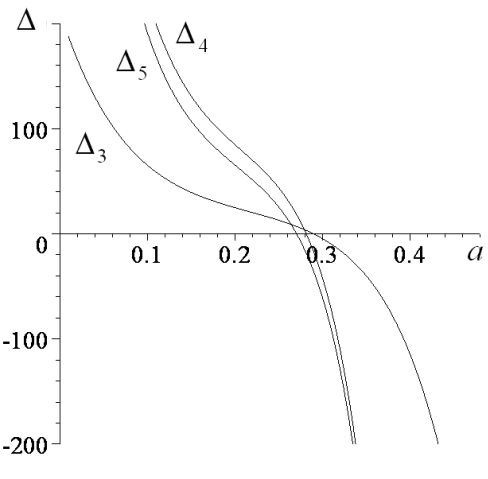


Рис. 3. Δ_3, Δ_4, Δ_5

Рассмотрим конфигурацию (рис. 1) в случае, когда в точке O имеется упругий шарнир, и она состоит из десяти тел. Тогда зависимые переменные имеют вид

$$X_1 = \{pX_3[p^2 + p(4a+1) + 2a(2a+1)] + 2pX_4[p^2 + p(4a+1) + 2a(2a+1)] + 2X_5[p^3 + p^2(5a+1) + 2ap(4a+1) + 4a^3] + p(2X_6 + X_8)/[p^2 + p(4a+1) + 2a(2a+1)] + 2pX_7[p^2 + p(3a+1) + 2a^2] + 2apX_9[p + (2a+1)]\}[2a(p^2 + 4ap + 4a^2],$$

$$X_2 = [(p+2a)(X_3 + 2X_6 + X_8) + 2(p+a)(X_4 + X_7)]/a + 2X_9.$$

После исключения получаем квадратичную форму, зависящую от семи переменных, которая будет положительно определена в случае выполнения неравенств $\Delta_i > 0, i = \overline{1,7}$. Графики функций Δ_i изображены на рис. 4, 5.

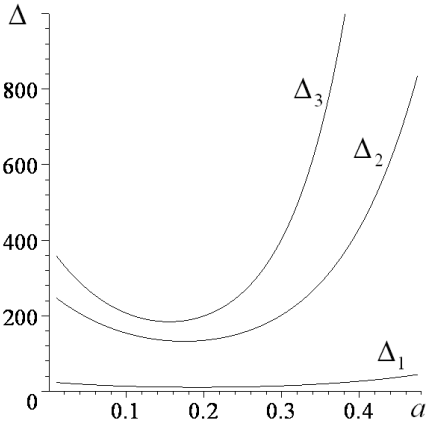


Рис. 4. Δ_1, Δ_2, Δ_3

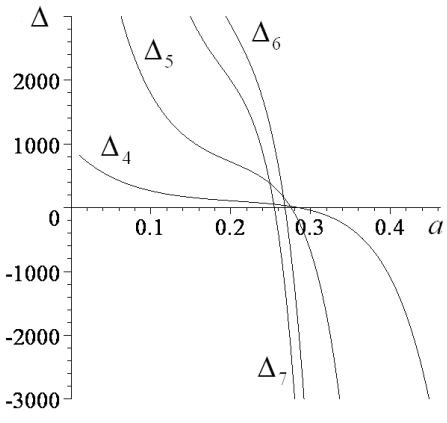


Рис. 5. Δ_4, Δ_5, Δ_6, Δ_7

Проведенные исследования позволили установить, что в рассмотренном случае достаточные условия устойчивости выполнены при условии $a < 0.25$, значение которого меньше, чем в случае отсутствия шарнира в точке *O*.

Список литературы

1. Болграбская, И. А. Конечномерная модель замкнутого упругого стержня / И. А. Болграбская, Н. Н. Щепин // Механика твердого тела. – 2005. – Вып. 35. – С. 33–39.

Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.3:534.1

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ И ВЫЕМАМИ

Авдюшина Е.В., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0004-4038-9388
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
elena.v.a.2023@mail.ru

Введение. Моделирование элементов конструкций часто проводится с применением анизотропных полуплоскостей с отверстиями или выемами, Методом комплексных потенциалов при точном удовлетворение граничным условиям на прямолинейной границе метод интегралов типа Коши решен большой круг задач для многосвязной полуплоскости. В данной работе использован обобщенный методом наименьших квадратов для удовлетворения граничным условиям как на прямолинейной границе полуплоскости, так и на контурах отверстий, в том числе выходящих на прямолинейную границу.

Постановка и метод решения задачи. Рассматривается многосвязная анизотропная полуплоскость с произвольно расположенными отверстиями и трещинами, контуры которых могут пересекаться между собой, образуя криволинейные отверстия, а также пересекать прямолинейную границу, образуя на ней выемы различной конфигурации. Прямолинейная граница свободна от внешних усилий, контуры отверстий загружены самоуравновешенными внешними усилиями, на бесконечности полуплоскость находится под действием растягивающих усилий $\sigma_x^{\infty} = p$.

Использую комплексные потенциалы теории упругости анизотропного тела, рассматриваемая задача сводится к определению из граничных условий на контурах отверстий и на прямолинейной границе функций $\Phi_k(z_k)$ $(k = 1, 2)$, зависящих от обобщенных комплексных переменных $z_k = x + \mu_k y$, где μ_k – корни известного характеристического уравнения.

Многосвязная полуплоскость, занимает область S с прямолинейной границей L^+ и контурами эллиптических отверстий L_l с полуосями a_l, b_l $\left(l = \overline{1,\ \mathcal{L}}\right)$, которые могут вырождаться в прямолинейные разрезы, пересекаться между собой и пересекать прямолинейную границу. Контуры отверстий задаются уравнениями

$$x = x_{0l} + x_l \cos\varphi_l - y_l \sin\varphi_l, \quad y = y_{0l} + x_l \sin\varphi_l + y_l \cos\varphi_l, \qquad (1)$$

где $x_l = a_l \cos\theta$, $y_l = b_l \sin\theta$; θ – параметр параметрического задания эллипса в локальной системе координат; x_{0l}, y_{0l} – координаты центра эллипса L_l в основной системе координат Oxy; φ_l – угол между направлениями осей Ox и Ox_l, отсчитываемый от оси Ox против часовой стрелки.

В нижних полуплоскостях S_k, получаемых из полуплоскости S аффинными преобразованиями и ограниченных контурами L_k^+ и L_{kl}, соответствующими контурам L^+ и L_l при этих преобразованиях, комплексные потенциалы $\Phi_k(z_k)$ имеют вид [1]

$$\Phi_k'(z_k) = \Gamma_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\varphi_{kln}'(z_k) a_{kln} + \varphi_{kln}'^{+}(z_k) b_{kln} \right], \qquad (2)$$

где Γ_k – постоянные, определяемые из условий на бесконечности;

$$\varphi_{kln}'(z_k) = -\frac{n}{R_{kl}\zeta_{kl}^{n-1}\left(\zeta_{kl}^2 - m_{kl}\right)}, \quad \varphi_{kln}'^{+}(z_k) = -\frac{n}{\overline{R}_{kl}\left(\zeta_{kl}^{+}\right)^{n-1}\left(\left(\zeta_{kl}^{+}\right)^2 - \overline{m}_{kl}\right)}; \qquad (3)$$

ζ_{kl}, ζ_{kl}^+ – переменные, определяемые из конформных отображений внешности единичных кругов на внешности эллипсов L_{kl}, L_{kl}^+ [1]; a_{kln}, b_{kln} – неизвестные коэффициенты, определяемые из граничных условий на прямолинейной границе и на контурах отверстий

$$2\,\mathrm{Re} \sum_{k=1}^{2} \left(1,\ \mu_k\right) \delta_{ks} \Phi_k'(t_k) = 0 \ \ (l = \overline{1,\ \mathcal{L}},\ \ i = \overline{1,2}), \qquad (4)$$

где $\delta_{ks} = 1$ на прямолинейной границе, $\delta_{ks} = dz_k / ds$ на контурах отверстий.

Удовлетворяя граничным условиям (4) обобщенным методом наименьших квадратов в точках на отрезке прямолинейной границы L^+ и на каждом из контуров L_l $\left(l = \overline{1,\ \mathcal{L}}\right)$, получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений и найдем постоянные a_{kln}, b_{kln}.

Описание результатов численных исследований. Результаты исследований проведены для полуплоскости из изотропного материала алюминия и сильно анизотропного материала углепластик HMS/DX209 [2]. На рис. 1 представлены графики распределения напряжений σ_θ / p около правой части крышки L_1 сводчатого отверстия (выема) в зависимости от параметрического угла θ и расстояния c^+ до границы полуплоскости. Сплошные линии соответствуют случаю полуплоскости из углепластика,

пунктирные – из алюминия. При этом высота крышки свода L_1 равна a_1, длины прямолинейных участков L_2, L_3 и L_4 равны $2a_1$, полуоси $b_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_1$. Аналогично для треугольного отверстия (выема) с длинами прямолинейных участков L_1, L_2 и L_3 равными $2a_1$ на рис. 2 представлены графики распределения напряжений σ_θ / p около L_3 в зависимости от параметрического угла θ и c^+. Отрицательные значений c^+ соответствуют криволинейный выемам.

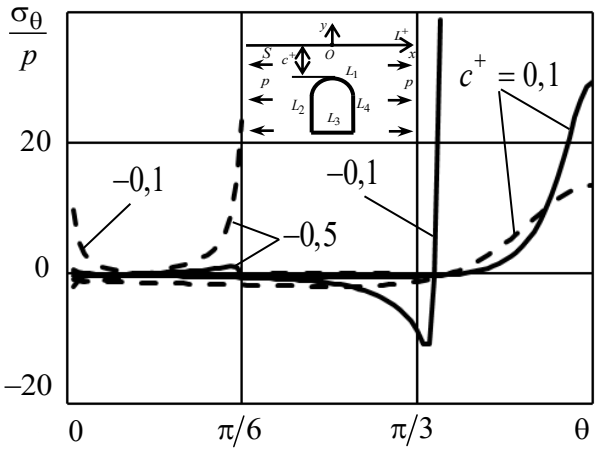


Рис. 1

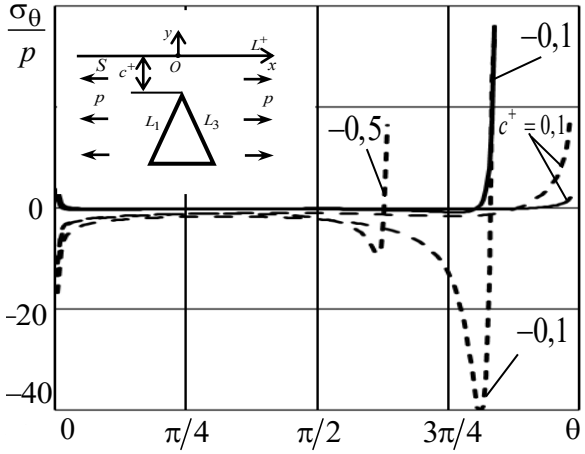


Рис. 2

Из рис. 1 и 2 следует, что при уменьшении c^+ происходит резкий рост растягивающих напряжений в зоне перемычки между отверстием и границей полуплоскости. Эта закономерность наблюдается и после выхода отверстия на прямолинейную границу пока выем глубокий. С уменьшением глубины выема напряжения значительно уменьшаются вплоть до смены зон растяжения зонами сжатия, с резким возвращением в зону растяжения. Указанные изменения напряжений более значительны для полуплоскости из сильно анизотропного материала.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена в рамках государственного задания «Алгоритмизированные численно-аналитические методы исследования моделей комплексного деформирования инновационных материалов и конструкций с усложненными свойствами» (№ FRRE-2026-0021).*

Список литературы

1. Калоеров, С. А. Общие решения задач для многосвязных анизотропных полуплоскости и полосы / С. А. Калоеров // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2018. – № 2. – С. 22–35. – EDN XZCCVN.
2. Авдюшина, Е. В. Исследование напряженного состояния анизотропной полуплоскости с криволинейными отверстиями и выемами обобщенным методом наименьших квадратов / Е. В. Авдюшина // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2026. – № 3(96). – С. 16–25. – DOI 10.24412/0136-4545-2026-3-16-25. – EDN XFVEAJ.

УДК 539.3

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ, ПОСТРОЕННЫЕ ДЛЯ СЛУЧАЯ ИЗГИБА ОРТОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ НА БАЗЕ {1,0}-АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ОТСУТСТВИИ «ГИПОТЕТИЧЕСКОГО» МОДУЛЯ СДВИГА

Бондаренко Н.С., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-5254-5545
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
n.bondarenko123@mail.ru

Введение. Использование ортотропных материалов позволяет создавать лёгкие и прочные тонкостенные элементы конструкций, которые находят широкое применение в авиации, судостроении, строительстве и др. Решение задачи статики для ортотропных пластин при различных вариантах нагрузок критически важно для оценки прочности таких конструкций.

Для повышения точности расчётов напряжённо-деформированного состояния пластин в настоящее время развиваются методы, основанные на разложении заданных и искомых функций в ряды по ортогональным полиномам (А. М. Лежандра, П. Л. Чебышёва, К. Г. Якоби). Актуальность этого подхода подтверждается современными публикациями [1, 2].

Целью данной работы является построение фундаментальных матриц моментов и перерезывающих сил на основе обобщённой теории пластин в варианте {1,0}-аппроксимации. Данный подход предполагает разложение заданных и искомых функций в ряды Ж. Фурье по полиномам А. М. Лежандра $P_k = P_k\left(x_3\right)$ от толщинной координаты x_3 [3].

Постановка задачи. Рассмотрим ортотропную пластину толщины $2h$, на которую действует сосредоточенная сила, приложенная в начале координат и вызывающая состояние изгиба. Отнесём пластину к безразмерной системе координат x_1, x_2, x_3, определённой с точностью до полутолщины пластины h. Здесь x_1, x_2 – координаты точки в срединной плоскости, x_3 – поперечная координата.

Изгиб ортотропных пластин на базе {1,0}-аппроксимации описывается системой уравнений равновесия в перемещениях [3]:

$$L_{k1}\gamma_1 + L_{k2}\gamma_2 + L_{k3}w_0 = -m_k\left(x_1, x_2\right) \quad \left(k = 1, 2\right);$$
$$L_{31}\gamma_1 + L_{32}\gamma_2 + L_{33}w_0 = q\left(x_1, x_2\right), \qquad (1)$$

где γ_k, w_0 – обобщённые перемещения пластины (γ_1, γ_2 – аналоги углов поворота нормали; w_0 – аналог прогиба); L_{kj} – дифференциальные операторы второго порядка; m_k, q – компоненты разложения элементов вектора объёмной силы в ряды по полиномам А. М. Лежандра.

На упругие константы материала пластины не наложено ограничение в виде «гипотетического» модуля сдвига, т. е. в общем случае

$$G_{12} \neq \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{2\left(1+\sqrt{\nu_{12}\nu_{21}}\right)},$$

где G_{12} – модуль сдвига, характеризующий изменение углов между главными направлениями x_1 и x_2; E_1, E_2 – модули Т. Юнга для направлений x_1, x_2 соответственно; ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты С. Д. Пуассона $\left(E_2\nu_{12} = E_1\nu_{21}\right)$.

Понятие фундаментальной матрицы. Фундаментальное решение системы (1) можно представить в виде линейной комбинации трёх решений, соответствующих таким случаям нагружения пластины:

$$m_1\left(x_1,x_2\right)=\delta\left(x_1,x_2\right);\quad m_2\left(x_1,x_2\right)=0;\quad q\left(x_1,x_2\right)=0; \tag{2}$$

$$m_1\left(x_1,x_2\right)=0;\quad m_2\left(x_1,x_2\right)=\delta\left(x_1,x_2\right);\quad q\left(x_1,x_2\right)=0; \tag{3}$$

$$m_1\left(x_1,x_2\right)=0;\quad m_2\left(x_1,x_2\right)=0;\quad q\left(x_1,x_2\right)=\delta\left(x_1,x_2\right), \tag{4}$$

где $\delta\left(x_1,x_2\right)$ – двумерная дельта-функция П. Дирака; $m_k^*, q^* = \text{const}$.

Фундаментальные матрицы обобщённых перемещений, моментов и перерезывающих сил имеют вид [4]:

$$\begin{pmatrix} \gamma_1^{01} & \gamma_2^{01} & w_0^{01} \\ \gamma_1^{02} & \gamma_2^{02} & w_0^{02} \\ \gamma_1^{03} & \gamma_2^{03} & w_0^{03} \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} M_1^{01} & M_2^{01} & H_{12}^{01} \\ M_1^{02} & M_2^{02} & H_{12}^{02} \\ M_1^{03} & M_2^{03} & H_{12}^{03} \end{pmatrix};\quad \begin{pmatrix} Q_{10}^{01} & Q_{20}^{01} \\ Q_{10}^{02} & Q_{20}^{02} \\ Q_{10}^{03} & Q_{20}^{03} \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где M_k^{0l}, H_{12}^{0l}, Q_{k0}^{0l} – обобщённые внутренние силовые факторы (M_1^{0l}, M_2^{0l} – аналоги изгибающих моментов; H_{12}^{0l} – аналог крутящего момента; Q_{10}^{0l}, Q_{20}^{0l} – аналоги перерезывающих сил); верхние индексы «01», «02», «03» отвечают случаям действия сил вида (2), (3), (4) соответственно.

Элементы фундаментальной матрицы обобщённых перемещений [первая формула (5)] найдены в работе [5]. Элементы фундаментальных матриц обобщённых моментов и перерезывающих сил [вторая и третья формулы (5)] определены из соотношений упругости в перемещениях [3]

$$M_1^{0l} = D_1\left(\frac{\partial\gamma_1^{0l}}{\partial x_1}+\nu_{21}\frac{\partial\gamma_2^{0l}}{\partial x_2}\right);\quad M_2^{0l} = D_2\left(\frac{\partial\gamma_2^{0l}}{\partial x_2}+\nu_{12}\frac{\partial\gamma_1^{0l}}{\partial x_1}\right);$$

$$H_{12}^{0l} = D_{12}\left(\frac{\partial\gamma_1^{0l}}{\partial x_2}+\frac{\partial\gamma_2^{0l}}{\partial x_1}\right);\quad Q_{k0}^{0l} = \Lambda_k\left(\gamma_k^{0l}+\frac{\partial w_0^{0l}}{\partial x_k}\right)\quad \left(k=1,2\right), \tag{6}$$

$$\sqrt{\frac{E_2}{E_1}}D_1 = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}D_2 = \frac{2/3}{1-\nu_{12}\nu_{21}};\quad D_{12} = \frac{2G_{12}}{3\sqrt{E_1E_2}};\quad \Lambda_k = \frac{5G_{k3}}{3\sqrt{E_1E_2}}\quad \left(k=1,2\right);$$

G_{13}, G_{23} – модули сдвига, характеризующие изменение углов между главными направлениями x_1 и x_3, x_2 и x_3 соответственно.

Анализ результатов. Построены графики обобщённых внутренних силовых факторов (6) вдоль оси абсцисс x_1 при $x_2 = 0$. Рассмотрены такие варианты материалов пластины (табл. 1): *И* – модельный изотропный материал; *О* – ортотропный материал (волокнистый стеклопластик ВМ-1). В табл. 1 константы E_k, G_{kj} приведены с точностью до 10^{10} *Па*.

Таблица 1

Механические характеристики материалов

Материал	E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}
И	4,76	4,76	4,76	2,071	2,071	2,071	0,149
О	4,76	2,07	1,45	0,531	0,501	0,434	0,149

Заключение. Из построенных графиков видно, что механические характеристики ортотропного материала пластины при отсутствии «гипотетического» модуля сдвига для различных вариантов действия сосредоточенных сил оказывают существенное влияние на величину обобщённых моментов и обобщённых перерезывающих сил, составляющих фундаментальные матрицы. Особенно значительным это влияние является в окрестности сосредоточенного силового воздействия.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (шифр FRRE-2026-0021).*

Список литературы

1. Germider, O. V. On the calculation of the bending of a thin orthotropic plate using Legendre and Chebyshev polynomials of the first kind / O. V. Germider, V. N. Popov // Journal of Siberian Federal Universit. Mathematics and Physics. – 2024. – Vol. 17, No. 5. – P. 586–598. – EDN JSPTAR.
2. Голоскоков, Д. П. Изгиб защемленной тонкой ортотропной пластины методом Канторовича / Д. П. Голоскоков, А. В. Матросов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2025. – Т. 21, № 3. – С. 345–360. – DOI: 10.21638/spbu10.2025.303. – EDN PLHUYS.
3. Пелех, Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев : Наукова думка, 1982. – 296 с.
4. Шевченко, В. П. Методы фундаментальных решений в теории ортотропных оболочек // Концентрация напряжений / Под ред. А. Н. Гузя, А. С. Космодамианского, В. П. Шевченко. – Киев : А.С.К., 1998. – 387 с. (Механика композитов: В 12 т. Т. 7). – С. 159–196.
5. Бондаренко, Н. С. Фундаментальная матрица обобщённых перемещений для изгиба ортотропных пластин / Н. С. Бондаренко // Донецкие чтения 2024 : образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : матер. IX Междунар. научн. конф. (Донецк, 15–17 октября 2024 г.). – Т. 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк: ДонГУ, 2024. – С. 20–22. – URL: https://science.donnu.ru/wp-content/uploads/2024/10/dch-2024-tom-1-mehaniko-matematicheskie-kompyuternye-nauki-upravlenie.pdf (дата обращения: 23.09.2026).

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ БЕЗМОМЕНТНОГО СОСТОЯНИЯ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ПРИ ЛОКАЛЬНЫХ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ, РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ВДОЛЬ ОТРЕЗКА ПО НОРМАЛЬНОМУ ЗАКОНУ, НА БАЗЕ {1,0}-АППРОКСИМАЦИИ

Бондаренко Н.С., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-5254-5545,
Ткачев Н.Ю.
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
n.bondarenko123@mail.ru, nekbey7@gmail.com

Постановка задачи. Рассмотрим ортотропную пластину толщины $2h$, срединная плоскость которой отнесена к безразмерной системе координат x_1, x_2, определённой с точностью до полутолщины пластины h. Вдоль отрезка длины $2l$, расположенного на оси абсцисс

$$\Omega = \left\{ \left(x_1, x_2 \right) : \left| x_1 \right| \le l, x_2 = 0 \right\}, \tag{1}$$

действует локальное силовое воздействие, интенсивность которого меняется по нормальному закону

$$\mathbf{W}\left(x_1, x_2 \right) = W^* \exp\left\{ -k\left(x_1^2 + x_2^2 \right) \right\}, \tag{2}$$

где $W^* = \text{const}$, $k > 0$ – коэффициент, определяющий форму распределения локального силового воздействия.

Разрешающая система дифференциальных уравнений для ортотропных пластин на базе обобщённой теории в варианте $\{1,0\}$-аппроксимации приведена в монографии [1]. Она включает в себя:

– уравнения равновесия в перемещениях

$$L_{k1}u + L_{k2}v = -q_k^* \, \delta\left(x_1, x_2 \right) \quad \left(k = 1, 2 \right), \tag{3}$$

где $u = u\left(x_1, x_2 \right)$, $v = v\left(x_1, x_2 \right)$ – обобщённые перемещения; L_{kj} – дифференциальные операторы второго порядка, содержащие такие упругие константы ортотропного материала: E_1, E_2 – модули Юнга для направлений x_1, x_2 соответственно; G_{12} – модуль сдвига, характеризующий изменение угла между главными направлениями x_1, x_2; ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона $\left(E_2\nu_{12} = E_1\nu_{21} \right)$; $q_k^* = \text{const}$; $\delta\left(x_1, x_2 \right)$ – двумерная дельта-функция Дирака [2], моделирующая действие сосредоточенной силы, приложенной в начале координат;

– соотношения упругости в перемещениях

$$N_1 = B_1\left(\frac{\partial u}{\partial x_1} + \nu_{21}\frac{\partial v}{\partial x_2} \right); \quad N_2 = B_2\left(\frac{\partial v}{\partial x_2} + \nu_{12}\frac{\partial u}{\partial x_1} \right); \quad S_{12} = B_{12}\left(\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right), \tag{4}$$

где $N_k = N_k(x_1, x_2)$, $S_{12} = S_{12}(x_1, x_2)$ – обобщённые мембранные усилия, определённые с точностью до значения Eh; B_1, B_2, B_{12} – коэффициенты, зависящие от упругих констант ортотропного материала.

Методика решения. Решение задач на локальные силовые воздействия с помощью методов фундаментальных решений основано на использовании формулы свёртки [2], которая для области (1) примет вид:

$$\mathbf{P}(x_1, x_2) = l \int_{-1}^{1} \mathbf{P^0}(x_1 - lz_1, x_2)\, \mathbf{W}(lz_1, 0)\, dz_1, \qquad (5)$$

где $\mathbf{P}(x_1, x_2)$ – искомые компоненты безмоментного состояния пластины, мембранные усилия; $\mathbf{P^0}$ – фундаментальное решение системы уравнений (3), (4), которое имеет вид:

$$N_k = \sum_{j=1}^{4} a_{kj} \Phi_j(x_1, x_2) \quad (k = 1, 2); \quad S_{12} = \sum_{j=1}^{4} a_{3j} \Phi_j(x_1, x_2),$$

где функции $\Phi_j(x_1, x_2)$ и коэффициенты a_{kj} приведены в публикации [3].

Анализ результатов численных исследований. На рис. 1 представлены графики мембранных усилий, полученные по формуле свёртки (5) с учётом нормального закона распределения локального силового воздействия (2) при $W^* = 1$, $k = 1$. Все графики построены вдоль оси x_2 при $x_1 = 0$.

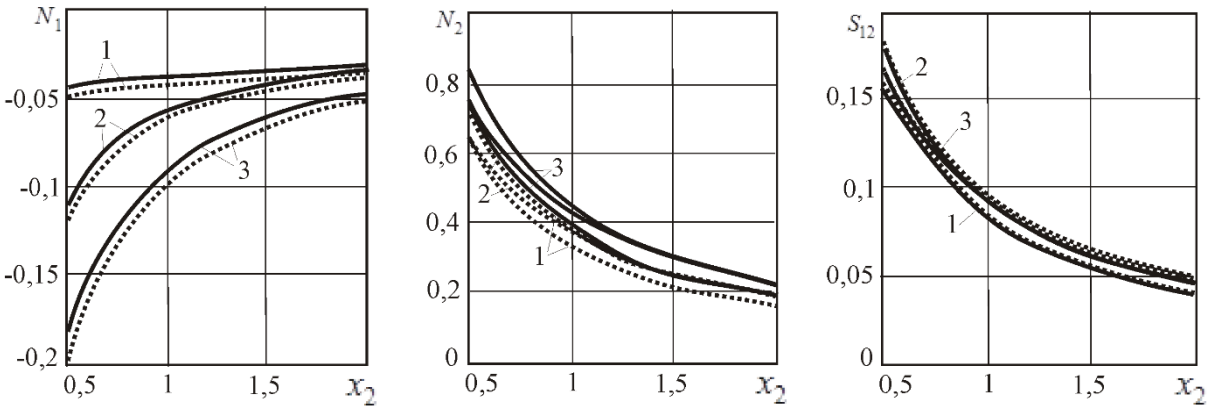


Рис. 1. Мембранные усилия: а – N_1; б – N_2; в – S_{12}

Значения коэффициентов при двумерных дельта-функциях Дирака в правых частях уравнений (3) брались такими: $q_1^* = q_2^* = 1$. На рис. 1 для кривых 1 половина длины отрезка равна $l = 1$, для кривых 2 – $l = 2$, для кривых 3 – $l = 3$. Сплошные линии на рис. 1 соответствуют ортотропному стеклопластику С1-19-55 (материал **М1**), пунктирные линии – ортотропному стеклопластику С1-10-65 (материал **М2**, табл. 1).

Таблица 1

Механические характеристики ортотропных материалов

Материал	ν_{12}	ν_{21}	E_1, $МН/м^2$	G_{12}, $МН/м^2$
M1	0,161	0,128	$2,5\cdot10^4$	$4,3\cdot10^3$
M2	0,17	0,122	$3,25\cdot10^4$	$6,1\cdot10^3$

Заключение. Впервые на базе обобщённой теории пластин в варианте {1,0}-аппроксимации проведены численные исследования влияния упругих постоянных ортотропного материала пластины на мембранные усилия, полученные с помощью формулы свёртки для области, представляющей собой отрезок. Показано, что:

– при действии локального силового воздействия, интенсивность которого меняется по нормальному закону абсолютные величины мембранных усилий уменьшаются в 1,3–1,9 раза по сравнению с действием равномерного силового воздействия единичной интенсивности $\left(\mathbf{W}\left(x_1,x_2\right)\equiv1\right)$;

– с ростом половины длины отрезка l значений всех усилий возрастают по модулю;

– абсолютные значения мембранных усилий для материала **M2** больше (на 5–10 %) аналогичных значений для материала **M1**.

Разработанный подход может быть распространён на области локального силового нагружения другой геометрии (круг, эллипс).

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (шифр FRRE-2026-0021).*

Список литературы

1. Пелех, Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев : Наукова думка, 1982. – 296 с.
2. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров. – Москва : Наука, 1967. – 436 с.
3. Бондаренко, Н. С. Определение обобщённых усилий в ортотропной пластине в рамках {*m*,*n*}-аппроксимации при действии сосредоточенной силы, вызывающей безмоментное напряжённое состояние / Н. С. Бондаренко // Донецкие чтения 2022 : образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : матер. VII Междунар. научн. конф., посвящённой 85-летию Донецкого национального университета (Донецк, 27–28 октября 2022 г.). – Т. 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк: ДонГУ, 2022. – С. 44–46. – EDN UQFQCY. – URL: https://xn--c1ab1ad1a.xn--p1ai/upload/donnu/science/wp-content/uploads/2022/10/dch_2022-tom-1-mehaniko-matematicheskie-nauki.pdf (дата обращения: 07.10.2026).

УДК 539.3:534.1

ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В СТРУКТУРАХ ИЗ НЕОДНОРОДНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ ПЬЕЗОАКТИВНЫХ КОМПОНЕНТ

Глухов А.А., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0002-5536-4410,
Пачева М.Н., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0004-4919-8297,
Фоменко М.В., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0003-9649-1827
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
antonglukhov2012@yandex.ru

Основополагающие принципы работы большинства современных диагностических приборов и датчиков базируются на явлении пьезоэффекта, который описан классической линейной теорией электроупругости [1]. Наиболее распространенными ответственными компонентами таких устройств являются изделия из пьезокерамики: плиты, пластины, стержни и цилиндры. Процедура изготовления данных пьзокерамических компонент с наперед заданными свойствами неоднородности особенно актуальна в последние годы в связи с развитием аддитивных технологий и является сложным технологическим процессом [2]. Определение реальных характеристик неоднородности материала позволяет в полной мере оценить возможности его функционального применения при длительной работе. В связи с этим актуализация математических моделей динамики пьзокерамических сред, подразумевающая учет сложной градиентной структуры, является одним из приоритетных направлений механики деформируемого твердого тела.

Цель исследования – разработка численно-аналитической методики анализа процесса распространения сдвиговых электроупругих волн в волноводных структурах из функционально-градиентных компонент, свойства которых описываются с помощью многофакторных моделей экспоненциальной и двойной экспоненциальной неоднородности.

Основные соотношения. Процесс распространения нормальных сдвиговых электроупругих волн с циклической частотой ω и волновым числом k в материалах класса 6mm вдоль оси Ox_2 в исходной форме описывается соотношениями, следующими из линейной системы уравнений состояния анизотропной среды с учетом сопряженного электрического поля, уравнений динамики сплошной среды, а также уравнений Максвелла:

$$\partial_1\sigma_{13}+\partial_2\sigma_{23}-\rho(x_1)\ddot{u}_3=0\,,\ \partial_1 D_1+\partial_2 D_2=0\,,\ \partial_j=\partial/\partial x_j\ \ (j=\overline{1,2})\,; \qquad (1)$$

$$\sigma_{13}=c_{44}(x_1)\partial_1 u_3+e_{15}(x_1)\partial_1\varphi\,,\ \sigma_{23}=c_{44}(x_1)\partial_2 u_3+e_{15}(x_1)\partial_2\varphi\,, \qquad (2)$$

$$D_1=-\varepsilon_{11}(x_1)\partial_1\varphi+e_{15}(x_1)\partial_1 u_3\,,\ D_2=-\varepsilon_{11}(x_1)\partial_2\varphi+e_{15}(x_1)\partial_2 u_3\,, \qquad (3)$$

где $u_3(x_1,x_2,t)$, $\varphi(x_1,x_2,t)$ – соответственно комплексные функции волновых

смещений и потенциала квазистатического электрического поля; $\sigma_{13}(x_1,x_2,t)$, $\sigma_{23}(x_1,x_2,t)$ – комплексные функции сдвиговых механических напряжений в исследуемых волнах; $D_1(x_1,x_2,t)$, $D_2(x_1,x_2,t)$ – комплексные функции индукции квазистатического электрического поля; $c_{44}(x_1)$, $e_{15}(x_1)$, $\varepsilon_{11}(x_1)$, $\rho(x_1)$ – функциональные характеристики распределений физико-механических характеристик функционально-градиентного пьезокерамического материала.

Различные варианты описания поперечной неоднородности рассматриваемой среды представлены в работах [3-5] и предполагают следующие соотношения зависимости характеристик:

$$c_{ij} = c_{ij0} \cdot \exp(\mu_c x_1),\ e_{ij} = e_{ij0} \cdot \exp(\mu_e x_1),$$
$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij0} \cdot \exp(\mu_\varepsilon x_1),\ \rho = \rho_0 \cdot \exp(\mu_\rho x_1) \qquad (4)$$

– для модели многофакторной экспоненциальной неоднородности;

$$c_{ij} = c_{ij0} \cdot \vartheta(\lambda,\beta,x_1),\ e_{ij} = e_{ij0} \cdot \vartheta(\lambda,\beta,x_1),$$
$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij0} \cdot \vartheta(\lambda,\beta,x_1),\ \rho = \rho_0 \cdot \vartheta(\lambda,\beta,x_1),$$
$$\vartheta(\lambda,\beta,x_1) = \exp(\lambda \exp(\beta x_1)) \qquad (5)$$

– для модели однофакторной двойной экспоненциальной неоднородности;

$$c_{44}(x_1) = c_{440}\ \varphi_c(\lambda_c,\beta_c,x_1),\ \varphi_c(\lambda_c,\beta_c,x_1) = \exp(\lambda_c \exp(-\beta_c x_1)),$$
$$\rho(x_1) = \rho_0\ \varphi_\rho(\lambda_\rho,\beta_\rho,x_1),\ \varphi_\rho(\lambda_\rho,\beta_\rho,x_1) = \exp(\lambda_\rho \exp(-\beta_\rho x_1)),$$
$$e_{15}(x_1) = e_{150}\ \varphi_e(\lambda_e,\beta_e,x_1),\ \varphi_e(\lambda_e,\beta_e,x_1) = \exp(\lambda_e \exp(-\beta_e x_1)),$$
$$\varepsilon_{11}(x_1) = \varepsilon_{110}\ \varphi_\varepsilon(\lambda_\varepsilon,\beta_\varepsilon,x_1),\ \varphi_\varepsilon(\lambda_\varepsilon,\beta_\varepsilon,x_1) = \exp(\lambda_\varepsilon \exp(-\beta_\varepsilon x_1)) \qquad (6)$$

– для модели многофакторной двойной экспоненциальной неоднородности.

Методика получения дисперсионных соотношений. Нахождение корней дисперсионной функции вида

$$D(\omega,k) = \det \left\| a_{ij} \right\|_{i,j=1}^{n} = 0 \qquad (7)$$

является спектральной задачей для системы из n уравнений с элементами $a_{ij}(\omega,k)$, получаемой из граничных условий после подстановки выражений для соответствующих волновых смещений, напряжений и потенциала квазистатического поля, которые ранее были определены в результате решения систем дифференциальных волновых уравнений среды. Так в работах [5, 6] описана методика получения дисперсионных соотношений для задач об исследовании распространения поверхностных волн Гуляева-Блюстейна и интерфейсных волн на границе двух разнородных полупространств.

На данном этапе исследования получено дисперсионное соотношение для обобщенных электроупругих волн Лява распространяющихся в структуре образованной тонким функционально-градиентным пьезокерамическим слоем и неоднородной пьезоактивной подложкой.

Заключение. Итогом проведенных исследований является разработка численно-аналитической методики анализа процесса распространения сдвиговых электроупругих волн в волноводных структурах из функционально-градиентных компонент, свойства которых описываются с помощью многофакторных моделей экспоненциальной и двойной экспоненциальной неоднородности. Полученные дисперсионные соотношения для исследуемых сдвиговых электроупругих волн являются объектом дальнейших численных исследований с целью количественного и качественного анализа влияния экспоненциальной неоднородности на топологию дисперсионного спектра.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена в рамках государственного задания «Алгоритмизированные численно-аналитические методы исследования моделей комплексного деформирования инновационных материалов и конструкций с усложненными свойствами» (№ FRRE-2026-0021).*

Список литературы

1. Партон, В. З. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел / В. З. Партон, Б. А. Кудрявцев. – Москва : Наука, 1988. – 472 с.
2. Фесенко, Е. Г. Новые пьезокерамические материалы / Е. Г. Фесенко, А. Я. Данцигер, О. Н. Разумовская // Отв. ред. Л. Н. Сыркин, Северо-Кавказский научный центр высшей школы, Ростовский государственный университет имени М. А. Суслова. – Ростов н/Д : Изд-во Рост. ун-та. – 1983. – 156 с.
3. Карасев, Д. С. Сдвиговые электроупругие волны в функционально-градиентном пьезокерамическом слое с индивидуальным законом экспоненциальной неоднородности для каждой физико-механической характеристики материала / Д. С. Карасев, С. В. Сторожев, В. И. Сторожев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2024. – № 3 (88). – С. 35–43. – DOI 10.24412/0136-4545-2024-3-35-43.
4. Карасев, Д. С. Интегрирование уравнений распространения локализованных сдвиговых электроупругих волн в функционально-градиентной пьезокерамике с двойной экспоненциальной неоднородностью / Д. С. Карасев, С. В. Сторожев, В. А. Шалдырван // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2023. – № 2 (83). – С. 48–55. – DOI 10.24412/0136-4545-2023-2-48-55. – EDN SPYOBC.
5. Глухов, А. А. Дисперсионные соотношения для обобщенных волн Гуляева-Блюстейна в пьезоактивном анизотропном полупространстве с многофакторной приповерхностной неоднородностью / А. А. Глухов, М. Н. Пачева, Д. С. Карасев, С.В. Сторожев // Актуальные математические проблемы механики деформируемого твердого тела: Материалы VIII Всероссийской с международным участием научной конференции, посвященной 60-летию создания Донецкого научного центра, Донецкого государственного университета и научной школы академика Александра Сергеевича Космодамианского (Донецк–Севастополь, 18–21 сентября 2025 г.). – Донецк: ДонГУ, 2025. – С. 59–62. – EDN KXFMPO.
6. Глухов, А. А. Численно-аналитическое исследование модели распространения локализованных электроупругих волн сдвига вдоль плоскости контакта функционально-градиентных пьезокерамических полупространств / А. А. Глухов // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2026. – № 3. – С.71–76. – DOI 10.5281/zenodo.227 86068. – EDN YEVYMA.

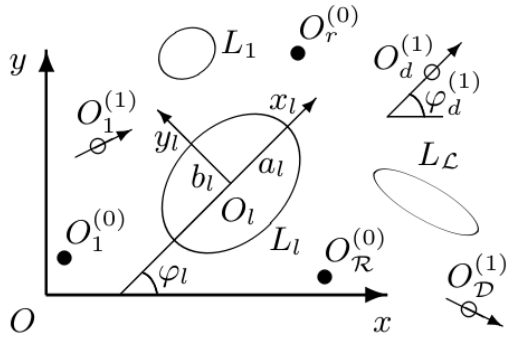
УДК 539.3

ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ДИПОЛЕЙ В МНОГОСВЯЗНОЙ ПЛАСТИНКЕ ИЗ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛА

Глушанков Е.С., канд. физ.-мат. наук
ЧОУ ВО «Московский университет им. С.Ю. Витте», г. Москва, РФ
ie.glushankov@yandex.ru

С помощью комплексных потенциалов электромагнитоупругости и метода наименьших квадратов решена задача о действии электрических и магнитных диполей в многосвязной пластинке из пьезоматериала. При этом, диполь моделируется как система из двух близко расположенных зарядов, одинаковых по мощности, но различающихся по знаку, что позволяет получить в структуре комплексных потенциалов слагаемые нового вида. В результате задача сведена к решению переопределенной системы линейных алгебраических уравнений. На основе построенного решения проведены численные исследования значений напряжений в пластинке с одним круговым отверстием, в которой действует один электрический или магнитный диполь.

Постановка и решение задачи. Рассматривается изготовленная из пьезоматериала бесконечная пластинка с отверстиями с контурами L_l $(l=\overline{1,\mathcal{L}})$. Контуры отверстий свободны от силовых и электромагнитных воздействий. Во внутренних точках пластинки $O_d^{(1)}(x_d^{(1)},y_d^{(1)})$ $(d=\overline{1,\mathcal{D}})$ действуют электрические диполи с дипольным моментом $M_{e,d}^{(1)}$ или магнитные диполи с дипольным моментом $M_{m,d}^{(1)}$, ориентированные под углом $\varphi_d^{(1)}$. На бесконечности силовые и электромагнитные воздействия отсутствуют.



Будем рассматривать электрические и магнитные диполи как системы из двух очень близко расположенных зарядов, равных по мощности и противоположных по знаку [1]. Например, в теории магнетизма такой подход к представлению диполя широко используется, несмотря на отсутствие в природе магнитных зарядов, и носит название модели Гильберта [2].

Задачу определения электромагнитоупругого состояния пластинки будем решать с использованием комплексных потенциалов электромагнитоупругости $\Phi_k(z_k)$ $(k=\overline{1,4})$. Эти функции являются функциями обобщенных комплексных переменных

$$z_k = x + \mu_k y, \tag{1}$$

где μ_k – корни характеристического уравнения плоской задачи электромагнитоупругости [3]. Тогда поставленная задача сводится к определению этих комплексных потенциалов из граничных условий задачи.

Функции $\Phi_k(z_k)$ определены в многосвязных областях S_k, получаемых из области S, занимаемой пластинкой, аффинными преобразованиями (1). При этом, для построения общего вида комплексных потенциалов следует использовать известную структуру [3], в которой учитывается действие сосредоточенных зарядов в точках пластинки. Тогда, рассматривая диполи как системы из двух зарядов, симметрично расположенных относительно точки действия диполя, а затем переходя к нулевому пределу расстояния между этими зарядами, получим

$$\Phi_k(z_k) = N_k(z_k) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi_{kln}(z_k), \tag{2}$$

где

$$N_k(z_k) = \sum_{d=1}^{\mathcal{D}} B_{kd}^{(1)} \frac{\cos\varphi_d^{(1)} + \mu_k \sin\varphi_d^{(1)}}{z - z_{kd}^{(1)}};$$

$B_{kd}^{(1)}$ – комплексные постоянные, определяемые из решений систем линейных уравнений

$$2\,\mathrm{Re}\sum_{k=1}^{4}\left(1, \mu_k, p_k, q_k, \nu_k, \rho_k, r_k, h_k\right) i B_{kd}^{(1)} = \left(0,0,0,0,\frac{M_{e,d}^{(1)}}{2\pi}, \frac{M_{m,d}^{(1)}}{2\pi}, 0, 0\right); \tag{3}$$

$z_{kd}^{(1)} = x_d^{(1)} + \mu_k y_d^{(1)}$; a_{kln} – неизвестные постоянные, которые определяются из граничных условий задачи электромагнитоупругости; $\varphi_{kln}(z_k)$ – известные функции.

Неизвестные постоянные a_{kln} можно определить с помощью метода наименьших квадратов. Для этого на контурах L_j ($j = \overline{1, \mathcal{L}}$) выбирается система из $\mathcal{M}_j$ «коллокационных» точек $M_{jm}(x_{jm}, y_{jm})$ ($m = \overline{1, \mathcal{M}_j}$). После подстановки точек в граничные условия соответствующих задач для определения этих постоянных получаются системы линейных алгебраических уравнений

$$2\,\mathrm{Re}\sum_{k=1}^{4}\sum_{l=1}^{\mathcal{L}}\sum_{n=1}^{\infty} d_{kjp}\delta_{k,s}(\tau_{kjm})\varphi'_{kln}(\tau_{kjm}) a_{kln} =$$

$$-2\,\mathrm{Re}\sum_{k=1}^{4} d_{kjp}\delta_{k,s}(\tau_{kjm}) N'_k(\tau_{kjm}) \tag{4}$$

$$(j = \overline{1, \mathcal{L}}, \quad m = \overline{1, \mathcal{M}_j}, \quad p = \overline{1, 4}).$$

d_{kjp} – известные постоянные, определяемые типом граничных условий; $\delta_{k,s}(\tau_k) = d\tau_k / ds$, s – дуга контура; $\tau_{kjm} = x_{jm} + \mu_k y_{jm}$ $(k = \overline{1,4})$. После нахождения псевдорешения системы (4) методом сингулярного разложения постоянные a_{kln}, а, следовательно, и комплексные потенциалы становятся известными и можно вычислять значения основных характеристик электромагнитоупругого состояния в любой точке пластинки по известным формулам [3], а у вершин трещин – также значения коэффициентов интенсивности напряжений, индукций и напряженностей.

Описание результатов численных исследований. Исследования проводились для пластинки из композитного материала $BaTiO_3 - CoFe_2O_4$ [3] с одним круговым отверстием, в которой действует один электрический или магнитный диполь.

Установлено, что электрические и магнитные диполи оказывают существенное влияние на электромагнитоупругое состояние пластинки. При этом, влияние электрических диполей является гораздо более значительным в сравнении с магнитными диполями.

При сближении диполей с контуром отверстия значения напряжений вблизи отверстия резко возрастают. Особенно значительный рост значений напряжений наблюдается в области сближения. А наибольшая концентрация напряжений наблюдается в случае, когда ориентация диполя совпадает с направлением поляризации материала пластинки. Если расстояние между диполем и отверстием превышает 50 размеров отверстия, то влияние диполей на электромагнитоупругое состояние пластинки вблизи отверстия является незначительным и им можно пренебречь.

Сравнительный анализ [3] показывает, что действие диполей оказывает более существенное влияние на электромагнитоупругое состояние пластинок, нежели действие сосредоточенных зарядов.

Список литературы

1. Ландау, Л. Д. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва : Наука, 1988. – 512 с. – (Теоретическая физика: В 10 т., Т. II).
2. Griffiths, D. J. Introduction to electrodynamics / D. J. Griffiths. – Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999. – xvi, 580 p.
3. Калоеров, С. А. Двумерные задачи электромагнитоупругости для многосвязных тел / С. А. Калоеров, А. В. Петренко. – Донецк : Юго-Восток, 2011. – 232 с.

УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ СТЕПЕНЕЙ В ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕРМОЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ

Глушанков Е.С., канд. физ.-мат. наук
ЧОУ ВО «Московский университет им. С.Ю. Витте», г. Москва, РФ
ie.glushankov@yandex.ru

Построено решение плоской задачи термоэлектромагнитоупругости с использованием метода наименьших степеней. При этом была использована известная постановка задачи и известный аппарат комплексных потенциалов термоэлектромагнитоупругости, в результате задача сводится к последовательности из двух оптимизационных задач минимизации невязки граничных условий. Были проведены численные исследования задачи термоэлектромагнитоупругости для некоторых пластинок для верификации и выявления особенностей метода наименьших степеней.

Постановка задачи. Рассматривается бесконечная многосвязная пластинка из пьезоматериала, содержащая эллиптические отверстия с контурами L_l $(l=\overline{1,\mathcal{L}})$. На контурах отверстий заданы значения температуры T_l; контуры свободны от силовых и электромагнитных воздействий. На бесконечности действует отсутствуют тепловые, силовые и электромагнитные воздействия.

Задачу определения термонапряженного состояния пластинки будем решать в несвязанной постановке: сперва решается задача теплопроводности, а затем – задача термоэлектромагнитоупругости [1, 2]. Для решения этих задач будем использовать комплексные потенциалы теплопроводности $F_5(z_5)$ и термоэлектромагнитоупругости $\Phi_k(z_k)$ $(k=\overline{1,4})$, являющиеся функциями обобщенных комплексных переменных

$$z_k = x + \mu_k y \ (k=\overline{1,5}), \tag{1}$$

где μ_5 и μ_k $(k=\overline{1,4})$ – корни характеристических уравнений плоских задач тепловодности и электромагнитоупругости соответственно [1, 2]. Тогда общая задача сводится к последовательному определению этих комплексных потенциалов из граничных условий соответствующих задач.

Функции $F_5(z_5)$ и $\Phi_k(z_k)$ определяются в многосвязных областях соответственно, получаемых из области, занимаемой пластинкой, аффинными преобразованиями (1). Эти функции имеют вид [1, 2]

$$F_5(z_5) = c_5 + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} D_{5l} w_{5l}(z_5) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} c_{5ln} \varphi_{5ln}(z_5), \tag{2}$$

$$\Phi_k(z_k) = N_k(z_k) + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} a_{kln} \varphi_{kln}(z_k), \tag{3}$$

где c_5, D_{5l}, c_{5ln} – неизвестные постоянные, которые определяются из граничных условий задачи теплопроводности; a_{kln} – неизвестные постоянные, которые определяются из граничных условий задачи термоэлектромагнитоупругости; $w_{5l}(z_5)$, $\varphi_{5ln}(z_5)$, $N_k(z_k)$, $\varphi_{kln}(z_k)$ – известные функции.

Решение задачи. Неизвестные постоянные c_5, D_{5l}, c_{5ln}, a_{kln} можно определять с помощью метода наименьших степеней. Для этого на каждом из контуров L_j ($j=\overline{1,\mathcal{L}}$) выбирается система из $\mathcal{M}_j$ «коллокационных» точек $M_{jm}(x_{jm}, y_{jm})$ ($m=\overline{1,\mathcal{M}_j}$), в которых минимизируются невязки граничных условий соответствующих задач. Тогда после подстановки функций (2) и (3) в граничные условия задача определения термонапряженного состояния пластинки сводится к последовательному решению двух оптимизационных задач:

$$J_T \to \min, \tag{4}$$

$$J_E \to \min, \tag{5}$$

где

$$J_T = \sum_{j=1}^{\mathcal{L}} \sum_{m=1}^{\mathcal{M}_j} \left| 2c_5 + 2\,\mathrm{Re} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} w_{5l}(\tau_{5jm}) D_{5l} + 2\,\mathrm{Re} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{5ln}(\tau_{5jm}) c_{5ln} - T_l \right|^q, \tag{6}$$

$$\begin{aligned} J_E = \sum_{j=1}^{\mathcal{L}} \sum_{m=1}^{\mathcal{M}_j} \Bigg| & 2\,\mathrm{Re} \sum_{k=1}^{4} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} d_{kjp} \delta_{k,s}(\tau_{kjm}) \varphi'_{kln}(\tau_{kjm}) a_{kln} + \\ & + 2\,\mathrm{Re} \sum_{k=1}^{4} d_{kjp} \delta_{k,s}(\tau_{kjm}) N'_k(\tau_{kjm}) + \\ & + 2\,\mathrm{Re}\, d_{5jp} \delta_{5,s}(\tau_{5jm}) r_5 F_5(\tau_{5jm})) \Bigg|^q; \end{aligned} \tag{7}$$

d_{kjp} – известные постоянные, определяемые типом граничных условий; $\tau_{kjm} = x_{jm} + \mu_k y_{jm}$ ($k=\overline{1,5}$); q – степень метода наименьших степеней.

В частности, при $q=2$ получаем метод наименьших квадратов, тогда минимизация невязок может быть осуществлена с помощью построения и решения системы нормальных уравнений [1] или переопределенной системы уравнений [2]). А в общем случае минимизацию можно осуществлять с помощью итерационного метода, например, метода градиентного спуска по формуле [3]

$$\mathbf{a}^{(i+1)} = \mathbf{a}^{(i)} - \alpha^{(i)} \nabla J(\mathbf{a}^{(i)}) \tag{8}$$

или метода Ньютона по формуле [3]

$$\mathbf{a}^{(i+1)} = \mathbf{a}^{(i)} - \mathbf{H}^{-1}(J(\mathbf{a}^{(i)})) \nabla J(\mathbf{a}^{(i)}). \tag{9}$$

Здесь $\mathbf{a}^{(i)}$ – вектор неизвестных постоянных на i -м итерационном шагу; для задачи теплопроводности следует положить

$$J = J_T, \quad \mathbf{a}^{(i)} = \left(c_5, \{D_{5l}\}, \{c_{5ln}\}\right)^T,$$

а для задачи термоэлектромагнитоупругости –

$$J = J_E, \quad \mathbf{a}^{(i)} = \left(\{a_{kln}\}\right)^T;$$

$\alpha^{(i)}$ – скорость градиентного спуска; $\mathbf{H}(J(\mathbf{a}^{(i)}))$ – матрица Гессе для функции J; $\mathbf{a}^{(0)}$ – некоторое начальное приближение, например, $\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{0}$.

Итерационный процесс завершается, когда выполнено условие $\left\|\mathbf{a}^{(i)} - \mathbf{a}^{(i-1)}\right\| < \varepsilon$, где ε – наперед заданное малое значение.

Известно, что метод градиентного спуска обладает линейной скоростью сходимости, метод Ньютона – квадратичной [3].

Описание результатов численных исследований. Для проведения численных исследований были выбраны случаи $q = 1, 2, 3, 4$.

При $q = 1$ получаем метод наименьших модулей. При этом, поскольку в этом случае $\mathbf{H}(J(\mathbf{a}^{(i)})) = \mathbf{0}$, то применение метода Ньютона невозможно. В то же время, для применения градиентного спуска необходима непрерывность ∇J. Т.к. в действительности компоненты ∇J являются разрывными функциями, в малых окрестностях точек разрыва они были скорректированы до непрерывности.

При $q = 2$ матрица Гессе $\mathbf{H}(J(\mathbf{a}^{(i)})) = const$, т.е. её значения не зависят от шага, поэтому матрица $\mathbf{H}^{-1}(J(\mathbf{a}^{(i)}))$ может быть вычислена один раз, что позволяет сохранить высокую скорость расчетов.

При $q = 3$ и $q = 4$ расчет матрицы Гессе и ее обращение осуществляются на каждом шагу, что резко замедляет скорость вычислений.

Были проведены численные исследования для ряда задач для пластинки с одним и двумя круговыми отверстиями. Результаты, полученные с применением рассмотренных методов, согласуются с известными результатами.

Список литературы

1. Калоеров, С. А. Плоская задача термоэлектромагнитоупругости для многосвязных сред / С. А. Калоеров, О. А. Сорочан // Прикладная механика. – 2009. – Т. 45, № 4. – С. 81–91.
2. Калоеров, С. А. Действие линейного потока тепла в пьезопластинках с отверстиями и трещинами / С. А. Калоеров, Е. С. Глушанков // Вестник Донецкого национального унтверситета. Серия А: Естественные науки. – 2018. – № 1. – С. 15–26. – EDN XYKGAP.
3. Васильев, Ф. П. Методы оптимизации : в 2 кн. Кн. 1 / Ф. П. Васильев. – Москва : МЦНМО, 2011. – 620 с.

УДК 539.3

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ СОСРЕДОТОЧЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА НА ИЗОТРОПНЫЕ ПЛАСТИНЫ

Гольцев А.С., д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0007-7340-6270
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
asgoltsev@mail.ru

Введение. Сосредоточенные изгибающие моменты возникают в тонкостенных элементах конструкций в тех местах, где имеет место локализация силовых нагрузок. Это различного рода крепления, стыки элементов, зоны контакта деталей и т.д. Для обеспечения надёжности всей конструкции необходимо иметь точные методы расчёта напряжённо-деформированного состояния в этих локальных зонах. Этим и обусловлена актуальность рассматриваемой задачи.

Цель публикации – описать математическую и компьютерную модель сосредоточенного воздействия изгибающего момента на изотропные пластины. Описана методика визуализации распределения моментов и поперечных усилий в локальной области места сосредоточенного воздействия.

Основная часть. Рассмотрим тонкую изотропную пластину толщиной h, нагруженную сосредоточенным изгибающим моментом. Начало декартовой системы координат в срединной плоскости расположим в точке приложения сосредоточенного воздействия, которое находится на значительном удалении от внешнего граничного контура. Используем классическую теорию изотропных пластин [1] с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν. В случае действия лишь поперечной силовой нагрузки (Z) необходимо рассматривать задачу изгиба для пластин. Разрешающее уравнение задачи изгиба изотропных пластин в безразмерной системе координат (Ox_1x_2), определённой с точностью до величины h, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} = 12\left(1-\nu^2\right)Z, \qquad (1)$$

где w – безразмерный прогиб; Z – усилие вдоль координатной оси x_3, определённое с точностью до множителя E.

В случае действия в начале координат единичной поперечной сосредоточенной силы нагрузка определяется формулой [2]

$$Z = \delta(x_1, x_2),$$

где $\delta(x_1, x_2)$ – дельта-функция Дирака.

Модель сосредоточенного изгибающего момента m_1 построена как предел сближения двух одинаковых по модулю поперечных сосредоточенных сил, действующих в точках на оси x_1 и имеющих противоположное направление. В этом случае для единичного изгибающего момента, действующего в начале координат, нагрузка определяется формулой [2]

$$Z = \delta'(x_1)\delta(x_2). \tag{2}$$

Решение дифференциального уравнений (1) с правой частью (2) находится с помощью двумерного интегрального преобразования Фурье. В пространстве трансформант решается алгебраическое уравнение и находится трансформанта перемещения $\widetilde{w}$. Она имеет следующий вид:

$$\widetilde{w} = \frac{12\left(1-\nu^2\right)}{2\pi}\frac{-i\xi_1}{\left(\xi_1^2+\xi_2^2\right)^2}, \tag{3}$$

где ξ_1 и ξ_2 – переменные в пространстве трансформант.

С помощью трансформанты перемещения (3) определяются трансформанты изгибающих моментов $\widetilde{M}_1$, $\widetilde{M}_2$, крутящего момента $\widetilde{H}$ и трансформанты перерезывающих сил $\widetilde{Q}_1$, $\widetilde{Q}_2$.

$$\widetilde{M}_1 = \frac{1}{2\pi}\frac{(-i\xi_1)\left(\xi_1^2+\nu\xi_2^2\right)}{\left(\xi_1^2+\xi_2^2\right)^2}; \qquad \widetilde{M}_2 = \frac{1}{2\pi}\frac{(-i\xi_1)\left(\nu\xi_1^2+\xi_2^2\right)}{\left(\xi_1^2+\xi_2^2\right)^2};$$

$$\widetilde{H} = \frac{(1-\nu)}{2\pi}\frac{-i\xi_1^2\xi_2}{\left(\xi_1^2+\xi_2^2\right)^2}; \quad \widetilde{Q}_1 = \frac{1}{2\pi}\frac{-\xi_1^2}{\left(\xi_1^2+\xi_2^2\right)}; \quad \widetilde{Q}_2 = \frac{1}{2\pi}\frac{-\xi_1\xi_2}{\left(\xi_1^2+\xi_2^2\right)}. \tag{4}$$

Применяя процедуру обращения к решению (4) [2], находим оригиналы внутренних силовых факторов в полярной системе координат (r,φ), которые даются следующими формулами:

$$M_1(r,\varphi) = \frac{1}{4\pi}\frac{\cos\varphi}{r}\left[-2+(1-\nu)\cos 2\varphi\right];$$

$$M_2(r,\varphi) = \frac{1}{4\pi}\frac{\cos\varphi}{r}\left[-2\nu-(1-\nu)\cos 2\varphi\right];$$

$$H = \frac{1-\nu}{4\pi}\frac{1}{r}\sin\varphi\cos 2\varphi; \qquad Q_1 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{r^2}\cos 2\varphi; \qquad Q_2 = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{r^2}\sin 2\varphi.$$

Из представленной структуры следует, что полученное решение для изгибающих и крутящего моментов в окрестности точки приложения сосредоточенного момента m_1 обладает особенностью r^{-1}, а для перерезывающих усилий – r^{-2}.

Для визуализации распределения рассмотренных внутренних силовых факторов используется команда PLOT3D и графическая структура трёхмерной графики типа GRID системы компьютерной математики Maple.

На рисунках 1 – 5 показано распределение моментов M_1, M_2, H и перерезывающих сил Q_1 и Q_2 соответственно. Значения моментов даны с точность до множителя Eh^2, перерезывающих сил – Eh, X и Y – безразмерные координаты.

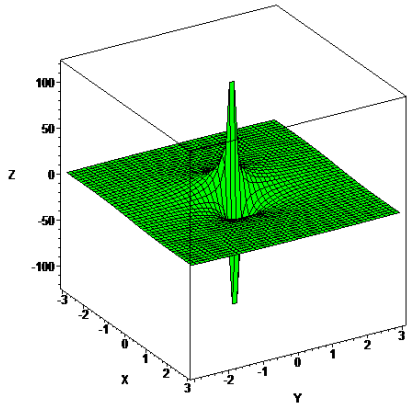


Рис. 1

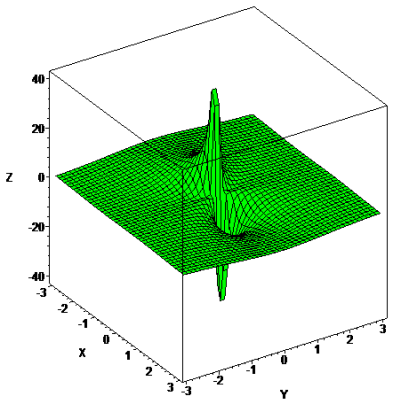


Рис. 2

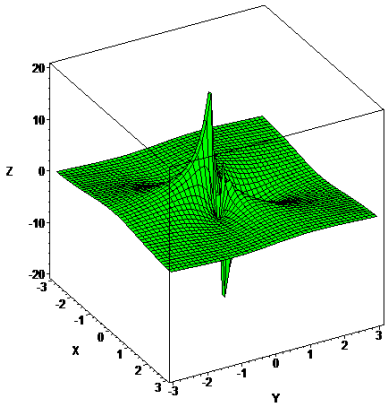


Рис. 3

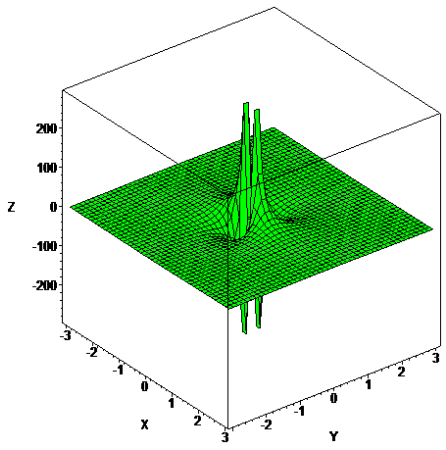


Рис. 4

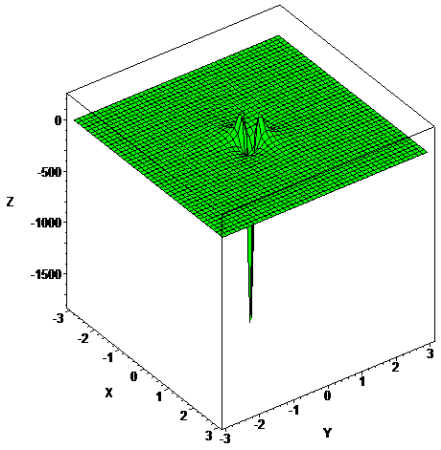


Рис. 5

Заключение. Построена компьютерная модель сосредоточенного воздействия изгибающего момента в изотропной пластине. Определена асимптотика изменения моментов и перерезывающих сил в окрестности точки приложения сосредоточенного момента.

Информация о финансовой поддержке: *Исследование проводилось в рамках государственного задания (№ FRRE-2026-0021).*

Список литературы

1. Тимошенко, С. П. Пластины и оболочки / С. П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – Москва : Наука, 1966. – 636 с.
2. Шевченко, В. П. Интегральные преобразования в теории пластин и оболочек: учеб. пособие / В. П. Шевченко. – Донецк : ДонГУ, 1977. – 116 с.

УДК 539.3:534.1

БАЗИСНЫЕ РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ПОЛЫХ ЦИЛИНДРАХ, ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА КОТОРЫХ СВОБОДНЫ ОТ ОГРАНИЧЕНИЙ

***Дзундза А.И.*[1],** д-р пед. наук, проф., ORCID 0000-0003-1950-3735,
***Моисеенко В.А.*[2],** канд. физ.-мат. наук, доц.,
***Моисеенко И.А.*[1],** д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-9115-7801
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]«Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» – филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Макеевка, ДНР, РФ
miamia733@mail.ru

С использованием предложенных специальных моделей радиальной неоднородности изотропного материала для случая осесимметричных нормальных упругих волн, распространяющихся в протяженном цилиндре с концентрическим круговым поперечным сечением, в работе [1] построены в аналитическом виде базисные наборы частных решений уравнений соответствующих математических моделей. Ограничением использования указанных решений являются сформулированные в работе достаточные условия несильной радиальной функциональной неоднородности материала волновода. В данной работе на основе предложенной в [2] методики использования полиномиального вида конформных отображений единичного круга на псевдоэллипсы с заданными характеристиками, построены в аналитическом виде базисные наборы частных решений уравнений математических моделей, описывающих процессы распространения осесимметричных нормальных упругих волн в полых функционально-градиентных изотропных цилиндрах.

Рассматриваются осесимметричные нормальные упругие волны с круговой частотой ω и продольным волновым числом k $\left(k\in\mathbb{C}\right)$, распространяющиеся в изотропном протяженном полом цилиндре с внутренним R_1 и внешним R_2 радиусами. В безразмерной цилиндрической системе координат $Or\theta z$ волновод занимает область $V=\left\{r\in\left[1-h,1+h\right],\ \theta\in\left[-\pi,\pi\right],\ z\in\left(-\infty,\infty\right)\right\}$, где $h=\left(R_2-R_1\right)/\left(R_1+R_2\right)$. Материал волновода считается функционально радиально неоднородным

$$\lambda(r)=C_*\,\tilde{\lambda}(r),\quad \mu(r)=C_*\,\tilde{\mu}(r),\quad \rho(r)=\rho_*\,\tilde{\rho}(r)\quad \left(r\in\left[1-h,1+h\right]\right). \tag{1}$$

Здесь

$$\tilde{\lambda}(r)>0,\quad \tilde{\mu}(r)>0,\quad \tilde{\rho}(r)>0\quad \left(r\in\left[1-h,1+h\right]\right) \tag{2}$$

относятся к классу $C^{\infty}\left(1-\tilde{\delta},1+\tilde{\delta}\right)$ для некоторого $\tilde{\delta}>1$.

Вводится замена переменных $r=1+h\,x$, где $x\in\left[-1,1\right]$ – обобщенная кольцевая координата. В случае волн крутильного и продольно-сдвигового типов целевая задача сводится к построению базисных наборов частных решений соответственно обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$\tilde{\mathrm{D}}^{(TW)}\left(x\right)\tilde{u}_{\theta}^{(TW)}\left(x\right)=0, \tag{3}$$

относительно радиальной амплитудной составляющей $\tilde{u}_{\theta}^{(TW)}\left(x\right)$ компоненты вектора перемещений

$$u_{\theta}^{(TW)}\left(x,z,t\right)=\exp\left(-i\,\omega t+i\,k\,z\right)\tilde{u}_{\theta}^{(TW)}\left(x\right), \tag{4}$$

а также записанной в векторной форме системы из двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$\tilde{\mathbf{D}}^{(LSW)}\left(x\right)\bullet\tilde{\mathbf{U}}^{(LSW)}\left(x\right)=\mathbf{O} \tag{5}$$

относительно вектора $\tilde{\mathbf{U}}^{(LSW)}\left(x\right)=\left[\tilde{u}_{r}^{(LSW)}\left(x\right),\tilde{u}_{z}^{(LSW)}\left(x\right)\right]^{T}$ с радиальными амплитудными составляющими компонент вектора перемещений

$$\mathbf{U}^{(LSW)}\left(x,z,t\right)=\exp\left(-i\,\omega t+i\,k\,z\right)\mathbf{P}_{U}^{(LSW)}\,\tilde{\mathbf{U}}^{(LSW)}\left(x\right). \tag{6}$$

Вводятся в рассмотрение декартова система координат Oxy и комплексная переменная $\xi=x+iy$. Формально полагается, что оси Ox систем координат $Ox\theta z$ и Oxy совпадают. Рассматривается аналитическое продолжение на плоскость переменной ξ функциональных законов (2) в аналитические в эллиптической области $\xi\in\mathrm{P}$ $\left(\left[1-h,1+h\right]\subset\mathrm{P}\right)$ функции $\hat{\lambda}\left(\xi\right)$, $\hat{\mu}\left(\xi\right)$, $\hat{\rho}\left(\xi\right)$, а также дифференциальных операторов уравнений (3) и (5) в дифференциальные операторы $\hat{\mathrm{D}}^{(TW)}\left(\xi\right)$ и $\hat{\mathbf{D}}^{(LSW)}\left(\xi\right)$.

Следующий этап предусматривает введение в рассмотрение декартовой системы координат $O\upsilon_{1}\upsilon_{2}$ и комплексной переменной $\varsigma=\upsilon_{1}+i\,\upsilon_{2}$, а также описанного в работе [2] конформного отображения

$$\Phi\left(\varsigma\right)=\sum_{n=1}^{N}b_{n}\,\varsigma^{2n-1}\quad\left(2\le N<\infty\right) \tag{7}$$

единичного круга $\left|\varsigma\right|\le 1$ в псевдоэллипс $\xi\in\Theta$ с заданными характеристикам $\Phi\left(\pm 1\right)=\pm 1$, $\Phi\left(\pm i\right)=\pm\nu i$ $\left(0<\nu<1\right)$, $\lim\limits_{N\to\infty}\left(\upsilon\right)=0$. В соотношении (7) $b_{n}\in\mathbb{R}$ $\left(n=\overline{1,N}\right)$, $b_{N}\neq 0$. Полагается, что $\Theta\subset\mathrm{P}$. С использованием конформного отображения (7) дифференциальные операторы $\hat{\mathrm{D}}^{(TW)}\left(\xi\right)$ и $\hat{\mathbf{D}}^{(LSW)}\left(\xi\right)$ преобразуются соответственно к виду

$$\widehat{\mathrm{D}}^{(TW)}(\varsigma)=\widehat{f}^{(2)}(\varsigma)d_{\varsigma}^{2}+\widehat{f}^{(1)}(\varsigma)d_{\varsigma}+\widehat{f}^{(0)}(\varsigma); \tag{8}$$

$$\left[\widehat{\mathbf{D}}^{(LSW)}(\varsigma)\right]_{jj}=\widehat{f}_{jj}^{(2)}(\varsigma)d_{\varsigma}^{2}+\widehat{f}_{jj}^{(1)}(\varsigma)d_{\varsigma}+\widehat{f}_{jj}^{(0)}(\varsigma)\quad (j=1,2),$$

$$\left[\widehat{\mathbf{D}}^{(LSW)}(\varsigma)\right]_{mn}=\widehat{f}_{mn}^{(1)}(\varsigma)d_{\varsigma}+\widehat{f}_{mn}^{(0)}(\varsigma)\quad (m\neq n=1,2). \tag{9}$$

Здесь $\widehat{f}^{(j)}(\varsigma)$, $\widehat{f}_{mn}^{(j)}(\varsigma)$ – аналитические в области $|\varsigma|<\widehat{\delta}$ $\left(\widehat{\delta}>1\right)$ функции. Известно, что искомые частные решения на плоскости комплексной переменной ς будут аналитическими в области $|\varsigma|<\widehat{\delta}$ функциями, если функциональные коэффициенты операторов $\widehat{\mathrm{D}}^{(TW)}(\varsigma)$ и $\widehat{\mathbf{D}}^{(LSW)}(\varsigma)$ соответственно $\widehat{f}^{(2)}(\varsigma)$ и $\widehat{f}_{jj}^{(2)}(\varsigma)$ $(j=1,2)$ не будут иметь нулей в области $|\varsigma|<\widehat{\delta}$. Это требование обеспечивается соответствующим выбором значения параметра N в представлении (7). Базисные наборы частных решений уравнений $\widehat{\mathrm{D}}^{(TW)}(\varsigma)\,\widehat{u}_{\theta}^{(TW)}(\varsigma)=0$ и $\widehat{\mathbf{D}}^{(LSW)}(\varsigma)\bullet\widehat{\mathbf{U}}^{(LSW)}(\varsigma)=\mathbf{O}$ включают соответственно два и четыре линейно независимых аналитических в области $|\varsigma|<\widehat{\delta}$ частных решения, представленных своими разложениями такого вида:

$$\widehat{u}_{\theta}^{(TW,\mathrm{particular,q})}(\varsigma)=\sum_{p=0}^{\infty}d_{p}^{(q)}\varsigma^{p}\quad \left(q=\overline{1,2}\right),\quad \left(|\varsigma|<\widehat{\delta}\right); \tag{10}$$

$$\widehat{u}_{s}^{(LSW,\mathrm{particular,q})}(\varsigma)=\sum_{p=0}^{\infty}d_{p}^{(s,q)}\varsigma^{p}\quad \left(s=r,z;\ q=\overline{1,4}\right),\quad \left(|\varsigma|<\widehat{\delta}\right). \tag{11}$$

Для наборов коэффициентов $\left\{d_{p}^{(q)}\right\}_{p=0}^{\infty}$ $\left(q=\overline{1,2}\right)$ и $\left\{d_{p}^{(s,q)}\right\}_{p=0}^{\infty}$ $\left(s=r,z;\ q=\overline{1,4}\right)$ в явном виде получены рекуррентные соотношения.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (№ FRRE-2026-0021).*

Список литературы

1. Дзундза, А. И. Осесимметричные нормальные волны в протяженных полых цилиндрах с многофакторной функциональной радиальной неоднородностью изотропного материала / А. И. Дзундза, В. А. Моисеенко, И. А. Моисеенко, Р. Н. Нескородев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2025. – № 3 (92). – С. 103–120. – DOI 10.24412/0136-4545-2025-3-103-120. – EDN MBQYNV.
2. Моисеенко, И. А. Методика применения полиномиального вида конформных отображений в задачах о распространении нормальных волн в протяженных радиально-неоднородных цилиндрах кольцевого сечения / И. А. Моисеенко, А. И. Дзундза // Математическое моделирование и биомеханика в современном университете: тезисы докладов XX Всероссийской школы, (пос. Дивноморское, 25 – 30 мая 2026 г.) / ред.: А.О. Ватульян, М. И. Карякин, Р. М. Мнухин. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Изд-во Южного федерального университета, 2026. – С. 70. – EDN FBRVZJ.

УДК 539.3

ИЗГИБ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ПЬЕЗОПОЛУПЛОСКОСТИ С УПРУГИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Ермаков О.Э., ORCID 0009-0007-4854-4209,
Мироненко А.Б., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0002-1824-0136
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
ermakov.donetsk@gmail.com, a.b.mironenko@mail.ru

Введение. Тонкие плиты из пьезоматериалов с инородными включения из других материалов получили широкое распространение при изготовлении элементов современных конструкций. Такие включения часто располагаются вблизи прямолинейных границ элементов. Под действием различных сил и электромагнитных полей вблизи включений могут возникать высокие концентрации напряжений, что может приводить к разрушению элементов конструкций, что нужно учитывать при проектировании конструкций. Как показывают исследования, наиболее достоверные результаты при определении электромагнитоупругого состояния (ЭМУС) многосвязных тонких плит получаются при решении задач с использованием комплексных потенциалов электромагнитоупругости [1]. Здесь с использованием этих функций решается задача об ЭМУС пьезополуплоскости с упругими включениями.

Постановка и решение задачи. Рассмотрим отнесенную к прямоугольной декартовой системе координат Oxy пьезоплиту, занимающую нижнюю полуплоскость S, ограниченную прямолинейной границей L^+, параллельной оси Ox, контурами эллиптических отверстий L_l $\left(l=\overline{1,\mathcal{L}}\right)$ с полуосями a_l, b_l (рис. 1). В отверстия вложены включения из других пьезоматериалов с областями $S^{(l)}$, находящиеся с плитой в условиях идеального электромагнитоупругого контакта. В частном случае эллиптические включения могут переходить в линейные. Каждое включение отнесем к локальной системе координат $O_l x_l y_l$ $\left(l=\overline{1,\mathcal{L}}\right)$ с началом в центре эллипса L_l и осями $O_l x_l$ вдоль полуосей a_l. Тогда уравнения эллипсов L_l в локальных и основной системах координат будут такими:

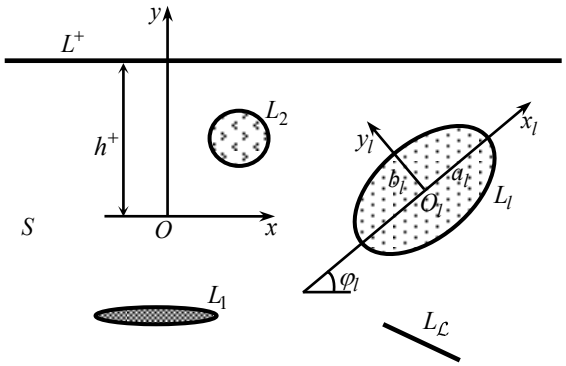


Рис. 1

$$x_l = a_l\cos\theta\,,\quad y_l = b_l\sin\theta\,; \tag{1}$$

$$x = x_{0l} + x_l\cos\varphi_l - y_l\sin\varphi_l\,,\quad y = y_{0l} + x_l\sin\varphi_l + y_l\cos\varphi_l\,, \tag{2}$$

где θ – параметр, изменяющийся в интервале от 0 до 2π; φ_l – угол между положительными направлениями осей Ox и $O_l x_l$, отсчитываемый от оси Ox против часовой стрелки; x_{0l}, y_{0l} – координаты начала локальной системы $O_l x_l y_l$ в основной системе координат Oxy. На бесконечности полуплоскость находится под действием механических моментов M_x^{∞} и моментов индукций M_{dx}^{∞}, M_{bx}^{∞}, а прямолинейная граница не загружена.

Используя свойства комплексных потенциалов и методы конформных отображений, для производных комплексных потенциалов задачи получим выражения

$$W_k''(z_k) = \Gamma_k + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\varphi'_{kln}(z_k) a_{kln} + \varphi'^{+}_{kln}(z_k) b_{kln} \right],$$

$$W_k''^{(l)}\left(z_k^{(l)}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi'^{(l)}_{kn}\left(z_k^{(l)}\right) a_{kn}^{(l)} \quad \left(k = \overline{1,4}\right), \tag{3}$$

в которых Γ_k – известные постоянные, вычисляемые по значениям моментов на бесконечности [2],

$$\varphi'_{kln}(z_k) = -\frac{n}{\zeta_{kl}^{n-1} R_{kl}\left(\zeta_{kl}^2 - m_{kl}\right)},$$

$$\varphi'^{(l)}_{kn}\left(z_k^{(l)}\right) = n\left(z_k^{(l)} - z_{k0}^{(l)}\right)^{n-1} \quad \left(l = \overline{1,\mathcal{L}}\right),$$

ζ_{kl} – переменные, определяемые из неявных зависимостей

$$z_k = z_{kl0} + R_{kl}\left(\zeta_{kl} + \frac{m_{kl}}{\zeta_{kl}}\right); \tag{4}$$

$$z_{kl0} = x_{0l} + \mu_k y_{0l},$$

$$R_{kl} = \frac{a_l\left(\cos\varphi_l + \mu_k \sin\varphi_l\right) + i b_l\left(\sin\varphi_l - \mu_k \cos\varphi_l\right)}{2},$$

$$m_{kl} = \frac{a_l\left(\cos\varphi_{_l} + \mu_k \sin\varphi_l\right) - i b_l\left(\sin\varphi_l - \mu_k \cos\varphi_l\right)}{2R_{kl}};$$

a_{kln}, b_{kln} и $a_{kn}^{(l)}$ – неизвестные коэффициенты рядов, которые определим из граничных условий на прямолинейной границе и на контурах контактов плиты S и включений $S^{(l)}$. Удовлетворив этим условиям обобщенным методом наименьших квадратов, для определения последних коэффициентов получим переопределенную систему линейных алгебраических уравнений, решаемой методом сингулярных разложений. По известным коэффициентам, а следовательно, и комплексным потенциалам можно найти изгибающие моменты и моменты индукций и напряженностей в любой точке плиты.

Проведены многочисленные исследования по ЭМУС полуплоскости с включениями из других материалов. При проведении численных исследований коэффициенты упругости включений связывались со свойствами материала полуплоскости соотношениями $s_{ij}^{(l)} = \lambda_s^{(l)} s_{ij}$, где $\lambda_s^{(l)}$ – параметры, связывающие постоянные включений с областями $S^{(l)}$ с постоянными полуплоскости с областью S. На рис. 2 изображены графики распределения моментов M_θ в плите-матрице около контура кругового включения для некоторых значений c_1 / a_1 при $\lambda_s^{(1)} = \infty$ (сплошные линии), $\lambda_s^{(1)} = 0$ (штриховые линии), $\lambda_s^{(1)} = 2$ (пунктирные линии) и $\lambda_s^{(1)} = 0{,}5$ (штрих-пунктирные линии). Отрицательные значения c_1 / a_1 соответствуют случаям, когда включение выходит за прямолинейную границу.

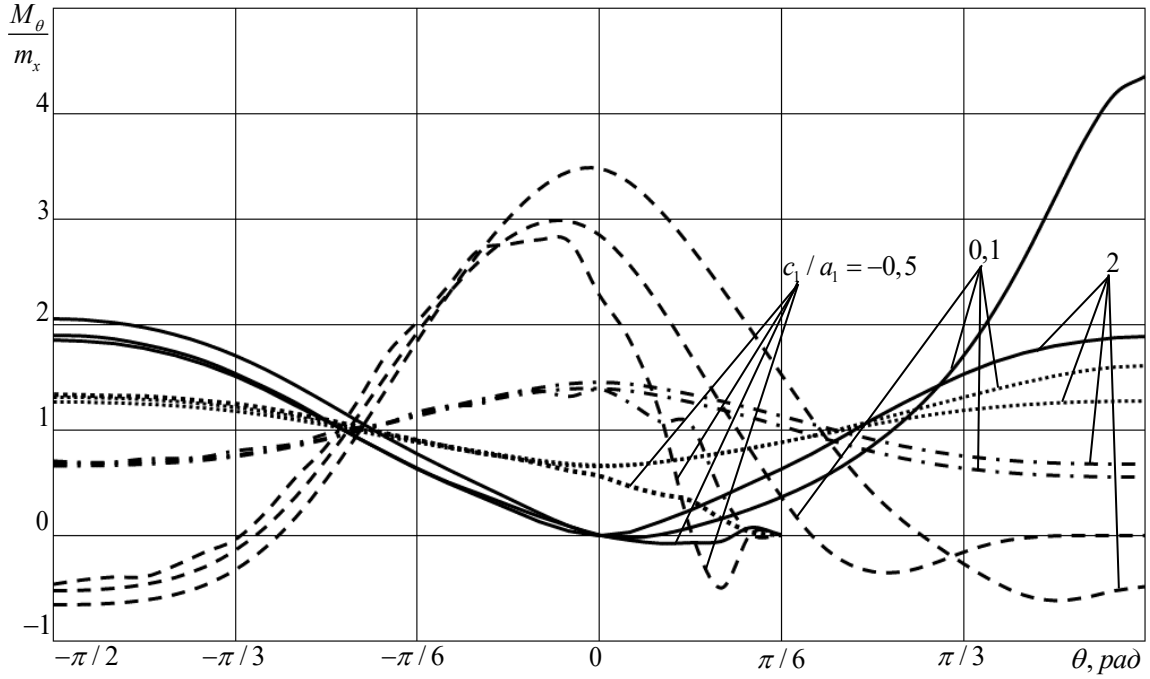


Рис. 2. Графики распределения моментов M_θ около контура включения для некоторых значений параметра для некоторых значений отношения c_1 / a_1

Как видно из рис. 2, при приближении включения к прямолинейной границе значения моментов M_θ для мягкого включения резко возрастают в точках перемычки и незначительно изменяются в других точках.

Список литературы

1. Калоеров, С. А. Основные соотношения прикладной теории изгиба тонких электромагнитоупругих плит / С. А. Калоеров // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2022. – № 1. – С. 20–38. – EDN EZZZBN.
2. Калоеров, С. А. Решение задачи об электромагнитоупругом изгибе многосвязной плиты / С. А. Калоеров, А. В. Сероштанов // Прикладная математика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, № 4. – С. 143–155. – DOI 10.15372/PMTF20220415. – EDN LWKFFP.

УДК 539.3

АНТИПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПОЛОСТЯМИ И ПЛОСКИМИ ТРЕЩИНАМИ

Калоеров С.А., д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-1339-6035,
Гапотченко Я.И., ORCID 0009-0001-9958-029X
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
kaloerov@mail.ru, yakov.gapotchenko@gmail.com

Введение. Зачастую в качестве элементов конструкций современной техники используются упругие тела с отверстиями и трещинами из анизотропных композиционных материалов, находящиеся в условиях антиплоской деформации. Около таких отверстий и трещин возникают высокие концентрации напряжений, которые необходимо учитывать при проектировании конструкций. Задачи такого характера решаются с использованием комплексных потенциалов [1].

В данной работе с использованием этих функций и удовлетворением граничным условиям обобщенным методом наименьших квадратов решена задача об антиплоской деформации полупространства с эллиптическими полостями и плоскими трещинами, в том числе выходящими на его плоскую границу.

Постановка и метод решения. Рассмотрим находящееся в условиях антиплоской деформации полупространство, поперечным сечением которого является нижняя полуплоскость с прямолинейной границей L^+ и эллиптическими отверстиями L_l с полуосями a_l, b_l $\left(l=\overline{1,\mathcal{L}}\right)$ (рис. 1). Отдельные эллипсы могут переходить в прямолинейные разрезы.

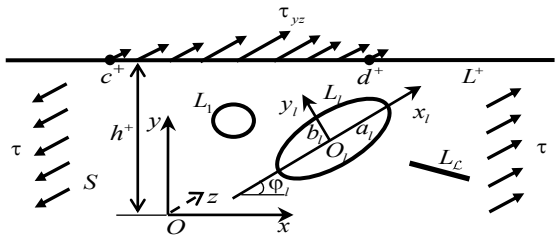


Рис. 1

Отнесем полуплоскость к системе координат Oxy с центром в произвольной точке полуплоскости на расстоянии h^+ от прямолинейной границы и осью Ox, параллельной прямолинейной границе и будем считать, что на бесконечности полупространство нагружено усилиями $\tau_{xz}^{\infty}=\tau$.

При использовании комплексного потенциала исследование напряженного состояния полупространства сводится к определению функции $\Phi_3\left(z_3\right)$ обобщенного комплексного переменного $z_3=x+\mu_3 y$, где

μ_3 – один из корней характеристического уравнения $a_{55}\mu^2 - 2a_{45}\mu + a_{44} = 0$ (второй корень ему сопряженный).

Учитывая общие представления комплексных потенциалов антиплоской деформации [1, 2], комплексный потенциал рассматриваемой задачи представим в виде

$$\Phi_3(z_3) = \Gamma_3 z_3 + \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\varphi_{3ln}(z_3) a_{3ln} + \varphi^+_{3ln}(z_3) b_{3ln} \right),$$

где Γ_3 – постоянная, определяемая в данном случае из системы уравнений $2\mathrm{Re}(\mu_3, -1)\Gamma_3 = (\tau,\ 0),;$ $\varphi_{3ln}(z_3) = \zeta_{3l}^{-n}$, $\varphi^+_{3ln}(z_3) = \left(\zeta^+_{3l}\right)^{-n};$ ζ_{3l} и ζ^+_{3l} – переменные, определяемые из конформных отображений внешности единичного круга на внешности заданных контуров L_l и симметричных им относительно границы полуплоскости контуров L_l^+ верхней полуплоскости; a_{3ln}, b_{3ln} – неизвестные коэффициенты рядов Лорана, находимые из граничных условий на контурах отверстий и на прямолинейной границе обобщенным методом наименьших квадратов. После этого функция $\Phi_3(z_3)$ становится известной и по ней в любой точке можно найти основные напряжения τ_{xz} и τ_{yz}, а по ним и напряжения τ_{nz} и τ_{sz} на любых площадках с нормалью n и касательной s.

Были проведены численные исследования напряженного состояния полупространства с круговой полостью радиуса a_1 и полупространства с такой же полостью и краевой трещиной длины a_1, выходящей из полости в сторону плоской границы. При проведении исследований количество членов в рядах комплексных потенциалов и количество коллокационных точек на контурах отверстий и на коллокационном отрезке прямолинейной границы увеличивалось до тех пор, пока граничные условия на контурах отверстий и на прямолинейной границе не удовлетворялись с высокой степенью точности. Для этого в рядах оставлялось от 20 до 120 членов, коллокационных точек бралось от 100 до 800.

На рис. 2 и рис. 3 изображены соответственно графики распределения напряжений τ_{sz} на площадках, перпендикулярных к контуру круговой полости в полупространстве, и напряжений τ_{xz} по отрезку прямолинейной границы при различных c_1 / a_1 и G_{xz} / G_{yz}, равных 10 (сплошные линии), 1 (пунктирные линии), 0,1 (штрих-пунктирные линии). Как видно, приближение полости к плоской границе приводит к росту напряжений в точках перемычки и вблизи этой границы; выход полости на плоскую границу приводит к резкому уменьшению напряжений около поверхности полости и около плоской границы; уменьшение глубины образовавшегося выема приводит к дальнейшему уменьшению этих напряжений.

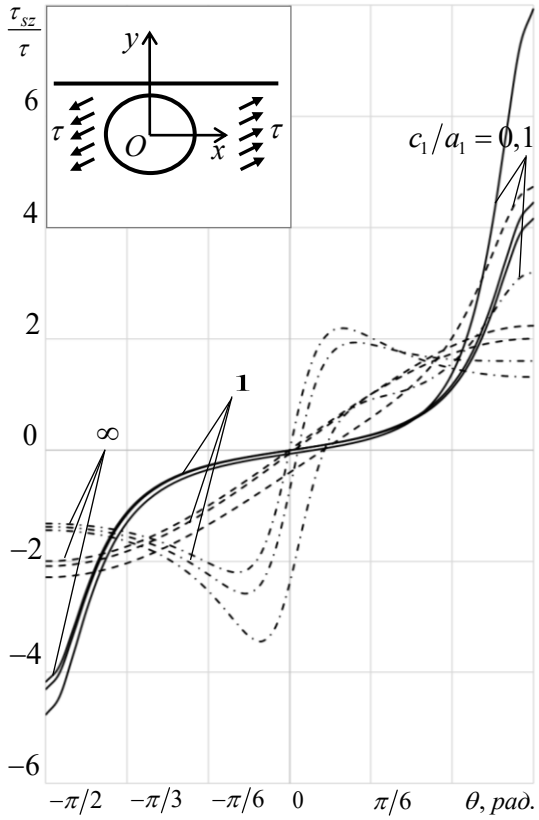


Рис. 2

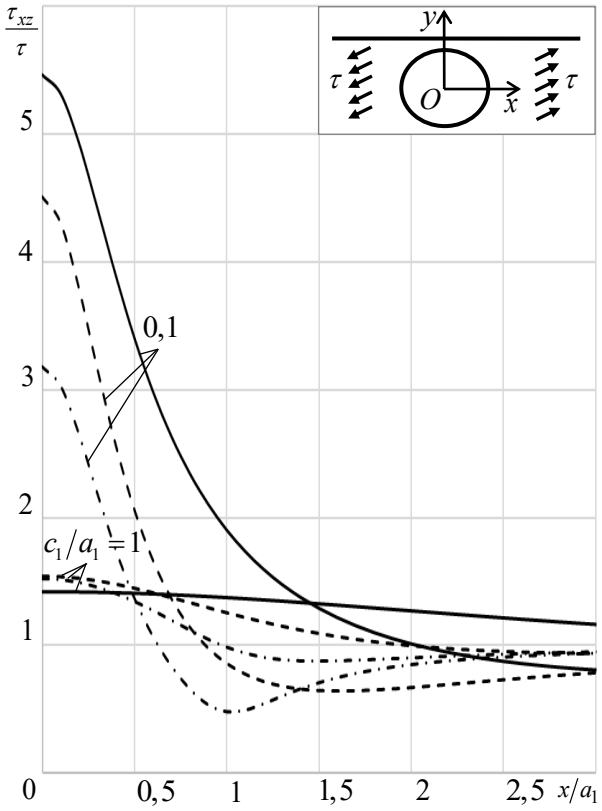


Рис. 3

Были проведены исследования по распределению напряжений и в полупространстве с круговой полостью и краевой трещиной из нее в перемычке (рис. 4). Как показали исследования для этого случая, приближение полости с трещиной в перемычке к прямолинейной границе приводит к еще более высокой концентрации напряжений в точках перемычки и около прямолинейной границы вблизи перемычки, а в остальных точках прямолинейной границы напряжения уменьшаются. Выход трещины на границу, как и в предыдущем случае, приводит к резкому уменьшению напряжений около границы. Уменьшение длины разреза между полостью и границей при $G_{xz} / G_{yz} \geq 1$ вызывает резкий рост концентрации касательных напряжений у прямолинейной границы; при $G_{xz} / G_{yz} < 1$ эти изменения незначительны.

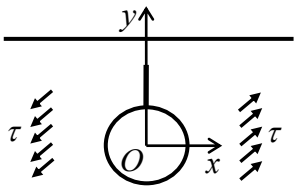


Рис. 4

Список литературы

1. Горянская, Е. С. Антиплоская деформация многосвязного анизотропного тела с продольными полостями и плоскими трещинами / Е. С. Горянская, С. А. Калоеров // Теоретическая и прикладная механика. – 1995. – Вып. 25. – С. 56–62.
2. Калоеров С. А. Основные соотношения для комплексного потенциала антиплоской деформации тела и их использование при решении задач / С. А. Калоеров, Я. И. Гапотченко // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2025. – № 2(91). – С. 35–51. – DOI 10.24412/0136-4545-2025-2-35-51. – EDN VQWZNJ.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛОСЫ С ОТВЕРСТИЯМИ, ТРЕЩИНАМИ И ВЫЕМАМИ

Калоеров С.А., д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-1339-6035,
Полянский М.А., ORCID 0009-0007-2281-3220
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
s.a.kaloerov@mail.ru, m4xpolyan@yandex.ru

Введение. В различных отраслях современной промышленности в качестве элементов конструкций широко используются пластинки с отверстиями и узкими вырезами-трещинами, около которых при эксплуатации конструкций возникают высокие концентрации напряжений, существенно изменяющаяся со временем после приложения нагрузки. Все это необходимо учитывать при проектировании конструкций исследованием вязкоупругого состояния их элементов. Решение таких задач особенно актуально в случаях, когда отверстия и трещины располагаются вблизи внешних прямолинейных границ пластинки. При этом известно, что наиболее достоверные результаты по определению напряженного пластин с отверстиями и трещинами получаются при решении соответствующих задач методами, использующими комплексные потенциалы, что и сделано ниже для анизотропной полосы с отверстиями и трещинами.

Постановка решения задачи. Рассмотрим анизотропную полосу, занимающую многосвязную область S с прямолинейными границами L^+, L^- и контурами эллиптических отверстий L_l $\left(l=\overline{1,\mathcal{L}}\right)$ с полуосями a_l, b_l (рис. 1), отнесенную к прямоугольной системе координат Oxy с началом в произвольной точке полосы на расстоянии h^+, h^- от границ L^+, L^- соответственно и осью Ox, параллельной прямолинейным границам. В частном случае эллипсы могут переходить в прямолинейные разрезы-трещины, при наличии криволинейных отверстий их контуры могут аппроксимироваться дугами эллипсов и берегами трещин. Прямолинейные границы не загружены, каждый из контуров отверстий не загружен или жестко подкреплен; на бесконечности полоса растягивается усилиями $\sigma_x^\infty = p$.

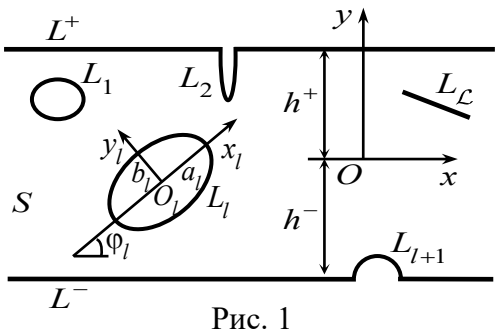


Рис. 1

Если для решения задачи о вязкоупругом состоянии полосы использовать комплексные потенциалы теории упругости анизотропного тела [1] и метод малого параметра [2], то оно сводится к определению из

соответствующих граничных условий функций $\Phi_{jk}(z_k)$ $\left(k=\overline{1,2}\right)$ обобщенных комплексных переменных [3]

$$z_k = x + \mu_k y, \qquad (1)$$

где μ_k – корни известного характеристического уравнения С. Г. Лехницкого. При этом функции $\Phi_{jk}(z_k)$ определены в многосвязных областях S_k, ограниченных прямолинейными границами L_k^+, L_k^- и контурами L_{kl}, соответствующими заданным контурам L^+, L^- и L_l при указанных аффинных преобразованиях (1). Причем, исходя из общих представлений комплексных потенциалов приближений, эти функции в данном случае можно представить в виде

$$\Phi_{jk}\left(z_k\right)=\Gamma_{jk}z_k+\sum_{l=1}^{\mathcal{L}}\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_{jkln}\varphi_{kln}\left(z_k\right)+b_{jkln}\varphi_{kln}^{+}\left(z_k\right)+c_{jkln}\varphi_{kln}^{-}(z_k)\right], \qquad (2)$$

где

$$\varphi_{kln}(z_k)=\zeta_{kl}^{-n},\quad \varphi_{kln}^{+}\left(z_k\right)=\left(\zeta_{kl}^{+}\right)^{-n},\quad \varphi_{kln}^{-}\left(z_k\right)=\left(\zeta_{kl}^{-}\right)^{-n};$$

Γ_{jk} – постоянные, определяемые решением систем линейных алгебраических уравнений 4-го порядка [3]; ζ_{kl} – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов $\left|\zeta_{kl}\right|\geq 1$ на внешности контуров L_{kl}, ζ_{kl}^{+} – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов $\left|\zeta_{kl}^{+}\right|\geq 1$ на внешности контуров L_{kl}^{+} верхней (относительно границы L_k^+) полуплоскости S_k^+, симметричных относительно прямолинейных границ L_k^+ контурам L_{kl}, ζ_{kl}^{-} – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов $\left|\zeta_{kl}^{-}\right|\geq 1$ на внешности контуров L_{kl}^{-} нижней (относительно границы L_k^-) полуплоскости S_k^-, симметричных относительно прямолинейных границ L_k^- контурам L_{kl}; a_{jkln}, b_{jkln}, c_{jkln} – неизвестные коэффициенты рядов Лорана, для определения которых используются граничные условия на прямолинейных границах и на контурах отверстий и трещин. Если для удовлетворения этим условиям использовать обобщенный метод наименьших квадратов, то для определения a_{jkln}, b_{jkln}, c_{jkln} получается переопределенная система линейных алгебраических уравнений, которую можно решать методом сингулярного разложения.

Для случая растяжения полосы усилиями $\sigma_x^{\infty}=p$ на рис. 2 для некоторых значений c/a_1, в зависимости от центрального угла θ,

отсчитываемого от оси Ox против часовой стрелки, изображены графики распределения по контуру отверстия нормальных напряжений σ_s / p на площадках, перпендикулярных к контуру, а на рис. 3 для некоторых значений c / a_1 даны графики распределения σ_x / p вдоль прямолинейной границы.

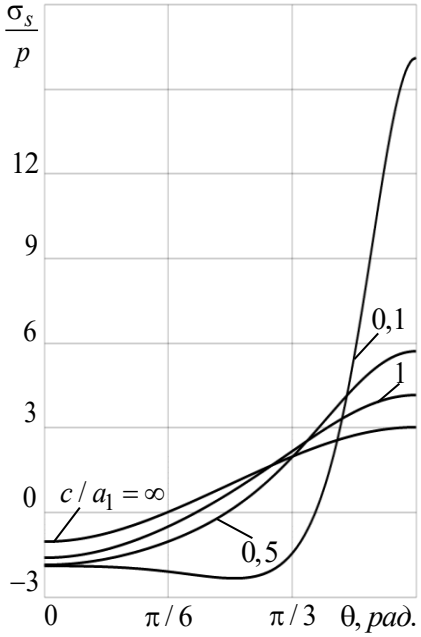


Рис. 2

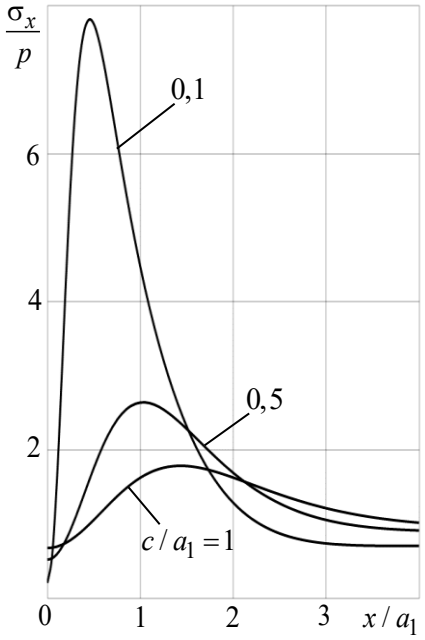


Рис. 3

Как видно, при уменьшении длины перемычек c происходит резкое увеличение значений напряжений в окрестности перемычки, особенно около контура отверстия и около прямолинейных границ, кроме окрестности точек перемычек на прямолинейных границах, где с уменьшением длин перемычек происходит резкое уменьшение значений напряжений.

Исследованиями также установлено, что жесткое подкрепление контура отверстия приводит к резкому уменьшению значений напряжений в указанных зонах. Но в этом случае со временем происходит значительные изменения значений напряжений, пока не наступит стационарное состояние, которое происходит через 200-300 часов после приложения нагрузки.

Список литературы

1. Лехницкий, С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – 2-е изд., перераб. и доп. / С. Г. Лехницкий. – Москва : Наука, 1977. – 415 с.
2. Калоеров, С. А. Определение вязкоупругого состояния анизотропной пластинки с жесткими включениями / С. А. Калоеров, М. А. Коломиец // Математические методы и физико–механические поля. – 2008. – Т. 51. № 4. – С. 202–211.
3. Калоеров, С. А. Основные соотношения для комплексных потенциалов электромагнитовязкоупругости и их использование при решении задач о действии сосредоточенных сил / С. А. Калоеров, М. А. Полянский // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2025. – № 6. – С. 152–175. – DOI 10.7868/S3034543X25060097. – EDN CBHGNX.

УДК 539.3:534.1

РЕШЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ О КРУЧЕНИИ ЦИЛИНДРА С ПРОДОЛЬНЫМИ ПОЛОСТЯМИ И ПЛОСКИМИ ТРЕЩИНАМИ

Калоеров С.А., д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-1339-6035,
Сошина Е.И., ORCID 0000-0001-5673-1433
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
kaloerov@mail.ru, ye.soshyna.tuvm@yandex.ru

Введение. Зачастую используемые в качестве элементов современных конструкций цилиндры с продольными полостями работают в условиях чистого кручения и высоких концентраций напряжений, что нужно учитывать при проектировании конструкций, а, следовательно, изучать их напряженное состояние, что эффективно можно сделать решением соответствующей задачи теории упругости применением комплексных потенциалов. В данной работе таким подходом решена циклическая задача для изотропного цилиндра с полостями и трещинами.

Постановка и метод решения задачи. Рассмотрим находящийся в условиях чистого кручения изотропный круговой кольцевой цилиндр, поперечным сечением (рис. 1) которого является многосвязная область S с контурами L^0 (внешним), L^1 (внутренним) и $\mathcal{L}$ циклически расположенных рядов эллиптических отверстий L_{lq} с углом цикличности $\alpha = 2\pi / \mathcal{L}$. В локальной системе координат параметрические уравнения эллипсов имеют вид $x_{lq} = a_{lq}\cos\theta$, $y_{lq} = b_{lq}\sin\theta$. При $b_{lq} = 0$ полости переходят в плоские трещины. Поверхности цилиндра свободны от внешних усилий, один его конец жестко закреплен, к другому приложены усилия, приводящиеся к моменту M.

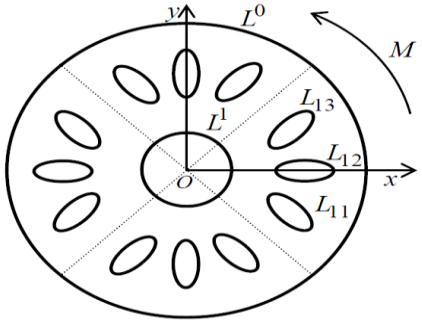


Рис. 1

Определение напряженно-деформированного состояния рассматриваемого цилиндра сводится к нахождению из соответствующих граничных условий функции $\Phi(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$. После этого в любой точке цилиндра можно найти касательные напряжения $\tau_{xz} = 2\,\mathrm{Re}\, i\left(\Phi'(z) + \gamma\bar{z}\right)$, $\tau_{yz} = -2\,\mathrm{Re}\left(\Phi'(z) + \gamma\bar{z}\right)$, где $\gamma = -G\vartheta/2$, G – модуль сдвига, $\vartheta = M / C$ – крутка, C – жесткость цилиндра.

Для рассматриваемой задачи комплексный потенциал можно представить суммами рядов Лорана для кругового кольца и для контуров циклического ряда вида

$$\Phi(z) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\varphi_n^0(z)a_n^0 + \varphi_n^1(z)a_n^1 + \sum_{q=1}^{Q} a_{1qn} \sum_{l=1}^{\mathcal{L}} \varphi_{lqn}(z) \right),$$

где $\varphi_n^0(z) = z^{\mathcal{L}n}$, $\varphi_n^1(z) = z^{-\mathcal{L}n}$, $\varphi_{lqn}(z) = \zeta_{lq}^{-n}$; ζ_{lq} – переменные, определяемые из конформных отображений внешностей единичных кругов $|\zeta_{lq}| \ge 1$ на внешности эллипсов L_{lq} по формулам

$$z = r_{lq}e^{i\varphi_{lq}} + R_{lq}\left(\zeta_{lq} + m_{1q} / \zeta_{lq}\right),$$

в которых

$$\varphi_{lq} = (l-1)\alpha + \varphi_{1q},\ R_{lq} = R_{1q}e^{i\varphi_{lq}},\ R_{1q} = \frac{a_{1q} + b_{1q}}{2},\ m_{1q} = \frac{a_{1q} - b_{1q}}{a_{1q} + b_{1q}};$$

a_n^0, a_n^1, a_{lqn} – неизвестные коэффициенты рядов Лорана, определение которых из граничных условий на контурах L^0, L^1 и L_{lq} обобщенным методом наименьших квадратов сведено к переопределенной системе линейных алгебраических уравнений [2, 3], решаемой методом сингулярного разложения.

Описание результатов численных исследований. Численные исследования были проведены для кругового кольца с одним циклическим поясом $(l = 1)$ круговых отверстий или радиальных трещин. При проведении исследований число членов в рядах и количество коллокационных точек на контурах увеличивались до достижения точности, при которой модуль абсолютной погрешности не превышал 10^{-3}. Для этого достаточно было оставлять 10–100 членов рядов и брать от 50 до 1000 коллокационных точек на контурах.

Численными исследованиями установлено, что наиболее существенные изменения напряжений возникают в крайних точках перемычек между отверстиями и внутренним или внешним контурами кольца. Для круговых отверстий в поясе цикличности при приближении пояса к внутреннему контуру напряжения в перемычках между поясом и внутренним контуром возрастают; уменьшение длины перемычки с внешним контуром, напротив, сопровождается концентрацией напряжений в перемычке между контурами пояса и внешним контуром. При увеличении числа отверстий в цикле наблюдается уменьшение значений напряжений.

Для радиальных трещин аналогичные закономерности проявляются также в коэффициентах интенсивности напряжений для концов трещин. Все это видно и из графиков изменения напряжений, представленных на рис. 2 – рис. 4 для кручения цилиндра с рядом узких эллиптических вырезов L_{l1} циклического ряда с полуосями $a_1 = 0,35$ и $b_1 = 0,03$ вдоль радиусов внутренних (рис. 2), внешних краевых (рис. 3) и внутренних краевых (рис. 4) при различных значениях расстояния r_1 от центра кольца до центра L_{l1}.

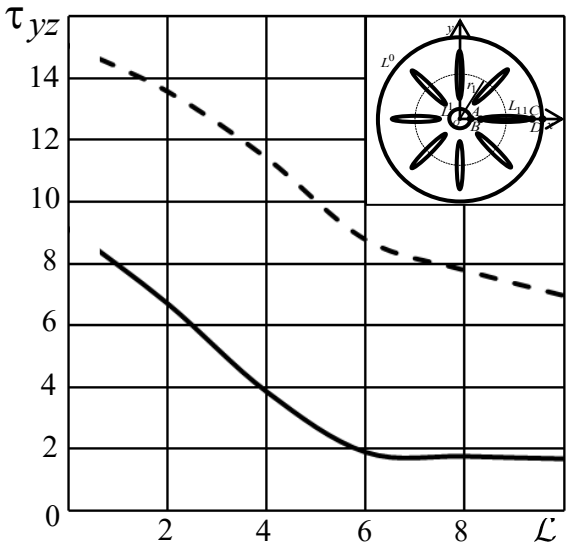


Рис. 2

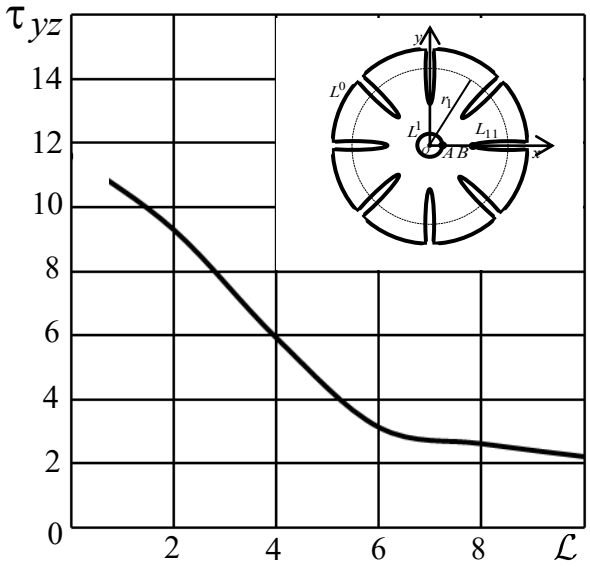


Рис. 3

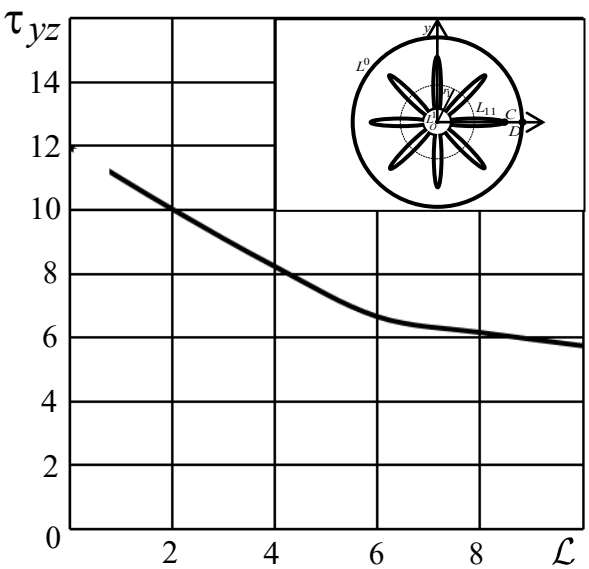


Рис. 4

Список литературы

1. Горянская, Е. С. Кручение анизотропных стержней с полостями и плоскими трещинами / Е. С. Горянская, С. А. Калоеров // Теоретическая и прикладная механика. – 1996. – Вып. 26. – С. 36–43.
2. Калоеров, С. А. Кручение анизотропного цилиндра с отверстиями и трещинами / С. А. Калоеров, Е. В. Авдюшина, Е. И. Сошина // Теоретическая и прикладная механика. – 2013. – № 6(52). – С. 45–51.
3. Калоеров, С. А. Кручение анизотропного цилиндра с продольными полостями и плоскими трещинами / С. А. Калоеров, Е. И. Сошина, А. Б. Мироненко // Вестник Донецкого национального университета. Серия А: Естественные науки. – 2024. – № 2. – С. 108–122. – DOI 10.5281/zenodo.13752268. – EDN YYIQIF.

УДК 539.3:534.1

НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛЫХ ИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРАХ С МНОГОФАКТОРНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ РАДИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ: СОПОСТАВЛЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО И НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО СЛУЧАЕВ

Мельничук Н.Ю., ORCID 0009-0005-3618-431X
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
n.melnichuk.tuvm@mail.ru

Введение. Исследование волновых процессов в функционально-градиентных цилиндрических волноводах представляет актуальную задачу механики деформируемого твёрдого тела, имеющую как фундаментальное, так и прикладное значение – для акустической диагностики материалов, проектирования волноводных систем и неразрушающего контроля. В некоторых ранее выполненных работах [1, 2] законы радиального изменения физико-механических характеристик материала задавались единым экспоненциально-степенным функциональным законом, одинаковым для всех упругих модулей и плотности, что ограничивало класс моделируемых материалов. В настоящей работе на основе результатов численного эксперимента проводится сопоставление исследуемых свойств осесимметричных и неосесимметричных нормальных упругих волн, распространяющихся в полых изотропных цилиндрах с радиальной неоднородностью упруго-механических характеристик, заданных независимыми функциональными законами. Такой подход позволяет учитывать разные физические механизмы формирования неоднородности [3, 4]. Предварительные результаты по применению многофакторных моделей представлены в [5].

Целью данной работы является выявление общих закономерностей и различий в свойствах осесимметричных и неосесимметричных волн, с учетом оценки чувствительности спектров, фазовых и групповых скоростей к независимому варьированию функциональных характеристик материала волновода, а также обоснование единого подхода к выбору модели радиальной неоднородности.

Постановка задачи и модели неоднородности. Рассматривается полый изотропный цилиндр кольцевого поперечного сечения с внутренним R_1 и наружным R_2 радиусами. В безразмерной цилиндрической системе координат $Or\theta z$, нормированной параметром $R_* = \left(R_1 + R_2\right)/2$, область волновода задаётся как:

$$V = \left\{ r \in \left[1-h, 1+h\right],\ \theta \in \left[-\pi, \pi\right],\ z \in \left(-\infty, \infty\right) \right\},$$

где $h = \left(R_2 - R_1\right)/\left(R_1 + R_2\right)$ $\left(0 < h < 1\right)$.

Материал волновода полагается функционально-неоднородным в радиальных направлениях

$$\lambda(r)=C_*\tilde{\lambda}(r),\quad \mu(r)=C_*\tilde{\mu}(r),\quad \rho(r)=\rho_*\tilde{\rho}(r),$$

где

$$\tilde{\lambda}(r)>0,\quad \tilde{\mu}(r)>0,\quad \tilde{\rho}(r)>0\quad (r\in[1-h,1+h]).$$

Функциональные законы $\tilde{\lambda}(r)$, $\tilde{\mu}(r)$, $\tilde{\rho}(r)$ полагаются произвольными в пределах допустимости варьирования значений физико-механических характеристик и относятся к классу $C^2(1-h,1+h)$. Вводится замена переменных $r=\eta(x)=1+hx$, где $x\in[-1,1]$ – обобщенная кольцевая координата. Соответственно далее используется система координат $Ox\theta z$. Для описания законов неоднородности вводятся декартова система координат Oxy, комплексная переменная $\xi=x+iy$ и потенциалы $\psi_j(\xi)$ $\left(j=\overline{1,3}\right)$, аналитические в области $|\xi|<\delta$ $(\delta>1)$. Указанные потенциалы используются для окончательного определения разрешающей системы обыкновенных дифференциальных уравнений математической модели исследуемого волнового процесса.

Используются два типа моделей радиальной неоднородности.

• **Аналитическая модель**: функции $\tilde{\lambda}(x)$, $\tilde{\mu}(x)$ и $\tilde{\rho}(x)$ допускают аналитическое продолжение в аналитические в области $|\xi|<\delta$ $(\delta>1)$ функции, что позволяет точно определить потенциалы $\psi_j(\xi)$ $\left(j=\overline{1,3}\right)$ [3, 4].

• **Численная модель**: потенциалы $\psi_j(\xi)$ $\left(j=\overline{1,3}\right)$ аппроксимируются на отрезке $x\in[-1,1]$ полиномами

$$\psi_j(\xi)=\sum_{n=0}^{N}a_n^{(j)}\xi^n\quad \left(j=\overline{1,3}\right),$$

что позволяет строить базисные наборы частных решений в том числе и для экспериментальным путем полученных законов неоднородности, заданных в виде дискретного набора значений. Условия выбора порядка N и достаточные условия несильной неоднородности сформулированы в [3].

Базисные решения: единый подход для обоих случаев. Структура частных решений едина для осесимметричного и неосесимметричного случаев волновых процессов – искомые решения представлены равномерно и абсолютно сходящимися в области $|\xi|<\delta$ степенными рядами с определяемыми явными рекуррентными соотношениями коэффициентами. Различия обусловлены порядком разрешающей системы дифференциальных уравнений и соответствующими граничными условиями, проявляются в количестве формирующих базисный набор частных решений.

Влияние типа неоднородности. Наибольшее воздействие на спектр оказывает неоднородность по модулю Ламе $\mu(x)$. Неоднородность по

модулю Ламе $\lambda(x)$ и плотности $\rho(x)$ проявляется слабее, но может приводить к значимому смещению асимптотики в поведении фазовых и групповых скоростей в средне- и коротковолновом диапазонах.

Топология спектра. В неосесимметричном случае наблюдается более плотное размещение мод, ярче выраженные их области сближения. Эффекты «обмена» групповыми скоростями проявляется сильнее, чем в осесимметричном случае.

Применимость моделей. Рекомендации по выбору типа модели неоднородности (аналитическая или численная) и контролю выполнения условий несильной радиальной неоднородности, сформулированные в [3], применимы к обоим случаям. Численная модель с полиномиальной аппроксимацией в большинстве случаев обеспечивает приемлемую точность при меньших вычислительных затратах.

Выводы. Единство подхода к построению базисных наборов частных решений в рассмотренных случаях волнового процесса обеспечивает определенную универсальность разработанных программных комплексов для проведения численных экспериментов. Следует учитывать тот факт, что для задач диагностики предпочтительными являются неосесимметричные моды: они дают более сильный и структурно богатый отклик на неоднородность. Для экспресс-анализа и интерпретации результатов удобнее осесимметричный случай: спектр проще, вклады отдельных параметров легче локализовать. Проведённое сопоставление позволяет целенаправленно выбирать тип волнового процесса и диапазоны частот для практических приложений (акустическая диагностика, неразрушающий контроль), учитывая различия в чувствительности мод к неоднородностям материала.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 20.02.2026 № 075-02-2026-1321).*

Список литературы

1. Моисеенко, И. А. Волны деформаций в функционально-градиентных цилиндрах кольцевого сечения / И. А. Моисеенко, В. А. Моисеенко // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2019. – № 1 (66). – С. 31–53. – EDN GWQXXL.
2. Моисеенко, И. А. Спектры неосесимметричных нормальных упругих волн в функционально-градиентных трансверсально изотропных полых цилиндрах / И. А. Моисеенко // Механика твердого тела. – 2016. – Вып. 46. – С. 134–146.
3. Дзундза, А. И. Осесимметричные нормальные волны в протяженных полых цилиндрах с многофакторной функциональной радиальной неоднородностью изотропного материала / А. И. Дзундза, В. А. Моисеенко, И. А. Моисеенко, Р. Н. Нескородев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2025. – № 3 (92). – С. 103–120. – DOI 10.24412/0136-4545-2025-3-103-120. – EDN MBQYNV.
4. Дзундза, А. И. Исследование неосесимметричных нормальных волн в полых цилиндрах с многофакторной функциональной радиальной неоднородностью изотропного материала / А. И. Дзундза, Н. Ю. Мельничук, И. А. Моисеенко,

Р. Н. Нескородев // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2025. – № 4 (93). – С. 86–106. – DOI 10.24412/0136-4545-2025-4-86-106. – EDN HNGFKK.
5. Мельничук, Н. Ю. Некоторые обобщения результатов применения многофакторных моделей радиальной неоднородности в исследованиях волновых процессов в цилиндрических неоднородных структурах / Н. Ю. Мельничук // Донецкие чтения - 2025: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : Материалы X Международной научной конференции, посвященной 60-летию создания Донецкого научного центра, Донецк, 05–07 ноября 2025 года. – Т. 1: Механико-математические, компьютерные науки, управление. – Донецк: ДонГУ, 2025. – С. 71–73. – EDN PDFJZK.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПЛАСТИНКИ С ТРЕМЯ КРУГОВЫМИ УПРУГИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Мироненко А.Б., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0002-1824-0136,
Ульева С.А., ORCID 0009-0004-8526-5629
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
a.b.mironenko@mail.ru

Введение. Во многих отраслях современной промышленности широко используются пластинки из вязкоупругих материалов, которые по технологическим соображениям имеют упругие включения. Под действием механических сил вблизи этих включений возникают высокие концентрации напряжений, существенно меняющиеся с течением времени, что необходимо учитывать при расчетах на прочность.

Постановка и решение задачи. Рассматривается бесконечная пластинка с тремя круговыми отверстиями L_l $(l=\overline{1,3})$ радиуса R и центрами O_l $(l=\overline{1,3})$, расположенными в вершинах правильного треугольника на расстоянии c от его центра. Основная система координат Oxy выбирается так, чтобы начало отчета совпадало с центром правильного треугольника, а ось Oy была направлена к центру одного из отверстий (рис. 1). В отверстия без предварительного натяжения впаяны упругие включения. На бесконечности пластинка находится под действием усилий $\sigma_x^\infty = p$, $\sigma_y^\infty = q$, касательные напряжения и жесткое вращение равны нулю $(\tau_{xy}^\infty = 0, \varepsilon^\infty = 0)$. Материал пластинки обладает вязкоупругими свойствами,

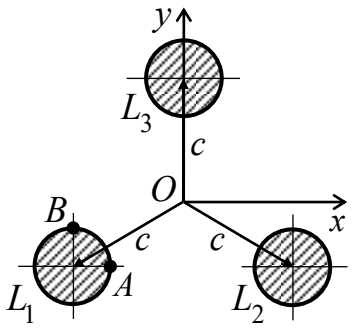


Рис. 1

описываемыми линейной теорией вязкоупругости [1], включения изготовлены из упругого материала.

Определение напряженно-деформированного состояния (НДС) рассматриваемой пластинки при использовании теории функций комплексного переменного сводится к нахождению комплексных потенциалов $\Phi(z)$, $\Omega(z)$ для пластинки-матрицы и $\Phi^l(z)$, $\Omega^l(z)$ $(l=\overline{1,3})$ для упругих включений из граничных условий на контурах спая

$$X_n=-X_n^l,\quad Y_n=-Y_n^l,\quad u=u^l,\quad \upsilon=\upsilon^l, \tag{1}$$

где величины без индекса l вверху относятся к пластинке-матрице, с этим индексом вверху – к включению L_l. Если комплексные потенциалы разложить в ряды по малому параметру $\lambda=\nu-\nu_0$

$$\left(\Phi(z),\Omega(z),\Phi^l(z),\Omega^l(z)\right)=\sum_{j=0}\lambda^j\left(\Phi_j(z),\Omega_j(z),\Phi_j^l(z),\Omega_j^l(z)\right), \tag{2}$$

где ν_0 – мгновенное значение коэффициента Пуассона, то для определения членов этих рядов из (1) получаются граничные условия

$$s_q\delta\Phi_j(t)-(\delta-\bar\delta)\overline{\Phi_j(t)}-(t-\bar t)\bar\delta\overline{\Phi_j'(t)}-\bar\delta\overline{\Omega_j(t)}-r_{ql}\Big[s_q^l\delta\Phi_j^l(t)-$$
$$-(\delta-\bar\delta)\overline{\Phi_j^l(t)}-(t-\bar t)\bar\delta\overline{\Phi_j^{l\prime}(t)}-\bar\delta\overline{\Omega_j^l(t)}\Big]=f_{qjl}(t)\quad (q=1,2;\ j=0,1,2,\ldots), \tag{3}$$

в которых

$$s_1=s_1^l=-1,\quad s_2=æ_0,\quad s_2^l=æ^l,\quad r_{1l}=1,\quad r_{2l}=\mu_0/\mu^l,$$
$$f_{1jl}=\delta_j^0\left\{2\Gamma\delta+(\Gamma'-\Gamma)\bar\delta\right\},$$
$$f_{2jl}=\frac{\delta_j^1}{1+\nu_0}\left(2\delta\Gamma+(\Gamma'-\Gamma)\bar\delta\right)-\delta_j^0\left\{(æ_0-1)\delta\Gamma+(\Gamma-\Gamma')\bar\delta\right\}+$$
$$+\frac{1-\delta_j^0}{1+\nu_0}\Big\{\delta\Phi_{j-1}(t)+(\delta-\bar\delta)\overline{\Phi_{j-1}(t)}+(t-\bar t)\bar\delta\overline{\Phi_{j-1}'(t)}+\bar\delta\overline{\Omega_{j-1}(t)}-$$
$$-2Q\Big[æ^l\delta\Phi_{j-1}^l(t)-(\delta-\bar\delta)\overline{\Phi_{j-1}^l(t)}-(t-\bar t)\bar\delta\overline{\Phi_{j-1}^l{}'(t)}-\bar\delta\overline{\Omega_{j-1}^l(t)}\Big]\Big\}. \tag{4}$$

Функции $\Phi_j(z)$, $\Omega_j(z)$, $\Phi_j^l(z)$, $\Omega_j^l(z)$ представим в виде [2]

$$\Phi_j(z)=\sum_{l=1}^{3}\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{l\,n}(z)a_{jl\,n},\quad \Omega_j(z)=\sum_{l=1}^{3}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\psi_{l\,n}(z)a_{jl\,n}+\varphi_{l\,n}(z)b_{jl\,n}\right),$$
$$\Phi_j^l(z)=\sum_{n=1}^{\infty}\omega_{l\,n}(z)c_{jn}^l,\quad \Omega_j^l(z)=\sum_{n=1}^{\infty}\omega_{l\,n}(z)d_{jn}^l. \tag{5}$$

Здесь $\varphi_{ln}(z)$, $\psi_{ln}(z)$ – известные функции [2], $\omega_{ln}=(z-z_{0l})^{n-1}$; $a_{jl\,\mathrm{n}}$, $b_{jl\,\mathrm{n}}$, c^{l}_{jn}, d^{l}_{jn} – постоянные, которые будем находить из граничных условий на контурах спая пластинки и включений. Если к этим условиям применять метод наименьших квадратов, то для определения указанных коэффициентов получается бесконечная система линейных алгебраических уравнений, после решения которой функции (5) будут известными и можно вычислять напряжения в пластинке и во включениях.

После этого для нахождения напряжений в момент времени t на основе принципа Вольтерра в разложениях (2) степени λ^{j} $(j\geq 1)$ заменяются значениями временных функций $T_j(t)$ [3], т.е. полагается

$$\lambda^{j}=T_j(t)=\frac{\nu_0^{\,j}\delta_*^{\,j}}{\beta_*^{\,j}}\left[1-e^{-\beta_*\tau}\sum_{r=0}^{j-1}\frac{(\beta_*\tau)^r}{r!}\right],\quad \tau=\left[(1-\alpha_*)t\right]^{1-\alpha_*}. \qquad (6)$$

Описание результатов численных исследований. Проведены исследования распределения напряжений в зависимости от параметров упругих включений и расстояний между ними. Пластинка считалась изготовленной из алюминия, для которого необходимые постоянные [3] были такими: $K=47333.0\,МПа$, $\nu=0.25$, $\alpha_*=-0.5$, $\beta_*=6.65\cdot 10^{-3}$, $\delta_*=6.15\cdot 10^{-3}$. Проведенные исследования показали, что при $\lambda_l>10^{3}$ включение можно считать абсолютно жестким, при $\lambda_l<10^{-3}$ – абсолютно мягким (отверстием), и уже через 400 час. после приложения нагрузки напряжения в пластинке с течением времени изменяются незначительно, т.е. в пластинке устанавливается стационарное состояние.

На рис. 2 приведены графики изменения значений напряжений σ_s в точках дуги $\cup AB$ контура левого нижнего включения (см. рис. 1) в начальном (сплошные линии) и стационарном (штриховые линии) состояниях для случая растяжения на бесконечности алюминиевой пластинки усилиями $\sigma_y^{\infty}=q$, расстояния между включениями $c/R=1$ и различных значений отношения $\lambda_l=K^{l}/K$. Было установлено, что с уменьшением расстояний между включениями усиливается влияние времени на значения напряжений при переходе в стационарное состояние; влияние времени растет и с уменьшением жесткости включений, пока включения остаются более жесткими, чем

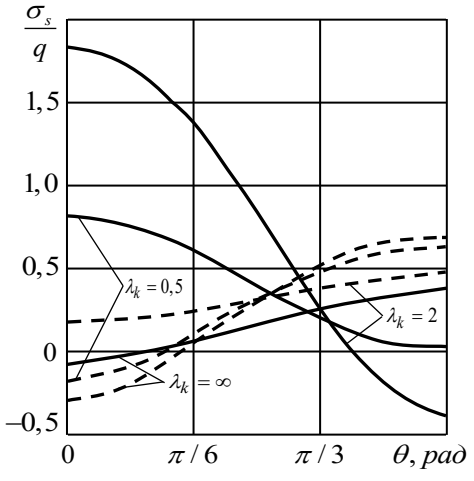


Рис. 2

материал пластинки-матрицы; если материал включений намного мягче материала пластинки, то влияние времени на НДС пластинки незначительно.

Список литературы

1. Работнов, Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю. Н. Работнов. – Москва : Наука, 1977. – 384 с.
2. Калоеров, С. А. Об общих представлениях комплексных потенциалов для изотропных пластинок с отверстиями, трещинами и включениями / С. А. Калоеров, С. В. Вакуленко // Теоретическая и прикладная механика. – 2001. Вып. 32. – С. 79–93.
3. Савин, Г. Н. Распределение напряжений около отверстий / Г. Н. Савин. – Киев : Наукова думка, 1968. – 888 с.

УДК 539.3

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ПРИ НАГРЕВЕ ПЛАМЕНЕМ ПРОСТОЙ ГОРЕЛКИ

Моисеенко И.А., д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-9115-7801,
Чебаненко Ю.А.
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
julia.goltseva03@mail.ru

Введение. Модель локального нагрева источниками тепла используется при изучении различных технологических процессов, например, сварки [1]. Поэтому построение компьютерной модели, позволяющей проводить комплексный анализ распределения внутренних силовых факторов в локальной зоне нагрева тонкостенных элементов конструкций, является актуальной задачей.

Цель публикации – Описать методику построения компьютерной модели термоупругого состояния ортотропных пластин при нагреве пламенем простой горелки.

Основная часть. Рассмотрим тонкую ортотропную пластину толщиной $2h$, нагреваемую пламенем простой горелки, центральная ось пламени которой совпадает с началом координат. Пластина находится в условиях симметричного теплообмена с внешней средой по закону Ньютона. Ортотропный материал пластины имеет следующие характеристики: E_1, E_2, G_{12}, ν_1, ν_2 – модули Юнга, модуль сдвига, коэффициенты Пуассона для главных направлений; α_1, α_2 – температурные коэффициенты линейного расширения для главных направлений. Пластина нагревается равномерно по своей толщине. Рассматривая пламя простой горелки как нормально-круговой источник

тепла [1], принимаем нормальный закон распределения плотности источников средней температуры (W_1)

$$q(r)=q(0)\cdot e^{-kr^2};\quad W_1(r)=W_1(0)\cdot e^{-kr^2},$$

где q – удельный тепловой поток пламени, k – коэффициент сосредоточенности, характеризующий форму кривой нормального распределения (взят $k=0{,}28$ – реально использующийся в газовых горелках [1]), r – радиальная координата. Необходимо определить распределение силовых компонент термоупругого состояния пластины в области локального нагрева.

Решение поставленной задачи основано на использовании формулы свёртки фундаментального решения дифференциальных уравнений задачи термоупругости ортотропных пластин с функцией интенсивности нагрева по рассматриваемой локальной области. В общем виде она записывается следующим образом [2]:

$$\mathbf{T}(\vec{r})=\int_{\Omega}\mathbf{T^0}(\vec{r}-\vec{t})\mathbf{W}(\vec{t})d\Omega,$$

где $\mathbf{T}$ – искомые компоненты термоупругого состояния (N_1, N_2, S – мембранные нормальные и касательное усилия); $\mathbf{T^0}$ – компоненты фундаментального решения дифференциальных уравнений термоупругости, соответствующие искомым компонентам термоупругого состояния (N_1^0, N_2^0, S^0); $\mathbf{W}$ – интенсивность распределения источников тепла (W_1), моделирующих нагрев пластины, в зоне локального воздействия Ω; $\vec{r}$ – вектор текущей точки; $\vec{t}$ – вектор точки интегрирования по области Ω.

Используем фундаментальное решение задачи термоупругости ортотропных пластин в классической постановке, которое построено в работе [3]. Это фундаментальное решение представимо в виде рядов Фурье, коэффициентами которых являются определённые интегралы от комбинации тригонометрических функций и специальной G-функции. Эта функция введена в рассмотрение при построении фундаментальных решений теории пластин и оболочек [2]. По своим свойствам она подобна функции Макдональда. Определённые интегралы в фундаментальном решении находятся численно с помощью квадратурной формулы Гаусса.

Численные исследования проведены для стеклопластика косоугольной намотки, обладающего сильной анизотропией, со следующими механическими характеристиками [4]:

$$E_1=3{,}673\cdot10^3\,\text{МПа};\quad E_2=9{,}807\cdot10^2\,\text{МПа};\quad G_{12}=3{,}923\cdot10^2\,\text{МПа};$$

$$\nu_1=0{,}2798;\qquad \alpha_1=0{,}7\cdot10^{-5}\,\text{К}^{-1};\qquad \alpha_2=3{,}8\cdot10^{-5}\,\text{К}^{-1}.$$

В расчётах использовались относительные коэффициенты теплопроводности материала, по отношению к значению вдоль толщины

пластины, со значениями $\lambda_1 = 2{,}306$, $\lambda_2 = 1$. Рассматривался случай слабого теплообмена с окружающей средой (критерий Био $Bi = 0{,}001$).

Картина распределения компонент термоупругого состояния получена с помощью системы компьютерной математики Maple (использованы команды PLOT3D и графические структуры трёхмерной графики типа GRID). На рисунках 1 – 3 показано распределение нормального усилия N_1, нормального усилия N_2 и касательного усилия S соответственно. Значения усилий даны с точностью до множителя $\sqrt{E_1 E_2}h$, X и Y – безразмерные координаты с точностью до h. Область нагрева в виде окружности ($r = 5$) обозначена красным цветом при единичном значении максимальной интенсивности.

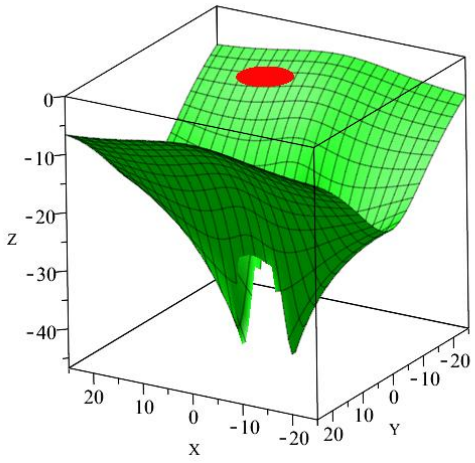


Рис. 1

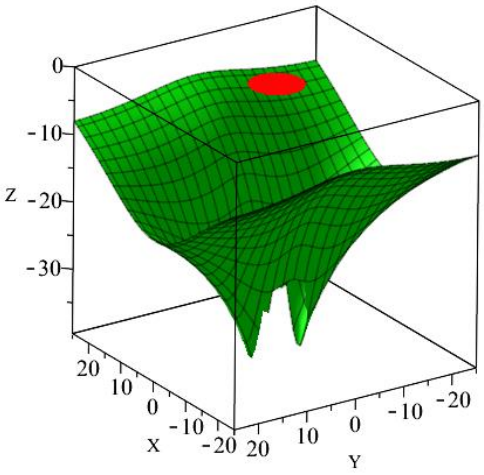


Рис. 2

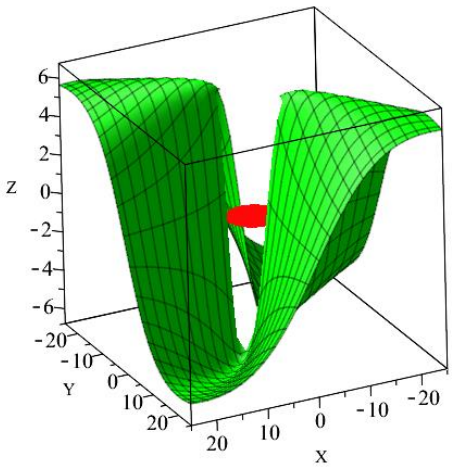


Рис. 3

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение № 075-02-2026-1321 от 20 февраля 2026 года).*

Список литературы

1. Рыкалин, Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке / Н. Н. Рыкалин. – Москва : Матгиз, 1951. – 296 с.
2. Шевченко, В. П. Методы фундаментальных решений в теории ортотропных оболочек // Концентрация напряжений / Под ред. А. Н. Гузя, А. С. Космодамианского, В. П. Шевченко – Киев : А.С.К., 1998. – 387 с. (Механика композитов: В 12 т. Т. 7). – С. 159–196. – ISBN 966-539-139-9.
3. Гольцев, А. С. Фундаментальное решение уравнений плоской задачи термоупругости для тонких ортотропных пластин при симметричном теплообмене / А. С. Гольцев // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А. – 1999. – № 1. – С. 57–61.
4. Космодамианский, А. С. Температурные напряжения в многосвязных пластинках / А. С. Космодамианский, С. А. Калоеров. – Киев; Донецк : Вища школа, 1983. – 160 с.

УДК 621.777

ОБЗОР ПРОГРАММ ДЛЯ СОВМЕЩЕННОГО ПРОЦЕССА ЛИТЬЯ-ПРЕССОВАНИЯ

Солопко И.В.
ЧОУ ВО «Московский университет имени С.Ю. Витте», г. Москва, РФ
isolopko@muiv.ru

Введение. В данной работе проведем краткий обзор основных программных средств, применяемых для автоматизированного расчета параметров одного из передовых металлургических процессов совмещенного литья и прессования, который объединяет получение заготовки из расплава и её деформацию (экструзию) в одном непрерывном цикле без промежуточного охлаждения, резки и повторного нагрева, поэтому представляет интерес по совершенствованию оборудования и технологического процесса посредством компьютерных наук.

Основная часть. В классическом прессовании слиток сначала отливают, остужают, режут на куски, заново нагревают в печи и только потом подают на прессовый стан, это требует огромного расхода энергии. У совмещенного процесса ряд преимуществ: исключает потери тепла: металл из жидкой фазы переходит в твердую и сразу же направляется под прессующее усилие для получения готового профиля, проволоки или прутка; высокая энергоэффективность (используется тепло самого расплава), сокращение производственного цикла и занимаемых площадей; получение изделий практически неограниченной длины без дефектов торцов; высокий коэффициент использования металла и безотходность. Разновидностью совмещенного процесса является «Кастекс», где этап непрерывного литья расплава непосредственно сопряжен с установкой непрерывного прессования «Конформ» (с вертикальной или горизонтальной осью вращения кристаллизатора).

Этапы технологического процесса «Кастекс» следующие: 1) подача расплава: жидкий металл из печи-миксера через дозатор непрерывно поступает в охлаждаемый кристаллизатор (например, в канавку вращающегося колеса); 2) кристаллизация: металл интенсивно охлаждается хладоагентом, формируя плотную твердую оболочку или заготовку; 3) вход в зону деформации: закристаллизованный металл за счет силы трения увлекается движущимся элементом (колесом) в закрытый разъемный контейнер; 4) прессование (экструзия): металл под действием колоссального давления выдавливается через калиброванное отверстие матрицы, принимая форму конечного изделия (профиля, трубы, прутка); 5) охлаждение и смотка/порезка: готовое изделие выходит из матрицы, дополнительно охлаждается на воздухе или в потоке воды и сматывается в бухты либо режется на мерные длины.

Наряду с преимуществами «Кастекс» имеет недостатки: сложность точной терморегуляции (баланс между теплом трения и внешним охлаждением) и высокие требования к стойкости инструмента (матриц и колес-кристаллизаторов) из-за работы при повышенных температурах и нагрузках. Стабилизацию технологического процесса «Кастекс» рационально проводить с помощью компьютерных моделей и программных средств.

Программные средства для моделирования и анализа процессов непрерывного прессования (методом CONFORM — непрерывного экструзионного прессования цветных металлов через вращающееся колесо) и смежных процессов обработки металлов давлением / литья делятся на несколько основных категорий: инженерные CAD/CAE-системы универсальные и специализированные программы для моделирования экструзии и течения металла.

Специализированные программы для экструзии и прессования металлов. Эти комплексы наиболее точно учитывают интенсивные пластические деформации, трение заготовки о вращающийся инструмент (колесо) и тепловые эффекты процесса CONFORM. Применяются для симуляции пластической деформации способом «Конформ» (Conform) методом конечно-элементного анализа (CAE).

DEFORM 2D/3D — специализированный программный комплекс, чаще всего применяемый для моделирования процесса «Конформ». Позволяет рассчитывать течение металла, температурные поля, износ инструмента и микроструктуру материала. Мощный симулятор процессов обработки металлов давлением. Позволяет детально исследовать термомеханическое состояние металла в зоне контакта с инструментом, предсказывать дефекты структуры, износ матриц и распределение скоростей потока.

QForm UK — мощная программа для симуляции процессов обработки металлов давлением. Отлично справляется с моделированием непрерывного

прессования, оптимизацией матриц и прогнозированием дефектов. Лидирующее ПО для симуляции процессов экструзии алюминия, меди и других сплавов. Моделирование течения металла, расчет нагрузок на инструмент, температурных полей, деформаций матрицы и оптимизации зон истечения. Специальный модуль QExDD позволяет проектировать саму оснастку.

AFDEX — программа для трехмерного моделирования процессов объемной штамповки, прессования и волочения. Быстрый расчет схем течения материала и прогнозирование трещин или нестабильностей течения.

Специализированные системы для анализа литья и заполнения на литейной стадии, когда под «литьем-прессованием» подразумеваются гибридные технологии.

Moldex3D / Autodesk Moldflow — система предназначена для анализа литья под давлением (преимущественно для полимеров и композитов, но есть модули для MIM/PIM — литья порошковых материалов). Осуществляет расчет заполнения полости, усадки, коробления и оптимизация конформного охлаждения пресс-форм.

MAGMAsoft / LVMFlow — программа производит симуляцию литейных процессов (для металлов) и прогнозирование усадочных раковин, пористости и структуры отливки.

ProCAST (ESI Group) — мощный комплекс на базе метода конечных элементов (МКЭ), позволяющий моделировать литье под высоким и низким давлением, а также специальные виды литья и перенос тепла при контакте с инструментом.

Универсальные тяжелые CAE-системы (метод конечных элементов). Используются для глубокого мультифизичного анализа (термодинамика + механика сплошной среды + контактное трение при вращении CONFORM) и для глубокого фундаментального анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) оборудования и заготовки во время экструзии.

ANSYS (ANSYS Workbench / Mechanical / Fluent) — система позволяет проводить связанный термомеханический анализ (Coupled Field Analysis) при трении заготовки в ручье колеса CONFORM.

Abaqus (Dassault Systèmes) — программа выполняет высокоточные решения нелинейных контактных задач с большими деформациями и сдвиговыми течениями металла.

Заключение. Наиболее популярные и применяемые программы для моделирования совмещенного процесса литья-прессования в основном зарубежной разработки. Таким образом, является актуальным создание отечественных альтернатив инженерных CAD/CAE-систем, программного обеспечения и компьютерных тренажеров с помощью современных алгоритмических языков с учетом геометрии инструмента в очаге деформации и краевых условий решения задачи для совершенствования технологического процесса совмещенного литья и прессования.

Список литературы

1. Горохов, Ю. В. Методология исследования совмещенного процесса непрерывного литья и прессования металлов / Ю. В. Горохов, В. Г. Шеркунов, И. Л. Константинов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». – 2015. – Т. 15, № 2. – С. 82–88.
2. Основы проектирования процессов непрерывного прессования металлов: монография / Ю.В. Горохов, В.Г. Шеркунов, Н.Н. Довженко [и др.] – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2013. – 224 с. – ISBN 978-5-7638-2768-2.
3. Совмещенные и комбинированные технологии в литейном производстве: учебное пособие / С. В. Беляев, В. Н. Баранов, Е. М. Лесив [и др.] – 2022. – 140 с.

УДК 532.135.66.012

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Стенцель И.И., д-р техн. наук, проф., ORCID 0000-0001-7170-437X,
Бойко Е.А., канд. техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-8660-756X,
Рассказова Ю.Б., ORCID 0000-0002-2976-6849
Северодонецкий технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», г. Северодонецк, ЛНР, РФ
sti_info@list.ru

Введение. В научной литературе широко известно дифференциальное уравнение Навье-Стокса, которое описывает процесс переноса импульса скорости движения несжимаемого потока жидкости в канале гидродинамического преобразователя. Указывается, что ускорение движения жидкости зависит от её плотности и динамической вязкости потока, градиента скорости движения и перепада давления от пространственной координаты. Уравнение описывает скорость движения жидкости для одного деформационного преобразования, относится к нелинейным и общего аналитического решения не имеет. При практическом использовании уравнение Навье-Стокса преобразовывают в критериальное, которое состоит из следующих физических критериев подобия: по действию сил тяжести (критерий Фруда), по действию сил давления (критерий Эйлера), по действию сил внутреннего трения (критерий Рейнольдса), которые не находят практического применение в автоматизированных системах контроля и управления.

Цель доклада. Рассмотреть способ решения нелинейного дифференциального уравнения переноса импульса скорости движения жидкого потока в гидродинамическом преобразователе с использованием метода нулевого градиента.

Основная часть. Если деформационный процесс переноса импульса скорости движения имеет зону переноса, то он может быть описан следующим дифференциальным уравнением

$$D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2}+v\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi}+v_0=\tau_2^2\frac{d^3x_2(t)}{dt^3}+\tau_1\frac{d^2x_2(t)}{dt^2}+\frac{dx_2(t)}{dt}, \qquad (1)$$

где D – коэффициент передачи импульса переноса; v – линейная скорость импульса; v_0 – установившаяся скорость движения импульса на границе раздела двух деформаций; $x_1(\xi,\theta)$ – функция, описывающая процесс входной деформации в направлении ξ движения импульса скорости за время θ; $x_2(t)$ – функция, описывающая процесс деформации за время t превращения входного импульса; τ_1, τ_2 – постоянные времени деформации.

Таким уравнением может описываться, например, гидротурбина при изменении входного или возмущающего сигнала. Уравнение (1) есть нелинейным и общего решения в аналитическом виде не имеет. Предполагается, что между двумя деформациями (преобразованиями) существует условная зона раздела, в которой импульс скорости выходного потока первой деформации равен скорости импульса входного сигнала второй деформации и равен нулю. То есть $\frac{\partial v_1}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\theta_n}=\frac{\partial v_2}{\partial t}\Big|_{t=0}=0$. При этом условии уравнение (1) может быть разделено на систему следующих уравнений:

$$\begin{cases} D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2}+v\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi}+v_0=0, \\ \tau_2^2\frac{d^3x_2(t)}{dt^3}+\tau_1\frac{d^2x_2(t)}{dt^2}+\frac{dx_2(t)}{dt}=0. \end{cases} \qquad (2)$$

Решение первого уравнения системы (2) приводится в [1]. Второе уравнения системы (2) упрощается при интегрировании его по времени t при граничных условиях на входе второй деформации. В результате получаем следующую систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2}+v\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi}+v_0=0, \\ \tau_2^2\frac{d^2x_2(t)}{dt^2}+\tau_1\frac{dx_2(t)}{dt}+x_2(t)=kx_1(\xi,\theta). \end{cases} \qquad (3)$$

Вид математической модели нелинейных гидродинамических процессов определяется отношением постоянных времени второй деформации. При отношении $\tau_1/\tau_2>2$ математическая модель гидродинамического устройства имеет вид

$$x_2(t)=kx_1(\xi,\theta)\left[1-\frac{p_{12}}{p_{12}-p_{22}}exp(-p_{12}t)+\frac{p_{22}}{p_{12}-p_{22}}exp(-p_{22}t)\right], \qquad (4)$$

где $p_{12,22}=-\frac{\tau_1}{\tau_2^2}\pm\sqrt{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2^2}\right)^2-\frac{1}{\tau_2^2}}$ – корни характеристического уравнения; k – коэффициент преобразования.

Из (4) видно, что амплитуда апериодического переходного процесса зависит от величины входного сигнала $x_1(\xi,\theta)$, вызывая систематическую погрешность измерения выходного сигнала второй деформации, которая, как правило, имеет место в преобразующей части гидродинамического устройства. Примем во внимание, что на границе раздела между первой и

второй деформациями, скорость движения потока $v_0 = x_1(\xi,\theta)/\theta_0$. Умножим первое уравнение системы (2) на θ_0. В результате получаем

$$S\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2} + L\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi} + x_1(\xi,\theta) = 0, \quad (5)$$

где $S = D\theta_0$ – некоторая условная площадь сечения потока; $L = v\theta_0$ – некоторое условное расстояние движения потока.

Уравнение (5) имеет следующие решения: при отношении $\frac{L}{\sqrt{S}} > 2$ процесс движения потока будет апериодическим; при отношении $\frac{L}{\sqrt{S}} = 2$ – критическим и при $\frac{L}{\sqrt{S}} < 2$ – колебательным. Тогда выходной сигнал первой деформации описывается следующими уравнениями:

-для апериодического процесса движения потока

$$x_{1a}(\xi,\theta) = l(\theta)\left[1 - \frac{p_{11}}{p_{21}-p_{11}}exp(-p_{11}\xi) + \frac{p_{21}}{p_{21}-p_{11}}exp\big((-p_{21}\xi)\big)\right]; \quad (6)$$

- для колебательного движения

$$x_{1k}(\xi,\theta) = l(\theta)\left[1 - exp(-\alpha\xi)\left[sin(\nu\xi) + \frac{\alpha}{\nu}cos(\nu\xi)\right]\right], \quad (7)$$

где $l(\theta)$ – функция перемещения потока во времени θ;

$p_{11,21} = -\frac{L}{2S} \pm \sqrt{\left(\frac{L}{2S}\right)^2 - \frac{1}{2S}}$ – корни характеристического уравнения для входного потока; $\alpha = -\frac{L}{2S}$ – степень уменьшения амплитуды движения потока; $\nu = \sqrt{\frac{1}{2S} - \left(\frac{L}{2S}\right)^2}$ – линейная колебательность потока.

Учитывая уравнения (4), (6) и (7), математические модели гидродинамического устройства принимают следующую форму:

- для апериодического движения входного потока

$$x_2(t) = kl(\theta)\left[1 - \frac{p_{11}}{p_{21}-p_{11}}exp(-p_{11}\xi) + \frac{p_{21}}{p_{21}-p_{11}}exp\big((-p_{21}\xi)\big)\right] * \\ * \left[1 - \frac{p_{12}}{p_{12}-p_{22}}exp(-p_{12}t) + \frac{p_{22}}{p_{12}-p_{22}}exp(-p_{22}t)\right]; \quad (8)$$

- для колебательного движения входного потока

$$x_2(t) = kl(\theta)\left\{1 - exp(-\alpha\xi)\left[sin(\nu\xi) + \frac{\alpha}{\nu}cos(\nu\xi)\right]\right\} * \\ * \left[1 - \frac{p_{12}}{p_{12}-p_{22}}exp(-p_{12}t) + \frac{p_{22}}{p_{12}-p_{22}}exp(-p_{22}t)\right]. \quad (9)$$

В случае одновременного колебательного движения двух деформаций в гидродинамическом потоке могут возникать колебательно-импульсные движения, вызывающие биение движущихся частей устройства и, как следствие, его нестабильную работу.

Заключение. Впервые показано, что в гидродинамических устройствах при соответствующих скоростях входного потока могут появляться переходные процессы с наложением колебательных движений, а также получены их математические модели.

Список литературы

1. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва : Высшая школа, 1967. – 500 с.

УДК 532.135.66.012

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Стенцель И.И., д-р техн. наук, проф., ORCID 0000-0001-7170-437X,
Бойко Н.З., канд. техн. наук, доц.,
Бойко Е.А., канд. техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-8660-756X
Северодонецкий технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», г. Северодонецк, ЛНР, РФ
sti_info@list.ru

Введение. Законы переноса описывают процесс деформации импульса тепла, массы и количества движения, идущие от источника неограниченной мощности к среде, которая также является неограниченной. Для реальных технологических процессов наблюдаются отклонения от известных законов, так как скорость переноса потоков есть конечной. Это приводит к тому, что уравнения во многих случаях не имеют аналитического решения или непригодны для практического применения. Поэтому проблема поиска и разработки методов усовершенствования математического описания процессов переноса тепла, массы и количества движения в технических средствах и технологиях является актуальной.

Цель доклада. Показать принцип применения метода реологических деформаций (преобразований) для усовершенствования математического описания технологических процессов с учетом влияния на объект управления входных потоков с ограниченной скоростью.

Основная часть. Пропорциональность теплового потока к градиенту температуры приводит к формуле Фурье, которая имеет следующую форму

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = a\nabla^2 T_1, \quad (1)$$

где T_1 – температура; θ – время переноса тепловой энергии; a – температуропроводность потока; $\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}$ - лапласиан.

Уравнение (1) описывает баланс линейной скорости переноса тепловой энергии от источника на входе в среду и скоростью распределения её по пространственным координатам x, y, z. Так как температура определяется отношением количества теплоты к энтальпии S, то при энтальпии $S = const$ импульс количества теплоты

$$\partial q = a\nabla^2 T_1 \partial\theta. \quad (2)$$

Если (2) есть уравнением теплового баланса, то его левая часть описывает количество тепловой энергии, которое поступает к поверхности среды. Оно должно быть равным количеству тепловой энергии, которая накапливается в нем. Количество накапливаемой тепловой энергии в среде массой m определяется таким уравнением

$$\partial q_H = mc_n \partial T_1, \quad (3)$$

где c_n – удельная теплоемкость среды.

Приравнивая уравнения (2) и (3), находим

$$\frac{\partial T_1}{\partial \theta} = \frac{a}{mC}\nabla^2 q = \frac{a}{mC} S\nabla^2 T_1 = \frac{aS}{mC}\nabla^2 T_1. \quad (4)$$

Уравнение (1) описывает процесс переноса тепла с одной условной зоны в другую, но не рассматривает, куда и каким образом проходит далее эта тепловая энергия. Некоторые авторы, в том числе и проф. Вайнберг [1] указывают, что адекватную модель можно получить, если уточнить закон Фурье, учитывая инерционность молекул. Тогда закон Фурье принимает следующий вид

$$\alpha \frac{\partial^2 T_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial T_1}{\partial \theta} = -a\nabla^2 T_1, \quad (5)$$

где $\alpha << A = B^2/a$ – некоторая постоянная переноса тепловой энергии; $A,\ B$ – характерное время и длина в рассматриваемом процессе соответственно.

Пусть процесс теплопереноса сопровождается стоком тепловой энергии. Тогда характеристическое уравнение теплопроводности принимает следующий вид

$$\tau_C \frac{d^2 T_1}{d\theta^2} + \frac{\partial T_1}{\partial \theta} + a\nabla^2 T_1 = 0, \quad (6)$$

где τ_C – постоянная времени стока тепловой энергии входного потока.

Если скорость переноса $\partial T_1/\partial\theta$ входного потока равна скорости переноса $\frac{dT_1}{dt}$ выходного потока, то $a\nabla^2 T_1 = \tau_C \frac{d^2 T_1}{dt^2}$. Реальный процесс переноса тепловой энергии можно условно разделить на три блока: подготовительный, основной и выходной. Процесс теплопередачи в первом блоке описывается уравнением Фурье, а во втором – уравнениями баланса тепловой энергии

$$\tau_n^n \frac{d^{n+1} T_2(t)}{dt^{n+1}} + \cdots + \tau_1 \frac{d^2 T_3(t)}{dt^2} + \frac{\partial T_2(t)}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

где $\tau_1 \cdots \tau_n$ – постоянные времени; $T_2(t)$ – функция текущей температуры второго блока деформации от времени t.

Приравнивая уравнение (5) и (7) для границы раздела двух деформаций, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \tau_C \frac{d^2 T_1}{d\theta^2} + \frac{\partial T_1}{\partial \theta} + a\nabla^2 T_1 = 0, \\ \tau_n^n \frac{d^{n+1} T_2(t)}{dt^{n+1}} + \cdots + \tau_1 \frac{d^2 T_2(t)}{dt^2} + \frac{\partial T_2(t)}{\partial t} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Первое уравнение системы (8) описывает скорость распределение температуры в первом блоке с температурой T_1, а второе – скорость распределения температуры T_2 во втором блоке. Пусть входной поток в первом блоке претерпевает одну деформацию в одном направлении x. Тогда после интегрирования второго уравнения система (8) получаем

$$\begin{cases} \frac{\partial T_1(x.\theta)}{\partial \theta} + a\frac{\partial^2 T_1(x,\theta)}{\partial x^2} = 0, \\ \tau_n^n \frac{d^n T_2(t)}{dt^n} + \cdots + \tau_1 \frac{dT_2(t)}{dt} + T_2(t) = kT_1(x,\theta). \end{cases} \quad (9)$$

Решение первого уравнения системы (9) при начальных условиях первого рода приводится в [2] и имеет вид

$$T_1(x,\theta) = T_H erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a\theta}}\right), \quad (10)$$

где T_H – температура источника тепловой энергии; x – текущая длина линии переноса тепловой энергии.

Второе уравнение системы (9) представляет собой результат решения n дифференциальных взаимосвязанных уравнений первого порядка и решения в общем виде не имеет. Поэтому предлагается его идентифицировать уравнением второго порядка методом квадратур. В результате получаем следующее дифференциальное уравнения второго порядка

$$\tau_{2i}^2 \frac{d_2^2 T_2(t)}{dt^2} + \tau_{1i} \frac{dT_2(t)}{dt} + T_2(t) = kT_1(x,\theta), \quad (11)$$

где τ_{1i}, τ_{2i} – постоянные времени идентифицированного уравнения высокого порядка.

Решение уравнения (11) зависит от отношения τ_{1i}/τ_{2i}. Тогда для апериодического переходного процесса с учетом (10) математическая модель для процесса переноса тепловой энергии принимает вид

$$T_2(t) = kT_H erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a\theta}}\right)\left[1 - \frac{p_1}{p_2 - p_1} exp(-p_1 t) + \frac{p_2}{p_2 - p_1} exp(-p_2 t)\right], \quad (12)$$

где $p_{1,2} = -\frac{\tau_{1i}}{2\tau_{2i}^2} \pm \sqrt{\left(\frac{\tau_{1i}}{2\tau_{2i}^2}\right)^2 - \frac{1}{2\tau_{2i}^2}}$ – корни характеристического уравнения.

Заключение. Из уравнения (12) следует, что изменение параметров входного блока преобразований приводит к изменению амплитуды основного блока преобразований, а следовательно, к появлению систематической составляющей погрешности процесса преобразования (контроля, управления).

Список литературы

1. Вайнберг, А. М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач / А. М. Вайнберг. – Москва-Иерусалим, 2009. – 210 с.
2. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва : Высшая школа, 1967. – 500 с.

УДК 532.135.66.012

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНИХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ БАЛАНСА СКОРОСТЕЙ

Стенцель И.И., д-р техн. наук, проф., ORCID 0000-0001-7170-437X,
Бойко Н.З., канд. техн. наук, доц.,
Рассказова Ю.Б., ORCID 0000-0002-2976-6849
Северодонецкий технологический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Луганский государственный университет имени Владимира Даля», г. Северодонецк, ЛНР, РФ
sti_info@list.ru

Введение. Контроль и управление средствами автоматизации предусматривают широкое использование математического обеспечения, созданное на основе математических моделей, которые с достаточно высокой точностью описывают процессы преобразования, как в статическом, так и в динамическом режиме работы. Большую часть составляют прикладные математические модели, предназначенные не только для расчёта управляющих воздействий, но и для определения неконтролируемых параметров, оптимизации процесса управления и ввода поправок относительно результатов контроля.

Цель доклада. Поскольку современные технологические процессы характеризуются большой скоростью изменения, а для обработки измерительной информации и расчётов управляющих воздействий необходим сравнительно малый отрезок времени, одним с основных требований, к программному обеспечению, является простота математических моделей при их адекватности статическим и динамическим характеристикам процесса преобразования входного сигнала, скоростью его обработки и расчётов соответствующих управляющих воздействий.

Основная часть. Материальные потоки, поступающие в гидродинамические устройства для соответствующих преобразований или другие технические элементы изменяют свое начальное состояние за счет реологических превращений, что приводит к созданию новых материальных потоков с новыми характеристиками (температуры, давления и пр.). При движении гидродинамических материальных потоков по каналам преобразующих элементов, под действием определенного усилия изменяются физические параметры жидкости, включая кинематическую и динамическую вязкость, а также плотность среды. Кроме того, может изменяться тепловой режим потока. Это приводит к изменению давления и, как следствие, скорости движения потока по пространственным координатам (первая деформация входа). Далее этот несколько деформированный гидродинамический поток действует на некоторый

движущийся механический элемент (мембрану, поршень). Под действием гидродинамического усилия этот элемент начинает двигаться в некотором фиксированном направлении. Это перемещение является основным (вторая деформация) для гидродинамического устройства, которое приводит к перемещению второго механического элемента (например, мембраны, поршня и пр.), что приводит к увеличению рабочего объема жидкости, а следовательно, к изменению как давления, так и физических параметров (плотности, вязкости, температуры). Такое преобразование гидродинамического потока является главным, которое преобразует усилие этого потока в движение механического элемента на некоторое заданное расстояние. Затем поток жидкости выводится с гидромеханического устройства (третья деформация – сток жидкости) для повторного его использования. Для всех трех реологических деформаций (преобразований) общим характерным параметром является скорость движения жидкости. Для первой деформации гидродинамического потока скорость движения в общем виде описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \theta} = D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2} + v_1\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi}, \quad (1)$$

где $x_1(\xi,t)$ – перемещение исходного гидродинамического потока вдоль текущей координаты ξ за время t; D – коэффициент преобразования, имеющий размерность *м²/с*; v_1 – линейная скорость движения потока, *м/с*.

При этом имеют место два возможных варианта движения гидродинамического потока:

1. Передний фронт потока движется в глухую емкость.

2. Передний фронт потока упирается в глухую стенку. В этом случае скорость движения потока равна нулю. Такой процесс переноса импульса движения потока описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \theta} = D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2}. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) при соответствующих краевых условиях имеют аналитические решения [1].

Вторая деформация гидродинамического потока предназначена для создания поступательного или вращательного движения исполнительного механизма гидродинамического устройства. Для этого движения характерными есть следующие формы:

- апериодическая форма движение;
- колебательная форма движения;
- критическая форма движения;

Если выходной координатой второй деформации потока является перемещение механического элемента, то его движение имеет последовательно соединенные два динамические звена первого порядка. Первое звено формируется за счет изменения силы давления жидкости, а второе – за счет противодействующего усилия механического элемента.

Таким образом скорость движения механического элемента будет описываться таким дифференциальным уравнением

$$\frac{dx_2(t)}{\partial t} = \tau_2^2 \frac{d^3x_2(t)}{dt^3} + \tau_1 \frac{d^2x_2(t)}{dt^2} + \frac{dx_2(t)}{dt}, \quad (3)$$

где $\tau_1 = \tau' + \tau''$: $\tau_2^2 = \tau' \cdot \tau''$ – постоянные времени деформации; τ', τ''- постоянные времени элементарных динамических звеньев (жидкостного напора и перемещения механического элемента соответственно; $x_2(t)$ – текущее перемещение механического элемента во времени *t*.

Следует отметить, что при реологических преобразованиях существуют границы, на которых имеет место равенство скоростей движения потоков. В нашем случае такая условная граница существует между первой и второй зонами деформаций, для которой скорость $\frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \theta}$ конца первой деформации равна скорости $\frac{dx_2(t)}{\partial t}$ начала второй деформации. Таким образом, приравнивая уравнения (1) и (3) получаем следующее нелинейное дифференциальное уравнение

$$D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2} + v_1 \frac{\partial x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi} = \tau_2^2 \frac{d^3x_2(t)}{dt^3} + \tau_1 \frac{d^2x_2(t)}{dt^2} + \frac{dx_2(t)}{dt}; \quad (4)$$

приравнивая уравнения (2) и (4) получаем

$$D\frac{\partial^2 x_1(\xi,\theta)}{\partial \xi^2} = \tau_2^2 \frac{d^3x_2(t)}{dt^3} + \tau_1 \frac{d^2x_2(t)}{dt^2} + \frac{dx_2(t)}{dt}. \quad (5)$$

Заключение. Полученные уравнения представляют собой нелинейные математические модели гидродинамических устройств при различных условиях формирования входного потока. Уравнения являются градиентными. Следовательно, для их аналитического решения можно воспользоваться методом нулевого градиента. Тогда на условной границе раздела между деформациями эти уравнения можно представить системой двух дифференциальных уравнений, совместное решение которых позволяет получить аналитические математические модели гидродинамических процессов.

Список литературы

1. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва : Высшая школа, 1967. – 500 с.

УДК 539.3:534.1

МЕТОДИКА СВЕДЕНИЯ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОЙ ПЛАСТИНЫ К СИСТЕМЕ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Сторожев С.В. [1], д-р техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-4198-3491,
Номбре С.Б. [2], канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0008-5417-589X,
Жмыхова Т.В. [2], канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0009-3034-086X
[1]ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Москва, РФ
[2]«Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» – филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Макеевка, ДНР, РФ
s.v.storozhev@donnasa.ru

Запросы инженерной практики и логика внутреннего развития фундаментальных исследований определили в механике деформируемого твердого тела тенденции к более детальному учету физико-механических свойств материалов. В частности, выраженной механической анизотропией и неоднородностью свойств обладают искусственно создаваемые функционально-градиентные композиты [1,2]. Детали и компоненты конструкций из таких материалов в форме пластин находят широкое применение в аэрокосмической отрасли, микроэлектронике, создании высокоточного оборудования, а также других высокотехнологичных производствах [3]. Одной из главных задач на данный момент является актуализация математических моделей для многосвязных тел сложной конструкции, а также разработка новых методик их анализа. В связи с этим, исследование пространственных краевых задач стационарной динамики функционально-градиентных трансверсально-изотропных экспоненциально неоднородных пластин является актуальным направлением.

Цель исследования – разработка методики сведения граничной задачи о стационарных колебаниях под действием осциллирующих нагрузок трансверсально-изотропной функционально-градиентной экспоненциально-неоднородной пластины к системе линейных алгебраических уравнениям относительно коэффициентов разложения по однородным решениям.

Постановка задачи. Будем считать трансверсально-изотропную пластину толщины h многосвязной и обозначим торцовые плоскости:

$$\Gamma_{01}=\{(x_1,x_2)\in S, x_3=0\},\ \Gamma_{02}=\{(x_1,x_2)\in S, x_3=h\},$$

а цилиндрические поверхности образующие внешнюю боковую и границы внутренних отверстий – Γ_q $(q=\overline{1,N})$.

На торцовых плоскостях плиты Γ_{01} и Γ_{02} имеют место краевые однородные условия в напряжениях:

$$(\sigma_{3j})_{\Gamma_{01}} = 0,\ (\sigma_{3j})_{\Gamma_{02}} = 0\ \ (j = \overline{1,3}), \tag{1}$$

для случая свободной от усилий поверхности. Тогда как на боковых поверхностях действуют осциллирующие нагрузки:

$$(\sigma_{3j})_{\Gamma_q} = F_j^{(q)}. \tag{2}$$

Закон Гука для трансверсально-изотропной функционально-градиентной среды имеет вид [4]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= c_{11}\partial_1 u_1 + c_{12}\partial_2 u_2 + c_{13}\partial_3 u_3,\\
\sigma_{22} &= c_{12}\partial_1 u_1 + c_{11}\partial_2 u_2 + c_{13}\partial_3 u_3,\\
\sigma_{33} &= c_{13}\partial_1 u_1 + c_{13}\partial_2 u_2 + c_{33}\partial_3 u_3,\\
\sigma_{23} &= c_{44}\partial_2 u_3 + c_{44}\partial_3 u_2,\\
\sigma_{13} &= c_{44}\partial_1 u_3 + c_{44}\partial_3 u_1,\\
\sigma_{12} &= \frac{c_{11} - c_{12}}{2}(\partial_1 u_2 + \partial_2 u_1),
\end{aligned} \tag{3}$$

где σ_{ij} – элементы тензора напряжений; $c_{ij} = c_{ij0}\exp(\lambda x_3)$, $\rho = \rho_0 \exp(\lambda x_3)$ – элементы матрицы упругих постоянных и плотность материала соответственно; $\partial_j = \partial / \partial x_j$.

Методика сведения граничной задачи к системе линейных уравнений. Однородные решения в эллиптических координатах (r, ϑ, x_3) для рассматриваемой задачи были получены в работе [5]. В соответствии с принципом обобщенной суперпозиции решение граничной задачи представляется суммой разложений по однородным решениям в каждой из локальных координат. В произвольном варианте задачи суперпозицию рядов по однородным решениям в локальных координатах можно трансформировать и представить вектор перемещений, вектор напряжений и вектор граничных условий, имеющий размерность $3N$, как:

$$\begin{gathered}
u = (u_r, u_\vartheta, u_3) = \sum_{p=1}^{\infty} A_p L_u \Phi_p,\\
\sigma = (\sigma_{rr}, \sigma_{\vartheta\vartheta}, \sigma_{33}, \sigma_{r\vartheta}, \sigma_{r3}, \sigma_{\vartheta 3}) = \sum_{p=1}^{\infty} A_p L_\sigma \Phi_p,\\
\sigma^G((\sigma_{rr})_{\Gamma_1}, (\sigma_{r\vartheta})_{\Gamma_1}, (\sigma_{r3})_{\Gamma_1}, \ldots (\sigma_{rr})_{\Gamma_N}, (\sigma_{r\vartheta})_{\Gamma_N}, (\sigma_{r3})_{\Gamma_N}) = \sum_{p=1}^{\infty} A_p \Psi_p,\\
\Psi_p = ((L_G \Phi_p)_{\Gamma_1}, \ldots (L_G \Phi_p)_{\Gamma_N}),
\end{gathered} \tag{4}$$

где L_u, L_σ, L_G – матричные дифференциальные операторы, а A_p – коэффициенты разложения по однородным решениям.

Определение коэффициентов этих рядов из редуцируемых бесконечных систем линейных алгебраических уравнений выполнено с

применением метода ортогональных рядов и обобщенного метода наименьших квадратов:

$$J(A_1, A_2, \ldots A_p \ldots) = \sum_{k=1}^{N} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{2\pi} \left| \sigma_k^G - F_k^G \right|^2 d\vartheta_k dx_3 ,$$

$$\frac{\partial}{\partial A_j} J(A_1, A_2, \ldots A_p \ldots) = 0 , \qquad (5)$$

где J – функция квадратичной невязки условий (2). Соотношения (5) порождают бесконечную систему линейных алгебраических уравнений, из которых определяются искомые коэффициенты разложения A_p.

Заключение. В данном исследовании разработана методика сведения граничной задачи о стационарных колебаниях под действием осциллирующих нагрузок трансверсально-изотропной функционально-градиентной экспоненциально-неоднородной пластины к системе линейных алгебраических уравнениям относительно коэффициентов разложения по однородным решениям и нахождения этих коэффициентов с помощью обобщенного метода наименьших квадратов.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в рамках проекта «Исследование моделей динамического деформирования неоднородных анизотропных плит произвольной толщины с вырезами и включениями» (№ FRRW-2026-0006).*

Список литературы

1. Жаворонок, С. И. Задачи о дисперсии волн в неоднородных волноводах: Методы решения (обзор). Часть 1 / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т. 27, № 2. – С. 227–260. – DOI 10.33113/mkmk.ras.2021.27.02.227_260.06.
2. Жаворонок, С. И. Задачи о дисперсии волн в неоднородных волноводах: Методы решения (обзор). Часть 2 / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2022. – Т. 28, № 1. – С. 36–86. – DOI 10.33113/mkmk.ras.2022.28.01.036_086.03.
3. Криваткин, А. М. Теплорассеивающие полимерные композиты в микроэлектронике / А. М. Криваткин, Ю. И. Сакуненко // Технологии в электронной промышленности. – 2009. – № 6 (34). – С. 34–36.
4. Глухов, А. А. Построение однородных решений вихревого типа для моделей стационарного динамического деформирования трансверсально-изотропных функционально-градиентных экспоненциально-неоднородных плит / А. А. Глухов // Журнал теоретической и прикладной механики. – 2026. – № 2 (95). – С. 19–28. – EDN GKNAXJ. – DOI 10.24412/ 0136-4545-2026-2-19-28.
5. Сторожев, С. В. Система однородных решений для пространственной задачи об упругих колебаниях трансверсально-изотропного функционально-градиентного пласта горных пород с эллиптическими отверстиями / С. В. Сторожев, Т. П. Малютина, А. И. Бумага // Труды РАНИМИ: сб. науч. тр. – 2026. – № 11 (49). – С. 173–188. – DOI 10.24412/2519-2418-2026-1149-173-188.

УДК 004.942:531.391

ДИНАМИКА ГИБКОЙ СВЯЗИ БУКСИРУЕМОЙ ПОДВОДНОЙ ПРИВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ

Терлыч С.В., канд. техн. наук, ORCID 0000-0002-6044-3087
ФГБОУ ВО «Херсонская государственная морская академия», г. Херсон, РФ
terlych_1981@rambler.ru

Введение и обзор литературы. При эксплуатации гибких связей (ГС) подводных буксируемых систем (ПБС) возможны повреждения кабель-буксиров (КБ) в результате многочисленных перегибов на роульсах, блоках, барабанах лебёдок и спускоподъёмных устройств [1, 2, 3].

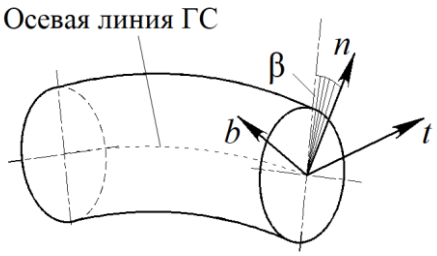
Важное значение приобретает исследование жёсткости кручения (ЖК) ГС в условиях эксплуатации. В некоторых областях этим вопросом занимались ранее [2, 4], то при проектировании и конструировании ГС, например, при морской буксировке [3, 4] и эксплуатации ПБС [1, 2, 4] эти вопросы практически не изучены по причине высокой стоимости натурных экспериментов и отсутствия контрольно-измерительных комплексов. Кроме того, существуют математические модели (ММ) описания динамики [1-5] не учитывают ЖК и не дают возможности использовать их в прикладных инженерных расчётах.

Автор пытался найти информацию по исследованию кручения и напряжений кручения в ГС, а также созданию ММ, описывающих их, однако такой литературы, как показал обзор источников, практически нет. Очевидно, что тема разработки ММ описания динамики МПС с учетом воздействия кручения является важной и актуальной. До нашего времени указанные исследования не получили необходимого развития в связи с отсутствием достоверных ММ, которые достаточно просто и эффективно могут быть реализованы в виде алгоритмов и программ для численного решения рассмотренных вопросов.

Цель статьи – разработка ММ динамики ГС ПБС с учётом влияния жёсткости кручения ГС путём её дополнения методом определения векторов обобщённых сил кручения ГС и проверка влияния жёсткости кручения (ЖК) ГС на её прогиб и силу растяжения на конкретных примерах.

Основной текст. Анализ существующих моделей динамики ГС ПБС показал, что в большинстве моделей элемента ГС в ПБС рассмотрена динамика ГС при достаточно малых перемещениях и прогибах, что свидетельствует про актуальность разработки данной ММ динамики элемента ГС, позволяющей учитывать большие перемещения ГС в составе ПБС. Предложенная модель двух связанных ГС даёт возможность разработки алгоритма расчёта динамики ГС при её больших перемещениях.

На рис. 1 представлен элемент гибкой связи с известным углом поворота конечного поперечного сечения элемента ГС.



t – вектор касательной; *n* – нормаль; *b* – бинормаль

Рис. 1. Поворот концевого поперечного сечения элемента ГС относительно нормали и базиса Ферне осевой линии

Угол β определяется вдоль осевой линии ГС ($p \in [0;l]$). С помощью интерполяционной зависимости $\beta(p) = \beta_0\left(1-\frac{p}{l}\right)+\beta_l\frac{p}{l}$, где β_0, β_l – углы поворота сечений в концевых точках базиса Ферне относительно нормали *n*.

Как функции нормы ГС применены функции Эрмита, которые позволяют аппроксимировать форму элемента ГС по величине и производной радиуса-вектора ГС

$$x(p) = s_1(p)x_0 + s_2(p)x_0' + s_3(p)x_l + s_4(p)x_l',\ y(p) = s_1(p)y_0 + s_2(p)y_0' + s_3(p)y_l + s_4(p)y_l',$$
$$z(p) = s_1(p)z_0 + s_2(p)z_0' + s_3(p)z_l + s_4(p)z_l'.$$

Векторы обобщённых сил изгиба и кручения ($\vec{Q}^{\sigma}_{i-1}, \vec{Q}^{\sigma}_{i_1}, \vec{Q}^{\sigma}_{i_2}, \vec{Q}^{\sigma}_{i+1}, \vec{Q}^{\tau}_{i-1}, \vec{Q}^{\tau}_{i_1}, \vec{Q}^{\tau}_{i_2}, \vec{Q}^{\tau}_{i+1}$), которые входят в уравнение

$$\mathrm{M}_1\cdot\ddot{\vec{e}}_{i-1} + \mathrm{M}_2\cdot\ddot{\vec{e}}_i + \mathrm{M}_3\cdot\ddot{\vec{e}}_{i+1} + \mathrm{K}_1\cdot\vec{e}_{e-1} + \mathrm{K}_2\cdot\vec{e}_i + \mathrm{K}_3\cdot\vec{e}_{i+1} +$$
$$+\vec{Q}^{\sigma}_{i-1} + \vec{Q}^{\sigma}_{i_1} + \vec{Q}^{\sigma}_{i_2} + \vec{Q}^{\sigma}_{i+1} + \vec{Q}^{\tau}_{i-1} + \vec{Q}^{\tau}_{i_1} + \vec{Q}^{\tau}_{i_2} + \vec{Q}^{\tau}_{i+1} = \vec{Q}_i,$$

определены по зависимости для сил реакции изгиба ГС

$$\vec{Q}^{\sigma}_i = EI\int_0^l \sigma\frac{\partial\sigma}{\partial\vec{e}_i}dp = \frac{EI}{2}\int_0^l\frac{\partial\sigma^2}{\partial\vec{e}_i}d\xi$$

и по формуле (3) для сил реакции кручения ГС

$$\vec{Q}^{\tau}_i = \frac{\partial U^{\tau}}{\partial\vec{e}_i} = GI_p\int_0^l\tau\frac{\partial\tau}{\partial\vec{e}_i}dp = \frac{GI_p l}{2}\int_0^l\frac{\partial\tau}{\partial\vec{e}_i}d\xi.$$

Кривизна σ осевой линии по отношению к главным осям инерции площади поперечного сечения с изгибной жёсткостью *EI*_и кривизной осевой линии $\sigma = \frac{|\vec{r}'\times\vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}$.

Векторы обобщённых сил изгиба и кручения ($\vec{Q}^{\sigma}_{i-1}, \vec{Q}^{\sigma}_{i_1}, \vec{Q}^{\sigma}_{i_2}, \vec{Q}^{\sigma}_{i+1}, \vec{Q}^{\tau}_{i-1}, \vec{Q}^{\tau}_{i_1}, \vec{Q}^{\tau}_{i_2}, \vec{Q}^{\tau}_{i+1}$) можно определить по формулам

$$\vec{Q}_{i\ 1}^{\sigma} = \frac{EIl}{2}\int_0^l \frac{\partial \sigma_{i\ 1}^2}{\partial \vec{e}_{i\ 1}} d\xi\,, \quad \vec{Q}_{i1}^{\sigma} = \frac{EIl}{2}\int_0^l \frac{\partial \sigma_{i1}^2}{\partial \vec{e}_{i1}} d\xi, \quad \vec{Q}_{i2}^{\sigma} = \frac{EIl}{2}\int_0^l \frac{\partial \sigma_{i2}^2}{\partial \vec{e}_{i2}} d\xi, \quad \vec{Q}_{i+1}^{\sigma} = \frac{EIl}{2}\int_0^l \frac{\partial \sigma_{i+1}^2}{\partial \vec{e}_{i+1}} d\xi\,,$$

$$\vec{Q}_{i\ 1}^{\tau} = \frac{GI_p l}{2}\int_0^l \frac{\partial \tau_{i\ 1}^2}{\partial \vec{e}_{i\ 1}} d\xi\,, \ \vec{Q}_{i1}^{\tau} = \frac{GI_p l}{2}\int_0^l \frac{\partial \tau_{i1}^2}{\partial \vec{e}_{i1}} d\xi, \ \vec{Q}_{i2}^{\tau} = \frac{GI_p l}{2}\int_0^l \frac{\partial \tau_{i2}^2}{\partial \vec{e}_{i2}} d\xi, \ \vec{Q}_{i+1}^{\tau} = \frac{GI_p l}{2}\int_0^l \frac{\partial \tau_{i+1}^2}{\partial \vec{e}_{i+1}} d\xi,$$

но процесс их определения связан со сложностью взятия производных и интегралов в аналитическом виде, учитывая сложность формул, что делает процесс трудоёмким и не всегда возможным без применения приближённых численных методов.

Для решения этой задачи разработан метод определения векторов $\vec{Q}_{i-1}^{\sigma}, \vec{Q}_{i_1}^{\sigma}, \vec{Q}_{i_2}^{\sigma}, \vec{Q}_{i+1}^{\sigma}, \vec{Q}_{i-1}^{\tau}, \vec{Q}_{i_1}^{\tau}, \vec{Q}_{i_2}^{\tau}, \vec{Q}_{i+1}^{\tau}$ с помощью численных методов вычисления их интегралов и производных.

Заключение. Корректное моделирование динамики ГС с учётом её кручения необходимо выполнять в трёхмерной постановке задачи. В этом случае, упрощающие допущения о перемещении ГС только в плоскости *xz* могут привести к качественно и количественно неправильным выводам. Кручение ГС может привести к существенному изменению формы ГС и траектории движения буксирных объектов, а также изменению силы, которые действуют на элементы ПБС. Научная новизна данной ММ динамики ГС ПБС состоит в её комплексности и возможности исследовать ГС с учётом её растяжения, изгиба, кручения и условий эксплуатации в составе практически всех классов и типов ПБС.

Список литературы

1. Ищейкин, Г. Ю. Моделирование изменений длины и натяжения троса в процессе выполнения буксирной операции / Ю. И. Юдин, Г. Ю. Ищейкин // Морские интеллектуальные технологии. – 2020. – Т.4, № 4. – С. 8–12.
2. Звягин, А. В. Динамика нити переменной длины / А. В. Звягин, Д. И. Панфилов // ООО "Редакционно-издательский центр "КУЛЬТ-ИНФОРМ-ПРЕСС", 2014. – С. 50–57. – EDN TMNSTD.
3. Котесов, А. А. Прогнозирование надежности стальных канатов на этапе проектирования / А. А. Котесов // Безопасность техногенных и природных систем. – 2026. – № 1. – С. 32–46.
4. Компьютерное моделирование и расчет динамики нити : монография / А. С. Донской // Санкт-Петербург : РИЦ СПГУТД, 2003. – 136 с. : ил., табл.; 21 см.; ISBN 5-7937-0076-5.

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ УРАВНЕНИЙ АНИЗОТРОПНОЙ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ СТЕРЖНЕЙ

***Тимошенко Д.В.*[1,2]**, канд. физ.-мат. наук, доц.,
ORCID 0009-0004-0444-2807,
***Илюхин А.А.*[2]**, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0004-8024-2209
[1]ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Ростов-на-Дону, РФ
[2]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
dmitrytim@yandex.ru, aleilyukhin@yandex.ru.

Введение. Классические модели деформации упругих стержней, основанные на гипотезах Бернулли-Эйлера или Кирхгофа, описывают кинематику и статику в рамках безмоментного континуума. Однако такие подходы неспособны адекватно оценивать современные полимерные композиты, наноматериалы и биоволокна, обладающие выраженной внутренней структурой. Учет моментных напряжений позволяет описывать масштабные эффекты, которые становятся существенными, когда внутренний масштаб материала соизмерим с геометрическим размером поперечного сечения. Настоящая работа посвящена строгому выводу одномерных уравнений равновесия и определяющих соотношений для микрополярного стержня, обладающего общей анизотропией упругих свойств, при которой все компоненты деформаций оказываются связанными.

Целью данного исследования является разработка замкнутой одномерной математической модели и определение точной структуры физических уравнений для криволинейно-анизотропных микрополярных стержней на основе строгого асимптотического перехода от трехмерных уравнений теории упругости.

Основная часть. Переход от трехмерных уравнений теории упругости к одномерной модели осуществляется методом асимптотического интегрирования. В качестве базиса используется естественный трехгранник оси стержня (главные оси изгиба и кручения), геометрия которого задается компонентами вектора Дарбу. На микроуровне вводится базис Коссера, описывающий ориентацию микроструктуры. В недеформированном состоянии эти базисы отождествляются. Малым параметром задачи выступает отношение характерного размера сечения к длине стержня. Путем введения соответствующих масштабов переменные переводятся в безразмерный вид и раскладываются в асимптотические ряды, что позволяет построить иерархию приближений. В нулевом приближении компоненты касательных силовых и моментных напряжений в сечении обращаются в ноль, а нормальное напряжение и крутящий момент остаются неопределенными функциями продольной координаты. Первое

приближение описывает распределение касательных напряжений в сечении, вызванное изменением продольных сил, и учитывает кривизну оси. Трехмерные перемещения и повороты представляются в виде суммы жесткого смещения сечения и локальных функций депланации. Решение вспомогательных двумерных задач на сечении позволяет выразить функции депланации через макродеформации оси с помощью функций влияния, зависящих от геометрии сечения и констант анизотропии. Последующее интегрирование локальных напряжений по площади сечения приводит к получению одномерных физических уравнений — аналогов соотношений Эйлера-Бернулли. Полученные соотношения связывают интегральные усилия и моменты с параметрами деформации оси через матрицы эффективных жесткостей, структура которых полностью определяется тензорами анизотропии и микрополярными модулями.

Заключение. Основным результатом проведенного исследования является вывод и детальное описание структуры замкнутой системы одномерных определяющих соотношений, которые связывают интегральные усилия и моменты с деформациями оси анизотропного микрополярного стержня. Обосновано, что учет общей анизотропии в сочетании с моментной теорией упругости приводит к полному заполнению матриц эффективных жесткостей и возникновению уникальных перекрестных эффектов связанности.

Полученная система уравнений дополняется замыкающими соотношениями, связывающими основные геометрические, силовые и моментные характеристики деформируемого стержня:

$$Q_j = A^*_{jp} T_p + B^*_{jp} K_p,\ M_j = D^*_{jp} T_p + C^*_{jp} K_p$$

Коэффициенты в приведенных соотношениях имеют следующий смысл: матрица A^*_{jp} описывает жесткость на растяжение-сжатие и сдвиг. В анизотропном случае растяжение (Q_1) может быть вызвано сдвиговыми деформациями $T_{2,3}$; матрица C^*_{jp} описывает изгибно-крутильную жесткость. Учитывает как классический момент инерции, так и микрополярные модули; матрицы B^*_{jp} и D^*_{jp} описывают «перекрестные» эффекты, демонстрируют взаимосвязь растяжения и кручения, изгиба и сдвига.

Описаны явления, вызванные общей анизотропией материала. Обнаружена перекрестная связанность «растяжение-кручение», при которой осевая растягивающая сила автоматически генерирует крутящий момент и закручивает стержень вокруг своей оси, а внешний крутящий момент вызывает его продольное удлинение. Также подтверждена связанность «изгиб-изгиб»: из-за заполнения перекрестных коэффициентов жесткости изгибающий момент, приложенный в одной из главных плоскостей инерции, неизбежно приводит к искривлению стержня в

перпендикулярной плоскости, даже если внешние силы в этом направлении отсутствуют. Дополнительно зафиксирован эффект анизотропного сдвига, при котором перерезывающие касательные силы жестко связываются с продольной осевой деформацией, физически провоцируя косой изгиб стержня в процессе его чистого растяжения.

Описаны масштабные эффекты, обусловленные микрополярной, моментной природой упругой среды. Ключевым результатом здесь является обоснование микрополярного увеличения прочности элементов малых размеров. Изгибная жесткость стержня в новой модели складывается из классической составляющей и микрополярной поправки, умноженной на площадь поперечного сечения. Кроме того, доказано существование собственной крутильной жесткости материала, которая напрямую связывает крутящий момент с деформацией кручения через независимую константу микроструктуры и не зависит от геометрического полярного момента инерции сечения. Выявлен несимметричный характер распределения касательных сил в поперечном сечении стержня, нарушающий классический закон парности касательных напряжений. Внедрение полученных физических уравнений позволяет добавить новые члены связанности в классические уравнения типа Кирхгофа, что имеет критически важное значение для высокоточного анализа элементов конструкций из современных композитов.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена в ФГБНУ ИПММ при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ: РНОМЦ Азово-Черноморский математический центр, соглашение № 075-02-2026-734.*

Список литературы

1. Кувшинский, Е. В. Континуальная теория асимметрической упругости / Е. В. Кувшинский, Э. Л. Аэро // ФТТ. – 1969. – Т. 5, № 9. – С. 2591–2598.
2. Cosserat, E. Th´eorie des corps deformables / E. Cosserat, F. Cosserat. – Paris, 1909. – vi+226 p. (Appendix, p. 953–1173 of Chwolson’s Traite de Physicue. 2nd ed., Paris).
3. Иванова, Е. А. Учет моментного взаимодействия при расчете изгибной жесткости наноструктур / Е. А. Иванова [и др.] // Докл. РАН. – 2003. – Т. 391, № 6. – С. 764–768.
4. Илюхин, А. А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней / А. А. Илюхин. – Киев: Наукова думка, 1979. – 216 с.
5. Илюхин, А. А. К моментной теории упругих стержней / А. А. Илюхин, Н. Н. Щепин // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2001. Спецвыпуск. – С. 92–94.
6. Никабадзе, М. У. К построению собственных тензорных столбцов в микрополярной линейной теории упругости / М. У. Никабадзе // Вестник Московского государственного университета. Сер. 1. Математика. Механика. – 2014. – № 1. – С. 30–39.
7. Аннин, Б. Д. Анизотропия упругих свойств материалов / Б. Д. Аннин, Н. И. Остросаблин // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 6. – С. 131–151.
8. Аннин, Б. Д. Определяющие уравнения моментной линейной теории упругости и двумерная задача о чистом сдвиге со стесненным вращением / Б. Д. Аннин, Н. И. Остросаблин, Р. И. Угрюмов // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2023. – Т. 26, № 1. – С. 5–19. – DOI 10.33048/SIBJIM.2023.26.101. – EDN HSXIYY.

Математический анализ и дифференциальные уравнения

УДК 517.927

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРА И СУЩЕСТВОВАНИЕ ОГРАНИЧЕННОГО КЛАССИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ

Афанасьева Н.О., ORCID 0009-0009-0044-7930
ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе», г. Москва, РФ
afanasievan@mgri.ru

Введение. Спектральные задачи для дифференциальных уравнений на неограниченных областях представляют интерес при исследовании условий существования собственных функций и характера спектра. В работе рассматривается краевая задача на всей числовой оси, нелинейная на одной полуоси и линейная на другой. Основное внимание уделяется условиям существования дискретного и непрерывного спектров.

Цель работы – определить условия существования дискретного и непрерывного спектров рассматриваемой нелинейно-линейной краевой задачи.

Основная часть. Рассмотрим краевую задачу на всей числовой оси для функции $u_1(x)$ и $u_2(x)$, определяемых на промежутках $x < 0$ и $x > 0$ соответственно:

$$u_1''(x) + \big(f_1\big(u_1(x)\big) - \lambda\big)u_1(x) = 0, \quad x < 0, \tag{1}$$

$$u_2''(x) + (f_2(x) - \lambda)u_2(x) = 0, \quad x > 0. \tag{2}$$

Здесь $\lambda \in \mathbb{R}$ – спектральный параметр, $f_1\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ – нелинейная функция, $f_2\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ – функция переменной x. Предполагается, что $f_1(z) \geq 0$ для всех $z \in \mathbb{R}$, $f_2(x) \geq 0$ для всех $x > 0$, и $f_1 \neq f_2$.

На функции u_1 и u_2 накладываются условия сопряжения в точке $x = 0$ для функций и их первых производных. А также задаются условия на бесконечности. Собственной функцией называется нетривиальное решение, удовлетворяющее всем указанным условиям. Изолированные собственные значения образуют дискретный спектр, а значения параметра, при которых существует ограниченное нетривиальное решение, не обязательно стремящееся к нулю, относятся к непрерывному спектру.

Для нелинейного уравнения (1) при $x < 0$, введем функционал $F_1(u) = \int_0^u f_1(s)\, sds$. Тогда первый интеграл уравнения (1) имеет вид:

$$\frac{1}{2}\left(u_1'(x)\right)^2 + F_1\left(u_1(x)\right) - \frac{\lambda}{2}u_1^2(x) = C.$$

Из условий на бесконечности при $x \to -\infty$ получаем $C = 0$. Таким образом,

$$\frac{1}{2}\left(u_1'(x)\right)^2 + F_1\left(u_1(x)\right) - \frac{\lambda}{2}u_1^2(x) = 0. \quad (3)$$

Из полученного соотношения следует необходимое условие существования нетривиального решения:

$$\lambda > 0.$$

Таким образом, собственные значения рассматриваемой задачи могут находиться только в положительной части спектральной оси.

Дальнейшее исследование провожу отдельно для четырех случаев, определяемых поведением f_1 и f_2.

Случай 1: $f_1(u)$ неограниченна для любого u, $f_2(x)$ неограниченна при $x \to \infty$.

Пусть выполняются условия:

$$f_1 \in C(\mathbb{R}), \qquad \lim_{|z|\to\infty} f_1(z) = +\infty,$$
$$f_2 \in C\left([0,+\infty)\right), \qquad \lim_{|z|\to\infty} f_2(x) = +\infty.$$

Существует $\delta > 0$ такое, что $f_1(z) > f_2(0)$ для всех $|z| < \delta$, $z \neq 0$. Тогда дискретный спектр $\sigma_d > 0$ задачи непуст и лежит в интервале $\left(0, \min\left(\inf_z f_1(z), \inf_x f_2(x)\right)\right)$.

Случай 2: $f_1(u)$ ограниченна, $f_2(x)$ ограниченна.

Пусть выполняются условия:

$$f_1 \in C(\mathbb{R}), \qquad \sup_{z\in\mathbb{R}} f_1(z) = M_1 < +\infty,$$
$$f_2 \in C([0,+\infty]), \qquad \sup_{x\geq 0} f_2(x) = M_2 < +\infty,$$

а также $f_1(z) > f_2(0)$ для всех $z \neq 0$ из некоторой окрестности нуля. Тогда дискретный спектр σ_d задачи содержится в $(0, \min(M_1, M_2))$ и может быть пустым, если M_1 и M_2 слишком малы.

Случай 3: $f_1(u)$ неограниченна, $f_2(x)$ ограниченна.

Пусть выполняются условия:

$$f_1 \in C(\mathbb{R}), \qquad \lim_{|z|\to\infty} f_1(z) = +\infty,$$
$$f_2 \in C([0,+\infty]), \qquad \sup_{x\geq 0} f_2(x) = M_2 < +\infty,$$

а также $f_1(z) > M_2$ для всех $z \neq 0$ из некоторой окрестности нуля. Тогда дискретный спектр σ_d задачи непуст и лежит в $(0, M_2)$.

Случай 4: $f_1(u)$ ограниченна, $f_2(x)$ неограниченна.

Пусть выполняются условия:

$$f_1 \in C(\mathbb{R}), \qquad \sup_{z\in\mathbb{R}} f_1(z) = M_1 < +\infty,$$
$$f_2 \in C\left([0,+\infty)\right), \qquad \lim_{|z|\to\infty} f_2(x) = +\infty,$$

а также $f_1(z) > f_2(0)$ для всех $z \neq 0$ из некоторой окрестности нуля. Тогда дискретный спектр σ_d задачи непуст и лежит в $(0, M_1)$.

Условие возникновения непрерывного спектра рассматривается отдельно. При соответствующем поведении коэффициентов на бесконечности для некоторого интервала $\lambda > 0$ линейное уравнение имеет ограниченные осциллирующие решения. Их существование устанавливается методом вариации постоянных и теоремой Банаха.

На нелинейной полуоси ограниченные периодические решения строятся с помощью первого интеграла. Согласование решений при $x = 0$ выбором амплитуды и фазы обеспечивает выполнение условий сопряжения. Следовательно, для каждого λ из рассматриваемого интервала существует ограниченное решение всей задачи, что соответствует непрерывному спектру.

Таким образом, характер спектра определяется поведением f_1 и f_2. При неограниченности обеих функций существует дискретный спектр, при ограниченности обеих он может отсутствовать. Неограниченность f_1 при ограниченной f_2 допускает непрерывный спектр, а обратный случай обеспечивает не пустоту дискретного спектра при соответствующих условиях.

Заключение. В работе установлена зависимость характера спектра нелинейно-линейной краевой задачи от поведения функций f_1 и f_2. Получены условия существования дискретного и непрерывного спектров, а также показано, что ограниченные решения определяются при $\lambda > 0$ с использованием методов фазовой плоскости, вариации постоянных и теоремы Банаха.

Список литературы

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 572 с. – EDN: QJMRRN.
2. Треногин, В. А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. – 2-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2002. – 488 с.
3. Като, Т. Теория возмущений линейных операторов / Т. Като. – Москва : Мир, 1972. – 740 с.
4. Березанский, Ю. М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов / Ю. М. Березанский. – Киев : Наукова думка, 1965. – 798 с.
5. Зорич, В. А. Математический анализ: учебник для студентов высших учебных заведений. Ч. 1 / В. А. Зорич. – 9-е изд., испр. – Москва: Изд-во МЦНМО, 2018. – XII, 564 с. – ISBN 978-5-4439-1304-9.

УДК 517.984

К ВОПРОСУ О САМОСОПРЯЖЁННОСТИ БЛОЧНЫХ ЯКОБИЕВЫХ ОПЕРАТОРОВ

Будыка В.С., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0003-4528-5778
Донецкий филиал ФГБОУ ВО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации», г. Донецк, РФ
ФГБОУ ВО Санкт-Петербургский государственный университет»,
г. Санкт-Петербург, РФ
budyka.vik@gmail.com

Введение. Блочные якобиевы матрицы являются естественным объектом спектральной теории операторов. Они связаны с теорией матричных ортогональных полиномов, матричной проблемой моментов и разностными операторами, а также используются при исследовании спектральных свойств ряда дифференциальных операторов.

Для бесконечных блочных якобиевых матриц существенным является вопрос о самосопряжённости соответствующего минимального оператора. Одним из известных условий самосопряжённости этих операторов является матричный аналог теста Карлемана. Однако в случае блочных якобиевых матриц он не является необходимым, что мотивирует поиск других условий их самосопряжённости.

Цель работы – исследование новых условий самосопряжённости некоторого класса блочных якобиевых матриц.

Основная часть. Основным объектом исследования является блочный якобиев оператор в $l^2(N_0;C^m)$, ассоциированный с матрицей вида

$$J_{X,\alpha}(H)=\begin{pmatrix} O_m & \frac{1}{d_1^2}I_m & O_m & O_m & O_m & \dots \\ \frac{1}{d_1^2}I_m & -\frac{1}{d_1^2}I_m & \frac{1}{d_1^{3/2}d_2^{1/2}}I_m & O_m & O_m & \dots \\ O_m & \frac{1}{d_1^{3/2}d_2^{1/2}}I_m & \frac{\alpha_1}{d_2} & \frac{1}{d_2^2}I_m & O_m & \dots \\ O_m & O_m & \frac{1}{d_2^2}I_m & -\frac{1}{d_2^2}I_m & \frac{1}{d_2^{3/2}d_3^{1/2}}I_m & \dots \\ O_m & O_m & O_m & \frac{1}{d_2^{3/2}d_3^{1/2}}I_m & \frac{\alpha_2}{d_3} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Здесь $\alpha:=\{\alpha_n\}_1^\infty\subset \mathbf{C}^{m\times m}$, $\alpha_n=\alpha_n^*$, и $d_n>0$, $n\in N$, O_m и I_m – нулевой и единичный операторы в $C^{m\times m}$, а $N_0:=N\cup\{0\}$.

Всюду далее, $\|\cdot\|_m$ обозначает матричную норму в пространстве $C^{m\times m}$, $|\alpha_n|=\sqrt{\alpha_n^2}$ и $l^2(N_0;C^m):=l^2(N_0)\otimes C^m$.

В следующем результате указывается некоторый класс блочно якобиевых матриц $J_{X,\alpha}(H)$, оказывающихся самосопряжёнными и при условии $\{d_n\}_1^\infty\in l^2(N)$, т.е. в случае неприменимости теста Карлемана.

Теорема 1. *Пусть* $\alpha_n=\alpha_n^*$, $n\in N$. *Пусть также при некоторых* $a\in(0,1)$ *и* $M\in N$ *справедливы неравенства*

$$\|\alpha_n\|_m\le\frac{a}{d_{n+1}}\left(1+\left(\frac{d_{n+1}}{d_n}\right)^{3/2}\right),\qquad n\ge M.$$

Тогда оператор $J_{X,\alpha}(H)$ *самосопряжённый в* $l^2(N_0;C^m)$ *в точности тогда, когда* $\{d_n\}_1^\infty\notin l^1(N)$.

Следующая теорема дополняет результат теоремы 1 в случае отрицательных α_n и произвольных $\{d_n\}$.

Теорема 2. *Пусть* $\alpha_n=\alpha_n^*<0$, $n\in N$. *Если выполнены оценки*

$$\limsup_{n\to\infty}\frac{\left\||\alpha_n|^{-1/2}\right\|_m}{d_n^{1/2}}<\frac{1}{2},\qquad \limsup_{n\to\infty}\frac{\left\||\alpha_n|^{-1/2}\right\|_m}{d_{n+1}^{1/2}}<\frac{1}{2},$$

то оператор $J_{X,\alpha}(H)$ *самосопряжён в* $l^2(N_0;C^m)$.

Заключение. Новые условия самосопряжённости блочных якобиевых матриц $J_{X,\alpha}(H)$ дополняют результаты работ [1 – 4].

Информация о финансовой поддержке: *Исследования выполнены за счёт гранта Российского научного фонда № 23-11-00153-П.*

Список литературы

1. Kostenko, A. S. 1-D Schrodinger operators with local point interactions on discrete set / A. S. Kostenko, M. M. Malamud // J. Differential Equations – 2010. – No. 249. – P.253–304. – DOI 10.1016/J.JDE.2010.02.011.
2. Будыка, В. С. Индексы дефекта блочных якобиевых матриц, не удовлетворяющих условию Карлемана, и операторы с точечными взаимодействиями / В. С. Будыка, М. М. Маламуд, И. Л. Покровский // Математические заметки. – 2023. – Т. 114, № 5. – С. 789–795. – DOI 10.4213/mzm14040.
3. Костенко, А. С. Матричный оператор Шрёдингера с δ-взаимодействиями / А. С. Костенко, М. М. Маламуд, Д. Д. Натягайло // Математические заметки – 2016. – Т. 100, No. 1. – С. 59–77. – DOI 10.4213/mzm11122.
4. Мирзоев, К. А. Об индексе дефекта векторного оператора Штурма–Лиувилля / К. А. Мирзоев, Т. А. Сафонова // Математические заметки – 2016. – Т. 99, вып. 2. – С. 262–277. – DOI 10.4213/mzm10854.

УДК 517.984

О СУЩЕСТВОВАНИИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОГО ПРЕДЕЛА ОПЕРАТОРА ДИРАКА С МАТРИЧНЫМИ ТОЧЕЧНЫМИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

Будыка В.С., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0003-4528-5778
Донецкий филиал ФГБОУ ВО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации», г. Донецк, РФ
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
budyka.vik@gmail.com

Введение. Изучение точечных взаимодействий является одним из важных направлений спектральной теории дифференциальных операторов. Эти объекты позволяют получать точно решаемые модели и исследовать спектральные характеристики сингулярных возмущений. Для релятивисткой квантовой механики подобную роль играют точечные взаимодействия оператора Дирака. Их исследование позволяет, в частности, установить связь между релятивистскими и нерелятивистскими (операторы Шрёдингера) моделями, устремляя скорость света к бесконечности.

Цель работы – исследование существования нерелятивистского предела для операторов Дирака и Шрёдингера с матричными точечными взаимодействиями на полуоси.

Основная часть. Рассмотрим оператор Шрёдингера с матричными точечными взаимодействиями, ассоциированный в $L^2(R_+;C^m)$ с формальным дифференциальным выражением

$$l_{X,\alpha} := -\frac{d^2}{dx^2}\otimes I_m + \sum_{x_n\in X}\alpha_n\delta(x-x_n). \qquad (1)$$

Введём вначале предминимальный оператор $H^0_{X,\alpha} := -\frac{d^2}{dx^2}\otimes I_m$,

$$dom\left(H^0_{X,\alpha}\right) = \left\{ f\in W^{2,2}_{comp}(R_+;C^m): \begin{matrix} f'(0+)=0,\ f(x_n+)=f(x_n-), \\ f'(x_n+)-f'(x_n-)=\alpha_n f(x_n) \end{matrix} \right\}.$$

Здесь $X=\{x_n\}_1^\infty \subset I=(0,b)$ – строго возрастающая последовательность с $x_0:=0, x_{n+1}>x_n, x_n\to b(\le\infty)$, и $\alpha:=\{\alpha_n\}_1^\infty(\subset C^{m\times m}), \quad \alpha_n=\alpha_n^*, n\in N,$ I_m – единичный оператор в $C^{m\times m}$. Пусть $d_n := x_n - x_{n-1} > 0.$

Минимальный оператор $H_{X,\alpha}$, ассоциированный с формальным выражением (1), определяется как замыкание оператора $H^0_{X,\alpha}$ в $L^2(R_+;C^m)$.

Также напомним определение операторов Дирака с матричными δ-взаимодействиями в $L^2(\mathrm{R}_+;C^{2m})$. Пусть $D_{X,\alpha}$ – замыкание оператора $D^0_{X,\alpha}$ вида

$$D^0_{X,\alpha} := -ic\frac{d}{dx}\otimes\begin{pmatrix} O_m & I_m \\ I_m & O_m \end{pmatrix} + \frac{c^2}{2}\begin{pmatrix} I_m & O_m \\ O_m & -I_m \end{pmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\delta(x-x_n),$$

$$dom\left(D^0_{X,\alpha}\right) = \left\{ f \in W^{1,2}_{comp}(R_+;C^{2m}) : \begin{array}{c} f_{II}(0+)=0,\ f_I(x_n+)=f_I(x_n-), \\ f_{II}(x_n+)-f_{II}(x_n-)=-\dfrac{i\alpha_n}{c}f_I(x_n) \end{array} \right\}.$$

Здесь $\delta-$ дельта-функция Дирака, $c-$ скорость света, $f=\begin{pmatrix} f_I & f_{II} \end{pmatrix}^{\top}$, O_m – нулевой оператор в $C^{m\times m}$.

Оператор Дирака $D_{X,\alpha}$ в $L^2(R_+;C^{2m})$ всегда самосопряжён при всех $X=\{x_n\}_1^{\infty}$ и $\alpha=\{\alpha_n\}_1^{\infty}$ (см. [2] ($m=1$) и [1] ($m\geq 1$)).

Особый интерес представляют условия самосопряжённости оператора Шрёдингера $H_{X,\alpha}$ в $L^2(R_+;C^m)$, т. е. на полуоси. В работах [4] ($m=1$) и [5] ($m\geq 1$) самосопряжённость получена при условии $\sum_{n=1}^{\infty} d_n^2=\infty$. Однако в случае $\sum_{n=1}^{\infty} d_n=\infty$ (что означает действие оператора на полуоси) это условие может нарушаться.

Далее сформулируем результат о самосопряжённости оператора Шрёдингера $H_{X,\alpha}$ при условии $\sum_{n=1}^{\infty} d_n^2<\infty$.

Теорема 1. *Пусть* $\alpha_n=\alpha_n^*$, $n\in N$. *Если выполнено одно из условий:*

(i) *при некоторых* $a\in(0,1)$ *и* $M\in N$ *справедливы неравенства*

$$\| \alpha_n \|_m \leq \frac{a}{d_{n+1}}\left(1+\left(\frac{d_{n+1}}{d_n}\right)^{3/2}\right), \qquad n\geq M, \tag{2}$$

(ii) *пусть* $\alpha_n=\alpha_n^*<0$, $n\in N$ *и выполнены оценки*

$$\limsup_{n\to\infty}\frac{\left\| |\alpha_n|^{-1/2}\right\|_m}{d_n^{1/2}}<\frac{1}{2}, \qquad \limsup_{n\to\infty}\frac{\left\| |\alpha_n|^{-1/2}\right\|_m}{d_{n+1}^{1/2}}<\frac{1}{2}, \tag{3}$$

то оператор $H_{X,\alpha}$ *в* $L^2(R_+;C^m)$.

Результаты теоремы 1 позволяют обосновать существование нерелятивистского предела при $c\to\infty$.

Теорема 2. *Пусть* $X=\{x_n\}_1^{\infty}-$ *дискретное подмножество* R_+, *и* $\alpha:=\{\alpha_n\}_1^{\infty}$, $\alpha_n=\alpha_n^*\subset C^{m\times m}$. *Пусть также выполнено одно из условий (2) или (3).*

(i) *Тогда оператор* $H_{X,\alpha}$ *самосопряжён в* $L^2(R_+;C^m)$ *и существует нерелятивистский предел*

$$s-\lim_{c\to+\infty}\left(D_{X,\alpha}-(z+c^2/2)\right)^{-1}=(H_{X,\alpha}-z)^{-1}\otimes\begin{pmatrix} I_m & O_m \\ O_m & O_m \end{pmatrix}. \tag{4}$$

(ii) *Если* $d_*(X) := \inf_n d_n > 0$, *то сходимость в (4) равномерна.*

Заключение. В работах [3] ($m = 1$) и [2] ($m \geq 1$) обоснован нерелятивистский предел при условии самосопряжённости оператора $H_{X,\alpha}$. Здесь мы указываем новые явные условия его существования.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена в ФГБНУ ИПММ при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках реализации программы РНОМЦ «Азово-Черноморский математический центр» по соглашению № 075-02-2026-734.*

Список литературы

1. Budyka, V. S. Deficiency indices and discreteness property of block Jacobi matrices and Dirac operators with point interactions / V. S. Budyka, M. M. Malamud // J. Math. Anal. Appl. – 2022. – Vol. 506, № 1. – Paper № 125582. – DOI 10.1016/j.jmaa.2021.125582.
2. Budyika, V. Nonrelativistic Limit for 2p×2p–Dirac Operators with Point Interactions on a Discrete Set / V. Budyka, M. Malamud, A. Posilicano // Russian Journal of Mathematical Physics – 2017. – Vol. 24, № 4. – Pp. 426–435. – DOI 10.1134/S1061920817040021.
3. Carlone, R. On the spectral theory of Gesztesy–Šeba realizations of 1-D Dirac operators with point interactions on a discrete set / R. Carlone, M. Malamud, A. Posilicano // J. Differential Equations – 2013. – No. 254. – P. 3835–3902. – DOI 10.1016/j.jde.2013.01.026
4. Kostenko, A. S. M. M. 1-D Schrodinger operators with local point interactions on discrete set / A. S. Kostenko, M. M. Malamud // J. Differential Equations – 2010. – No. 249. – Pp. 253–304. – DOI 10.1016/J.JDE.2010.02.011.
5. Костенко, А. С. Матричный оператор Шрёдингера с δ-взаимодействиями / А. С. Костенко, М. М. Маламуд, Д. Д. Натягайло // Математические заметки. – 2016. – Т. 100, No. 1. – С. 59–77. – DOI 10.4213/mzm11122.

УДК 517.5

ОЦЕНКА РАДИУСА ЙОНА РАДИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ С ЛОКАЛЬНЫМ СВОЙСТВОМ ПОЙМПЕЮ ДЛЯ СЕМЕЙСТВА ИЗ РАВНОБЕДРЕННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА И КВАДРАТА

Волчков В.В.[1,2], д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0009-9443-8399,
Власенко И.С.[1], ORCID 0009-0009-8528-9360
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
valeriyvolchkov@gmail.com, ilona_vlaskina02@mail.ru

Введение и постановка задачи. Проблема Помпейю – классическая задача интегральной геометрии. Пусть в вещественном евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, задано компактное множество A, а $M(n)$ – группа движений $\mathbb{R}^n$. Множество A называется множеством Помпейю, если из равенств

$$\int_{\lambda A} f(x)dx = 0, \qquad \lambda \in M(n),$$

для всякой локально суммируемой функции $f \in C^\infty$ следует, что $f = 0$ почти всюду. Задача состоит в описании таких множеств A. Обзор результатов и локальных вариантов см. [1]-[4].

В локальном варианте функция задана в $\mathbb{B}_R$, а условия рассматриваются только для движений λ с $\lambda A \subset \mathbb{B}_R$. Если они влекут $f = 0$ почти всюду в $\mathbb{B}_R$, пишем $A \in \mathcal{P}(\mathbb{B}_R)$. Для семейства $\{A_j\}_{j=1}^m$ аналогично вводится понятие семейства Помпейю в $\mathbb{B}_R$.

С постановкой связана теорема Ф. Йона о нулевых интегралах по шарам фиксированного радиуса. Если $V_r(\mathbb{B}_R)$ – класс функций с нулевыми интегралами по всем шарам радиуса r, лежащим в $\mathbb{B}_R$, то функция определяется своими значениями в шаре радиуса r. Подробности см. [3], [5].

В работе рассматривается смешанная постановка: нулевые интегралы по допустимым движениям семейства дополняются условием обращения функции в нуль в меньшем центральном круге (условие Йона). Исследуются радиальные функции для семейства из равнобедренного треугольника и квадрата.

Рассматриваемое семейство.

Пусть $\alpha_0 = \frac{\pi}{12}$. Рассмотрим равнобедренный треугольник

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \cos\alpha_0\,, -x\,\mathrm{tg}\,\alpha_0 \le y \le x\,\mathrm{tg}\,\alpha_0\}$$

с вершинами $A = (0,0)$, $B = (\cos\alpha_0\,, -\sin\alpha_0)$, $C = (\cos\alpha_0\,, \sin\alpha_0)$. Также рассмотрим квадрат

$$K = \left(\frac{\sqrt{30}}{10}\right)K_1, \qquad K_1 = \left\{(x, y) : -\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \le y \le \frac{1}{2}\right\}.$$

Для выбранного масштаба $\mathcal{R}(T) = \mathcal{R}(K) = \frac{\sqrt{6}}{4}$. В [6] для $\{T, K\}$ доказано более сильное равенство

$$\mathcal{R}(\{T, K\}) = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

При $R > \frac{\sqrt{3}}{3}$ условие Помпейю обеспечивает единственность; поэтому рассматривается $R \le \frac{\sqrt{3}}{3}$, где используется дополнительное условие Йона.

Проблема. Через $\mathfrak{P}(A, D)$ обозначим класс локально суммируемых в D функций с нулевыми интегралами по допустимым движениям A в D, а через $\mathfrak{P}_0^\infty(A, \mathbb{B}_R)$ – радиальный подкласс $\mathfrak{P}^\infty(A, \mathbb{B}_R)$. Положим

$$\mathfrak{P}_0^\infty(T, K; \mathbb{B}_R) = \mathfrak{P}_0^\infty(T, \mathbb{B}_R) \cap \mathfrak{P}_0^\infty(K, \mathbb{B}_R).$$

Для фиксированного $R > 0$ введем радиус Йона семейства $\{T, K\}$:

$R_J^0(R) = \inf\{ r_0 \in [0,R): f \in \mathfrak{P}_0^\infty(T,K;\mathbb{B}_R), f = 0 \text{ в } B_{r_0} \Rightarrow f = 0 \text{ в } \mathbb{B}_R \}$.
Требуется оценить, а затем найти точное значение $R_J^0(R)$ в докритической области. Величина $R_J^0(R)$ характеризует радиус центрального круга, зануление на котором обеспечивает единственность в радиальном классе для T и K.

Лемма 1. *Пусть* $\sqrt{15}/10 < R < \sqrt{15}/5$ *и* $f \in \mathfrak{P}_0^\infty(K, \mathbb{B}_R)$. *Тогда существует ненулевой многочлен* q *одной переменной такой, что* $q(\Delta)f = 0$ *в кольце* $\mathbb{B}(\sqrt{15}/5 - R, R)$.

Лемма 2. *Пусть* $q \neq 0$ *– многочлен и* $f \in C^\infty(D)$. *Если* $q(\Delta)f = 0$ *в области* D, *то* f *является вещественно-аналитической в* D.

Лемма 3. *Пусть* $\eta(R)$ *– радиус общего центрального ядра всех допустимых копий треугольника* T *и квадрата* K, *то есть*
$\eta(R) = \sup\{s > 0: \mathbb{B}_s \subset \lambda T, \mathbb{B}_s \subset \mu K \ \forall k \in \mathrm{Mot}(T, \mathbb{B}_R), \forall \mu \in \mathrm{Mot}(K, \mathbb{B}_R)\}$.

Если $\eta(R) > 0$, то для каждого $r_0 < \eta(R)$ существует ненулевая функция $f \in \mathfrak{P}_0^\infty(T,K;\mathbb{B}_R)$, такая что $f = 0$ в B_{r_0}. Следовательно, имеем $R_J^0(R) \geq \eta(R)$.

Основной результат. Леммы дают следующие оценки радиуса Йона.

Теорема. *Для семейства* $\{T, K\}$ *справедливы следующие утверждения:*

1) если $R > \frac{\sqrt{3}}{3}$, *то* $R_J^0(R) = 0$;

2) если $\frac{1}{2\cos\alpha_0} < R \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$, *то* $\eta(R) \leq R_J^0(R) \leq \frac{\sqrt{15}}{5} - R$.

Заключение. Введен радиус Йона $R_J^0(R)$ для локальной проблемы Помпейю семейства из равнобедренного треугольника и квадрата. При $R > \sqrt{3}/3$ условие Йона избыточно, поскольку действует условие Помпейю; в докритическом диапазоне получены двусторонние оценки. Дальнейшая задача – найти точное значение $R_J^0(R)$ и исследовать переход от радиального класса к общему.

Информация о финансовой поддержке: *Исследование Волчкова В. В. проводилось в рамках государственного задания Минобрнауки России (тема № FREM-2026-0004 и тема № FRRE-2026-0015).*

Список литературы

1. Zalcman, L. A bibliographic survey of the Pompeiu problem / L. Zalcman // Approximation by solutions of partial differential equations. – 1992. – P. 185–194. – DOI 10.1007/978-94-011-2436-2_17.
2. Berenstein, C. A. A local version of the two-circles theorem / C. A. Berenstein // Israel J. Math. – 1986. – Vol. 55. – P. 267–288. – DOI 10.1007/BF02765026.
3. Volchkov, V. V. Integral geometry and convolution equations / V. V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 pp. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.

4. Volchkov, V. V. Offbeat integral geometry on symmetric spaces / V. V. Volchkov, Vit. V. Volchkov. – New York: Birkhäuser, 2013. – 592 pp. – DOI 10.1007/978-3-0348-0572-8.
5. John, F. Plane waves and spherical means applied to partial differential equations / F. John. – New York: Interscience Publishers, 1955. – 172 pp. – DOI 10.1007/978-1-4613-9453-2.
6. Машаров, П. А. Экстремальный вариант проблемы Помпейю для семейства из равнобедренного треугольника и квадрата / П. А. Машаров, И. С. Власенко // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2024. – № 2. – С. 62-69. – DOI 10.5281/zenodo.13752218.
7. Машаров, П. А. Экстремальный вариант проблемы Помпейю для равнобедренного треугольника / П. А. Машаров, И. С. Власенко // Вестник Донецкого государственного университета. Сер. А: Естественные науки. – 2023. – № 2. – С. 72–82.

УДК 517.5

АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ МОРЕРЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ, НЕПРЕРЫВНЫХ В УГЛЕ

Волчков В.В.[1,2]**,** д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0006-9953-728X,
Волчков Вит.В.[1,2]**,** д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4274-0034,
Скляр Д.В.[1], ***Хиценко М.В.***[1]
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
valeriyvolchkov@gmail.com, volna936@gmail.com

Введение. Пусть $\mathbb{C}$ – комплексная плоскость. Теоремами типа Мореры традиционно называют утверждения следующего типа. На множестве $E \subset \mathbb{C}$ с непустой внутренностью рассматривается некоторый класс функций $K(E)$. Далее предполагается, что функция класса $K(E)$ имеет равные нулю интегралы (возможно, с аналитическими весами) по некоторым замкнутым контурам, лежащим в E. Затем из этого условия и свойств класса $K(E)$ делается вывод, что эта функция голоморфна на внутренности E. Например, в классической теореме Мореры множество E является открытым, а класс $K(E)$ совпадает с классом непрерывных на E функций.

В первых работах, уточняющих теорему Мореры, либо рассматривались контуры интегрирования сколь угодно малого диаметра, либо существенно использовалось предположение, что функция задана на всей плоскости $\mathbb{C}$. В ряде дальнейших работ рассматривался случай, когда контуры интегрирования конгруэнтны одному или нескольким фиксированным контурам. Многие авторы исследовали характеризации голоморфных функций в терминах различных обобщений интегрального условия Мореры (см., например, [1], [2]). Известны также различные

аналоги теоремы Мореры в гиперболическом диске [1, часть 5, раздел 4], [3], на комплексных многообразиях и группе Гейзенберга (см. [4] и имеющуюся там библиографию). Отметим ещё граничные многомерные варианты теоремы Мореры, тесно связанные с проблемой голоморфного продолжения (см., например, [5] и библиографию к этой работе).

В данной работе получена новая теорема типа Мореры, при этом контуры, по которым интегрируется функция, являются границами квадратов фиксированного размера. Указано также, что условия теоремы нельзя существенно ослабить.

Основной результат. Пусть $G = \{z \in \mathbb{C}: \mathrm{Re} z > 0, \mathrm{Im} z > 0\}$. Рассмотрим семейство $\mathcal{A}$, состоящее из всех квадратов A вида

$$A = \{z \in \mathbb{C}: |\mathrm{Re}(z - \zeta)| \le a, |\mathrm{Im}(z - \zeta)| \le a\},$$

где $a > 0$ – фиксировано и $\zeta \in \{z \in \mathbb{C}: \mathrm{Re} z > a, \mathrm{Im} z > a\}$ – произвольно. Для любых $\alpha, \beta > 0$, $\alpha < \beta$ обозначим

$$M_1(\alpha, \beta) = \{z \in \mathbb{C}: \alpha \le \mathrm{Re} z \le \beta, \mathrm{Im} z \ge \alpha\},$$
$$M_2(\alpha, \beta) = \{z \in \mathbb{C}: \alpha \le \mathrm{Im} z \le \beta, \mathrm{Re} z \ge \alpha\},$$
$$M(\alpha, \beta) = M_1(\alpha, \beta) \cup M_2(\alpha, \beta).$$

Теорема. *Пусть функция* $f \in C(G)$ *удовлетворяет следующим условиям*:

1) *для любых* $\alpha, \beta > 0$, $\alpha < \beta$

$$f(z) \to 0 \text{ при } z \to \infty,\ z \in M(\alpha, \beta);$$

2) *для любого* $A \in \mathcal{A}$

$$\int_{\partial A} f(z) dz = 0.$$

Тогда f *голоморфна в* G.

Можно показать, что утверждение этой теоремы станет неверным, если вместо условия 1) потребовать ограниченность функции f в G и добавить условие

$$f(z) \to 0 \text{ при } z \to \infty,\ z \in M_j(\alpha, \beta)$$

при некотором $j \in \{1,2\}$.

По поводу других результатов, уточняющих теорему Мореры для функций с нулевыми интегралами по границам некоторых квадратов, см. [1] и библиографию в этой работе.

Информация о финансовой поддержке: *Исследование Волчкова В.В. и Волчкова Вит.В. проводилось в рамках государственного задания Минобрнауки науки России (тема № FREM-2026-0004 и тема № FRRE-2026-0015).*

Список литературы

1. Volchkov, V. V. Integral Geometry and Convolution Equations / V. V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
2. Tumanov, A. A. Morera type theorem in the strip / A. A. Tumanov // Math. Res. Lett. – 2004. – Vol. 11, No. 1. – P. 23–29. – DOI 10.4310/MRL.2004.v11.n1.a3.
3. Волчков, В. В. Теоремы типа Мореры в гиперболическом диске / В. В. Волчков, Вит. В. Волчков // Известия РАН. – 2018. – Т. 82, № 1. – С. 34–64. – DOI 10.4213/im8484. – EDN YORETO.
4. Berenstein, C. A. Moment versions of the Morera problem in C^n and H^n / C. A. Berenstein, Der-Chen Chang, W. Eby, L. Zalcman // Advances in Appl. Math. – 2003. – Vol. 31. – P. 273–300. – DOI 10.1016/S0196-8858(03)00092-7.
5. Myslivets, S. G. On the multidimensional boundary analogues of the Morera theorem / S. G. Myslivets // J. of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. – 2022. – Vol. 15, No. 1. – P. 29–45. – DOI 10.17516/1997-1397-2022-15-1-29-45. – EDN IJTQRJ.

УДК 517.444

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ ИНЪЕКТИВНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОМПЕЙЮ, ЗАДАННОГО ИНТЕГРАЛАМИ ПО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДАМ

***Волчков В.В.*[1,2]**, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0009-0009-9443-8399,
***Сероштанова К.В.*[1]**, ORCID 0009-0000-5926-3671
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
valeriyvolchkov@gmail.com, timofeeva_karina00@mail.ru

Введение. В рамках современной интегральной геометрии существенное место занимает преобразование Помпейю, которое определяется следующим образом.

Пусть $\mathbb{R}^n$ – евклидово пространство размерности $n \geq 2$ с евклидовой нормой $|\cdot|$, $M(n)$ – группа движений $\mathbb{R}^n$, $\mathcal{F} = \{T_i\}_{i=1}^s$ – заданное семейство распределений с компактными носителями в $\mathbb{R}^n$. Для $\mathrm{g} \in M(n)$ обозначим через $\mathrm{g}T_i$ распределение, действующее на $C^\infty(\mathbb{R}^n)$ по правилу

$$\langle \mathrm{g}T_i, f\rangle = \langle T_i, f^\circ \mathrm{g}^{-1}\rangle, \qquad f \in C^\infty(\mathbb{R}^n).$$

Для любого открытого множества $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^n$, такого что каждое из множеств

$$\Lambda(\mathcal{U}, T_i) = \{\mathrm{g} \in M(n): \operatorname{supp} \mathrm{g}T_i \subset \mathcal{U}\}, \qquad i = 1, \dots, s,$$

непусто, рассмотрим преобразование $\mathcal{P}_{\mathcal{F},\mathcal{U}}$, отображающее $C^\infty(\mathcal{U})$ в декартово произведение $C^\infty\big(\Lambda(\mathcal{U}, T_1)\big) \times \dots \times C^\infty\big(\Lambda(\mathcal{U}, T_s)\big)$ следующим образом:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{F},\mathcal{U}} f = (f_1, \dots, f_s), \qquad f \in C^\infty(\mathcal{U}),$$

где

$$f_i(\mathrm{g}) = \langle \mathrm{g}T_i, f\rangle, \qquad \mathrm{g} \in \Lambda(\mathcal{U}, T_i), \qquad i = 1, \dots, s.$$

Преобразование $\mathcal{P}_{\mathcal{F},\mathcal{U}}$ называется преобразованием Помпейю, связанным с семейством $\mathcal{F}$ и множеством $\mathcal{U}$. Особый интерес представляет случай $s = 1$, для которого используется обозначение

$$\mathcal{P}_{T,\mathcal{U}} = \mathcal{P}_{\mathcal{F},\mathcal{U}}, \text{ где } \mathcal{F} = \{T\},\ T \in \mathcal{E}'(\mathbb{R}^n)$$

(здесь, как обычно, $\mathcal{E}'$ – пространство распределений с компактными носителями). В случае, когда $n = 2$, а $T = \chi_E$ – индикатор компактного множества $E \subset \mathbb{R}^2$, преобразование $\mathcal{P}_{T,\mathbb{R}^2}$ было рассмотрено Д. Помпейю в 1929 году.

В рамках определения $\mathcal{P}_{\mathcal{F},\mathcal{U}}$ и его различных вариаций (обусловленных выбором пространств функций и распределений на многообразиях) удаётся описать целый ряд классических интегральных преобразований, возникающих в интегральной геометрии и смежных приложениях (см. [1]–[6]). Среди них выделяют преобразование Минковского–Функа, преобразование Радона его обобщения, а также преобразования, связанные с оператором сферического среднего.

В данной работе исследуется преобразование $\mathcal{P}_{\chi_A,\mathcal{U}}$ для случая, когда $A = [-a_1, a_1] \times \dots \times [-a_n, a_n]$ – параллелепипед в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Для такого преобразования получено решение проблемы описания множеств инъективности.

Основная часть. Пусть $\mathbb{Z}_+$ – множество неотрицательных целых чисел. Для мультииндекса $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{Z}_+^n$ положим

$$|\alpha| = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j.$$

Пусть также

$$\partial^\alpha = \frac{\partial^{\alpha_1}}{\partial x_1^{\alpha_1}} \dots \frac{\partial^{\alpha_n}}{\partial x_n^{\alpha_n}}$$

– оператор частного дифференцирования.

Обозначим $\mathcal{U}$ – непустое открытое множество в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Пусть $QA(\mathcal{U})$ – множества функций $f \in C^\infty(\mathcal{U})$, удовлетворяющих следующему условию квазианалитичности: для любого компакта $K \subset \mathcal{U}$ существует последовательность $\{M_q\}_{q=0}^{\infty}$ положительных чисел, зависящая от f и K, такая что

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(\inf_{q \geq m} M_q^{1/q} \right)^{-1} = +\infty$$

и

$$\max_{x \in K} |(\partial^\alpha f)(x)| \leq M_{|\alpha|}$$

для всех $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{Z}_+^n$.

Для компактного множества $A \subset \mathbb{R}^n$ обозначим

$$M(A, \mathcal{U}) = \{\mathrm{g} \in M(n) : \mathrm{g}A \subset \mathcal{U}\}$$

где $\mathrm{g}A$ – образ множества A под действием элемента g группы $M(n)$.

Пусть также

$$A = \left\{x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : \left|x_j\right| \le \alpha_j, j \in \{1, \dots, n\}\right\},$$

где $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ – фиксированные положительные числа.

Сформулируем основной результат.

Теорема 1. *Пусть $\mathcal{U}$ – область в $\mathbb{R}^n$, для которой $M(A, \mathcal{U}) \neq \emptyset$. Пусть также $f \in QA(\mathcal{U})$ и*

$$\mathcal{P}_{\chi_A, \mathcal{U}} f(\mathrm{g}) = 0 \text{ для всех } \mathrm{g} \in M(A, \mathcal{U}).$$

Тогда $f = 0$.

Поскольку условие $M(A, \mathcal{U}) \neq \emptyset$ является необходимым для корректного определения преобразования $\mathcal{P}_{\chi_A, \mathcal{U}}$, теорема 1 даёт описание всех множеств инъективности $\mathcal{P}_{\chi_A, \mathcal{U}}$ для квазианалитического случая.

Отметим, что до настоящего времени подобные результаты не были известны ни для одного из компактов $A \subset \mathbb{R}^n$ ненулевой лебеговой меры. Нетрудно видеть также, что одномерный аналог теоремы 1 неверен даже для вещественно-аналитических функций f (достаточно рассмотреть ненулевую вещественно-аналитическую на $\mathbb{R}^1$ функцию с периодом $2\alpha_1$ и нулевым интегралом по периоду).

Кроме того, в работе [7] авторами приведено доказательство теоремы 1 и показано, что условие квазианалитичности функций, рассматриваемых в теореме 1 ослабить нельзя.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования Волчкова В.В. проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации FREM-2026-0004 и FRRE-2026-0015). Исследования Сероштановой К.В. проводились в рамках государственного задания (номер госрегистрации FRRE-2026-0015).*

Список литературы

1. Беренстейн, К. Комплексный анализ и уравнения в свертках / К. Беренстейн, Д. Струппа // Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. – 1989. – Т. 54. – С. 5–111.
2. Helgason, S. Integral geometry and Radon transforms / S. Helgason. – New York: Springer, 2010. – 301 p. – DOI 10.1007/978-1-4419-6055-9.
3. Йон, Ф. Плоские волны и сферические средние в применении к дифференциальным уравнениям с частными производными / Пер. с англ. Н. Д. Введенской; под ред. С. Г. Михлина. – Москва : изд-во иностр. лит., 1958. – 158 с.
4. Volchkov, V. V. Integral Geometry and Convolution Equations / V. V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.

5. Volchkov, V. V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group / V. V. Volchkov, Vit. V. Volchkov. – London: Springer, 2009. – 671 p. – DOI 10.1007/978-1-84882-533-8.
6. Volchkov, V. V. Offbeat integral geometry on symmetric spaces / V. V. Volchkov, Vit. V. Volchkov. – Basel : Birkhäuser, 2013. – 592 p. – DOI 10.1007/978-3-0348-0572-8.
7. Волчков, В. В. Проблемы инъективности преобразования Помпейю для квазианалитических классов функций / В. В. Волчков, К. В. Сероштанова // Математический сборник. – 2026. – Т. 217, № 9. – С. 67–90. – DOI 10.4213/sm10388.

УДК 517.5

О ЯДРЕ ОПЕРАТОРА СВЁРТКИ НА РЕДУЦИРОВАННОЙ ГРУППЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Волчков Вит.В*[1,2]*, д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4274-0034,
Волчкова Н.П*[1,3]*, канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-6193-2782
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
[3]ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
volna936@gmail.com , n.p.volchkova@mail.ru

Введение. Одной из хорошо известных задач гармонического анализа является проблема экспоненциального представления решений уравнения свёртки. Ее классическая постановка состоит в следующем (см., например, [1], [2]).

Проблема 1. Пусть $T-$ ненулевое распределение с компактным носителем на вещественной оси $\mathbb{R}$. Требуется выяснить возможность представления произвольного решения $f \in C^{\infty}(\mathbb{R})$ уравнения свёртки

$$f * T = 0 \qquad (1)$$

рядом по элементарным решениям этого уравнения, т.е. функциям вида

$$e^{i\lambda t}p_{k-1}(t), \qquad (2)$$

где $\lambda -$ нуль преобразования Фурье распределения $T,\ k -$ порядок нуля λ, $p_{k-1}(t) -$ алгебраический многочлен степени $k-1$.

Проблема 1 включает в себя классические задачи о решении обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и разложении периодических функций в тригонометрический ряд Фурье, вопрос об общем виде решений линейных дифференциально-разностных уравнений с постоянными коэффициентами, изучение структуры решений некоторых типов интегро-дифференциальных уравнений и др. Следуя Ж. Дельсарту, функции $f \in C^{\infty}(\mathbb{R})$, удовлетворяющие уравнению (1), называют периодическими в среднем функциями на $\mathbb{R}$ относительно свёртывателя T.

Один из общих результатов для периодических в среднем функций на $\mathbb{R}$ был получен Л. Шварцем. Он показал, что всякое решение $f \in C^{\infty}(\mathbb{R})$ уравнения (1) имеет спектральное разложение по экспоненциальным полиномам вида (2), которое суммируемо к f методом Абеля, после подходящего объединения в группы членов этого разложения. Л. Эренпрайс обнаружил, что для обратимых распределений T абелево суммирование в теореме Л. Шварца можно опустить, а Эренпрайс-Мальявен и Беренстейн-Тейлор полностью охарактеризовали те обратимые свёртыватели T, для которых и группировка слагаемых в ней не является необходимой (см. [1], [2]). Некоторые локальные аналоги указанных результатов были установлены А.Ф. Леонтьевым и В.В. Волчковым (см. [3]-[5]).

Проблема 1 допускает различные обобщения и модификации. Так, скажем, можно рассматривать ее аналоги для уравнений свёртки в $\mathbb{R}^n$ при $n > 1$, уравнений свёртки на симметрических пространствах и в других случаях. Эти аспекты теории периодических в среднем функций частично отражены в обзорах и книгах [2], [4], [5]. Отметим, что к указанным направлениям исследований относятся фундаментальный принцип Эренпрайса-Паламодова о представлении решений произвольной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в $\mathbb{R}^n$ интегралом по множеству экспоненциально-полиномиальных решений, обобщения фундаментального принципа на системы свёрточных уравнений, теоремы о разложении периодических в среднем функций на сферически симметричных областях двухточечно-однородных пространств в ряды Фурье-Лапласа с радиальными коэффициентами специального вида и др. Полученные результаты нашли разнообразное применение в теории дифференциальных уравнений с частными производными, комплексном анализе, теории аппроксимации, теории лакунарных рядов и теории интегрально-геометрических преобразований типа Радона и Помпейю (см. [2], [4], [5]).

В работах Л. Эренпрайса, Ф. Маутнера, С.Ш. Багши, А. Ситарама, И. Вейта было начато изучение периодических в среднем функций на некоторых локально компактных группах. Дальнейшее развитие данного направления инициировалось П.А. Кучментом, К.А. Беренстейном, Р. Гэем, Д. Скоттом и др. (см., например, [6, § 4]). Однако, несмотря на прошедшее время, на текущий момент в указанной области остается много нерешенных вопросов даже для конкретных классических случаев. В частности, представляют интерес аналоги проблемы 1 для групп Гейзенберга.

Основной результат.

Пусть H_{red}^{n} – редуцированная группа Гейзенберга, представляющая собой декартово произведение $\mathbb{C}^n \times \mathbb{S}$ с законом умножения

$$(z,\tau)(w,\eta) = (z+w, \tau\eta e^{\frac{i}{2}\mathrm{Im}(z\cdot\bar{w})}),$$

единицей $(0,1)$ и операцией взятия обратного элемента $(z,\tau)^{-1} = (-z,\bar{\tau})$.

В работе изучается пространство решений уравнения свёртки $F * T = 0$ (или $T * F = 0$) на группе H^n_{red}, где $T -$ заданное распределение на H^n_{red} с компактным носителем, инвариантное относительно унитарной группы $U(n)$. Для широкого класса свёртывателей T получено описание решений F в виде ряда Фурье специального вида

$$F = \sum_{m,p,q} P^{p,q}_m F\,, \tag{3}$$

компоненты $P^{p,q}_m F$ которого представляются по корневым векторам лапласиана Гейзенберга, удовлетворяющим тому же уравнению свёртки:

$$P^{p,q}_m F = \sum_{\lambda} X^{p,q}_{\lambda,m}\,. \tag{4}$$

Индекс m в (3) отвечает за степень гармоник на единичной окружности, а индексы $p, q -$ за гармоники бистепени (p, q) на единичной сфере в -мерном комплексном пространстве $\mathbb{C}^n$. В разложении (4) суммирование производится по нулям соответствующего преобразования Фурье распределения T. При этом для сходимости найденного разложения нет необходимости в упомянутой выше группировке слагаемых и процедуре абелева суммирования. В этом смысле установленный результат аналогичен указанным теоремам Эренпрайса-Мальявена, Беренстейна-Тейлора и В.В. Волчкова (см. [1, § 4], [2], [12, часть 3, § 2.4]).

Информация о финансовой поддержке: *Исследование Вит.В. Волчкова проводилось в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FREM-2026-0004 и тема № FRRE-2026-0015). Исследование Н.П. Волчковой проводилось в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FRRE-2026-0015).*

Список литературы

1. Berenstein, C. A. A new look at interpolation theory for entire functions of one variable / C. A. Berenstein, B. A. Taylor. // Adv. Math. – 1979. – Vol. 33. – P. 109–143. – DOI 10.1016/S0001-8708(79)80002-X.
2. Беренстейн, К. А. Комплексный анализ и уравнения в свёртках / К. А. Беренстейн, Д. Струппа // Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. – Москва: ВИНИТИ, 1989. – Т. 54. – С. 5–111.
3. Леонтьев, А. Ф. Последовательности полиномов из экспонент / А. Ф. Леонтьев. – Москва : Наука, 1980. – 384 с.
4. Volchkov, V. V. Integral Geometry and Convolution Equations / V. V. Volchkov. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
5. Volchkov, V. V. Harmonic Analysis of Mean Periodic Functions on Symmetric Spaces and the Heisenberg Group / V. V. Volchkov, Vit. V. Volchkov. – London : Springer, 2009. – 671 p. – DOI 10.1007/978-1-84882-533-8.
6. Кучмент, П. А. Сферическое представление решений инвариантных дифференциальных уравнений на римановом симметрическом пространстве некомпактного типа / П. А. Кучмент // Известия АН СССР. Сер. матем. – 1985. – Т. 49, № 6. – С. 1260–1273. – DOI 10.1070/IM1986v027n03ABEH001188. – EDN VULKAH.

УДК 517.5+519.213

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ УСЛОВИЯХ ПОВЕДЕНИЯ ФУНКЦИИ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ

Заставный В.П., д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0002-4833-3897
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
zastavn@rambler.ru

В работе [1, Замечание 3] автором было отмечено без доказательства, что при натуральном m следующие два условия эквивалентны:

$$1)\ f \in C^{m-1}(0,+\infty), \qquad \lim_{y\to+\infty} y^k \frac{d^k}{dy^k}\left\{\frac{f\left(\sqrt{y}\right)}{\sqrt{y}}\right\} = 0, \qquad 0 \le k \le m-1;$$

$$2)\ f \in C^{m-1}(0,+\infty), \qquad \lim_{y\to+\infty} y^{k-1}\, f^{(k)}(y) = 0, \qquad 0 \le k \le m-1.$$

В следующей теореме доказано более общее утверждение, из которого указанная выше эквивалентность вытекает при $q = m-1$, $\beta_1 = -\delta_1 = \frac{1}{2}$ и $\gamma_1 = -1$.

Теорема 1. *Имеют место следующие утверждения.*

1. *Пусть на интервале* $(a,+\infty)$, $a > 0$, *у функции* F *существует производная порядка* $q \in Z_+$ *и* $H(y) := F\left(y^\beta\right)$, $\beta > 0$. *Если* $y^{p+\gamma}F^{(p)}(y) = o(1)$ *при* $y \to +\infty$ *и всех целых* $p \in [0,q]$, *то* $y^{k+\beta\gamma}H^{(k)}(y) = o(1)$ *при* $y \to +\infty$ *и всех целых* $k \in [0,q]$.

2. *Пусть на интервале* $(a,+\infty)$, $a > 0$, *у функции* H *существует производная порядка* $q \in Z_+$ *и* $\Psi(y) := y^\delta H(y)$. *Если* $y^{p+\varepsilon}H^{(p)}(y) = o(1)$ *при* $y \to +\infty$ *и всех целых* $p \in [0,q]$, *то* $y^{k+\varepsilon-\delta}\,\Psi^{(k)}(y) = o(1)$ *при* $y \to +\infty$ *и всех целых* $k \in [0,q]$.

3. *Пусть на интервале* $(a,+\infty)$, $a > 0$, *у функции* f *существует производная порядка* $q \in Z_+$ *и* $\beta_1 > 0$. *Тогда следующие два условия эквивалентны*:

$i_1)$ $y^{p+\gamma_1}f^{(p)}(y) = o(1)$ *при* $y \to +\infty$ *и всех целых* $p \in [0,q]$;

$i_2)$ $y^{k+\beta_1\gamma_1-\delta_1}\,\frac{d^k}{dy^k}\left\{y^{\delta_1}f\left(y^{\beta_1}\right)\right\} = o(1)$ *при* $y \to +\infty$ *и всех целых* $k \in [0,q]$.

Все три утверждения останутся в силе, если $o(1)$ *заменить на* $O(1)$.

Все три утверждения также останутся в силе, если интервал $(a,+\infty)$ *заменить на* $(0,a)$, *а условие* $y \to +\infty$ *заменить на условие* $y \to +0$.

Доказательство. Утверждение 1 при $k = 0$ очевидно, а при $1 \le k \le q$ вытекает из следующего равенства, которое легко доказывается индукцией по $q \in N$:

$$H^{(k)}(y) = \sum_{p=1}^{k} F^{(p)}\left(y^\beta\right) y^{p\beta-k} A(\beta,k,p), \qquad 1 \le k \le q, \qquad y \in (\alpha^{1/\beta},+\infty),$$

где $A(\beta, k, p)$ – некоторые числа, не зависящие от y.

Утверждение 2 вытекает из формулы для производной произведения:

$$\Psi^{(k)}(y) = \sum_{p=0}^{k} H^{(p)}(y) y^{\delta-k+p} B(\delta, k, p), \qquad 0 \le k \le q, \qquad y \in (a, +\infty),$$

где $B(\delta, k, p)$ – некоторые числа, не зависящие от y.

Очевидно, что утверждения 1 и 2 останутся в силе, если $o(1)$ заменить на $O(1)$ или, если интервал $(a, +\infty)$ заменить на интервал $(0, a)$, а условие $y \to +\infty$ заменить на условие $y \to +0$.

Докажем утверждение 3. Пусть выполняется условие i_1. Применяем утверждение 1 к функции $F(y) = f(y)$, $\beta = \beta_1 > 0$, $\gamma = \gamma_1$. Тогда $H(y) = F\left(y^{\beta_1}\right) = f\left(y^{\beta_1}\right)$ и $y^{k+\beta_1\gamma_1} H^{(k)}(y) = o(1)$ при $y \to +\infty$ и всех целых $k \in [0, q]$. Теперь применяем утверждение 2 к функции $H(y)$, $\delta = \delta_1$, $\varepsilon = \beta_1\gamma_1$. Тогда $\Psi(y) = y^{\delta_1} H(y) = y^{\delta_1} f\left(y^{\beta_1}\right)$ и

$$y^{k+\varepsilon-\delta_1}\, \Psi^{(k)}(y) = y^{k+\beta_1\gamma_1-\delta_1}\, \frac{d^k}{dy^k}\left\{y^{\delta_1} f\left(y^{\beta_1}\right)\right\} = o(1) \text{ при } y \to +\infty$$

и всех целых $k \in [0, q]$. Это значит, что выполняется условие i_2.

Пусть теперь выполняется условие i_2. Применяем утверждение 1 к функции $F(y) = y^{\delta_1} f\left(y^{\beta_1}\right)$, $\beta = 1/\beta_1 > 0$, $\gamma = \beta_1\gamma_1 - \delta_1$. Тогда $H(y) = F\left(y^{\beta}\right) = y^{\delta_1/\beta_1} f(y)$ и $y^{k+\beta\gamma} H^{(k)}(y) = o(1)$ при $y \to +\infty$ и всех целых $k \in [0, q]$. Теперь применяем утверждение 2 к функции $H(y)$, $\delta = -\delta_1/\beta_1$, $\varepsilon = \beta\gamma = \gamma_1 - \delta_1/\beta_1$. Тогда $\Psi(y) = y^{\delta} H(y) = f(y)$ и

$$y^{k+\varepsilon-\delta_1}\, \Psi^{(k)}(y) = y^{k+\gamma_1}\, f^{(k)}(y) = o(1) \text{ при } y \to +\infty$$

и всех целых $k \in [0, q]$. Это значит, что выполняется условие i_1.

Теорема доказана.

Информация о финансовой поддержке: *Исследование проводилось по теме государственного задания № FRRE-2026-0015.*

Список литературы

1. Заставный, В. П. Критерии положительной определенности функций, зависящих от l_1-нормы / В. П. Заставный // Математический Сборник. – 2026. – Т. 217, № 10. – С. 47–77.

УДК 517.5

ТЕОРЕМА О ЗАМЫКАНИИ ОБОБЩЕННЫХ СДВИГОВ БЕССЕЛЯ

***Краснощёких Г.В.*[1],** ORCID 0009-0005-2783-4333,
***Волчков Вит.В.*[1,2],** д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0003-4274-0034
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
wolverimred@mail.ru, volna936@gmail.com

Введение. Классическая теорема Н. Винера о замыкании сдвигов утверждает, что линейные комбинации сдвигов функций $f_m \in L(\mathbb{R})$, $m = 1,2,\ldots$, плотны в $L(\mathbb{R})$ тогда и только тогда, когда преобразования Фурье всех функций f_m не имеют общего нуля на $\mathbb{R}$. Теорема Н. Винера получила дальнейшее развитие и уточнение во многих работах (см. [1, часть 5, гл. 2], [2, гл. 11, п. 11.2.3], [3], [4, приложение 2] и имеющиеся там ссылки). В частности, в [3], [4] установлен ее аналог для обобщенных сдвигов Бесселя. В данной работе изучается задача типа Ж.П. Кахана для таких сдвигов (см., например, [5, § 11, п. 3]).

Основной результат. Пусть $\alpha \in (-1/2, +\infty)$, $L_{\natural,\alpha}(\mathbb{R})$ – класс всех чётных, комплекснозначных, суммируемых по мере $|x|^{2\alpha+1}dx$ функций на $\mathbb{R}$, T_x^α – оператор сдвига Бесселя порядка α, т.е.

$$T_x^\alpha f(y) = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\alpha+\frac{1}{2}\right)} \int_0^\pi f\left(\sqrt{x^2+y^2-2xy\cos\theta}\right)(\sin\theta)^{2\alpha}d\theta\,,$$

$f \star^\alpha g$ – свертка Бесселя порядка α:

$$(f \star^\alpha g)(x) = \int_0^\infty T_x^\alpha f(y)\,g(y)\,y^{2\alpha+1}dy$$

(см. [6, гл. 2]).

Обозначим через $C_\natural(\mathbb{R})$ (соответственно, $C_\natural^\infty(\mathbb{R})$) – множество четных непрерывных (соответственно, четных бесконечно дифференцируемых) функций на $\mathbb{R}$.

Пусть также $\mathrm{cl}_x M$ – замыкание множества M в топологическом векторном пространстве X, $\mathcal{L}in\, M$ – линейная оболочка M.

Основным результатом работы является следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть g – ненулевая функция с компактным носителем класса $L_{\natural,\alpha}(\mathbb{R})$, зададим $r = \inf\{\rho > 0 : \operatorname{supp} g \subset [-\rho,\rho]\}$ и $I_r = (-r,r)$. Предположим, что $f \in C_\natural(\mathbb{R})$ и $f \star^\alpha g = 0$ на $\mathbb{R}$. Тогда*

$$\mathrm{cl}_{C(\mathbb{R})}\mathcal{L}in\{T_x^\alpha f : x \in I_r\} = \mathrm{cl}_{C(\mathbb{R})}\mathcal{L}in\{T_x^\alpha f : x \in \mathbb{R}\} \qquad (1)$$

При этом, если $f \in C_\natural^\infty(\mathbb{R})$, то

$$\mathrm{cl}_{C^\infty(\mathbb{R})}\mathcal{L}in\{T_x^\alpha f : x \in I_r\} = \mathrm{cl}_{C^\infty(\mathbb{R})}\mathcal{L}in\{T_x^\alpha f : x \in \mathbb{R}\} \qquad (2)$$

Доказательство теоремы 1 основано на результатах авторов о периодических в среднем функциях относительно свертки Бесселя (см. [7]).

Отметим, что $\mathrm{cl}_{C(\mathbb{R})}\mathcal{L}in\{T_x^\alpha f: x \in \mathbb{R}\} \neq C_\natural(\mathbb{R})$ при условиях теоремы 1, так как в противном случае $h \star^\alpha g = 0$ для любой $h \in C_\natural(\mathbb{R})$, т.е. $g = 0$. Кроме того, величину r в равенствах (1) и (2) в общем случае уменьшить нельзя.

Информация о финансовой поддержке: *Исследование Г.В. Краснощёких проводилось в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FRRE-2026-0015). Исследование Вит.В. Волчкова проводилось в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FREM-2026-0004 и тема № FRRE-2026-0015).*

Список литературы

1. Volchkov, V. V. Integral Geometry and Convolution Equations / V. V. Volchkov. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
2. Эдвардс, Р. Э. Ряды Фурье в современном изложении: В 2-х т. Т.2 / Р. Э. Эдвардс. – Москва : Мир, 1985. – 400 с.
3. Ляхов, Л. Н. Весовые кольца Винера и Тауберова теорема аппрексимации, порождённые обобщённым сдвигом Бесселя / Л. Н. Ляхов // Доклады академии наук России. – 2001. – Т. 380, № 5. – С. 588–590.
4. Ляхов, Л. Н. B-гиперсингулярные интегралы и их приложения к описанию функциональных классов Киприянова и к интегральным уравнениям с B-потенциальными ядрами / Л. Н. Ляхов. – Липецк : ЛГПУ, 2006. – 233 с. – EDN QJTBVN.
5. Никольский, Н. К. Инвариантные подпространства в теории операторов и теории функций / Н. К. Никольский // Итоги науки и техники. Сер. Математический анализ. – 1974. – Т. 12. – С. 199–412. – DOI 10.1007/BF01247397.
6. Ситник, С. М. Метод операторов преобразования для дифференциальных уравнений с операторами Бесселя / С. М. Ситник, Э. Л. Шишкина. – Москва : Физматлит, 2019. – 221 с. – EDN YGUEZW.
7. Krasnoschekikh, G. V. A uniqueness theorem for mean periodic functions on the Bessel-Kingmann hypergroup / G. V. Krasnoschekikh, Vit. V. Volchkov // Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics. – 2025. – Vol. 25, iss. 1. – P. 24–33. – DOI 10.18500/1816-9791-2025-25-1-24-33.

УДК 517.9

СЛАБО КОЭРЦИТИВНЫЕ СИСТЕМЫ МИНИМАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ШКАЛЕ ИЗОТРОПНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВ СОБОЛЕВА

Лиманский Д.В., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0000-0104-0328
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
d.limanskiy.dongu@mail.ru

Хорошо известно [1], что для каждого $p \in (1, \infty)$ эллиптическая система минимальных дифференциальных операторов $\{P_j(x, D)\}_1^N$ порядка l в области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ характеризуется оценкой коэрцитивности

$$\|f\|_{W_p^l(\Omega)} \coloneqq \sum_{|\alpha| \le l} \|D^\alpha f\|_{L^p(\Omega)} \le C_1 \sum_{j=1}^N \left\|P_j(x, D) f\right\|_{L^p(\Omega)} + C_2 \|f\|_{L^p(\Omega)} \qquad (1)$$

с некоторыми константами $C_1, C_2 > 0$, не зависящими от $f \in C_0^\infty(\Omega)$.

На первый взгляд, обобщить этот результат для пространств $W_{p,0}^l(\Omega)$ при $p \in [1, \infty]$ было бы естественно, заменив коэрцитивность слабой коэрцитивностью, т. е. оценкой (1) с $l - 1$ вместо l. Однако при $n = 2$ Мальгранж указал простой контрпример к этой гипотезе, а де Лю и Миркил [2] показали, что при $n \ge 3$ для минимального дифференциального полинома порядка $l \ge 2$ его эллиптичность эквивалентна слабой коэрцитивности в $W_{\infty,0}^l(\mathbb{R}^n)$.

Для системы минимальных дифференциальных операторов $\{P_j(x, D)\}_1^N$ с -квазиоднородными главными частями мы показываем [1], что она l-квазиэллиптична точно тогда, когда она ε-слабо коэрцитивна в пространствах $W_{\infty,0}^l(\Omega)$ и $W_{1,0}^l(\Omega)$, т. е. система $\{\varepsilon P_j(x, D)\}_1^N$ слабо коэрцитивна в этих пространствах для каждого $\varepsilon > 0$. Кроме того, мы описываем все дифференциальные операторы с постоянными «старшими» коэффициентами, слабо коэрцитивные в изотропном и анизотропном пространствах Соболева $W_{\infty,0}^l(\mathbb{R}^2)$.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 27.02.2025 № 075-02-2025-1608).*

Список литературы

1. Лиманский, Д. В. Об условиях подчинённости для систем минимальных дифференциальных операторов / Д. В. Лиманский, М. М. Маламуд // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2024. – Т. 70, № 1. – С. 121–149. – DOI 10.22363/2413-3639-2024-70-1-121-149. – EDN YVHQAW.
2. De Leeuw, K. A priori estimates for differential operators in L_∞ norm / K. de Leeuw, H. Mirkil // Illinois J. Math. – 1964. – Vol. 8. – P. 112–124.

УДК 517.5+519.213

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОБОБЩЁННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ ПО ФУНКЦИЯМ БЕССЕЛЯ

Манов А.Д., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0008-9623-5459
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
manov.ad@ro.ru

Из хорошо известного соотношения ортогональности для системы экспонент $\{e^{ikt}\}_{k\in\mathbb{Z}}$ следует, что для коэффициентов неотрицательного многочлена

$$\sum_{|k|\le n} c_k e^{ikt} \ge 0, \quad t \in \mathbb{R}$$

имеет место неравенство $|c_k| \le c_0, \ k = -n, \dots, n$. В данной работе доказывается аналогичное неравенство для неотрицательных обобщённых многочленов по функциям Бесселя:

$$f(t) = c_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j \, j_{\kappa-1/2}(x_j t), \quad t \in \mathbb{R}_+.$$

Здесь $\kappa \ge 0$, $x_1, \dots, x_n \in (0, +\infty)$ и $j_\alpha(z)$ – нормированная функция Бесселя:

$$j_\alpha(z) = 2^\alpha \Gamma(\alpha+1)\frac{J_\alpha(z)}{z^\alpha} = \Gamma(\alpha+1)\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k!\,\Gamma(k+\alpha+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2k}, \qquad z \in \mathbb{C},$$

где $\alpha \ge -\frac{1}{2}$.

Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть* $\kappa \ge 0$, $x_1, \dots, x_n \in (0, +\infty)$ *попарно различны,* $c_0, \dots, c_n \in \mathbb{R}$ *и справедливо неравенство*

$$f(t) = c_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j j_{\kappa-1/2}(x_j t) \ge 0, \qquad t \in \mathbb{R}_+.$$

Тогда найдётся константа $K = K(\kappa, x_1, \dots, x_n) > 0$ *такая, что* $|c_j| \le K c_0$ *при* $j = 1, \dots, n$.

Отметим, что теорема 1 может найти применение в решении усечённой проблеме моментов по функциям Бесселя (см., например, [1]).

Информация о финансовой поддержке: *Исследование проводилось по теме государственного задания №~1025030500154-8-1.1.1 шифр FRRE-2026-0015.*

Список литературы

1. Крейн, М. Г. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи / М. Г. Крейн, А. А. Нудельман. – Москва : Наука, 1973. – 551 с.

УДК 517.988.28

НОВАЯ ТЕОРЕМА ЕДИНСТВЕННОСТИ ДЛЯ ФУНКЦИЙ С НУЛЕВЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ ПО ДУГАМ ОКРУЖНОСТЕЙ

Машаров П.А., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0003-2423-9390
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
p.masharov.dongu@mail.ru

Введение. В работе рассматривается действительное евклидово пространство $\mathbb{R}^2$ со стандартной евклидовой нормой $|\cdot|$. Открытый круг в $\mathbb{R}^2$ радиуса r с центром в начале координат обозначим $\mathbb{B}_r$, группу движений $\mathbb{R}^2$ – $\mathrm{M}(2)$. Для компактного множества $K \subset \mathbb{R}^2$ обозначим

$$\mathrm{Mot}(K, \mathbb{B}_r) = \{\lambda \in \mathrm{M}(2): \lambda K \subset \mathbb{B}_r\}.$$

Теоремы единственности для функций с нулевыми интегралами изучались во многих работах. В частности, они естественным образом получаются при решении локальных вариантов проблемы Помпейю (см. [1]-[3] с обширной библиографией). В данной работе рассматриваются интегралы по множествам, размерность которых меньше размерности пространства. Соответствующие такому случаю локальные варианты проблемы Помпейю рассматривались, например, в [4], [5].

Постановка задачи. Для фиксированного $\alpha \in (0; \pi/2]$ рассмотрим множество

$$l(\alpha) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 = 1, x \geq \cos\alpha\},$$

представляющее из себя дугу единичной окружности раствора 2α. Пусть для некоторого $r > \sin\alpha$ функция $f \in C(\mathbb{B}_r)$ имеет нулевые криволинейные интегралы первого рода по всем движениям $l(\alpha)$ внутри $\mathbb{B}_r$, то есть удовлетворяет условию

$$\int\limits_{\lambda l(\alpha)} f(x)ds = 0 \quad \forall \lambda \in \mathrm{Mot}(l(\alpha), \mathbb{B}_r). \tag{1}$$

Проблема заключается в нахождении наименьшего r, при котором из указанного условия следует, что $f \equiv 0$ в $\mathbb{B}_r$.

Основной результат. В работе получено следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть для фиксированного $\alpha \in [\arcsin(3/4); \pi/2]$, некоторого $r > \sin\alpha$ функция $f \in C(\mathbb{B}_r)$ удовлетворяет (1). Тогда если $r > 2\sin(\alpha/2)$, тогда $f \equiv 0$ в $\mathbb{B}_r$. Если $\sin\alpha < r < 2\sin(\alpha/2)$, то найдется бесконечно дифференцируемая, не равная тождественно нулю функция f, удовлетворяющая (1).

Рассмотрим применение полученного результата в теории отображений, сохраняющих меру.

Отображение $f\colon \mathbb{B}_r \to \mathbb{R}^n$ сохраняет длину каждой спрямлемой кривой γ, если длина γ равна длине образа γ при отображении f.

Теорема 2. Пусть для фиксированных $\alpha \in [\arcsin(3/4); \pi/2]$, $r > 2\sin(\alpha/2)$ отображение $f\colon \mathbb{B}_r \to \mathbb{R}^n$ сохраняет длину каждой дуги $\lambda l(\alpha) \in \mathbb{B}_r$. Тогда f сохраняет длину каждой спрямлемой кривой $\gamma \subset \mathbb{B}_r$.

Для доказательства теоремы 1 был рассмотрен интеграл от действия на функцию оператора дифференцирования по повороту, изучены размещения рассматриваемых дуг круга радиуса $r \in (\sin\alpha\,; 2\sin\alpha)$, рассмотрены возникшие неравенства. Значение $\arcsin(3/4)$ было получено в результате решения тригонометрического уравнения

$$4\sin\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2} - 2\cos\frac{\alpha}{2} + 2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\left(2\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\right).$$

Выводы. В работе для каждого $\alpha \in [\arcsin(3/4); \pi/2]$, в явном виде получено значение наименьшего радиуса круга, нулевые криволинейные интегралы первого рода по движениям дуги окружности раствора 2α в котором означают равенство нулю подынтегральной функции. Найденное экстремальное значение не совпадает с границами очевидных оценок искомой величины.

Список литературы

1. Volchkov, V. V. Integral Geometry and Convolution Equations / V. V. Volchkov. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2003. – 454 p. – DOI 10.1007/978-94-010-0023-9.
2. Volchkov, V. V. Offbeat integral geometry on symmetric spaces / V. V. Volchkov, Vit. V. Volchkov. – Basel : Birkhäuser, 2013. – 592 p. – DOI 10.1007/978-3-0348-0572-8.
3. Волчков, В. В. Элементы нетрадиционной интегральной геометрии / В. В. Волчков, Вит. В. Волчков // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2021. – №. 2. – С. 9–52. – EDN CHSCLT.
4. Машаров, П. А. О функциях с нулевыми интегралами по отрезкам / П. А. Машаров // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2019. – №. 2. – С. 82–90. – EDN MOCDHF.
5. Машаров, П. А. О функциях с нулевыми поверхностными интегралами по равнобедренным прямоугольным треугольникам / П. А. Машаров // Вестник Донецкого национального университета. Сер. А: Естественные науки. – 2025. – №. 3. – С. 37–45. – EDN MNMGVY.

УДК 517.927.6

ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С δ'-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМИ

Оридорога Л.Л., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0007-3373-1212,
Агибалова А.В., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0001-8175-7213
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
l.oridoroga.donnu@mail.ru, a.agibalova.dongu@mail.ru

Введение. Важным классом операторов с точечными взаимодействиями является оператор Штурма–Лиувилля с δ'-взаимодействиями:

$$-\frac{d^2}{dx^2} + q(x) + \sum_{x_k \in X}^{n} \beta_k \delta'(x - x_k),$$

где $\delta'(x - x_k)$ – производная дельта-функции Дирака с носителем в точке x_k. Этот оператор описывает δ'-взаимодействия на дискретном множестве $X = \{x_k\}_{k \in I} \subset R$. Коэффициенты $\beta_k \in \mathbb{C}$ называют интенсивностями в точках x_k [1].

Пусть $q(x) \in C[0, a]$, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, где $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n < a$, и $\mathrm{B} = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$. Тогда оператор

$$L_{X,\mathrm{B},q} y = -y'' + q(x)y + \sum_{k=1}^{n} \beta_k \delta'(x - x_k) y \qquad (1)$$

определён на функциях из пространства Соболева $W_2^2([0, a] \setminus X)$, удовлетворяющих в точках взаимодействия соотношениям:

$$y'(x_k + 0) = y'(x_k - 0), \qquad (2)$$

$$y(x_k + 0) = y(x_k - 0) + \beta_k y'(x_k). \qquad (3)$$

Будем рассматривать оператор Штурма–Лиувилля на отрезке $[0, a]$ с одним δ'-взаимодействием в точке $x_1 \in (0, a)$ с интенсивностью $\beta \neq 0$.

Основные результаты.

Так же, как и обычное дифференциальное уравнение второго порядка, уравнение Штурма–Лиувилля с δ'-взаимодействиями

$$-\frac{d^2 y}{dx^2} + q(x)y + \beta \delta'(x - x_k) y = \lambda y \qquad (4)$$

имеет фундаментальную систему решений, состоящую из двух функций.

Для фундаментальной системы решений уравнения (4) получена следующая теорема.

Теорема. *Пусть* $q(x) \in C[0, a]$. *Тогда на множестве* $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_+$ *(возможно, без конечного числа точек) уравнение (4) имеет фундаментальную систему решений* $\{\varepsilon_{+,\lambda}(x), \varepsilon_{-,\lambda}(x)\}$, *аналитическую по* λ *и удовлетворяющую следующим условиям:*

$$\begin{cases} \varepsilon_{+,\lambda}(x) = e^{-i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } 0<x<x_1 \\ \varepsilon_{+,\lambda}(x) = -\dfrac{i\beta}{2}\sqrt{\lambda}e^{-i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } x_1<x<a \\ \dfrac{d\varepsilon_{+,\lambda}(x)}{dx} = -i\sqrt{\lambda}e^{-i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } 0<x<x_1 \\ \dfrac{d\varepsilon_{+,\lambda}(x)}{dx} = -\dfrac{\beta\lambda}{2}e^{-i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } x_1<x<a \end{cases},$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{-,\lambda}(x) = e^{i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } 0<x<x_1 \\ \varepsilon_{-,\lambda}(x) = \dfrac{2i}{\beta\sqrt{\lambda}}e^{i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } x_1<x<a \\ \dfrac{d\varepsilon_{-,\lambda}(x)}{dx} = i\sqrt{\lambda}e^{i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } 0<x<x_1 \\ \dfrac{d\varepsilon_{-,\lambda}(x)}{dx} = -\dfrac{2}{\beta}e^{i\sqrt{\lambda}x}\big(1+o(1)\big), \text{ при } x_1<x<a \end{cases}.$$

Следует отметить, что данная асимптотика существенно отличается от асимптотики в случае непрерывного потенциала [2, гл. II, §4] или в случае оператора с δ-взаимодействиями [3].

Пример. При $q(x) \equiv 0$ фундаментальной системой решений уравнения (4), удовлетворяющей условиям теоремы, является следующая система:

$$\varepsilon_{+,\lambda} = \begin{cases} e^{-i\sqrt{\lambda}x}, & \text{при } 0<x<x_1 \\ \left(-\dfrac{i\beta}{2}\sqrt{\lambda}+1\right)e^{-i\sqrt{\lambda}x} - \dfrac{i\beta}{2}\sqrt{\lambda}e^{-2i\sqrt{\lambda}x_1}e^{i\sqrt{\lambda}x}, & \text{при } x_1<x<a \end{cases},$$

$$\varepsilon_{-,\lambda} = \begin{cases} e^{2i\sqrt{\lambda}x_1}e^{-i\sqrt{\lambda}x} + \left(1+\dfrac{2i}{\beta\sqrt{\lambda}}\right)e^{i\sqrt{\lambda}x}, & \text{при } 0<x<x_1 \\ \dfrac{2ie^{i\sqrt{\lambda}x}}{\beta\sqrt{\lambda}}, & \text{при } x_1<x<a \end{cases}.$$

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FRRE-2026-0015).*

Список литературы

1. Голощапова, Н. И. Одномерный оператор Шрёдингера с точечными δ- и δ'-взаимодействиями / Н. И. Голощапова, Л. Л. Оридорога // Математические заметки. – 2008. – Т. 84, № 1. – С. 127–131. – DOI 10.4213/mzm4424.
2. Наймарк, М. А. Линейные дифференциальные операторы / М. А. Наймарк. – Москва : Наука, 1969. – 528 с.
3. Оридорога, Л. Л. Об асимптотике решений уравнения Штурма-Лиувилля с δ-взаимодействиями / Л. Л. Оридорога, А. В. Агибалова // Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы IX Международной научной конференции. Т. 1. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 101–102.

Информационно-документационное обеспечение управления

УДК 004.89:378.1

АЛГОРИТМ НОРМАТИВНОЙ ПРОВЕРКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ С УЧЕТОМ ПРИМЕНИМОСТИ РЕДАКЦИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫХ ГОСУДАРСТВЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Андреев Д.А., ORCID 0009-0006-7571-2055,
Вертешев С.М., д-р техн. наук, проф., ORCID 0000-0001-6696-3086,
Дитман М.О., ORCID 0009-0008-4373-8378
ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет», г. Псков, РФ
andreev.dal@pskgu.ru, s.verteshev@pskgu.ru, ditman.mo@pskgu.ru

Введение. Образовательная программа подготовки ИТ-специалистов (далее – ОП) определяется совокупностью взаимосвязанных документов: учебного плана, рабочих программ дисциплин, рабочих программ практик, матриц компетенций и нормативных источников. При автоматизированной обработке важно учитывать не только содержащиеся в них значения, но и то, к каким именно редакциям ОП и федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее – ФГОС ВО) они относятся. Онтологический подход позволяет представить такие сведения как систему связанных объектов и отношений [1], методические аспекты применения которого к построению модели ОП рассмотрены в [2, 3].

При нормативной проверке возникает отдельная задача. Для одного направления подготовки могут одновременно использоваться ОП разных годов набора, относящиеся к различным редакциям ФГОС ВО. Если нормативный набор выбирать только по коду направления подготовки, то правила другой редакции ФГОС ВО могут дать отрицательный результат из-за ошибки настройки.

Цель работы состоит в разработке и апробации алгоритма, который сначала устанавливает применимость выбранного профиля, а затем выполняет предусмотренные им проверки.

Основная часть. В OntoCurriculum Studio [4] требования, относящиеся к одной редакции ФГОС ВО, объединяются в нормативный профиль. В него входят правила, которые можно проверить по данным учебного плана и другим документам ОП. Для каждого правила сохраняются условие проверки и ссылка на документ, из которого это условие было взято.

Перед началом проверки система должна убедиться, что выбранный профиль подходит к анализируемой ОП. Для этого сравниваются направление подготовки, номер и дата ФГОС ВО и область применения

профиля. Формально эту проверку можно записать через признак α(p, P), где p – нормативный профиль, а P – ОП: α(p, P) = 1 – профиль применим; α(p, P) = 0 – профиль неприменим.

Если α(p, P) = 1, система может переходить к правилам выбранного профиля. Значение 0 означает другое: использовать этот набор правил для данной редакции ОП нельзя. В то же время такое несовпадение не говорит о нарушении требований ФГОС ВО.

Дальнейшая обработка выполняется в следующем порядке:

1. Из учебного плана берутся код направления подготовки, номер и дата ФГОС ВО, форма обучения и сведения об источнике.

2. Эти данные сравниваются с описанием выбранного нормативного профиля. Для продолжения проверки должны совпасть направление подготовки и редакция ФГОС ВО.

3. Если профиль не подходит, система фиксирует REGULATORY_PROFILE_MISMATCH и прекращает работу с его правилами. Благодаря этому требования другой редакции ФГОС ВО не дают ложных сообщений о нарушениях.

4. Если профиль выбран верно, система проходит по правилам, для которых хватает исходных данных. Результат может быть сохранен как PASS («пройдено»), FAIL («не пройдено») или N/A («не применимо»). Последнее состояние используется, когда правило к ОП не относится, либо проверить его по имеющимся документам нельзя.

5. Вместе с результатом сохраняются фактическое значение, допустимая граница или условие и ссылка на нормативный источник. Поэтому по отчету можно понять, за счет какого значения получен конкретный результат.

6. В конце рассчитывается FGOS VO – отношение числа выполненных нормативных требований к числу тех, которые действительно применимы. Состояние N/A в этот расчет не входит.

На практике это позволяет не смешивать три разных случая: требование не выполнено; для проверки не хватает данных; выбран профиль не той редакции. В итоговом отчете они остаются разными ситуациями, а не сводятся к общему выводу о нарушении.

Алгоритм реализован в OntoCurriculum Studio [4] и проверен на трех полных документальных конфигурациях направлений подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и 09.03.02 «Информационные системы и технологии». После выбора корректных профилей были успешно выполнены 13 из 13, 20 из 20 и 21 из 21 применимых проверок. Результаты характеризуют работу алгоритма на использованном комплекте документов, но не оценивают педагогическое качество ОП.

Отдельный контрольный эксперимент выполнен для направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии». Для рассматриваемой ОП применим ФГОС ВО, утвержденный приказом

Минобрнауки России от 19.09.2017 № 926 [5]. При намеренном подключении профиля ФГОС от 12.03.2015 № 219 система выявила несовпадение редакции до выполнения правил и сформировала сигнал REGULATORY_PROFILE_MISMATCH. После подключения профиля ФГОС от 19.09.2017 № 926 были успешно выполнены 20 из 20 применимых проверок, а FGOS VO составил 1,000.

Смена нормативного профиля не изменяла уже извлеченные сведения об ОП и результаты независимой структурной обработки. Ошибка настройки оставалась на этапе выбора профиля и не подменялась выводом о противоречиях в исходной документации.

Заключение. Проверка описанного алгоритма в OntoCurriculum Studio [4] показала, что сопоставление ОП с редакцией ФГОС ВО полезно выполнять до запуска нормативных правил. В контрольном эксперименте профиль ФГОС от 12.03.2015 № 219 для ОП направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» был отклонен еще до содержательных проверок, тогда как после выбора ФГОС от 19.09.2017 № 926 были выполнены все требования в полном объеме. Такой порядок позволяет не смешивать ошибку настройки с несоответствием ОП и сохраняет понятную причину каждого результата. Предложенный алгоритм может использоваться в качестве предварительного технического этапа экспертной оценкой документации по ОП.

Список литературы

1. Gruber, T. R. A Translation Approach to Portable Ontology Specifications / T. R. Gruber // Knowledge Acquisition. – 1993. – Vol. 5, No. 2. – P. 199–220. – DOI 10.1006/knac.1993.1008.
2. Андреев, Д. А. Исследование и разработка онтологической модели образовательной программы подготовки IT-специалистов / Д. А. Андреев // Новые информационные технологии в научных исследованиях (НИТ-2025): сб. тез. XXX Всерос. научн.-техн. конф. студентов, молодых ученых и специалистов (Рязань, 26–28 ноября 2025 г.). – Т. 1. – Рязань : РГРТУ, 2025. – С. 14–15.
3. Андреев, Д. А. Методика построения модели образовательной программы ИТ-направленности с использованием средств онтологического проектирования / Д. А. Андреев // Перспективные телекоммуникационные технологии и развитие цифровых кластеров в России и мире (ПКМ 2025): матер. VI Всерос. научн.-техн. и научн.-метод. конф. магистрантов, аспирантов и их руководителей (Санкт-Петербург, 9–11 декабря 2025 г.). – СПб.: СПбГУТ, 2026. – С. 2283–2287.
4. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2026690409 Российская Федерация. OntoCurriculum Studio: информационно-аналитическая система онтологического проектирования, нормативного аудита и сравнительного анализа образовательных программ высшего образования : № 2026690611 : заявл. 05.10.2026 : опубл. 05.10.2026 / Андреев Д. А., Вертешев С. М., Пименов В. И., Андреев Д. А., Грызунова И. В. ; заявитель ПсковГУ. – 1 с.
5. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 09.03.02 Информационные системы и технологии : приказ Минобрнауки России от 19.09.2017 № 926 : зарегистрировано в Минюсте России 12.10.2017 № 48535.

УДК 004.9:65.012

ПРОТОКОЛИРОВАНИЕ ИСПРАВЛЕНИЙ РЕШЕНИЙ РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Андреев Р.А.**,** ORCID 0009-0001-0672-4136,
Искра Е.А., канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0002-2056-575X
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
randreev04@yandex.com, iskra.h.a@yandex.ru

Введение. В последние несколько лет рекомендательные системы быстро входят в управленческую практику. Особенно этот процесс ускорился с развитием технологий искусственного интеллекта (ИИ), на основе которых даже небольшая компания может себе создать собственную рекомендательную систему. приходится учиться работать с ними. От сотрудников, работающих с рекомендательной системой, ожидается, что он проверяет ее решения и при необходимости корректирует их, поскольку контроль человека над важными решениями остается обязательным [1]. Но возможны два крайних сценария. В первом сотрудник необоснованно игнорирует систему и действует по-своему. На практике это проявляется как эпизодическое использование системы и неготовность лица, принимающего решение, полагаться на нее [2]. Во втором он перестает проверять рекомендации и соглашается с ними даже тогда, когда они ошибочны. Чрезмерное доверие названо наиболее частой ошибкой взаимодействия человека и ИИ. Порядок оформления ручных правок может удерживать баланс между этими крайностями.

Цель работы – предложить порядок документального оформления и протоколирования ручных правок решений рекомендательных систем, который обеспечивает осознанное использование системы, защищает сотрудника и организацию при проверке и дает данные для дообучения нейросетевых систем.

Основная часть. Протокол отступления выполняет три функции. Первая юридическая: следование рекомендациям информационной системы не освобождает менеджмент от обязанности действовать добросовестно и разумно, а слепое доверие к ней может быть расценено как небрежность. Если руководство не способно объяснить мотивы решения, ему труднее доказать разумность своих действий при внутреннем аудите и в судебном споре [3]. Зафиксированное обоснование показывает, что отступление от системы было осознанным. Вторая функция связана с контролем. Цифровой комплаенс – это система мер, которая помогает компании соответствовать требованиям законодательства, отраслевым стандартам и внутренним политикам в цифровой среде. Он предполагает наличие системы контроля над работой рекомендательных алгоритмов,

включая механизмы аудита и ответственности [4]. Третья функция обучающая: задокументированное аргументированное исправление может служить для дальнейшего дообучения систем, в основе которых лежат технологии машинного обучения.

Чрезмерный контроль опасен тем, что меняет поведение людей. В одном из исследований, у судей в теннисе, решения которых мог отменить алгоритм, стали ошибаться чуть реже, однако кардинальным образом поменялась структура ошибок, что вызвано психологическими издержками отказа от своего решения. Сотрудник, которого за каждое отступление ожидает неприятный разбор, будет избегать отступлений даже там, где они оправданы. С другой стороны, само наличие объяснения рекомендации может повышать доверие к ней, поэтому важно учитывать, насколько объяснение облегчает проверку [5]. Доверие к ИИ определяется и объяснимостью решений, и их валидацией [6]. Следовательно, нагрузка протокола должна соответствовать значимости отступления.

Предлагается три уровня оформления (для примера возьмем случай, когда система рекомендует процентную ставку):

отступление в пределах заданного коридора значений: сотрудник выбирает причину из готового перечня, что занимает несколько секунд;

отступление за пределами коридора: к выбору причины добавляются краткое текстовое обоснование и ссылка на подтверждающий документ, например письмо клиента;

существенное отступление: дополнительно требуется согласование руководителя, решение которого также фиксируется.

Во всех случаях необходимо автоматически сохранять рекомендацию, объяснение, итоговое решение, автора и время. Перечень причин может включать изменение условий в ходе переговоров, сведения, не учтенные моделью, ошибку входных данных и иную причину с обязательным пояснением. Согласие с рекомендацией тоже протоколируется автоматически, поэтому оформленное отступление не выглядит единственным действием, которое требует оправдания. Протокол целесообразно встроить в систему электронного документооборота: такие системы уже применяют ИИ для классификации, маршрутизации и согласования документов [7], а значит, сотруднику не придется проходить отдельную бюрократическую процедуру.

Протокол не должен превращаться в механическое заполнение полей. Для этого число обязательных полей сводят к минимуму, а качество обоснований проверяют выборочно, а не по каждому случаю: руководитель просматривает небольшую часть протоколов и оценивает, достаточно ли убедительны причины. Полезна и обратная связь сотруднику. Если он видит, что его правки учтены при настройке рекомендательной системы, то ему становится понятным смысл заполнения протокола, и он все реже будет воспринимать это как формальное требование.

Порядок должен закреплять зоны ответственности. Сотрудник отвечает за полноту и обоснованность записи, руководитель за согласование существенных отступлений, служба внутреннего контроля или также руководитель за выборочный аудит протоколов, а разработчики системы за анализ причин и дообучение.

Накопленные протоколы служат обратной связью для рекомендательной системы. Перечень причин позволяет отделить отступления, вызванные ошибкой модели или нехваткой ее данных, от других обстоятельств, например переговоров с клиентом, которые при обучении учитывать не следует.

Чтобы оценить, достигнут ли нужный эффект от протоколирования, предлагается отслеживать небольшой набор показателей: долю решений с отступлением от рекомендации, среднее время оформления протокола, долю протоколов, возвращенных руководителем на доработку, и долю протоколов, использованных при дообучении.

Заключение. Таким образом, предложен порядок протоколирования отступлений от решений современных рекомендательных систем, в котором объем документирования зависит от значимости отступления, согласие и отступление фиксируются автоматически, а закрытый перечень причин делает протоколы пригодными для дообучения систем, в основе которых лежат технологии машинного обучения.

Список литературы

1. Харсанов, Э. Д. Роль инструментов ИИ в принятии управленческих решений / Э. Д. Харсанов // Вестник евразийской науки. – 2025. – Т. 17, № 1. – DOI 10.24412/81ECVN125.
2. Морковкин, Д. Е. Развитие механизмов принятия управленческих решений на основе технологий искусственного интеллекта и больших данных / Д. Е. Морковкин, Д. С. Шихалиева, Г. И. Алеева, Т. В. Петрусевич // Вестник евразийской науки. – 2025. – Т. 17, № S1. – DOI 10.24412/38FAVN125.
3. Бавин, Д. Е. Юридические риски использования искусственного интеллекта при принятии управленческих решений в корпоративных структурах / Д. Е. Бавин // Молодой ученый. – 2025. – № 24 (575). – С. 313–314.
4. Харитонова, Ю. С. Цифровой комплаенс рекомендательных систем платформ электронной торговли: вопросы правового обеспечения открытости / Ю. С. Харитонова // Законы России: опыт, анализ, практика. – 2024. – № 6. – С. 14–24.
5. Лукичев, П. М. Принятие решений в современной экономике: искусственный интеллект vs поведенческая экономика / П. М. Лукичев // Вопросы инновационной экономики. – 2024. – Т. 14, № 3. – С. 649–666. – DOI 10.18334/vinec.14.3.121070. – EDN BAUPLD.
6. Кобринский, Б. А. Доверие к технологиям искусственного интеллекта / Б. А. Кобринский // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2024. – № 3. – С. 3–17. – DOI 10.14357/20718594240301.
7. Мирошниченко, М. А. Современные аспекты управления знаниями и документами в период цифровой трансформации / М. А. Мирошниченко, Н. Н. Козлов, М. С. Самкова // Вестник Академии знаний. – 2024. – № 6. – EDN ZNHYRQ.

УДК 651.5:334.7:330.341.1

ДОКУМЕНТАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ НА ПРОДОВОЛЬСТВЕННОМ РЫНКЕ

Балдынюк А.И., ORCID 0009-0009-1146-1252
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
h.baldyniuk.dongu@mail.ru

Введение. Инновационная деятельность является ключевым фактором повышения конкурентоспособности предприятий на продовольственном рынке. В условиях цифровизации и ужесточения требований к безопасности и качеству продукции система документационного обеспечения инновационных процессов приобретает стратегическое значение. Под документационным обеспечением понимается комплекс мероприятий по созданию, хранению, обработке и использованию документов, отражающих этапы разработки, внедрения и коммерциализации новых продуктов, технологий и бизнес-моделей.

Целью исследования является анализ документационного обеспечения инновационной деятельности предприятий на продовольственном рынке и разработка рекомендаций по его совершенствованию.

Основная часть. Современный продовольственный рынок характеризуется трансформациями, которые обусловлены цифровизацией процессов, изменением требований к безопасности и качеству продукции, усилением конкуренции, санкционными ограничениями и т.д.

Инновационный процесс на предприятии пищевой промышленности включает этапы, каждый из которых сопровождается процессом подготовки ряда документов.

Этап исследования и разработки включает подготовку таких документов как: технического задания, патентных документов, протоколов испытаний, отчётов о НИОКР по дальнейшему развитию и т.д.

На этапе внедрения и производства определяются технические условия, разрабатываются технологические инструкции, документы системы контроля качества, сертификаты соответствия и т.д.

Этап коммерциализации и вывода на рынок подразумевает разработку маркетингового плана, заключение договоров с поставщиками и дилерами, отчётов о качестве и т.д.

В связи с этим в деятельности предприятий на продовольственном рынке появляется ряд проблем документационного обеспечения инновационной деятельности, такие как:

отсутствие единой системы документооборота, так как разрозненные файлы хранятся на локальных дисках и в облачных хранилищах без централизованной структуры;

низкий уровень автоматизации, что увеличивает вероятность ошибок и несоответствий из-за ручного заполнения документов;

несоответствие форматов документов (использование разных шаблонов в различных структурных подразделениях);

недостаточная квалификация сотрудников, отсутствие навыков работы с современными системами электронного документооборота, сопротивление изменениям, связанное с привычкой к бумажным носителям, отсутствие системы мотивации (сотрудники не заинтересованы в актуализации документов);

несвоевременная актуализация документов может привести к штрафам и приостановке производства;

недостаточная защита данных, как следствие риски утечки коммерческой тайны из-за слабой системы контроля доступа к документам;

финансовые потери, связанные с дублированием работ и штрафами за несоответствие продукции стандартам.

С целью устранения вышеперечисленных проблем необходимо осуществить оптимизацию документационного обеспечения инновационной деятельности. Это представляется возможным за счет [1; 2; 3; 4; 5]:

цифровизации документооборота, а именно внедрения систем электронного документооборота, автоматизирующих маршруты согласования и контроля исполнения документов; интеграции с ERP-системами для синхронизации данных о производстве, закупках и продажах; использования электронной подписи для ускорения процесса согласования документов. Внедрение СЭД следует начинать в ключевых подразделениях (НИОКР, производство, маркетинг и т.д.);

стандартизации и унификации документов, что включает разработку корпоративных шаблонов для всех видов документов (технические задания, технологические инструкции, отчёты о контроле качества); внедрение единой системы классификации и кодирования; создание централизованного хранилища с ограниченным доступом;

обучения и мотивации персонала посредством проведения обучающих семинаров по работе с системами электронного документооборота; включения пунктов о качестве осуществления процессов документирования в систему премирования; назначения ответственных за документационное обеспечение в каждом подразделении предприятия;

внедрения систем управления знаниями путем создания базы знаний с примерами лучших практик и шаблонами документов; проведения аудита существующих документов, выявления повторяющихся и устаревших

документов, утверждения единых шаблонов; использования чат-ботов и искусственного интеллекта для поиска необходимых документов; автоматизации отчётности с помощью инструментов бизнес-аналитики;

усиления контроля и повышения уровня информационной безопасности, что реализуется за счет ролевой модели доступа к документам, проведения регулярных аудитов документооборота, использования криптографических методов защиты для особо конфиденциальных документов, связанных с инновационной деятельностью предприятий на продовольственном рынке.

Заключение. Документационное обеспечение инновационной деятельности на предприятиях продовольственного рынка представляет собой многофункциональную систему, которая должна соответствовать современным требованиям к безопасности, качеству и эффективности. Оптимизация процессов документационного обеспечения управления через цифровизацию, стандартизацию и обучение персонала позволяет не только снизить риски, но и повысить конкурентоспособность предприятия на продовольственном рынке. Внедрение современных инновационных технологий становится ключевым фактором успеха в условиях динамично развивающегося рынка.

Список литературы

1. Артемова, М. М. Повышение эффективности документооборота организации как инструмент конкурентоспособности / М. М. Артемова, А. Н. Коротченко // Финансовые рынки и банки. – 2023. – № 1. – С. 83–89.
2. Даулетов, А. Ю. Проектирование и разработка функциональной структуры системы электронного документооборота / А. Ю. Даулетов // Информационные технологии моделирования и управления. – 2023. – Т. 131, № 1. – С. 24–31.
3. Ивановский, Н. И. Облачные инфраструктуры и программное обеспечение: кейсы внедрения / Н. И. Ивановский // Вестник ВНИИДАД. – 2023. – № 1. – С. 96–103.
4. Пономаренко, Н. Ш. Инновационные доминанты формирования и реализации стратегии импортозамещения на предприятиях пищевой промышленности / Н. Ш. Пономаренко, А. И. Балдынюк // Прогрессивная экономика. – 2023. – № 9. – С. 5–30.
5. Хоменко, Т. В. Автоматизация процесса контроля ознакомления с документами в организациях с иерархической структурой / Т. В. Хоменко, В. Д. Тараканов, А. А. Иргалиев // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2023. – № 1. – С. 91–97.

УДК 651.011.56

ИНФОРМАЦИОННО-ДОКУМЕНТАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫМ ОБМЕНОМ ДОКУМЕНТАМИ

***Гизатулин А.М.*[1],** канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0001-9197-1053,
***Стеценко Я.В.*[1,2],**
***Ухова А.Н.*[1],** ORCID 0009-0006-3069-6207
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]Управление Росреестра по ДНР, г. Донецк, РФ
withartie@ya.ru, yana.stecenko85@mail.ru, uhovangelina@gmail.com

Введение. Цифровая трансформация государственного управления сместила акцент в системах электронного документооборота с внутреннего ведения учета на межорганизационную совместимость.

Несмотря на технологические достижения в области очередей сообщений и облачного хранения, межведомственное управление документами остается уязвимым для системной фрагментации. Автономные организации, как правило, работают в рамках различных правовых норм, расходящихся схем классификации, разрозненных политик безопасности и собственных программных архитектур. Когда документы пересекают институциональные границы, критически важные метаданные часто искажаются или теряются, нарушается цепочка хранения, и увеличиваются задержки обработки.

Для решения этих проблем информационно-документационное обеспечение должно выйти за рамки пассивных механизмов передачи электронных документов. Оно должно обеспечивать интегрированную операционную модель, включающую семантическую стандартизацию, автоматический сбор метаданных, криптографическую проверку и синхронизацию состояний между административными подразделениями.

Цель данного исследования – разработать стратегию информационно-документационного обеспечения, предназначенную для управления безопасным, соответствующим требованиям и автоматизированным обменом документами между ведомствами.

Основная часть. Для эффективной поддержки документации в независимых ведомствах необходима согласованность на четырех структурных уровнях: правовом, организационном, семантическом и техническом.

Правовой уровень в России имеет жесткую государственную регуляцию [1-3]. В отличие от западных моделей, где часто допускается использование облачных подписей или удаленной аутентификации через коммерческие центры сертификации, российская модель требует

использования усиленной квалифицированной электронной подписи на отчуждаемых носителях (токенах), сертифицированных регулятором.

С конца 2025 года требования к информационной безопасности при подключении к ЕСИА и СМЭВ значительно ужесточились. Это создает высокий порог входа для коммерческих организаций, но гарантирует математическую доказуемость подлинности документов на государственном уровне. Практическим контуром развития также служит эксперимент по цифровизации контроля исполнительской дисциплины в федеральных органах исполнительной власти до июня 2026 года [4].

Основной барьер для автоматизированной обработки документов в различных ведомствах – это семантическое расхождение. Служба поддержки должна требовать наличия стандартизированного пакета метаданных, которым должен быть упакован передаваемый документ.

Для обеспечения достоверности документации необходимы надежные криптографические механизмы, гарантирующие подлинность, целостность и невозможность отказа от авторства документов. Поддержка документации должна определять стандартизированные векторы состояния, чтобы передающие ведомства могли запрашивать или получать асинхронные веб-перехватчики состояния от принимающих ведомств [5].

Разработка базовой информационной архитектуры требует выбора между централизованными сетями типа «звезда» и федеративными топологиями шины данных. Федеральная архитектура СМЭВ является наиболее масштабным в мире практическим воплощением модели X-Road. На техническом уровне это реализуется не просто как шина сообщений, а как сеть защищенных узлов – адаптеров информационных систем ведомств.

В устаревших системах управления электронными документами часто отсутствует встроенная поддержка современных RESTful API. Чтобы избежать дорогостоящей замены основных систем, организациям следует использовать межведомственные адаптеры. Эти адаптеры обрабатывают сериализацию полезной нагрузки, криптографическую подпись, преобразование схем и преобразование протоколов на границе сети.

Если в международной практике основной проблемой интеграции являются разрозненные форматы JSON/XML, то в России ключевым барьером выступает историческое наследие закрытых проприетарных систем документооборота советского и постсоветского периодов. Многие ведомственные базы данных работают на базе СУБД Oracle или устаревших версий MS SQL с закрытыми протоколами доступа [6-7].

В России делают ставку не на замену этих систем, а на внедрение слоя межведомственных адаптеров-прокси. Этот слой решает уникальную для РФ задачу трансформации машиночитаемых данных из старых карточек регистрации в современные структурированные реестры ЕГР ЗАГС, ЕГРН и другие информационные ресурсы, сохраняя при этом юридическую значимость исходного бумажного образа через механизмы ретроконверсии.

Заключение. Информационно-документационное обеспечение межведомственного обмена документами является важнейшим структурным требованием для современного управления. Для обеспечения бесперебойной межведомственной обработки необходима интеграционная стратегия, охватывающая все четыре уровня взаимодействия: правовое соответствие, координация организационных процессов, стандартизация семантических метаданных и защищенные технические архитектуры обмена. Внедрение стандартизированных метаданных, криптографических протоколов цепочки хранения и федеративных топологий рабочих процессов позволяет значительно сократить накладные расходы на обработку, устранить семантическую деградацию и обеспечить невозможность отказа от авторства при переходе между организациями.

Список литературы

1. Об электронной подписи : Федеральный закон от 06.04.2011 № 63-ФЗ : ред. от 28.12.2022 // Собрание законодательства Российской Федерации. – 2011. – № 15. – Ст. 2036. – Текст : непосредственный.
2. Об утверждении Требований о защите информации, содержащейся в государственных информационных системах, иных информационных системах государственных органов, государственных унитарных предприятий, государственных учреждений : Приказ ФСТЭК России от 11.04.2025 № 117 // Портал правовой информации. – URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202506170011 (дата обращения: 23.09.2026). – Текст : электронный.
3. Об утверждении Технических требований к взаимодействию информационных систем органов и организаций с использованием единой системы межведомственного электронного взаимодействия (редакция на 25.12.2025 г.) : утв. Приказом Минцифры России. – URL: http://minsvyaz.ru/ru/documents/documenty-po-smev/ (дата обращения: 23.09.2026). – Текст : электронный.
4. О проведении эксперимента по цифровизации процессов электронного документооборота, исполнения поручений и контроля исполнительской дисциплины в отдельных федеральных органах исполнительной власти : Постановление Правительства РФ от 08.05.2025 № 629 // Собрание законодательства Российской Федерации. – 2025. – № 20. – Ст. 2452. – Текст : непосредственный.
5. О правилах межведомственного информационного взаимодействия при предоставлении государственных и муниципальных услуг : постановление Правительства РФ от 23 июня 2021 г. № 963 // Портал правовой информации. – URL: http://static.government.ru/media/files/8t93ZN3FupkxG7moA6rA4dvBRqhoV390.pdf (дата обращения: 23.09.2026). – Текст : электронный.
6. Benmakhlouf, H. Electronic document, information, and archive management systems in economic institutions / H. Benmakhlouf, A. Chouaou // International Journal of Professional Business Review. – 2024. – Vol. 9, no. 6. – Art. e4755. – Текст : непосредственный. – DOI 10.26668/businessreview/2024.v9i6.4755.
7. Puura, A. Advancing interoperability of data exchange in Europe: Insights from Estonia's experience for the common European data spaces / A. Puura, R.-M. Soe, S. Thabit // Data in Brief. – 2025. – Vol. 64. – Art. 112361. – Текст : непосредственный. – DOI 10.1016/j.dib.2025.112361.

УДК 651.9:006.013.022:003.5

ДОКУМЕНТНАЯ ЛИНГВИСТИКА И СТАНДАРТИЗАЦИЯ ТЕКСТА В УСЛОВИЯХ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВИЗАЦИИ И ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Коробейникова К.В., канд. экон. наук, ORCID 0009-0000-7972-114X
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
k.korobeinikiva@bk.ru

Введение. Стандартизация текста документов становится ключевым фактором развития государственно-правовой сферы в условиях стремительной цифровой трансформации и искусственного интеллекта (далее – ИИ).

Ученые обращают внимание на необходимость стандартизации и унификации не только отдельных терминов, но и реквизитов [1,2].

В связи с вышесказанным она выступает одним из наиболее необходимых инструментов дальнейшего совершенствования документальных процессов.

Основная часть. Понятие «стандарт» означает что документ, созданный основе консенсуса различных сторон и утверждённый аккредитованным органом, содержит правила, рекомендации или характеристики для общего и повторного использования в заданном объёме с целью достижения оптимального уровня достижений. В свою очередь, стандартизация означает установление стандартов для организационных действий по использованию этих стандартов для определения технических требований, включая обозначение элементов, типовых шаблонов и форм.

Документная лингвистика способствует определению моделей, клише, стандартных языковых форм, используемых в тексте с целью предотвращения неоднозначного толкования и облегчения коммуникативного взаимодействия.

Шаблон или языковая форма находят отражение в закрепленных правилах и стандартах оформления документов. В условиях цифровизации и ИИ особое значение приобретает «управление языковой формой», что предполагает идентификацию и документирование документных форм и языковых средств, контроль изменений в их характеристиках, и обновление окончательного утвержденного контента для проверки совместимости документов, используемых в системе электронного взаимодействия (далее – СЭВ).

При унификации документов в СЭВ важно учесть содержание, структуру и язык документных текстов с учётом их правовой и коммуникационной функции. Таким образом, имеет значение система правил, благодаря которым текст документа приобретает юридическую значимость.

Целью стандартизации и унификации является снижение неоднозначности, ускорение обработки документов и обеспечение их совместимости в разных системах СЭВ, в том числе в электронном документообороте.

Технические регламенты устанавливает требования к унификации лингвистических требований, предъявляемым к документам. Данные требования разработаны с учетом особенностей использования документов в машиночитаемой форме с информационных технологий, которые используются для организации документных процессов [1].

Например, относительно терминологии, которая непосредственно касается унификации документов, часто в современных служебных документах наблюдается употребление вместо устоявшегося термина «унифицированная форма» термин «шаблон» (template), который был предложен широкой общественности пользователей персональных компьютеров разработчиками известных программных продуктов для редактирования текста, графики, аудиовизуальных данных.

В инструкциях по делопроизводству часто указывается, что электронные шаблоны документов формируются на основе продольного или углового варианта расположения реквизитов. Было бы лучше, если бы вместо этого было отмечено: «электронные унифицированные формы документов». Такая терминология более понятна делопроизводителям, на автоматизацию работы которых направлены инициативы министерств и органов власти.

Документация по сертификации ISO может сократить ненужную бумажную работу и сэкономить более 20 % времени благодаря стандартизации и оцифровке.

Недавние достижения в области ИИ сделали его легко доступным через различные сервисы, такие как чат-боты, голосовые помощники и автоматизированные системы реагирования. Однако опасения пользователей растут, поскольку эти ИИ иногда предоставляют необоснованную информацию или даже непреднамеренно ложную.

Это связано с тем, что ИИ учится на больших объёмах данных, выявляет закономерности и отвечает на их вопросы. Однако в следующих случаях может быть распространена искаженная информация:

если есть ошибки или смещения в обучающих данных;

если ИИ неправильно понял контекст или неправильно истолковал тему;

если есть недостаток информации по конкретным областям (политика, история, здравоохранение и т.д.).

если качество и разнообразие данных недостаточны, ИИ может давать искажённые ответы.

Цель ИИ – не истина, а наиболее правдоподобный ответ.

Генеративный ИИ (GPT, Claude, Gemini и др.) объединяет слова на основе статистической вероятности, он формирует также информацию, которой на самом деле не существует, или она является правдоподобной.

Искажение информации может происходить из-за ошибок в распознавании речи и обработке команд. ИИ – мощный инструмент, но система всё равно подвержена ошибкам. Только при совместной работе пользователей и разработчиков информация об ИИ может повысить уровень надёжности информации. Кроме того, жизненно необходимы навыки цифровой грамотности для проверки достоверности информации.

Использование методов документной лингвистики фиксирует, какие клише, формулировки и термины должны применяться в документах определенных типов, а какие способствуют возникновению риска неоднозначного толкования.

Нормализация лексики и терминологии, автоматическое заполнение реквизитов. ИИ извлекает из контекста дату, номер, ФИО, должности и подставляет их в нужные поля по шаблону, соответствующему ГОСТ Р7.0.97-2016 [3].

ИИ сверяет черновик с типовой схемой (вводная часть, предмет, обязательства, ответственность, реквизиты) и отмечает отклонения. Если в стандарте организации закреплён конкретный набор фраз для раздела «Ответственность сторон», ИИ либо использует их, либо помечает несоответствия. ИИ приводит термины к единому виду по внутреннему глоссарию или отраслевому классификатору, чтобы в разных документах одной организации не было разночтения Пример из практики: в системах электронного документооборота ИИ-ассистент помогает сотруднику написать заявление на отпуск: пользователь, ИИ формирует заявление по утверждённому шаблону с нужными реквизитами и формулировками.

Заключение. Таким образом, документальная лингвистика играет важную роль в условиях цифровизации управленческих процессов и развития ИИ. Если документ строится по определенным устойчивым моделям, шаблонам в соответствии со стандартами, его легче унифицировать, что способствует автоматизации работы с документами, извлечения данных, облегчает проверку корректности заполнения документа.

Список литературы

1. Буторина, Е. П. Прикладная лингвистика: учебник для вузов / Е. П. Буторина. – Москва : ЮРАЙТ, 2026. – 148 с. – ISBN 978-5-534-16994-2. – EDN QCHMGA.
2. ГОСТ Р7.0.97-2016 Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Организационно-распорядительная документация. Требования к оформлению документов утвержден Приказом Росстандарта от 8 декабря 2016 года. – Федеральное агентства по техническому регулированию и метрологии, Москва, Стандартинформ, 2016 г.
3. Захарчук, О. Е. Компонентная иллюстративность и опорные «скрипты» как методический потенциал в преподавании дисциплин социогуманитарного цикла / О. Е. Захарчук, С. В. Былкова, В. В. Метейко // Инновационная наука: психология, педагогика, дефектология. – 2026. – Т. 9, № 3. – С. 21–31. – DOI 10.23947/2658-7165-2026-9-3-21-31. – EDN BCPKEO.

УДК 651.011:004

ЦИФРОВАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ДОКУМЕНТАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Мащенко Н.Е., канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0003-0126-545X
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
maschenko_n@inbox.ru

Введение. Цифровая трансформация управления является одним из ключевых направлений развития современных образовательных организаций. Существенную роль в данном процессе играет документационное обеспечение управления, обеспечивающее фиксацию управленческих решений, информационное взаимодействие, контроль исполнения и сохранение документированной информации.

Развитие информационных технологий обусловило переход от традиционного понимания документооборота как движения документов между подразделениями к рассмотрению документационного процесса как совокупности операций, осуществляемых на протяжении жизненного цикла документа. Цифровизация предполагает не только замену бумажного носителя электронным, но и изменение способов регистрации, согласования, исполнения, контроля и хранения документов.

Актуальность данной проблематики обусловлена необходимостью обеспечения согласованности между задачами цифровой трансформации управления и организацией документационных процессов. Современные требования к организации хранения электронных документов предусматривают использование систем хранения электронных документов, обеспечивающих не только сохранность информации, но и её учёт, систематизацию, поиск и возможность использования в течение установленных сроков хранения [1]. Следовательно, совершенствование документационного обеспечения управления должно рассматриваться как комплексная задача, объединяющая процессы оперативной работы с документами и их последующего хранения.

Целью настоящей работы является обоснование основных направлений цифровой оптимизации документационных процессов в образовательной организации.

Основная часть. Цифровая оптимизация документационных процессов представляет собой совершенствование порядка создания, движения, использования и хранения документов, направленное на сокращение избыточных операций и повышение эффективности управления. В условиях цифровой трансформации особое значение приобретает не только автоматизация отдельных операций, но и пересмотр логики организации документного процесса.

Первым направлением является совершенствование маршрутов движения документов. Использование систем электронного документооборота позволяет формировать маршруты на основе заранее установленных правил, обеспечивая автоматизированную передачу документов ответственным исполнителям и фиксацию всех действий в информационной системе.

С данным направлением связано применение параллельного согласования документов. Одновременная работа нескольких участников с одним документом позволяет сократить продолжительность документного цикла без изменения содержания управленческих процедур.

Вторым направлением цифровой оптимизации является унификация документов. Стандартизация состава реквизитов и структуры документов создаёт условия для автоматизации заполнения, классификации и определения маршрутов движения. Использование единых шаблонов способствует снижению количества ошибок, сокращению времени подготовки документов и обеспечению единообразия управленческой информации [2]. Вместе с тем унификация в условиях цифровизации приобретает более широкое значение, поскольку стандартизированная структура документа создаёт условия для автоматизации заполнения реквизитов, классификации документов и определения маршрутов их движения.

Третьим направлением выступает автоматизация контроля исполнения документов и поручений. Информационные системы обеспечивают фиксацию контрольных сроков, формирование уведомлений и получение сведений о состоянии исполнения документов. Данные, формируемые системой, могут использоваться для анализа исполнительской дисциплины и выявления этапов, требующих организационного совершенствования.

Автоматизированный контроль позволяет рассматривать информацию о состоянии исполнения документов как один из источников аналитических данных для управления. На основе сведений, формируемых системой, может осуществляться оценка соблюдения сроков исполнения, выявление наиболее длительных этапов обработки документов и определение операций, требующих организационного совершенствования.

Четвёртым направлением является обеспечение преемственности между текущим использованием документов и их архивным хранением. Электронный документ должен рассматриваться как объект единого жизненного цикла, включающего создание, регистрацию, исполнение, формирование в составе дела и передачу на хранение. Современные правила архивного хранения предусматривают использование систем хранения электронных документов, обеспечивающих их сохранность и доступность.

Правила организации хранения, комплектования, учёта и использования архивных документов предусматривают осуществление

хранения электронных архивных документов с применением системы хранения электронных документов, а также устанавливают требования к их учёту, систематизации, обеспечению сохранности и поддержанию возможности использования [1]. В этой связи интеграция системы электронного документооборота и системы хранения электронных документов является одним из важных условий формирования единой информационной среды организации.

Цифровая оптимизация документационных процессов может быть представлена в виде взаимосвязанной модели, включающей четыре основных компонента: стандартизацию документов, автоматизацию их движения, цифровой контроль исполнения и организацию управления документами на протяжении всего жизненного цикла. Каждый из указанных компонентов выполняет самостоятельную функцию, однако их практическая эффективность определяется степенью интеграции между собой.

Таким образом, цифровая трансформация документационного обеспечения управления предполагает переход от автоматизации отдельных операций к процессному подходу. В центре такого подхода находится не отдельный документ как информационный объект, а совокупность операций, обеспечивающих его создание, движение, использование и сохранение.

Заключение. Цифровая оптимизация документационных процессов представляет собой одно из направлений совершенствования управления образовательной организацией. Её содержание заключается не только во внедрении информационных систем, но и в преобразовании существующей организации работы с документами.

Основными направлениями оптимизации являются совершенствование маршрутов движения документов, параллельное согласование, унификация документов, автоматизация контроля исполнения и обеспечение преемственности между документооборотом и архивным хранением. Их реализация позволяет сформировать единый подход к управлению документами на протяжении всего жизненного цикла.

Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка системы показателей оценки эффективности цифровой трансформации документационного обеспечения управления, включающей показатели автоматизации процессов, продолжительности документного цикла, исполнительской дисциплины и доступности документированной информации.

Список литературы

1. Правила организации хранения, комплектования, учета и использования документов Архивного фонда Российской Федерации и других архивных документов в государственных органах, органах местного самоуправления и организациях : утв. приказом Федерального архивного агентства от 31.07.2023 № 77.

2. ГОСТ Р 7.0.97–2025. Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Организационно-распорядительная документация. Требования к оформлению документов.
3. ГОСТ Р 7.0.8–2025. Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Делопроизводство и архивное дело. Термины и определения.
4. Федеральный закон от 27.07.2006 № 149-ФЗ «Об информации, информационных технологиях и о защите информации».
5. Федеральный закон от 22.10.2004 № 125-ФЗ «Об архивном деле в Российской Федерации».
6. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

УДК 378.147:004.9

ФОРМИРОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ «ДОКУМЕНТОВЕДЕНИЕ И АРХИВОВЕДЕНИЕ. ИНФОРМАЦИОННО-ДОКУМЕНТАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ» В УСЛОВИЯХ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Миндыла Д.С., ORCID 0009-0009-2737-5543
ФГБОУ ВО «Мариупольский государственный университет имени А.И. Куинджи»,
dmindyla@mail.ru

Цифровая трансформация управленческих процессов меняет требования к подготовке специалистов в сфере документационного обеспечения. Документовед и архивист сегодня работает с электронными системами, облачными хранилищами и автоматизированными платформами. Образовательная среда высшей школы претерпевает изменения, связанные с внедрением онлайн-курсов, виртуальных лабораторий и симуляционных тренажеров. Формирование цифровых профессиональных компетенций студентов направления «Документоведение и архивоведение. Информационно-документационное обеспечение управления» требует пересмотра содержания дисциплин и методик преподавания [3].

Цифровая эпоха изменила саму природу документа: он перестал быть исключительно материальным носителем, став динамичной совокупностью данных, метаданных и контекстуальных связей. Архивное дело и документационное обеспечение управления (ДОУ) сегодня оперируют не только бумажными фондами, но и электронными реестрами, облачными хранилищами, системами электронного документооборота (СЭД) и интеллектуальными алгоритмами распознавания и классификации.

Образовательная среда, в которой готовятся будущие специалисты, должна отражать эту реальность, а значит, требует включения в учебные планы модулей, охватывающих цифровые компетенции от базовой грамотности до продвинутой аналитики.

Таблица 1

Соответствие цифровых компетенций видам учебной деятельности и средствам оценки [5]

Группа компетенций	Учебная деятельность	Средство оценки	Индикатор достижения
Базовые	работа с текстовыми редакторами, таблицами, презентациями	тест с автоматической проверкой	корректное форматирование документа по ГОСТ
Профильные	работа в СЭД, создание электронных дел, настройка реестров	кейс-задание на имитационном стенде	полное прохождение маршрута согласования без ошибок
Аналитические	обработка данных, построение отчетов, визуализация	проектное задание	подготовленный отчет с графиками и выводами

Анализ профессиональных стандартов и федеральных государственных образовательных стандартов показал, что цифровые компетенции распределены по трем группам.

Первая группа – базовые компетенции, связанные с работой с офисными пакетами, электронной почтой и поисковыми системами.

Вторая группа – профильные компетенции, охватывающие работу с системами электронного документооборота (СЭД), автоматизированными архивными информационными системами (АИС) и средствами электронной подписи [4].

Соответствие видов учебной деятельности средствам оценки построено по принципу постепенного усложнения заданий. Для базовых компетенций применяется тест с автоматической проверкой, который позволяет быстро и объективно оценить уровень владения стандартными инструментами офисного пакета.

Профильные компетенции проверяются с помощью кейс-задания на имитационном стенде, где обучающийся выполняет полный маршрут согласования документов, что приближает процесс оценки к реальным производственным условиям.

Перечень ключевых цифровых компетенций, подлежащих формированию у студентов, строится на сочетании технических, методических и этических аспектов:

владение инструментами работы с электронными документами и системами автоматизированного учета, включая СЭД типа «Дело»,

«1С:Документооборот», «Directum», а также платформами для совместного редактирования и версионирования;

навыки построения и ведения электронных архивов с соблюдением требований к долговременному хранению, аутентичности и целостности цифровых объектов, включая использование форматов PDF/A, TIFF, XML и схем метаданных PREMIS и EAD;

умение применять технологии оптического распознавания символов (OCR) и интеллектуального анализа текстов для извлечения информации из сканированных фондов и архивных массивов;

компетенции в области баз данных и информационного поиска: составление запросов на SQL, использование полнотекстовых индексов, построение тезаурусов и онтологий для тематического описания документов;

навыки работы с геоинформационными системами и пространственными данными, если речь идет о картографических архивах и документах с привязкой к территориям;

умение обеспечивать информационную безопасность при работе с конфиденциальными документами, включая криптографическую защиту, разграничение прав доступа, ведение журналов аудита и применение электронной подписи;

способность к аналитической обработке больших объемов документальных данных с использованием методов машинного обучения для классификации, кластеризации и выявления аномалий в делопроизводственных потоках;

навыки визуализации данных и создания информационных дашбордов для представления статистики документооборота и состояния архивных фондов руководству организации;

компетенции по организации электронного взаимодействия между ведомствами и организациями в рамках межведомственного электронного документооборота (МЭДО), а также по работе с порталами госуслуг и федеральными информационными системами;

умение разрабатывать и поддерживать локальные нормативные акты, регламентирующие работу с электронными документами, включая инструкции по делопроизводству, положения об электронном архиве и регламенты миграции данных из бумажных носителей в цифровые.

Трансформация образовательной среды предполагает изменение форм и методов организации учебного процесса. Лекционные занятия дополняются практикумами в виртуальных лабораториях, где имитируется работа реальных архивных информационных систем. Проектные задания ориентированы на решение задач от «живых» работодателей: разработка схемы миграции бумажного архива в электронный вид, проектирование регламента обмена документами с контрагентами через API, создание классификатора типов документов для автоматической маршрутизации.

Симуляционные упражнения позволяют отработать действия при инцидентах с утечкой информации или при отказах оборудования в хранилищах данных. Групповая работа в распределенных командах, где участники находятся в разных городах, тренирует навыки удаленной координации, использования облачных хранилищ и систем контроля версий.

Список литературы

1. Кузнецова, Т. В. Документационное обеспечение управления: цифровой формат / Т. В. Кузнецова. – Санкт-Петербург : Профессия, 2022. – 240 с.
2. Ларьков, Н. С. Документоведение: учебное пособие / Н. С. Ларьков. – Москва : Юрайт, 2023. – 380 с.
3. Методика оценки цифровых компетенций в высшем образовании / под ред. Е. В. Ткаченко. – Москва : РГГУ, 2024. – 156 с.
4. Сокова, А. Н. Электронный документооборот в архивном деле / А. Н. Сокова // Вестник архивиста. – 2023. – № 2. – С. 88–97.
5. Федорова, Е. С. Цифровая трансформация учебного процесса в вузах культуры и искусства / Е. С. Федорова // Информационные ресурсы России. – 2024. – № 1. – С. 45–52.
6. Чернов, А. В. Автоматизированные архивные технологии: практикум / А. В. Чернов. – Екатеринбург : Урал. ун-т, 2023. – 210 с.

УДК 651.5:004.77-044.55

НАКОПЛЕНИЕ ИЗБЫТОЧНОЙ ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМЕ ДОКУМЕНТООБОРОТА ОРГАНИЗАЦИИ

Митрохина Е.А., канд. экон. наук, ORCID 0000-0001-7321-6521
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
o.mytrokhina@mail.ru

Введение. В условиях цифровой трансформации организаций увеличивается объем информации, создаваемой, обрабатываемой и хранимой в электронной форме. Цифровизация обеспечивает оперативность информационного обмена и автоматизацию управленческих процессов, однако снижает затраты на хранение и способствует накоплению электронных копий, промежуточных версий, дублирующих и устаревших информационных объектов.

В результате возникает противоречие между необходимостью сохранения информационных ресурсов и обеспечением их качества, актуальности и управляемости. При этом избыточная информация не всегда является ненужной, поскольку может обладать правовой, управленческой, доказательной или архивной ценностью.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью выявления и управления цифровой информацией, избыточное накопление которой затрудняет ее поиск, систематизацию и использование в управленческой деятельности.

Цель – определить особенности накопления избыточной цифровой информации в системе документооборота организации и обозначить основные направления управления формированием цифрового информационного массива.

Основная часть. Цифровая информация в организации формируется в результате выполнения практически всех управленческих процессов: подготовки документов, их согласования, регистрации, исполнения, контроля, обмена информацией между структурными подразделениями и хранения результатов деятельности. Развитие электронного документооборота сопровождается расширением количества информационных объектов и увеличением продолжительности их цифрового существования.

При этом цифровая среда способствует появлению информационной избыточности. Один документ может существовать одновременно в нескольких экземплярах, различных редакциях или информационных системах. Кроме того, информация может сохраняться в форме рабочих файлов, вложений электронной почты, копий в сетевых хранилищах и материалов, размещенных в корпоративных информационных системах.

Таким образом, избыточную цифровую информацию целесообразно рассматривать как часть цифрового информационного массива организации, объем, содержание или многократное представление которой превышают объективную потребность в её текущем использовании при сохранении необходимости оценки её дальнейшей управленческой, правовой, справочной или архивной ценности.

При этом принципиально важно разграничивать понятия избыточности, неактуальности и ненужности. Избыточная информация не обязательно является ненужной. Например, предыдущая версия документа может не использоваться в текущей деятельности, однако иметь доказательное значение. Поэтому решение о её удалении должно приниматься с учетом требований к документированию деятельности организации и срокам хранения документов.

Основными источниками избыточности являются дублирование документов, накопление промежуточных версий, фрагментация информации между системами, устаревание и отсутствие структурированной организации цифровых массивов.

Накопление избыточной цифровой информации оказывает влияние на эффективность информационно-документационного обеспечения управления. Его последствия проявляются прежде всего в увеличении времени поиска необходимой информации, усложнении идентификации актуальных документов, повышении вероятности использования

ошибочной версии, росте объема информационных массивов и усложнении процессов их систематизации.

В этой связи управление цифровым документооборотом должно включать не только операции создания, регистрации, передачи и хранения документов, но и управление качеством цифрового информационного массива.

Управление избыточной цифровой информацией целесообразно рассматривать как последовательность формирования, накопления и идентификации информационных объектов, оценки их актуальности и ценности, выявления избыточности и принятия решения о дальнейшем хранении. По результатам оценки информация может сохраняться, консолидироваться, передаваться на архивное хранение либо удаляться в соответствии с установленными требованиями.

Перспективным направлением совершенствования данного процесса является применение технологий искусственного интеллекта. Интеллектуальные инструменты могут использоваться для автоматического выявления дублирующихся и близких по содержанию документов, поиска различных версий, анализа метаданных и структурирования больших массивов цифровой информации. Современные исследования уже рассматривают применение машинного обучения и обработки естественного языка для автоматизированной классификации цифровых документов [1; 2].

Однако применение автоматизированных технологий не исключает необходимости экспертной оценки. Решение о дальнейшем хранении документа должно учитывать не только его текущую востребованность, но и правовую, управленческую, доказательную и архивную ценность.

Следовательно, задача управления избыточной цифровой информацией заключается не в максимальном сокращении объема хранимых данных, а в формировании управляемого цифрового информационного массива, в котором каждый сохраняемый документ имеет определенное назначение или установленную ценность.

Заключение. Цифровизация документооборота создает принципиально новые возможности для управления информацией, но одновременно формирует условия для постоянного увеличения объема цифровых информационных массивов. Накопление копий, различных версий, устаревших и неструктурированных информационных объектов может снижать эффективность информационно-документационного обеспечения управления.

Избыточность цифровой информации следует рассматривать не как отсутствие ценности, а как несоответствие между объемом и формой накопленной информации и объективными потребностями её использования при сохранении необходимости оценки правовой, управленческой, доказательной и архивной значимости.

Эффективное управление данной проблемой предполагает переход от преимущественного управления отдельными документами к системному управлению составом и качеством цифрового информационного массива организации. Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка методики количественной оценки избыточности цифровой информации и определение показателей эффективности управления ею с использованием интеллектуальных технологий.

Список литературы

1. Митрохина, Е. А. Использование искусственного интеллекта в создании и анализе маркетинговых документов / Е. А. Митрохина // Управление документацией в цифровой среде : Сборник трудов VIII национальной научно-практической конференции, Москва, 24–28 ноября 2025 года. – Москва: ООО «Сфера», 2026. – С. 387–391. – EDN MLMNFM.
2. Система искусственного интеллекта для классификации документов сложной структуры / Е. А. Бутенко, А. М. Задорожный, Н. А. Любовинкина, С. В. Потемкина // Системный анализ в науке и образовании. – 2023. – №1. – С. 7–12.

УДК 004.9:657.1

КЛЮЧЕВЫЕ АСПЕКТЫ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ДОКУМЕНТООБОРОТА ФИНАНСОВО-ХОЗЯЙСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ

Овчаренко А.С., ORCID 0009-0001-9174-0113
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
antonina.ov4arenko@yandex.ru

Введение. В настоящее время цифровизация становится центральным звеном эффективности финансово-хозяйственной деятельности организации. Внедрение электронных инструментов позволяет не просто ускорить привычные процессы, но и повысить их прозрачность, точность и безопасность.

Цель статьи – исследование и обоснование ключевых аспектов цифровой трансформации документооборота финансово-хозяйственной деятельности организации.

Основная часть. Актуальность идеи определяется необходимостью комплексной трансформации финансово-хозяйственной деятельности организаций посредством внедрения цифрового документооборота для обеспечения соответствия требованиям налогового законодательства, снижения операционных издержек и повышения прозрачности бизнес-процессов в условиях государственной политики всеохватывающей цифровизации экономики.

Автор Хакимова Х. Х. в своей работе акцентирует внимание на том, что цифровая трансформация является системным подходом, которые включает в себя стратегию, корпоративную культуру и повседневные действия. Она считает, что в центре цифровой трансформации располагается переход от классического подхода к модели, где на первом плане находятся данные, автоматизация, прогнозирование и адаптация [5].

Проблематика цифровой трансформации финансово-хозяйственной деятельности находится в фокусе внимания ряда исследователей. Свой вклад в разработку фундаментальных теоретических и методологических аспектов экономического анализа финансово-хозяйственной деятельности, ставших основой для современных цифровых систем мониторинга, внесли такие классики отечественной финансовой школы, как Шеремет А.Д., Савицкая Г.В., Сайфулин Р.С., Ефимова О.В., Ковалев В.В. и др. Среди современных авторов, исследующих цифровую трансформацию финансово-хозяйственной деятельности, можно выделить Грибанова Ю.И., Руденко М.Н., Стрелец И.А., Бугорского В.Н., Титоренко Г.А. и др.

Правовую основу исследуемой проблематики формирует Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 г. № 203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы». В соответствии с данным документом приоритетными векторами цифровизации финансово-хозяйственной деятельности определены: внедрение доверенных технологий электронной идентификации и аутентификации; развитие механизмов предоставления финансовых услуг в электронной форме и обеспечение их информационной безопасности; создание условий для развития электронного взаимодействия участников экономической деятельности, в том числе финансовых организаций и государственных органов; обеспечение с использованием российской национальной платежной системы и элементов информационной инфраструктуры Российской Федерации безопасности проведения в сети «Интернет» финансовых операций, прозрачность трансграничных платежей (идентификация плательщика, получателя, назначение платежа), в том числе за счет применения сертифицированных средств защиты информации [4].

Методологическую базу исследования определяет «Концепция развития электронного документооборота в хозяйственной деятельности», ориентированная на цифровизацию финансово-хозяйственных процессов посредством перевода документов в электронную форму.

Несмотря на закрепленные в Концепции цели по определению путей цифровой трансформации, полноценная база для юридически значимого электронного документооборота в финансово-хозяйственной сфере в Российской Федерации не сформирована. Авторы Концепции отмечают отсутствие унифицированных подходов к управлению жизненным циклом электронных документов в хозяйственной деятельности. Данная

методологическая фрагментарность обусловливает дублирование бумажных и цифровых технологий, что препятствует переходу хозяйствующих субъектов к безбумажному формату взаимодействия как во внутренней среде, так и при работе с внешними контрагентами. [2].

Процесс автоматизации целесообразно начинать с аудита текущих финансово-хозяйственных процессов – обработки счетов, ведения реестров и формирования отчетности. На основе полученных данных осуществляется подбор соответствующего программного обеспечения.

Исследователи данной проблематики приходят к выводу о целесообразности внедрения ERP-систем (таких как 1С, SAP) или профильных платформ (например, QuickBooks), способных интегрироваться в существующую ИТ-архитектуру организации. По их мнению, данные решения позволяют перевести на цифровые рельсы критически важные участки учета: работу со счетами, расходные операции, управление фондом оплаты труда и формирование обязательной налоговой отчетности [1].

Среди драйверов цифровой трансформации финансово-хозяйственного контура особое место занимают инновации в области бухгалтерского учета. Анализ эволюции технологий за последнее десятилетие позволяет выделить блокчейн как ключевой инструмент формирования распределенных баз данных. С учетом темпов развития его архитектуры прогнозируется, что в ближайшей перспективе данная технология станет инфраструктурной основой для безбумажного взаимодействия субъектов хозяйственной деятельности [3].

Заключение. Таким образом, исследованы и обоснованы ключевые аспекты цифровой трансформации документооборота финансово-хозяйственной деятельности организации. Проведенное исследование позволяет констатировать, что переход к цифровой модели финансово-хозяйственной деятельности является императивом современной экономики, закрепленным в Стратегии информационного общества Российской Федерации. В соответствии с положениями «Концепции развития электронного документооборота в хозяйственной деятельности», установлено, что фрагментарность стандартов хранения и оборота данных вынуждает организации поддерживать дублирующие бумажные контуры. Проведенный анализ научной литературы обосновывает целесообразность применения комплексного технологического стека для цифровой трансформации финансово-хозяйственной деятельности организации. Данный стек включает как интегрированные ERP-решения для автоматизации критических узлов учета, так и технологии распределенного реестра (блокчейн), обеспечивающие инфраструктурную устойчивость безбумажного взаимодействия.

Список литературы

1. Башкатов, В. В. Цифровизация экономического управления: эволюция и влияние на прогресс бухгалтерского учета / В. В. Башкатов, Е. В. Назарова, А. С. Махнушкина // Вестник Академии знаний. – 2024. – №1 (60). – С. 59–62.
2. Концепция развития электронного документооборота в хозяйственной деятельности : (одобр. решением президиума Правительств. комис. по цифровому развитию от 25 дек. 2020 г., протокол № 34). – Текст : электронный // Гарант Эксперт : справочно-правовая система. – URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/400066004/ (дата обращения: 05.09.2026).
3. Леонова, Е. А. Развитие бухгалтерского учета в условиях цифровизации / Е. А. Леонова // Вектор экономики. – 2022. – № 10(76).
4. О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 - 2030 годы : Указ Президента Рос. Федерации от 9 мая 2017 г. № 203. – Доступ из справ.-правовой системы «Гарант». – URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71570570/ (дата обращения: 05.09.2026).
5. Хакимова, Х. Х. Цифровизация и инновации в управлении: логика трансформации управленческого мышления / Х. Х. Хакимова // Ilm fan taraqqiyotida raqamli iqtisodiyot va zamonaviy ta'limning o'rni hamda rivojlanish omillari. – 2025. – № 4. – С. 356–359.

УДК 651.9:004

ДОКУМЕНТОВЕДЕНИЕ КАК НАВИГАТОР ПО МИРУ ИНФОРМАЦИИ

***Филатова Я.В.*[1],** канд. экон. наук, ORCID 0009-0001-0475-485X,
Харакиоз А.В.
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
yan4ik.filatova@yandex.ru, anna.kharakioz@mail.ru

Введение. Современный человек ежедневно сталкивается с огромным количеством информации: официальными сообщениями, электронными письмами, договорами, справками, публикациями в социальных сетях, цифровыми архивами и многочисленными файлами, циркулирующими в информационных системах. Однако сам по себе доступ к информации еще не означает ее понимания и тем более не гарантирует ее достоверности. В условиях информационной перегрузки особенно важным становится умение определить происхождение сведений, оценить их надежность, установить автора, время создания, назначение и степень сохранности. Именно эти задачи во многом решает документоведение – научная дисциплина, изучающая документ, закономерности его создания, функционирования, классификации, использования и хранения.

Документ можно рассматривать не только как материальный или электронный объект, но и как организованную форму закрепления социальной информации. Его ценность заключается в способности

сохранять сведения во времени, передавать их между людьми и организациями, подтверждать факты, фиксировать решения и обеспечивать управленческие процессы. Поэтому документоведение помогает не просто находить нужные сведения, а понимать, как они появились, для какой цели были зафиксированы и насколько обоснованно им можно доверять [1, 2].

Актуальность темы обусловлена тем, что в цифровой среде объем документов постоянно растет, а границы между официальной документацией, информационными сообщениями и пользовательским контентом становятся менее очевидными. Навык грамотной работы с документами превращается в важный элемент информационной культуры.

Цель работы – показать значение документоведения как инструмента ориентации в современном информационном пространстве и определить, каким образом документоведческие знания помогают отбирать, систематизировать, оценивать и сохранять информацию.

Основная часть. Документоведение выполняет роль своеобразной навигационной системы, поскольку предлагает человеку понятные ориентиры работы с информацией. Первым таким ориентиром является классификация документов. Когда информационные объекты распределяются по видам, происхождению, назначению, форме фиксации, способу создания и другим признакам, большой массив сведений перестает быть хаотичным. Классификация позволяет быстрее определить, где искать необходимую информацию, какие документы могут иметь юридическое или управленческое значение, какие предназначены для оперативной работы, а какие – для длительного хранения [1].

Вторым ориентиром выступает понимание функций документа. Один документ подтверждает право или обязанность, другой фиксирует управленческое решение, третий передает знания, четвертый сохраняет сведения о событиях и деятельности людей. Если пользователь понимает специальную функцию документа, ему легче определить его информационную, правовую, управленческую, культурную и общественную ценность. Например, рекламная публикация и нормативный акт могут содержать сведения по одной теме, но степень их доказательности, цели создания и последствия использования принципиально различаются. Документоведческий подход учит учитывать не только содержание текста, но и статус документа, его автора, реквизиты и место в системе коммуникации.

Третьим важным ориентиром является анализ происхождения и контекста документа. Любой документ возникает в определенной ситуации и создается конкретным субъектом. Поэтому достоверность сведений нельзя оценивать исключительно по внешней убедительности текста. Важно установить, кто создал документ, когда и при каких обстоятельствах он появился, является ли он подлинником или копией, подвергался ли изменениям, имеются ли необходимые реквизиты. Такой подход особенно

актуален в интернете, где один и тот же файл может многократно пересылаться, редактироваться и публиковаться без указания первоначального источника.

Документоведение также формирует навыки систематизации информации. В профессиональной деятельности недостаточно создать документ, необходимо обеспечить его включение в определенную систему, возможность поиска, использования и последующего хранения. На практике это выражается в правилах регистрации документов, присвоении индексов, формировании дел, использовании номенклатуры, метаданных и поисковых признаков. Благодаря этому организация способна быстро находить нужную информацию даже спустя длительное время. В данном смысле документоведение действительно похоже на навигатор: оно не увеличивает количество информации, а помогает проложить к ней короткий и логичный маршрут.

Особое значение документоведческие знания приобретают в условиях цифровизации. Электронный документ сохраняет основные свойства и функции документа, однако особенности электронной среды требуют дополнительных способов идентификации, подтверждения подлинности, учета форматов и метаданных [2]. Для пользователя важно понимать, что электронный файл сам по себе еще не всегда является надежным доказательством: необходимо учитывать его происхождение, целостность, наличие электронной подписи, реквизитов и связи с информационной системой, в которой он создан или хранится.

Еще одна важная функция документоведения связана с сохранением информационной памяти общества. Если документы создаются бессистемно, хранятся без учета сроков или теряют сведения о своем происхождении, вместе с ними может утрачиваться значительная часть достоверной информации. Документоведческие правила позволяют отбирать документы, устанавливать сроки их хранения и обеспечивать возможность последующего использования.

Следует отметить и практическое значение документоведения для обычного человека. С договорами, заявлениями, справками, платежными документами, электронными сообщениями и персональными данными сталкивается практически каждый. Умение различать виды документов, проверять реквизиты, фиксировать даты и оценивать авторитетность источника информации во многом снижает риск ошибок и экономит время. Эти навыки полезны не только специалисту по документационному обеспечению управления, но и любому пользователю цифровых сервисов.

Таким образом, в информационном обществе документоведение выходит за рамки узкопрофессиональной дисциплины. Документ участвует в практически во всех процессах человеческой деятельности. Документоведение пересекается с базами данных, бизнес-процессами и даже с элементами искусственного интеллекта. Сегодня важно не только

быстро получать сведения, но и понимать их происхождение, качество и место в системе документной коммуникации.

Заключение. Документоведение можно назвать навигатором в мире информации, поскольку оно задает критерии, по которым человек способен ориентироваться в огромном количестве документов и сообщений. Человек, понимающий значение документа, получает возможность не просто читать или сохранять сведения, а задавать правильные вопросы: кто создал документ, с какой целью, насколько он подлинный, можно ли использовать его как подтверждение. Именно поэтому документоведение является важной частью современной информационной культуры и необходимым инструментом ориентации в постоянно усложняющемся мире информации.

Список литературы

1. Кушнаренко, Н. Н. Документоведение : учебник / Н. Н. Кушнаренко. – 8-е изд., стер. – Киев : Знання, 2008. – 464 с. – Текст : непосредственный.
2. Суровцева, Н. Г. Электронный документ как объект документоведения: историографический обзор / Н. Г. Суровцева // Самарский научный вестник. – 2018. – Т. 7, № 4. – С. 277–286. – DOI 10.24411/2309-4370-2018-14221. – EDN YPPGOD.

Прикладная математика, прикладная информатика и теория систем управления

УДК 004.9:631.15

СИСТЕМНЫЕ МЕТОДЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ПРОДУКТИВНОСТИ АГРОПРЕДПРИЯТИЙ

Акимов С.С., канд. техн. наук, ORCID 0000-0003-4444-9945,
Трипкош В.А., канд. техн. наук, доц., ***Архапчева М.В.***
ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет», г. Оренбург, РФ
sergey_akimov_work@mail.ru

Введение. Современное сельское хозяйство развивается в условиях роста потребления продовольствия, ограниченности природных ресурсов и усиления климатических рисков. Для России обеспечение продовольственной безопасности тесно связано с эффективностью молочного животноводства, которое, с одной стороны, дает широкую линейку социально значимых продуктов, с другой – остается одной из наиболее сложных для управления отраслей.

Продуктивность животных зависит от множества разнородных факторов: генетики, кормления, условий содержания, здоровья, агроклиматических условий и микроэлементного баланса. Традиционные методы управления уже не позволяют оперативно учитывать эти взаимосвязи. Поэтому актуальной становится разработка системных методов поддержки принятия решений, объединяющих цифровые технологии, математические модели и отраслевые данные [1-6].

Целью работы является краткое рассмотрение современных системных методов СППР для агропредприятий, показать их связь с задачами повышения продуктивности молочного животноводства и наметить перспективы развития.

Основная часть. Современный подход предполагает, что агропредприятие необходимо рассматривать как сложную биотехническую систему, которая включает в себя биологические объекты (животные, кормовые культуры), технические подсистемы (оборудование, датчики, роботы), информационные потоки и принимаемые управленческие решения. В частности, в работе [2] для построения цифрового двойника биотехнической системы использован метод «черного ящика». Данный метод позволил выделить входные и выходные потоки данных, управляющие воздействия, эталонные и количественные ограничения. Декомпозиция модели показала, что ядром разрабатываемой СППР являются блоки оценки потока управления, расчета отклонений, выбора способа валидации данных и формирования рекомендаций.

Данный подход позволяет не только фиксировать текущее состояние, но и прогнозировать отклонения, например, снижение удоев или ухудшение здоровья животных.

Далее рассмотрим основные направления развития методов поддержки решений в аграрной области.

1. Анализ погодных и агроклиматических условий. Кормовая база является исходным звеном продуктивности молочного хозяйства. На урожайность кормовых культур оказывают влияние среднесуточная температура, осадки, тип почвы, солнечная радиация и вносимые удобрения. В работе [4] приведено несколько математических моделей урожайности, основанных на регрессионных зависимостях. Управляющее воздействие в данных моделях приняты удобрения и кормовые добавки, а внешние факторы – температура и осадки на кормовых полях.

2. Мониторинг с помощью БПЛА. С целью оперативного наблюдения за состоянием посевов и поведением животных используются беспилотные летательные аппараты, которые оснащаются специальными камерами и ведут непрерывную съемку полей и стада. Помимо этого, в ряде исследований описано применение сенсорных датчиков, способных замерять влажность, температуру, уровень pH и содержание питательных веществ. Полученные данные служат основой для создания карт переменного внесения удобрений и средств защиты растений [1].

3. Нейросети и машинное обучение. Нейросетевые модели сегодня применяются для ряда проблем, в частности для прогнозирования урожайности, распознавания болезней и вредителей, поддержки решений по срокам полива и внесения удобрений [1]. В молочном животноводстве современные методы машинного обучения применимы при сопоставлении больших объемов разнородных и разноформатных данных, компьютерное зрение позволяет оценить прорастание кормовой базы, а таже провести визуальную оценку животных, а современные модели нейронных систем лежат в основе модулей составления рекомендаций для управленцев.

4. Цифровые двойники биотехнических систем. Цифровой двойник – это программная модель реального объекта, которая хранит данные, анализирует поступающую информацию и вырабатывает рекомендации по управляющему воздействию [2]. Его ключевая ценность – переход от реактивного управления к проактивному: не только реагировать на уже возникшую проблему, но и прогнозировать ее, предотвращать заболевания и оптимизировать производственные процессы.

5. Модели элементного статуса и оптимизация кормления. В работе [3] предложена модель, которая связывает продуктивность с поступлением и выведением микроэлементов, учитывая корма, добавки и непищевые факторы. Такая модель дает возможность оперативно оценивать изменения микроэлементного баланса и корректировать рацион. В [4] данный подход развит до системы математических моделей урожайности

кормовых культур, формирования комбикормов и общей продуктивности животноводства. Схема оптимизации охватывает измерение внутренних и внешних факторов, оценку элементного статуса, расчеты по моделям и корректировку рациона.

6. Робототехника и интернет вещей. Автоматические тракторы, роботы для посева, прополки и уборки урожая, роботизированные доильные установки и системы управления микроклиматом образуют исполнительный контур СППР. Интернет вещей отвечает за сбор оперативных данных, а робототехника обеспечивает точное выполнение управляющих воздействий [1; 5]. В животноводстве это дает возможность автоматизировать кормление, доение, уборку и мониторинг здоровья животных.

Заключение. Таким образом, системные методы СППР в настоящее время играют все большую роль в вопросах наращивания продуктивности современных аграрных предприятий. Они объединяют в себе анализ агроклиматических факторов, возможности непрерывного наблюдения (в том числе посредством БПЛА), сенсорные сети, точную робототехнику и многое другое. В вопросах управления крупными агропромышленными комплексами крайне важна интеграция всех современных научно-технических возможностей, что позволило бы качественно улучшить производство молока в нашей стране.

Список литературы

1. Акимов, С. С. Системное применение современных передовых технологий для агротехнических комплексов полного цикла / С. С. Акимов // Научно-технический вестник Поволжья. – 2025. – № 12. – С. 79–81. – EDN IJOVET.
2. Акимов, С. С. Разработка цифрового двойника биотехнической системы / С. С. Акимов, А. С. Боровский // Научно-технический вестник Поволжья. – 2024. – № 5. – С. 78–81. – EDN NPEGCV.
3. Акимов, С. С. Разработка модели оценки элементного статуса организма для повышения эффективности молочного животноводства / С. С. Акимов, М. В. Архапчева // Научно-технический вестник Поволжья. – 2023. – № 9. – С. 61–63. – EDN BLMDGD.
4. Акимов, С. С. Разработка модели системы «корма-животные-продуктивность» с учетом кинетики микроэлементов / С. С. Акимов, А. С. Боровский // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2023. – Т. 12, № 1(61). – С. 53–58. – EDN CJBRGI.
5. Акимов, С. С. Моделирование продуктивности хозяйства молочного животноводства / С. С. Акимов // Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. – 2022. – № 1. – С. 25–32. – DOI 10.18137/RNU.V9187.22.01.P.025. – EDN URPQIS.
6. Акимов, С. С. Оценка эффективности кормового производства на основе факторов посева и предпосевной подготовки / С. С. Акимов, И. П. Болодурина // Современные наукоемкие технологии. – 2022. – № 7. – С. 9–13. – DOI 10.17513/snt.39225. – EDN GSZTRO.

УДК 681.5.015

ЭВОЛЮЦИЯ ПОДХОДОВ К УПРАВЛЕНИЮ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ: ОТ КИБЕРНЕТИКИ ДО ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ

Андреев Д.Ю., ORCID 0009-0001-3142-1233,
Сементеева Л.Ш., канд. хим. наук, доц., ORCID 0000-0002-5227-7218
ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет»,
г. Уфа, РФ
andreevfvf@gmail.com, Sementeevaliana@mail.ru

Введение. Управление сложными системами – от промышленных агрегатов до транспортных сетей и городской инфраструктуры – требует надёжных и гибких методов. Классическая теория автоматического управления (ТАУ) заложила фундамент в виде математических моделей, критериев устойчивости и типовых регуляторов [1]. Однако с ростом неопределённости, нелинейности и объёмов данных возникла потребность в интеллектуальных подходах [4], а затем – в цифровых двойниках, позволяющих создавать точные виртуальные копии объектов и прогнозировать их поведение [3]. Актуальность работы обусловлена необходимостью осмысления преемственности этих этапов для выбора эффективных стратегий управления в условиях цифровой трансформации.

Цель – проследить эволюцию подходов к управлению сложными системами, выделить ключевые математические инструменты каждого этапа и показать их интеграцию в концепции цифровых двойников.

Основная часть. Управление сложными системами прошло длительный путь развития, в ходе которого сформировались три основных методологических подхода, каждый из которых опирается на свой математический аппарат и решает определённый класс задач. Рассмотрим их последовательно.

1. Классическая теория автоматического управления. Основа ТАУ – математическое описание объекта в виде дифференциальных уравнений, передаточных функций и структурных схем [1]. Простейшие линейные стационарные модели первого порядка часто используются для описания инерционных процессов. Более сложные объекты требуют нелинейных моделей, учитывающих взаимодействие множества факторов.

Важнейшее свойство системы – устойчивость. Для её оценки применяются алгебраический критерий Гурвица, частотный критерий Найквиста и прямой метод Ляпунова, основанный на построении специальной энергетической функции. Эти подходы позволяют определить границы устойчивости и синтезировать корректирующие устройства.

Для достижения требуемых показателей качества (точности, быстродействия) разработаны регуляторы. Наиболее распространён

пропорционально-интегрально-дифференциальный (PID) регулятор, формирующий сигнал управления на основе текущей ошибки, её интеграла и производной. Более продвинутые методы, такие как линейно–квадратичное регулирование (LQR), минимизируют интегральный квадратичный функционал, обеспечивая оптимальное управление [2].

2. Интеллектуальные системы управления. С усложнением объектов классические методы становятся недостаточно гибкими. Внедрение искусственного интеллекта – нейронных сетей, нечёткой логики, эволюционных алгоритмов – позволяет создавать самообучающиеся системы, способные адаптироваться к изменяющимся условиям и обрабатывать большие объёмы данных.

Такие системы находят применение в бизнесе, медицине, транспорте и образовании, где требуется принятие решений в условиях неопределённости. При этом математический аппарат нейросетей и нечётких регуляторов дополняет, а не отменяет классические представления об устойчивости и управляемости. В частности, нейросетевые регуляторы успешно применяются для управления сложными химико-технологическими процессами, где традиционные PID-регуляторы не обеспечивают требуемой точности из-за сильной нелинейности и запаздывания.

Использование методов машинного обучения позволяет в реальном времени корректировать параметры управления на основе текущих данных, что значительно повышает устойчивость системы. Кроме того, интеллектуальные системы активно внедряются в автономный транспорт и робототехнику, где требуется обработка большого количества сенсорной информации и принятие решений в доли секунды [4].

3. Цифровые двойники – интеграция и новый уровень. Цифровой двойник (ЦД) представляет собой точную виртуальную копию физического объекта или системы, которая непрерывно синхронизируется с данными датчиков и позволяет моделировать различные сценарии. Концепция зародилась в NASA (Майкл Гривз) и первоначально применялась для космической техники.

Сегодня ЦД активно используются в промышленности, логистике, городском планировании и здравоохранении [4]. Их внедрение позволяет не только оптимизировать текущие процессы, но и проводить виртуальные испытания новых режимов работы без остановки производства, что особенно важно для непрерывных технологических циклов.

Математической основой ЦД служат гибридные модели, объединяющие физико-химические уравнения (например, для реакторов или двигателей) с эмпирическими корректирующими блоками на основе машинного обучения. Это позволяет достичь высокой точности прогноза даже при неполной информации. Цифровой двойник включает в себя систему сбора данных (IoT), аналитическое ядро и интерфейсы для визуализации (включая дополненную реальность) [3].

Примеры успешного внедрения: Siemens MindSphere, Boeing, цифровой двойник транспортной системы Москвы [3]. Преимущества ЦД: мониторинг в реальном времени, прогнозирование отказов, оптимизация процессов, тестирование инноваций без риска. Вызовы: высокие затраты, сложность интеграции, зависимость от качества данных, проблемы кибербезопасности и необходимость в квалифицированных кадрах [3].

Заключение. Эволюция управления сложными системами демонстрирует поступательное развитие: от математически строгой ТАУ с её критериями устойчивости и регуляторами – к адаптивным интеллектуальным системам [4], и, наконец, к цифровым двойникам, объединяющим лучшие черты предшествующих подходов. Цифровой двойник не отменяет классическую теорию, а надстраивается над ней, используя дифференциальные уравнения для базовой динамики и нейросетевые корректоры для учёта неопределённостей.

Будущее связано с созданием автономных цифровых двойников, способных самостоятельно принимать решения на основе данных и адаптироваться к изменениям внешней среды. Для успешной реализации таких систем необходим междисциплинарный подход, объединяющий знания в области математического моделирования, информационных технологий и предметной области конкретного производства. Это потребует дальнейшего развития как математических моделей, так и вычислительных платформ.

Список литературы

1. Дулатов, М. Р. Основы теории автоматического управления / М. Р. Дулатов, А. В. Орлов // Наука через призму времени. – 2025. – № 1 (94). – С. 5–6. – EDN MGEVZP.
2. Тюков, Н. И. Математические основы теории автоматического управления / Н. И. Тюков, П. В. Туганов // Актуальные вопросы современной науки: теория, методология, практика, инноватика: сборник научных статей по материалам XVI Международной научно-практической конференции. – Уфа : Вестник науки, 2025. – С. 47–50. – EDN LMUGSB.
3. Цифровые двойники как современная реальность высокоорганизованных систем / С. А. Васяйчева, А. А. Новиков, В. А. Ламанский, А. П. Деленас // Сборник научных статей 9-й Международной научной конференции. – 2025. – Т. 4. – С. 82–86. – EDN AXIPCN.
4. Семенов, Е. А. Интеллектуальные системы и современные информационные технологии / Е. А. Семенов, Л. Ш. Сементеева // Математическое моделирование процессов и систем: материалы XIII Международной молодежной научно-практической конференции. – Стерлитамак : Уфимский университет науки и технологий, 2023. – С. 571–577. – EDN IQZQRK.

УДК 004.942

КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КАСКАДНЫХ ОТКАЗОВ В ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЯХ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИОННО - ЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Архапчева М.В.,
Трипкош В.А., канд. техн. наук, доц.,
Акимов С.С., канд. техн. наук, доц.
ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет имени В.А. Бондаренко»,
г. Оренбург, РФ
arkhapcheva.mv@mail.ru

Введение. Газораспределительная сеть – сложный территориально распределённый комплекс (газопроводы разных классов давления, газорегуляторные пункты, станции катодной защиты, крановые узлы), мониторинг и управление, которым в реальном времени затруднены [1]. Действующие системы диспетчерского управления и сбора данных (SCADA) обеспечивают контроль над объектами и процессами, но их возможности для предиктивного анализа ограничены [2].

Ситуационный анализ каскадных отказов затруднён не нехваткой данных, а их разобщённостью: SCADA, ремонтные архивы и системы диагностики создавались независимо и имеют разные модели данных и форматы. В теории сложных сетей каскадные отказы описывают как лавинообразное распространение перегрузки из одного узла, а структурный анализ позволяет выявлять критические точки и оценивать живучесть системы [2, 3]. Однако эти подходы не адаптированы к газораспределительным сетям с учётом специфики их данных, что и определяет цель работы.

Целью работы является разработка концептуальной модели системы прогнозирования каскадных отказов в газораспределительных сетях на основе информационно-логического моделирования, позволяющей интегрировать разрозненные данные и реализовать функции предиктивной аналитики.

Основная часть. Концептуальная модель включает информационно-логическую модель для объединения разнородных данных SCADA, ремонтных архивов и систем диагностики, граф сети для описания распространения нарушений и математическое обеспечение для обнаружения первичного события и оценки его последствий.

Информационно-логическая модель, представленная на рисунке 1, связывает технологические объекты, средства контроля и аварийные события. Её основу образуют девять сущностей: участок сети,

оборудование, средство контроля, диагностический параметр, техническое состояние, дефект, ремонтное воздействие, аварийное событие и прогнозируемый сценарий.

Оборудование принадлежит участку, на нём установлены средства контроля, измеряющие диагностические параметры, а дефекты и ремонтные воздействия накапливаются как история эксплуатации; аварийное событие относится к участку и порождает один или несколько прогнозируемых сценариев.

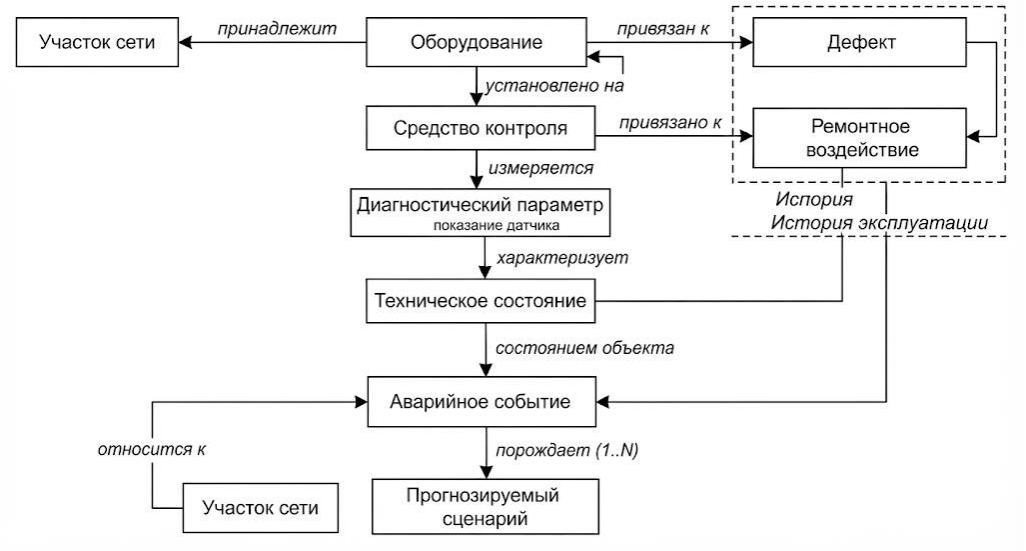


Рис. 1. Информационно-логическая модель прогнозирования каскадных отказов в газораспределительной сети

Под каскадным отказом будем понимать цепь нарушений, при которой изменение состояния одного участка создаёт условия для отказов на соседних. Первичным событием считаем утечку или аварийный выброс газа.

Сеть моделируется графом, где вершины – участки, а рёбра – технологические и пространственные связи между ними: гидравлическая смежность, общая запорная арматура, попадание в зону возможной загазованности. Если под действием первичного события смежный участок переходит в состояние «отказ», такой отказ называется вторичным. Для самого первичного события вероятность отказа принимается равной единице. Вероятность вторичного отказа определяется весами рёбер, которые показывают, насколько сильно отказ одного участка влияет на соседний. Вес задаётся по информационно-логической модели и зависит от типа связи, состояния оборудования, накопленных дефектов и истории ремонтов.

Для обнаружения первичного события измерительные сигналы очищают дискретным вейвлет-преобразованием, по очищенному ряду

обучают модель ARIMA и фиксируют аномалию, когда остаток между прогнозом и измеренным значением превышает порог, кратный среднеквадратичному отклонению остатков на скользящем окне.

Последствия оценивает гибридная модель, где её физическая часть – полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии [2, 4]: оно описывает перенос газа ветром, турбулентное рассеяние и мощность источника выброса. Поверх физической части работает нейросетевой корректор. Свёрточная сеть (CNN) обрабатывает пространственные карты концентраций, а рекуррентная сеть с долгой краткосрочной памятью (LSTM) – временные ряды сенсоров, поэтому механизм внимания объединяет выходы обеих сетей затем вносится в результат физической модели.

Заключение. В работе предложена концептуальная модель системы прогнозирования каскадных отказов в газораспределительных сетях. Информационно-логическая модель собирает данные SCADA, ремонтных архивов и систем диагностики в единую структуру. Граф сети показывает, как нарушение на одном участке переходит на соседние. Для обнаружения первичного события используется анализ измерительных сигналов, а последствия оцениваются физической моделью диффузии с нейросетевой поправкой.

Список литературы

1. Сафонова, М. В. Обзор современных систем поддержки управления газораспределительной сетью / М. В. Сафонова, А. Д. Терентьев, А. Н. Кандаков, М. В. Архапчева // III Всероссийская научно-инженерная конференция им. проф. А. И. Комиссарова : сборник материалов, Москва, 26 мая – 06 июня 2025 года. – Москва : Российский государственный университет им. А. Н. Косыгина, 2025. – С. 129–133. – EDN LYUGFT.
2. Архапчева, М. В. Системный анализ и математическое моделирование как основа интеллектуальной автоматизации управления газораспределительной сетью / М. В. Архапчева, В. А. Трипкош // Наукоемкие технологии в машиностроении : сборник материалов Международной научно-практической конференции, Ишимбай, 15–16 апреля 2026 года. – Уфа : Уфимский университет науки и технологий, 2026. – С. 104–109. – EDN FKFOZQ.
3. Вислобоков, Н. Ю. Оптимизация системы мониторинга и контроля современной газоснабжающей организации на основе логистического подхода / Н. Ю. Вислобоков // Экономика. – 2024. – № 1(53). – С. 74–77.
4. Архапчева, М. В. Разработка гибридной модели машинного обучения для прогнозирования аварийных ситуаций, вызванных утечками газа / М. В. Архапчева, В. А. Трипкош, С. С. Акимов // Донецкие чтения – 2025: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы X Международной научной конференции, Донецк, 05–07 ноября 2025 года. – Донецк: Донецкий государственный университет, 2025. – С. 158–160. – EDN FYHRLS.

УДК 519.6

ПРИМЕНЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИ ИНФОРМИРОВАННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ (PINN) ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Бабич И.В., ORCID 0009-0001-0763-2700
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
babichivanvictorovich@yandex.ru

Введение. Физически информированные нейронные сети (PINN) аппроксимируют решение дифференциальной задачи и учитывают её уравнение при обучении [1].

Для начального этапа разработки программного комплекса необходимо отделить уменьшение невязки от точности найденной функции. Цель работы – проверить базовую PINN на задаче теплопроводности с известным решением и сопоставить её с методом конечных разностей (МКР).

Постановка задачи. Пусть требуется найти u(x,t) в области $\Omega \times (0,T]$, удовлетворяющую уравнению и условиям:

$$\mathcal{N}[u] = f, \mathcal{B}[u] = g \text{ на } \partial\Omega, u(x,0) = u_0(x).$$

Оператор N задаёт уравнение, B – граничное условие. Решение заменяется гладкой сетью u_θ с параметрами θ. Производные по координатам вычисляются автодифференцированием: правило цепочки применяется к операциям вычислительного графа [2].

Это не численное дифференцирование по сетке; его точность ограничена арифметикой вычислений, но сама аппроксимация u_θ остаётся приближённой.

$$L(\theta) = \lambda_r L_r + \lambda_b L_b + \lambda_0 L_0, L_j = \frac{1}{N_j}\sum_{i=1}^{N_j} e_{j,i}^2.$$

Здесь $e_r = N[u_\theta] - f$, $e_b = B[u_\theta] - g$, $e_0 = u_\theta(x,0) - u_0(x)$; N_j – число точек соответствующего набора. В расчёте $\lambda_r = \lambda_b = \lambda_0 = 1$. Усреднение выполняется отдельно по каждому набору, поэтому число внутренних точек не умножает автоматически вес уравнения.

Рассматривается безразмерная начально-краевая задача:

$$u_t = 0{,}1u_{xx}, 0 < x < 1, 0 < t \leq 1;$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, u(x,0) = \sin(\pi x), u_* = e^{-0{,}1\pi^2 t}\sin(\pi x).$$

Методика. Сеть содержит три скрытых слоя по 32 нейрона с tanh (2241 параметр); входы переводятся из [0,1] в [−1,1]. Использованы 1024 внутренних, 128 граничных и 128 начальных точек, равномерно выбранных один раз (seed 20261007).

Точные значения внутри области в обучение не включались. Выполнены три запуска с инициализацией Xavier и seeds 17, 42, 123: 2000 шагов Adam (10^{-3}), затем 500 итераций L-BFGS. Вычисления – PyTorch, CPU, float64.

Для сравнения применена схема Кранка – Николсон [4] со вторым порядком аппроксимации по пространству и времени. Числа интервалов (N_x,N_t): (32,100), (64,200), (128,400). Все решения проверены на общей сетке 101 × 101; МКР перенесён на неё билинейной интерполяцией. Рассчитаны $E_2 = \|u - u^*\|_2/\|u^*\|_2$ и $E\infty = \max|u - u^*|$ по её узлам.

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\tau} = \frac{0{,}1}{2}(\delta_{xx}U_i^{n+1} + \delta_{xx}U_i^n), \delta_{xx}U_i^n = \frac{U_{i-1}^n - 2U_i^n + U_{i+1}^n}{h^2}.$$

Здесь $h = 1/N_x$, $\tau = 1/N_t$. На каждом слое решается трёхдиагональная система с нулевыми граничными значениями. Погрешность МКР контролируется относительно аналитического решения, поэтому разностный результат не принимается за безошибочный эталон. Начальное и граничные условия совместны, а гладкость выбранного решения позволяет проверять ожидаемый второй порядок схемы.

Таблица 1

Погрешности на общей контрольной сетке

Метод	**E_2**	**$E\infty$**
МКР 32 × 100	$6{,}77\cdot10^{-4}$	$1{,}15\cdot10^{-3}$
МКР 64 × 200	$1{,}69\cdot10^{-4}$	$2{,}95\cdot10^{-4}$
МКР 128 × 400	$4{,}23\cdot10^{-5}$	$7{,}41\cdot10^{-5}$
PINN, среднее ± s	$(2{,}47 \pm 0{,}94)\cdot10^{-4}$	$(1{,}25 \pm 0{,}47)\cdot10^{-3}$

s — выборочное стандартное отклонение по трём запускам.

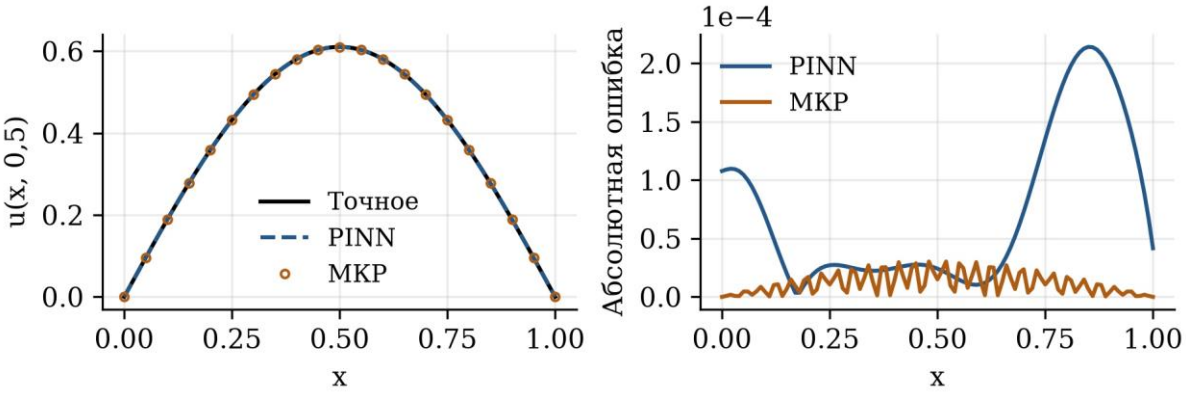


Рис. 1. Решение и ошибка при t = 0,5; PINN: seed 42, МКР: 128 × 400

Результаты и обсуждение. При сгущении исходной разностной сетки максимальная узловая ошибка уменьшилась с $2{,}92\cdot10^{-4}$ до $7{,}31\cdot10^{-5}$ и $1{,}83\cdot10^{-5}$: наблюдаемый порядок близок к двум. Значения таблицы дополнительно учитывают перенос на общую сетку; поэтому они отличаются от ошибок в собственных узлах МКР. Для наиболее мелкой сетки E_2 оказалась в 5,84 раза меньше средней ошибки PINN.

Диапазон E_2 трёх нейросетевых решений составил $1{,}68 \cdot 10^{-4}$–$3{,}51 \cdot 10^{-4}$. Корень из среднего квадрата невязки уравнения на внутренних контрольных точках равен $(7{,}59 \pm 1{,}10) \cdot 10^{-4}$. Проверка исходных условий отдельно необходима: они заданы мягкими штрафами и не выполняются тождественно.

Для границы средняя RMS-ошибка составила $(2{,}94 \pm 1{,}26) \cdot 10^{-4}$, для начального профиля – $(1{,}59 \pm 0{,}71) \cdot 10^{-4}$. Эти значения получены на контрольных линиях, а не на обучающей выборке. На рисунке показан заранее выбранный запуск seed 42; он не подбирался по наименьшей ошибке. Близость кривых решения визуально скрывает различие методов, которое раскрывает график абсолютной ошибки.

Теоретическая сходимость последовательностей минимизаторов PINN для линейных эллиптических и параболических задач исследована в [3] при предпосылках о регулярности, выборке и регуляризованной функции потерь.

Эти результаты не гарантируют нахождение нужного минимума выбранным оптимизатором. Представленный опыт проверяет точность одной гладкой модельной задачи и не устанавливает общий порядок сходимости PINN.

Заключение. Базовая PINN воспроизвела решение без использования внутренних эталонных значений, однако мелкая разностная сетка дала меньшую ошибку. Для разрабатываемого комплекса обоснован раздельный контроль невязки уравнения, выполнения условий и ошибки относительно эталона.

Полученные показатели служат проверкой экспериментального прототипа, а не сертифицированной оценкой погрешности для произвольных задач.

Список литературы

1. Raissi, M. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations / M. Raissi, P. Perdikaris, G. E. Karniadakis // Journal of Computational Physics. – 2019. – Vol. 378. – P. 686–707. – DOI 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
2. Automatic Differentiation in Machine Learning: a Survey / A. G. Baydin, B. A. Pearlmutter, A. A. Radul, J. M. Siskind // Journal of Machine Learning Research. – 2018. – Vol. 18, № 153. – P. 1–43. – URL: https://jmlr.org/papers/v18/17-468.html (дата обращения: 07.10.2026).
3. Shin, Y. On the Convergence of Physics Informed Neural Networks for Linear Second-Order Elliptic and Parabolic Type PDEs / Y. Shin, J. Darbon, G. E. Karniadakis // Communications in Computational Physics. – 2020. – Vol. 28, № 5. – P. 2042–2074. – DOI 10.4208/cicp.OA-2020-0193.
4. Crank, J. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type / J. Crank, P. Nicolson // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. – 1947. – Vol. 43, № 1. – P. 50–67. – DOI 10.1017/S0305004100023197.

УДК 519.246

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭКЗОГЕННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В КАЧЕСТВЕ ВНЕШНИХ ПЕРЕМЕННЫХ В СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Бердянский А.А., ORCID 0009-0002-8497-6723,
Анохина И.Ю., канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-8459-3485
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
nartyn9@mail.ru, Ingatula@mail.ru

Введение. Статистическое моделирование временных рядов занимает центральное место в задачах анализа и прогнозирования процессов самой разной природы – от экономических показателей до технологических и социальных явлений. Классические модели семейства ARIMA хорошо зарекомендовали себя при работе со стационарными и приведёнными к стационарному виду рядами, поскольку позволяют описывать их внутреннюю динамику через собственные прошлые значения и случайные возмущения.

Однако реальные процессы редко развиваются изолированно: на них влияют внешние шоки, кризисные явления, изменения политики, климатические факторы и т. д. Отсутствие учёта таких воздействий ограничивает точность модели и сужает горизонт, на котором прогноз остаётся содержательным. Возникает необходимость включения дополнительных временных рядов, отражающих внешние по отношению к целевому процессу факторы, в модель.

Целью настоящей работы является рассмотрения вопроса о расширении применимости и увеличения горизонта прогнозирования статистических моделей семейства ARIMA посредством выявления временных рядов-причин и включения их в модель в качестве экзогенных переменных.

Основная часть. Стандартная модель семейства ARIMA(p,d,q) используется для прогнозирования стационарных или приведённых к такому виду в результате взятия разности порядка d временных рядов и объединяет авторегрессию, интегрирование как обратную операцию взятия разности и скользящее среднее, что позволяет описывать большое количество различных явлений, включая демографические, экономические и экологические [1-3].

Такая модель учитывает только прошлые значения самого ряда и прошлые ошибки. Это ограничивает её прогностические возможности, особенно когда на целевую переменную воздействуют внешние параметры или индикаторы. В операторной форме она может быть представлена так:

$$P(L)\Delta^d X_t = Q(L)\varepsilon_t,$$

где $P(L)$ – лаговый полином AR части со степенью P;

Δ^d – оператор разности порядка d;

X_t – значение временного ряда в момент времени t;

$Q(L)$ – лаговый полином MA части со степенью Q;

ε_t – белый шум с нулевым средним и конечной дисперсией.

Модель ARIMAX(p,d,q) расширяет ARIMA путём добавления линейной комбинации внешних регрессоров, что позволяет учитывать не только внутреннюю динамику, но и воздействие внешней среды. В операторном виде модель записывают следующим образом:

$$P(L)\Delta^d X_t = \sum_{i=1}^{k} \beta_i Y_{i,t} + Q(L)\varepsilon_t,$$

где $\sum_{i=1}^{k} \beta_i Y_{i,t}$ – линейная комбинация всех k внешних регрессоров в момент времени t.

Важными предпосылками применения ARIMAX являются отсутствие мультиколлинеарности среди экзогенных переменных и их релевантность для объяснения целевого ряда. При выполнении этих условий модель может существенно повысить точность прогнозов и расширить горизонт их построения.

При подборе дополнительных регрессоров для ARIMAX обычно придерживаются одного из двух подходов. Первый основан на синтезе регрессоров посредством агрегирующих функций, применяемых либо к предшествующим значениям исходного ряда, либо к значениям вектора времени. Второй подход предполагает включение внешних временных рядов, статистически значимо влияющих на целевую переменную. Именно он позволяет выявить ряды-причины, применение которых в модели способно значимо

Причинность по Грейнджеру улучшить прогностические результаты. Ключевым инструментом для обоснованного отбора таких рядов является анализ причинности по Грейнджеру.проверяет, помогает ли знание прошлых значений одного временного ряда предсказать текущие значения другого ряда при условии, что уже учтены прошлые значения самого предсказываемого ряда. Формально ряд Y называется причиной по Грейнджеру для X, если добавление лагов Y в авторегрессионную модель X статистически значимо улучшает качество прогноза [4].

Этот тест позволяет отсеять ряды, которые лишь коррелируют с целевым показателем, но не несут дополнительной прогностической информации. Таким образом, причинность по Грейнджеру служит естественным фильтром для отбора экзогенных переменных в модель

ARIMAX. Использование этого аппарата повышает обоснованность включаемых регрессоров и снижает риск переобучения.

Применение ARIMAX с экзогенными переменными сопряжено с рядом трудностей. Во-первых, необходимо обеспечить стационарность как целевого ряда, так и экзогенных регрессоров, что не всегда возможно. Во-вторых, коэффициенты β_i внешних временных рядов могут не быть стабильными во времени, что потребует проверки структурной устойчивости модели. В-третьих, при большом числе экзогенных переменных возрастает риск мультиколлинеарности и переобучения. Наконец, прогнозирование с помощью ARIMAX требует обязательного знания прошлых значений экзогенных рядов, что на практике может быть затруднено. Тем не менее, при аккуратном отборе регрессоров на основе причинности по Грейнджеру эти ограничения часто оказываются преодолимыми [5].

Заключение. Модели семейства ARIMA остаются базовым инструментом статистического моделирования временных рядов, обеспечивая описание внутренней динамики процесса через его прошлые значения и случайные возмущения. Однако их ограниченность значениями самого ряда делает закономерным переход к расширениям типа ARIMAX, включающих экзогенные регрессоры для учёта внешних воздействий. Использование причинности по Грейнджеру в качестве фильтра для отбора экзогенных переменных является перспективным направлением дальнейшей теоретической и практической работы.

Список литературы

1. Цыпин, А. П. Изучение динамики среднедушевых доходов с использованием статистических методов: анализ временных рядов / А. П. Цыпин // Учет. Анализ. Аудит. – 2025. – Т. 12, № 1. – С. 46–61. — DOI 10.26794/2408-9303-2025-12-1-46-61. – EDN ZSSEDQ.
2. Аркадьева, О. Г. Оценка инвестиционной привлекательности акций банка ВТБ / О. Г. Аркадьева, М. А. Петрова // Oeconomia et Jus. – 2024. – № 4. – С. 15–32. – DOI 10.47026/2499-9636-2024-4-15-32. – EDN IKSSOI.
3. Петров, А. Н. Прогнозирование количества пожаров в регионе / А. Н. Петров // Современные проблемы гражданской защиты. – 2021. – № 4 (41). – С. 94–102. – EDN ATRAIF.
4. Granger, C. W. J. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. Econometrica, 37(3), 424–438. – DOI 10.2307/1912791.
5. Востров, В. А. Концепция модели прогнозирования признаков изменения цены акций, предназначенной для управления рисками нефинансовых организаций / В. А. Востров, М. А. Гореликов, М. Е. Амелин // Успехи кибернетики. – 2025. – Т. 6, № 3. – С. 20–26. – EDN XHRMJK.

УДК 004.415.24

РАЗРАБОТКА ЗАЩИЩЁННОГО МЕССЕНДЖЕРА: ОТ ГИБРИДНЫХ КРИПТОСИСТЕМ К ПОСТКВАНТОВОМУ ОБМЕНУ КЛЮЧАМИ

Березин В.С.,
Шевцов Д.В., д-р техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-3874-6223
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
valik.berezin@yandex.ru

В современном мире защита передаваемых данных стала одной из ключевых задач. Особое место занимают мессенджеры, используемые для обмена конфиденциальной информацией. Одним из перспективных направлений является построение гибридных криптосистем, объединяющих различные методы шифрования. В частности, известен подход, основанный на совместном использовании омофонического шифра и асимметричного алгоритма Эль-Гамаля.

Однако развитие квантовых вычислений ставит под угрозу стойкость традиционных асимметричных алгоритмов, что определяет необходимость перехода к постквантовым схемам обмена ключами [1].

Гибридная криптосистема, объединяющая омофонический шифр и алгоритм Эль-Гамаля, представляет собой двухуровневую схему защиты. Омофоническая замена позволяет каждому символу открытого текста сопоставить несколько эквивалентов (омофонов), количество которых пропорционально частоте появления буквы в языке. Это выравнивает частоты символов в шифротексте и затрудняет статистический анализ.

На основе частотного анализа русского языка строится таблица омофонов, где для пробела выделяется фиксированное число кодов, а для остальных символов — от одного до нескольких сотен. Такая схема повышает энтропию шифротекста и делает классический частотный анализ неэффективным [2].

В качестве асимметричного компонента используется алгоритм Эль-Гамаля, основанный на сложности задачи дискретного логарифмирования. Он обладает вероятностным характером шифрования: при каждом шифровании применяется случайный параметр, что приводит к генерации уникального шифротекста даже для одинаковых сообщений. Это хорошо сочетается с омофонической заменой, создавая двойной уровень маскировки.

Полный цикл обмена сообщениями включает генерацию ключей, обмен открытыми ключами, передачу таблицы омофонов, последовательное шифрование и обратную расшифровку. Программная реализация может быть выполнена на Python с использованием библиотек

Tkinter, socket, gmpy2. Тестирование подтверждает работоспособность и высокую стойкость к классическим атакам при использовании 4096-битных ключей.

Тем не менее, алгоритм Эль-Гамаля, как и RSA и ECC, уязвим к атакам с использованием квантовых компьютеров. Алгоритм Шора позволяет эффективно решать задачу дискретного логарифмирования, что делает классические асимметричные криптосистемы бесполезными в постквантовую эру.

Увеличение длины ключа лишь временно повышает сложность взлома. Это приводит к необходимости замены классического асимметричного алгоритма на постквантовый механизм инкапсуляции ключей [3].

В 2024 году NIST утвердил в качестве основного механизма инкапсуляции ключей (KEM) алгоритм ML-KEM (Kyber). Kyber относится к криптосистемам на решётках и базируется на задаче Module-LWE. Его стойкость основана на сложности задач теории решёток, устойчивых как к классическим, так и к квантовым атакам. Kyber обеспечивает уровень безопасности, эквивалентный 128–256 битам симметричного шифра, при размерах ключа и шифротекста порядка 1–2 КБ и времени инкапсуляции около 0,1 мс. Это делает его практичным выбором для защищённых мессенджеров [4].

Предлагаемая архитектура мессенджера включает: модуль постквантового KEM на основе Kyber, модуль симметричного шифрования AES-256-GCM или ChaCha20-Poly1305, модуль омофонического кодирования, сетевой модуль TCP и графический интерфейс.

Процесс отправки: исходный текст проходит омофоническое кодирование, затем шифруется симметричным алгоритмом на сеансовом ключе. Сеансовый ключ инкапсулируется с помощью Kyber и открытого ключа получателя. Пакет передаётся по сети. Получатель декапсулирует KEM-шифротекст, получает сеансовый ключ, расшифровывает симметричный шифротекст и выполняет обратное омофоническое преобразование [5].

Такая архитектура обеспечивает несколько уровней защиты. Постквантовый KEM гарантирует стойкость к квантовым атакам. Симметричное шифрование обеспечивает высокую скорость. Омофоническое кодирование добавляет дополнительный слой маскировки. Омофонический шифр не является постквантовым в строгом смысле, но не основан на задачах, уязвимых к алгоритму Шора, и сохраняет эффективность как средство маскировки статистических свойств текста.

С точки зрения производительности, система демонстрирует приемлемые показатели: инкапсуляция Kyber-768 — около 0,1 мс, AES-256-GCM — до нескольких Гбит/с, омофоническое кодирование — доли

миллисекунды. Размер данных увеличивается на 1–2 КБ за счёт KEM-заголовка, что не критично для текстовых сообщений.

Сравнение с классическими гибридными схемами (TLS 1.3, PGP) показывает, что предложенная архитектура превосходит их по устойчивости к квантовым атакам.

В отличие от RSA и Эль-Гамаля, Kyber не подвержен алгоритму Шора. В отличие от ECC, Kyber не требует сложных вычислений на эллиптических кривых.

Практическая значимость работы заключается в возможности создания защищённого мессенджера, пригодного для использования в условиях постквантовой угрозы. Дальнейшие исследования могут быть направлены на оптимизацию производительности и интеграцию с существующими протоколами.

Таким образом, переход от алгоритма Эль-Гамаля к постквантовому KEM Kyber позволяет обеспечить защиту от квантовых атак, а сохранение омофонического шифра добавляет уникальный уровень маскировки. Предложенная архитектура сочетает проверенные временем методы и новейшие достижения постквантовой криптографии.

Список литературы

1. Бабаш, А. В. Криптография: монография / А. В. Бабаш, Г. П. Шанкин. – Москва : Солон-Р, 2002. – 512 с. – Текст: непосредственный.
2. Elgamal, T. A Public Key Cryptosystem and a Signature Scheme Based on Discrete Logarithms / T. Elgamal // IEEE Transactions on Information Theory. – 1985. – Vol. 31, no. 4. – P. 469–472. – DOI 10.1109/TIT.1985.1057074. – URL: https://doi.org/10.1109/TIT.1985.1057074 (дата обращения: 28.09.2026). – Текст : электронный.
3. Shor, P. W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring / P. W. Shor // Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. – Santa Fe, NM : IEEE Computer Society Press, 1994. – P. 124–134. – DOI 10.1109/SFCS.1994.365700 – URL: https://doi.org/10.1109/SFCS.1994.365700 (дата обращения: 28.09.2026). – Текст : электронный.
4. FIPS PUB 203. Module-Lattice-Based Key-Encapsulation Mechanism Standard : Federal Information Processing Standards Publication / National Institute of Standards and Technology. – Gaithersburg, MD : NIST, 2024. – 45 p. – DOI 10.6028/NIST.FIPS.203. – URL: https://doi.org/10.6028/NIST.FIPS.203 (дата обращения: 28.09.2026). – Текст : электронный.
5. CRYSTALS-Kyber: Algorithm Specifications And Supporting Documentation (version 3.02) / R. Avanzi, J. Bos, L. Ducas [et al.]. – [S. l. : s. n.], 2021. – 45 p. – URL: https://pq-crystals.org/kyber/data/kyber-specification-round3-20210804.pdf (дата обращения: 28.09.2026). – Текст : электронный.

УДК 519.4

ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ В УРАВНЕНИИ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Володин Н.А., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0002-8837-5055
ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
nvolodin@yandex.ru

Введение. Примесь распространяется в атмосфере согласно уравнению турбулентной диффузии [1]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + V \cdot \mathrm{gradq} = \mathrm{div}(\mathrm{K} \cdot \mathrm{gradq}) + \mathrm{f(x,y,z)} \cdot \mathrm{g(t)}\,.$$

Свободный член в уравнении представляет произведение двух функций, одна из которых зависит от координат, а вторая от времени.

В работе [1] рассматривалась задача экспресс идентификации интенсивности источника $\mathrm{g(t)}$ при известных замерах концентрации $\mathrm{q(x,y,z,t)}$ и рассчитанной функции состояния $\mathrm{Q(x,y,z,t)}$. Относительно функции $\mathrm{g(t)}$ следует отметить, что данная функция идентифицировалась в одной точке при известных замерах концентрации в нескольких точках. Задачу идентификации сводили к решению интегрального уравнения Вольтерра I-го рода.

В данном уравнении коэффициенты турбулентной диффузии неизвестны. Данные коэффициенты можно определить только в результате решения задачи параметрической идентификации на основе замеров функции состояния в одной или нескольких точках.

Целью работы является доказательство возможности определения функции $\mathrm{g(t)}$, для одномерной постановки задачи идентификации.

Основная часть. Для одномерной постановки задачи обозначим $\mathrm{q} \equiv \mathrm{c} = \mathrm{c(x,y,z,t)}$ и рассмотрим задачу:

$$\frac{\partial \mathrm{c}}{\partial \mathrm{t}} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K \frac{\partial c}{\partial x} \right) + Q^i(t), (x,t) \in \Omega, \qquad (1)$$

где K – эффективный коэффициент турбулентной диффузии, без конвективного члена, функции $\mathrm{Q^{(i)}(t)}$ определяются в одной, в случае $(\mathrm{i}=1)$, или нескольких точках $\mathrm{x}^{\mathrm{i}}_{*}, i = 1..N$, $\Omega = [\mathrm{x}_0, \mathrm{x}_1]\mathrm{x}[\mathrm{t}_a, \mathrm{t}_b]$.

Граничные условия:

$$\mathrm{c}(\mathrm{x}_0, \mathrm{t}) = \mathrm{c}_1(t)\,,\ \mathrm{c}(\mathrm{x}_1, \mathrm{t}) = \mathrm{c}_2(t)\,. \qquad (2)$$

Начальное условие:

$$\mathrm{c}(\mathrm{x}_1, \mathrm{t}_a) = \mathrm{c}_2(t) \qquad (3)$$

Критерий качества идентификации:

$$J = \sum_{i=1}^{N} \int_{x_0}^{x_1} \int_{t_a}^{t_b} \left(c(x_*, t) - c_э^{(i)}(x, t)\right)^2 \delta\left(x - x_*^{(i)}\right) dt dx, \quad (4)$$

знак $\sum$ вводится, если $N > 1$, т.е. количество источников более одного.

Функция состояния системы $c(x,t)$, а идентифицируемый параметр $Q(t)$. Для доказательства идентифицируемости функции, необходимо найти производную Фреше функционала J. Для этого необходимо использовать модернизированный методом множителей Лагранжа, который включает следующие этапы [2-4]: 1. Линеаризация задачи в точках $x_*^{(i)}$; 2. Отображение полученных уравнений системы при помощи множители Лагранжа из пространства состояний в пространство R; 3. Преобразование отображений вариаций к отображениям вариаций δc и δQ; 4. Объединение элементов задачи идентификации в пространстве R; 5. Выделение градиента функционала.

1. Варьируем (1) – (3) по функции состояния и параметру идентификации:

$$\frac{\partial \delta c}{\partial t} - \frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \delta c}{\partial x} - k\frac{\partial^2 \delta c}{\partial x^2} - \delta Q = 0, \quad (5)$$

$$\delta c(x_0, t) = 0,\ \delta c(x_1, t) = 0,\ \delta c(x, t_a) = 0, \quad (6)$$

Вариация функционала

$$\delta J = 2\sum_{i=1}^{N} \int_{x_0}^{x_1} \int_{t_a}^{t_b} \left(c(x_*, t) - c_э^{(i)}(x, t)\right) \delta\left(x - x_*^{(i)}\right) dt dx \quad (7)$$

2. Отображаем в пространство R линеаризованные уравнения (5), (6).Умножим скалярно уравнение (5) на $h(x,t)$:

$$\sum_{i=1}^{N} \int_{x_0}^{x_1} \int_{t_a}^{t_b} \left(h\frac{\partial \delta c}{\partial t} - h\frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \delta c}{\partial x} - hk\frac{\partial^2 \delta c}{\partial x^2} - h\delta Q \right) dt dx = 0. \quad (8)$$

3. В результате преобразований, получим, соответственно, первые два члена выражения (8):

$$h\frac{\partial \delta c}{\partial t} = \frac{\partial h \delta c}{\partial t} - \frac{\partial h}{\partial t}\delta c, \quad (9)$$

$$h\frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \delta c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial k}{\partial x}\delta c\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial k}{\partial x}\right)\delta c. \quad (10)$$

Таким образом:

$$\text{hk}\frac{\partial^2 \delta c}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 hk\delta c}{\partial x^2} - 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial hk}{\partial x}\delta c\right) + \frac{\partial^2 hk}{\partial x^2}\delta c \qquad (11)$$

4. Объединим (7) и (8) с учетом (9) – (11):

$$\delta \text{J} = \sum_{\text{i=1}}^{\text{N}} \int_{\text{x}_0}^{\text{x}_1}\int_{\text{t}_a}^{\text{t}_b}\left(\frac{\partial h\delta c}{\partial t} - \frac{\partial h}{\partial t}\delta c - \frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial k}{\partial x}\delta c\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial k}{\partial x}\right)\delta c\right)\text{dtdx} -$$

$$-\sum_{\text{i=1}}^{\text{N}} \int_{\text{x}_0}^{\text{x}_1}\int_{\text{t}_a}^{\text{t}_b}\left(\frac{\partial^2 hk\delta c}{\partial x^2} + 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial hk}{\partial x}\delta c\right) - \frac{\partial^2 hk}{\partial x^2}\delta c - h\delta Q + 2(c - c_э^i\right)\text{dtdx} = 0.$$

5. Получили сопряженную краевую задачу:

$$-\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial h}{\partial x}\right) + 2\sum_{i=1}^{N}\left(c - c_э^i\right)\delta\left(x - x_э^i\right) = 0, (x,t) \in \Omega,$$

$$h(t_b, x) = 0,\ h\left(x_1, t\right) = h(x_0, t) = 0$$

6. Градиент $\nabla J = h(x_*^i)$ определяется в каждой точке $i = 1...n$.

Таким образом, прямая и сопряженная задача имеют единственное нетривиальное решение.

В силу этого, градиент определяется корректно и существует решение задачи идентификации для всей области существования решений прямой и сопряженной задач и, следовательно, идентифицируемый параметр существует.

Заключение. Таким образом, доказана

Теорема. Функция Q(t) идентифицируема по квадратичному функционалу (3).

Список литературы

1. Панасенко, Е. А. Численное исследование переноса примеси в атмосфере / Е. А. Панасенко // Третья Всероссийская конференция молодых ученых «Фундаментальные проблемы новых технологий в 3-м тысячелетии». – Томск : Изд-во ИОА СО РАН, 2006. – С. 582–586.
2. Толстых, В. К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами / В. К. Толстых. – Донецк : Юго-Восток, 1997. – 177 с.
3. Толстых, В. К. Градиентный метод оптимального управления распределенными системами / В. К. Толстых // Дифференциальные уравнения. – 1991. – Т. 27, № 2. – С. 303–312.
4. Толстых, В. К. Новый метод минимизации функционалов для задач оптимизации с уравнениями в частных производных / В. К. Толстых // Тез. 1 междунар. конференции «Численные методы в гидравлике и гидродинамике». – 1994. – С. 112.

УДК 004.67

АНАЛИЗ ДАННЫХ В EXCEL: ОБУЧЕНИЕ СПЕЦИАЛИСТОВ ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ

Горбачева О.И., ORCID 0009-0005-6486-1357
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
oi_gorbacheva@mail.ru

Введение. В условиях современной цифровизации принятие управленческих и тренировочных решений в сфере физической культуры и спорта все чаще опирается на доказательный подход. Аналитика данных становится необходимым инструментом, позволяющим тренерам и профильным специалистам объективно оценивать состояние спортсменов и повышать результативность тренировочного процесса. Сегодня профессиональная компетенция спортивного педагога включает не только знание методик подготовки, но и навыки обработки массивов информации. В качестве наиболее доступного и функционального инструмента для этих целей выступает Microsoft Excel. Данная работа посвящена обоснованию необходимости внедрения навыков работы в Excel в процесс подготовки специалистов по физической культуре, а также обзору ключевых методов анализа данных [3].

Цель работы. Раскрыть значимость обучения специалистов в области физической культуры методам работы с данными в среде MS Excel и представить теоретические основы применения данного инструментария.

Основная часть. Среди многообразия программного обеспечения Microsoft Excel занимает лидирующие позиции благодаря повсеместной доступности, интуитивно понятному интерфейсу и широкому спектру возможностей – от простых расчетов до построения сложных статистических моделей. Для бакалавров большинства направлений подготовки владение Excel является базовой компетенцией, что делает его оптимальной платформой для цифровой аналитики в спорте.

Роль анализа данных в физической культуре. Применение аналитических методов позволяет обнаружить скрытые закономерности, недоступные при традиционном наблюдении. Это критически важно как для индивидуальной подготовки, так и для управления командными процессами. Анализ данных позволяет: мониторить динамику спортивных достижений; проводить диагностику сильных и слабых сторон спортсмена; рационально распределять тренировочные нагрузки; совершенствовать стратегии подготовки; оперативно корректировать методики на основе полученных результатов.

Функционал Excel позволяет значительно оптимизировать работу спортивного специалиста. К наиболее востребованным методам относятся:

1. Статистическая обработка: использование встроенных функций для расчета средних значений, медианы, моды и стандартного отклонения. Это дает возможность оценить вариативность показателей и выявить отклонения от нормы, опираясь на математически обоснованные данные.

2. Визуализация данных: построение графиков и диаграмм позволяет наглядно представить динамику изменений, выявить тренды и сделать результаты анализа понятными для интерпретации (например, при отслеживании прогресса спортсмена на протяжении сезона).

3. Регрессионный анализ: позволяет выявить зависимости между различными переменными. Например, зависимость спортивных результатов от тренировочных нагрузок.

4. Анализ таблиц и баз данных: Excel позволяет создавать и анализировать большие таблицы данных, что особенно важно при работе с большими группами спортсменов или множеством показателей. Например, надстройка, включающая инструменты для описательной статистики, анализа регрессии и других методов.

Для успешной реализации предложенной модели необходимо решить ряд методических задач:

1. Создание банка практических кейсов: формирование базы данных реальных тренировочных циклов, протоколов соревнований и результатов тестирования физической подготовленности. Работа с «живыми» данными повышает мотивацию обучающихся и формирует навык интерпретации результатов, а не простого манипулирования цифрами.

2. Развитие навыков визуализации: современный специалист должен уметь не только рассчитать средние значения или корреляцию, но и грамотно визуализировать данные. Построение дашбордов (интерактивных панелей управления) в Excel позволяет тренеру в режиме реального времени отслеживать динамику формы спортсмена, что критически важно для принятия оперативных управленческих решений.

3. Переход к аналитике: обучение методам прогнозирования (трендовый анализ, регрессионные модели) позволит специалистам моделировать возможные результаты спортсменов, предсказывать пики спортивной формы и планировать долгосрочные циклы подготовки с учетом индивидуальных особенностей организма.

Практическое применение анализа данных в физической культуре неоспоримо несет положительный результат как в обучении бакалавров, так и в их дальнейшей профессиональной деятельности. Рассмотрим несколько примеров практического применения анализа данных в Excel для специалистов физической культуры:

1. Оценка эффективности тренировок: анализ результатов до и после тренировочных циклов позволяет объективно оценить их эффективность и вносить необходимые коррективы в план подготовки [1, 3].

2. Мониторинг состояния спортсменов: регулярный сбор и анализ данных о состоянии здоровья и физической форме помогает предотвратить травмы и перетренированность, что является критически важным аспектом спортивной медицины [2, 4].

3. Анализ соревнований: изучение результатов соревнований позволяет выявить сильные и слабые стороны соперников и разработать стратегию для будущих встреч, используя методы прогнозирования.

4. Оптимизация тренировочного процесса: на основе анализа данных можно оптимизировать распределение нагрузок и отдыха, что способствует повышению общей эффективности тренировок и достижению пиковой формы [1, 3].

Заключение. Таким образом, интеграция анализа данных в Excel в образовательные программы для специалистов физической культуры является важным шагом на пути к повышению их профессионального уровня и эффективности работы. Анализ данных в Excel является фундаментальным инструментом для современного специалиста в области физической культуры. Обучение методам обработки информации становится необходимым условием повышения качества профессиональной деятельности, что подтверждается актуальными исследованиями в области спортивной науки [2]. Владение навыками работы с данными позволяет тренерам и педагогам переходить от интуитивного планирования к доказательному подходу, более эффективно распределять тренировочные нагрузки и объективно оценивать динамику спортивных результатов [4]. Внедрение анализа данных в повседневную практику способствует не только развитию профессиональных компетенций специалиста, но и прогрессу всей отрасли в целом. Интеграция данных в тренировочный процесс позволяет принимать обоснованные управленческие решения, минимизировать риски травматизма и достигать новых высот в спортивных результатах. Таким образом, обучение методам анализа данных в Excel должно стать неотъемлемой частью профессиональной подготовки кадров в сфере физической культуры, обеспечивая их конкурентоспособность в условиях цифровой трансформации спорта [3].

Список литературы

1. Иванов, И. И. Методы статистического анализа в спортивной практике / И. И. Иванов. – Москва : Спорт, 2020. – 256 с.
2. Петрова, А. В. Использование Excel для анализа тренировочных данных спортсменов / А. В. Петрова, В. Н. Сидоров // Журнал спортивной науки. – 2021. – Т. 15, № 3. – С. 45–53.
3. Смирнов, Д. Д. Цифровая трансформация в физической культуре: теория и практика / Д. Д. Смирнов. – Санкт-Петербург : Питер, 2022. – 312 с.
4. Кузнецова, Н. Н. Визуализация данных в Excel для тренеров и специалистов по физической культуре / Н. Н. Кузнецова // Современные технологии в спорте. – 2023. – № 1. – С. 12–20.

УДК 629.113:658.58

ПРОЦЕДУРА СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРВАЛОВ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГОРОДСКИХ АВТОБУСОВ

***Горелов М.А.*[1],** ORCID 0009-0000-2280-3152,
***Пименов В.И.*[1,2],** д-р техн. наук, с.н.с., ORCID 0000-0002-7228-3009,
***Андреев Д.А.*[1],** канд. техн. наук, ORCID 0000-0003-2358-8436
[1]ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет», г. Псков, РФ
[2]ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна», г. Санкт-Петербург, РФ
m.gorelov@pskgu.ru, v_pim@mail.ru, d.andreev@pskgu.ru

Введение. Диагностирование служит основой для оценки остаточного ресурса конструктивных элементов (КЭ) городских автобусов. Статистические методы прогнозирования остаточного ресурса рассмотрены в работе [1]. Для совместного технического обслуживания (ТО) КЭ разных городских автобусов требуется пересчитать интервалы пробега в календарные сроки. При разной интенсивности эксплуатации одинаковый пробег достигается в разные дни. Совместное ТО требует также учёта доступности производственных ресурсов [2].

Цель работы – определить общий календарный интервал начала ТО однотипных КЭ разных городских автобусов при заданных пределах будущего суточного пробега. Исходные интервалы пробега считаются известными.

Основная часть. В общий момент отсчёта t_0 накопленный пробег КЭ i равен $W_{x,i}$. Плановое ТО допускается при пробеге от W_i^- до W_i^+, где $W_{x,i} \le W_i^- \le W_i^+$. Границы заранее определены по прогнозу остаточного ресурса и правилам обслуживания. Оставшийся пробег до этих границ рассчитывается по формулам (1):

$$a_i = W_i^- - W_{x,i}, \quad b_i = W_i^+ - W_{x,i}, \qquad (1)$$

где a_i и b_i – оставшийся пробег до нижней и верхней границ ТО, км; $0 \le a_i \le b_i$. Предполагается, что до ТО КЭ остаётся в том же городском автобусе и проходит одинаковый с ним пробег. Началом ТО считается момент прекращения эксплуатации для выполнения работ. Продолжительность работ и занятость постов учитываются отдельно.

Время от t_0 до начала ТО обозначается через $\tau \ge 0$ и измеряется в сутках. Суточный пробег городского автобуса q_i (км/сут) в каждом сценарии постоянен, но заранее известны лишь его пределы: $0 < q_i^- \le q_i \le q_i^+$. Требуется выбрать один срок τ, допустимый для любого q_i из этого диапазона. За время τ городской автобус пройдёт от $q_i^-\tau$ до $q_i^+\tau$ километров.

Чтобы при любом q_i из заданного диапазона достичь нижней границы пробега и не превысить верхнюю границу, необходимы и достаточны условия (2):

$$q_i^- \tau \geq a_i, \quad q_i^+ \tau \leq b_i. \tag{2}$$

Из условий (2) следует выражение (3) для календарного интервала начала ТО КЭ:

$$J_i = \left[\frac{a_i}{q_i^-}; \frac{b_i}{q_i^+}\right]. \tag{3}$$

Если $a_i/q_i^- > b_i/q_i^+$, нижняя граница календарного интервала превышает верхнюю: интервал J_i пуст. Единого срока ТО, допустимого при всех возможных q_i, не существует. При известном q_i допустимый срок может быть выбран. При совпадении границ ТО может начаться только в один момент времени. При $q_i^- = q_i^+$ выражение (3) даёт интервал для известного суточного пробега.

При неизменных a_i и b_i расширение диапазона q_i сужает календарный интервал или оставляет его прежним. При $a_i > 0$ уменьшение q_i^- сдвигает нижнюю границу J_i на более поздний срок; при $b_i > 0$ увеличение q_i^+ сдвигает верхнюю границу на более ранний срок. Изменение прогноза остаточного ресурса требует пересчёта a_i и b_i.

Для заданной непустой группы КЭ G нижняя граница общего интервала равна наибольшей из индивидуальных нижних границ, а верхняя – наименьшей из верхних. Расчёт выполняется по формулам (4):

$$L_G = \max_{i \in G} \frac{a_i}{q_i^-}, \quad U_G = \min_{i \in G} \frac{b_i}{q_i^+}. \tag{4}$$

При $L_G \leq U_G$ общий интервал равен $J_G = [L_G; U_G]$. При $L_G > U_G$ общий срок ТО отсутствует. Сначала по формулам (1) определяется оставшийся пробег, затем по выражению (3) – индивидуальные интервалы, после чего по формулам (4) – границы общего интервала. Если хотя бы один индивидуальный интервал пуст, общий срок также отсутствует. Для назначения ТО дополнительно проверяется доступность постов, персонала и запасных частей.

В таблице приведён условный пример для трёх однотипных КЭ разных городских автобусов. Для сравнения приняты фиксированные суточные пробеги q_i^0 внутри заданных диапазонов. Данные не являются результатами наблюдений или нормативами.

Таблица

Исходные данные и календарные интервалы начала ТО

Автобус	$[a_i; b_i]$, км	q_i^0, км/сут	$[q_i^-; q_i^+]$, км/сут	J_i, сут
А	[1200; 2000]	250	[240; 300]	[5; 20/3]
Б	[900; 1800]	200	[180; 240]	[5; 7,5]
В	[1500; 2400]	300	[250; 320]	[6; 7,5]

При фиксированных q_i^0 из таблицы интервалы составляют [4,8; 8], [4,5; 9] и [5; 8] суток для КЭ городских автобусов А, Б и В соответственно. Общий интервал – от 5 до 8 суток. При учёте всех допустимых суточных пробегов он составляет от 6 суток до 6 суток 16 часов., т.е. сокращается с 3 суток до 16 часов. Нижняя граница определяется городским автобусом В при 250 км/сут, верхняя – городским автобусом А при 300 км/сут.

Через 5 суток от t_0 городской автобус В при пробеге 250 км/сут пройдёт 1250 км, что меньше нижней границы 1500 км. Через 8 суток городской автобус А при пробеге 300 км/сут пройдёт 2400 км и превысит верхнюю границу 2000 км. Следовательно, расчёт только по фиксированным q_i^0 допускает сроки, нарушающие ограничения при других возможных суточных пробегах.

При уменьшении нижней границы суточного пробега городского автобуса В до 200 км/сут и сохранении остальных данных, ТО его КЭ может начаться только через 7,5 суток от t_0. Для КЭ городского автобуса А предельный срок составляет 6 суток 16 часов. Эти интервалы не пересекаются, поэтому общий срок ТО отсутствует. Если подтверждаются заданные пределы пробега, то ТО этих КЭ следует планировать раздельно.

Нижняя граница пробега ограничивает раннее плановое ТО. При угрозе отказа решение о прекращении эксплуатации принимается отдельно. Если раннее ТО не ограничено, принимается $a_i = 0$. Пределы суточного пробега задаются по данным предприятия для выбранного периода планирования. При простоях и переменном суточном пробеге требуется учитывать накопление пробега во времени. Затраты на совместное ТО не учитываются.

Заключение. Получены условия выбора общего срока начала ТО при заданных пределах будущего суточного пробега. В условном примере учёт указанных пределов сократил продолжительность общего интервала с 3 суток до 16 часов. При расширении диапазона суточного пробега городского автобуса В общий срок ТО отсутствует. Результат справедлив при заданных границах пробега до ТО и постоянном q_i в каждом сценарии. Вероятность безотказной работы не оценивается. Таким образом, сформирована основа для проведения следующего этапа исследования, заключающемся в проверке пределов суточного пробега по эксплуатационным данным и учёте производственных ограничений.

Список литературы

1. Si, X.-S. Remaining useful life estimation – A review on the statistical data driven approaches / X.-S. Si, W. Wang, C.-H. Hu, D.-H. Zhou // European Journal of Operational Research. – 2011. – Vol. 213, No. 1. – P. 1–14. – DOI 10.1016/j.ejor.2010.11.018.
2. Olde Keizer, M. C. A. Condition-based maintenance policies for systems with multiple dependent components: A review / M. C. A. Olde Keizer, S. D. P. Flapper, R. H. Teunter // European Journal of Operational Research. – 2017. – Vol. 261, No. 2. – P. 405–420. – DOI 10.1016/j.ejor.2017.02.044.

УДК 004.89:519.7

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ АЛГОРИТМОВ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ

Грушин Н.Е., ORCID 0009-0009-8106-3727,
Сементеева Л.Ш., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0002-5227-7218
ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет»,
г. Уфа, РФ
nikitagrusin47@gmail.com, Sementeevaliana@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается применение нейросетевых алгоритмов для прогнозирования технического состояния промышленного оборудования на основе данных вибрационного мониторинга. Проанализированы основные типы нейронных сетей: многослойные персептроны, рекуррентные сети и сверточные сети. Показано, что нейросетевые методы позволяют выявлять скрытые закономерности в данных и прогнозировать отказы оборудования на ранних стадиях. Представлены результаты сравнения точности прогнозирования нейросетевых алгоритмов с классическими статистическими методами. Установлено, что применение рекуррентных сетей обеспечивает наиболее высокую точность. Отмечена роль MATLAB как эффективной платформы для разработки моделей прогнозирования.

Введение. Бесперебойная работа машин и агрегатов лежит в основе любого современного производства. Когда ключевой узел неожиданно отказывает, предприятие несёт серьёзные убытки, связанные с остановкой линий, ремонтом и срывом сроков поставок. Именно поэтому перед инженерами стоит задача заранее распознать признаки надвигающейся поломки и оценить, сколько ещё прослужит оборудование до планового вывода из эксплуатации [1, 3]. Долгое время решение этой задачи строилось на периодических замерах отдельных параметров и сравнении их с заранее установленными нормативами. Однако такая практика даёт сбои: система либо подаёт сигнал тревоги без реальной причины, либо, наоборот, не замечает начальную стадию зарождения дефекта. Применение методов машинного обучения, в частности нейронных сетей, открывает возможность существенно поднять точность и надёжность таких прогнозов. Цель работы – разобрать ключевые нейросетевые алгоритмы, используемые для оценки состояния оборудования, и продемонстрировать их преимущества перед традиционными статистическими подходами.

Основная часть. Прогнозирование технического состояния опирается на данные, поступающие с датчиков – вибрационных, температурных, акустических, которые представляют собой временные

ряды. Суть задачи сводится к тому, чтобы по накопленной истории измерений предсказать дальнейшее поведение системы и вовремя заметить сигналы приближающегося отказа [2, 4].
Ранее для этих целей широко применялись статистические методы – регрессионный анализ, экспоненциальное сглаживание, авторегрессионные модели. Все они строятся на допущении о линейности связей и стационарности процессов, что далеко не всегда отвечает реальной картине [4, 6]. Там, где начинаются нелинейные эффекты, сопровождающие износ, такие модели теряют точность, а учесть сложное взаимное влияние множества параметров они попросту не способны. Стоит измениться условиям эксплуатации – и модель приходится настраивать заново. Именно эти слабые места подтолкнули исследователей к переходу на методы машинного обучения [6].

Наибольшее распространение получили три типа нейронных сетей: многослойные персептроны (MLP), рекуррентные сети (RNN) и сверточные сети (CNN) [3, 5]. MLP хорошо работают там, где зависимость можно аппроксимировать без учёта временной структуры, но они не сохраняют информацию о предыдущих состояниях, что снижает качество долгосрочных прогнозов [5]. RNN и их модификации (LSTM, GRU) наделены внутренней памятью, благодаря чему эффективно обрабатывают временные ряды с протяжёнными зависимостями. LSTM-сети умеют улавливать сложные закономерности и предсказывать отказы с высокой точностью [3, 4]. CNN автоматически выделяют локальные признаки сигнала, соответствующие тем или иным видам дефектов. Комбинируя их с рекуррентными слоями, получают гибридные модели [3].

Обратимся к задаче прогнозирования состояния подшипников насосных агрегатов по данным вибрационного мониторинга. Подшипники относятся к критичным элементам, и их отказ нередко оборачивается серьёзными последствиями. Традиционный подход, основанный на сравнении уровня вибрации с порогом, не даёт заметить дефект на ранней стадии [2, 4]. На первом этапе собираются данные с вибрационных датчиков. Из сигналов извлекаются статистические и спектральные характеристики – среднеквадратичное значение, коэффициент эксцесса, пик-фактор, амплитуды

[6]. На основе этих признаков строится модель с использованием LSTM-сети, которая обучается на исторических данных. Результаты показывают, что модель выявляет дефекты за несколько дней до разрушения. Точность прогнозирования – 94%, что значительно выше классических методов (70-75%) [2, 4]. Однако для достижения такой точности требуется качественная предварительная обработка данных и правильный выбор архитектуры сети.

Разработка моделей эффективно выполняется в MATLAB с пакетом Deep Learning Toolbox, предоставляющим инструменты для создания,

обучения и развертывания сетей [3, 5]. Интеграция с Signal Processing Toolbox позволяет выполнять предварительную обработку сигналов. MATLAB также поддерживает развёртывание на встраиваемых системах через MATLAB Coder и GPU Coder для работы в реальном времени [5]. Кроме того, среда предоставляет средства для визуализации результатов, что облегчает интерпретацию работы обученных моделей.

Заключение. Рассмотрено применение нейросетевых алгоритмов для прогнозирования технического состояния оборудования. Классические статистические методы имеют ограничения при работе с нелинейными процессами деградации. Нейросетевые методы, особенно LSTM, позволяют выявлять сложные закономерности и прогнозировать дефекты на ранних стадиях с высокой точностью. На примере подшипниковых узлов показано, что нейросетевые модели обеспечивают точность 94% против 70-75% у классических методов. Использование MATLAB предоставляет комплексную среду для разработки таких систем. Перспективны гибридные модели, объединяющие физические модели износа с машинным обучением, и интеграция с цифровыми двойниками. Важным направлением остаётся разработка методов обучения с малым количеством размеченных данных. Дальнейшее развитие рассмотренных подходов связано с созданием адаптивных систем, способных автоматически перестраивать структуру модели при изменении режимов работы оборудования без вмешательства человека.

Список литературы

1. Сементеева, Л. Ш. Интеллектуальные системы и современные информационные технологии / Л. Ш. Сементеева, Р. И. Ахмадиев // Материалы конференции. – Уфа : УГНТУ, 2024. – С. 1–4. – EDN LYLRMU.
2. Пулотова М. Р., Бозоров П. Р., Исматова Н. Н., Зарипов Б. С. Применение системы MATLAB для выполнения лабораторных работ по предмету теория автоматического управления // Материалы конференции. – Бухара, 2017. – С. 70–72. – EDN YMKNLT.
3. Галлямова, Л. Ф. Искусственный интеллект и нейросети: применение в образовании и бизнесе / Л. Ф. Галлямова, Л. Ш. Сементеева, О. Ю. Валиахметова // Сборник научных трудов. – Уфа : УГНТУ, 2024. – С. 1–5. – EDN DRTHLU.
4. Смыкова, К. В. Моделирование систем на основе нечеткой логики в среде MATLAB / К. В. Смыкова, Ю. В. Щербина // Сборник научных трудов. – 2017. – С. 1–5. – EDN VMBBMH.
5. Леоненков, А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А. В. Леоненков. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2005. – 736 с. – URL: https://library.bmstu.ru/Catalog/Details/IBooks/18390 (дата обращения: 12.09.2026).
6. Штовба, С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB / С. Д. Штовба. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с. – URL: https://www.studmed.ru/shtovba-s-d-proektirovanie-nechetkih-sistem-sredstvami-matlab_1f656d26d36.html (дата обращения: 12.09.2026).
7. Заде, Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – Москва : Мир, 1976. – 167 с. – DOI 10.1016/0020-0255(75)90036-5.

УДК 517.91:519.62:004.42

ВОЗМОЖНОСТИ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ MATLAB

Давыдовская В.В., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0002-1570-4134,
Невмержицкий С.Н., ORCID 0009-0004-5482-8089,
Беспалько З.А., ORCID 0009-0002-2349-9230
УО «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина»,
г. Мозырь, Республика Беларусь
valentina_dav@list.ru, stnevmerzh@gmail.com, besp_z972@gmail.com

Введение. В настоящее время системы компьютерной математики (СКМ) получили широкое распространение и стали надежным инструментом для преподавателей, инженеров, научных сотрудников и исследователей, решающих задачи из самых разных предметных областей. Одной из наиболее востребованных и актуальных задач является решение дифференциальных уравнений, поскольку они служат математической основой описания динамических процессов в физике, механике, технике, биологии, экономике и других науках. С их помощью моделируют движение тел, колебания, теплопередачу, электрические цепи, химические реакции, популяционную динамику и многие другие явления.

Большинство современных СКМ ориентированы главным образом на численное решение дифференциальных уравнений и предлагают для этого методы Рунге–Кутты, Адамса, Эйлера и их модификации. Численные методы незаменимы, когда точное решение невозможно или слишком громоздко. Однако они дают решение лишь для конкретных значений параметров, начальных условий и выбранного шага интегрирования, а также могут накапливать погрешность.

В данной работе рассматриваются возможности среды MATLAB для аналитического (символьного) решения дифференциальных уравнений и визуального моделирования с помощью интегрированного пакета Simulink.

Основная часть. Для символьных вычислений в MATLAB используется Symbolic Math Toolbox и функция `dsolve`, позволяющая получать точные решения в виде формул, включающих параметры, произвольные постоянные и специальные функции [1, 2]. Simulink, в свою очередь, дает возможность построить структурную схему системы, наблюдать ее поведение во времени и наглядно исследовать влияние отдельных блоков и параметров [2, 3].

Символьное решение особенно важно при исследовании общих свойств системы, анализе зависимости решения от начальных условий и параметров, оценке устойчивости, проверке корректности численных схем

и интерпретации результатов моделирования. Оно позволяет получить не единичный числовой ответ, а общую закономерность, которую можно использовать для дальнейших преобразований, оптимизации и обучения. Сочетание аналитических возможностей MATLAB и визуального моделирования в Simulink делает этот подход удобным и эффективным инструментом как для научных исследований, так и для инженерной практики и образовательного процесса.

Рассмотрим символьное нахождение частного решения линейного однородного дифференциального уравнения третьего порядка с постоянными коэффициентами в среде MATLAB с использованием функции `dsolve`. Исходное уравнение и начальные условия имеют вид:

$$y''' + 3y'' + 3y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1$$

Фрагмент листинга в MATLAB и полученная в результате решения аналитическая функция выглядят следующим образом:

```
dsolve('D3y+3*D2y+3*D1y+y=0','y(0)=-
1','Dy(0)=0','D2y(0)=1')
ans=-exp(-t)-exp(-t)*t
```

Для проверки корректности аналитического решения и оценки степени его совпадения с численным результатом получим численное решение рассматриваемого дифференциального уравнения с помощью решателя ode45 (рисунок 1, а–б).

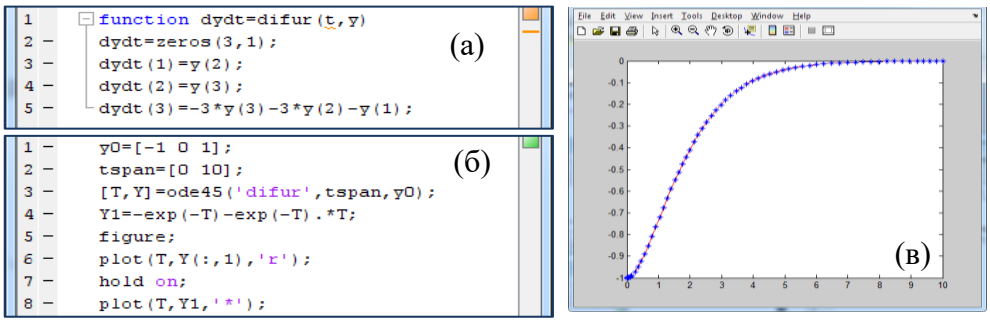


Рис. 1. Функция, задающая дифференциальное уравнение (а), и вызов решателя ode45 (б) и сравнение численного (сплошная кривая) и численного (маркерная кривая) решений дифференциального уравнения (в)

Сравним результаты численного расчета с аналитическим решением (рисунок 1, в). Как видно из графика, методы показывают отличное совпадение – кривые идентичны. Для визуализации решения приведённого выше дифференциального уравнения рассмотрим моделирование в пакете Simulink. С этой целью составим структурную схему, используя стандартные блоки библиотеки Simulink, в частности блоки Integrator (рисунок 2, а).

Процесс построения схемы основан на понижении порядка исходного дифференциального уравнения: выражаем старшую производную через остальные члены уравнения и последовательно интегрируем её с помощью цепочки интеграторов [2, 3]. Полученная модель позволяет не только

наблюдать искомую функцию во времени, но и исследовать поведение системы при различных параметрах и начальных условиях. Результаты моделирования выводятся на экран с помощью блока Scope (осциллограф). Такой подход удобен для быстрой проверки аналитических выкладок и анализа динамики процесса (рисунок 2, б).

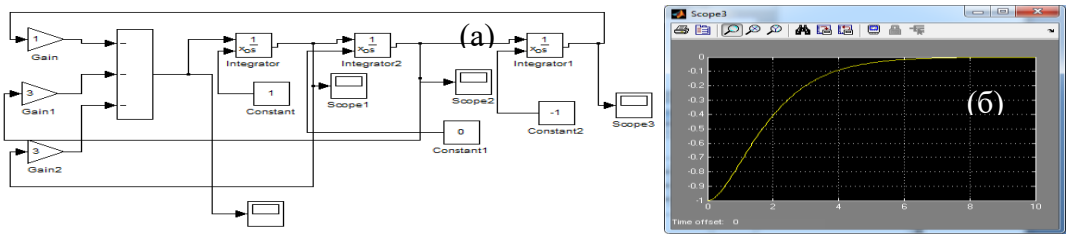


Рис. 2. Структурная схема в Simulink для решения, приведённого выше дифференциального уравнения и вывод результата с помощью блока Scope

Из рисунка 2 следует, что решение, полученное в Simulink, полностью согласуется с численным и аналитическим решениями, представленными на рисунке 1. Совпадение кривых подтверждает корректность имитационной модели и правильность её реализации.

Заключение. Проведённое исследование демонстрирует эффективность комплексного подхода к решению обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием возможностей среды MATLAB. Сочетание символьных вычислений (Symbolic Math Toolbox, функция dsolve) для получения точного аналитического решения, численных методов (решатель ode45, реализующий методы Рунге–Кутты) для проверки и визуализации, а также имитационного моделирования в пакете Simulink для наглядного представления динамики процесса позволяет получить всестороннее и надёжное решение задачи. Полученные результаты подтверждают полное совпадение аналитического, численного и имитационного решений, что свидетельствует о корректности построенных моделей и высокой точности выбранных методов. Предложенный подход может быть успешно использован в научных исследованиях, инженерной практике и образовательном процессе при изучении дифференциальных уравнений и методов компьютерного моделирования.

Список литературы

1. Шампайн, Л. Ф. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB : учеб. пособие / Л. Ф. Шампайн, И. Гладвел, С. Томпсон ; пер. с англ. И. А. Макарова. – Санкт-Петербург : Лань, 2009. – 304 с.
2. Eshkabilov, S. L. Practical MATLAB Modeling with Simulink: Programming and Simulating Ordinary and Partial Differential Equations / S. L. Eshkabilov. – Berkeley, CA : Apress, 2020. – 473 p.
3. Bober, W. Introduction to Numerical and Analytical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists / W. Bober. – Boca Raton : CRC Press, 2013. – 556 p.

УДК 536.24: 519.876.5

ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ ЗАМЕНЫ МАГИСТРАЛЬНОГО ВОДЯНОГО ОТОПЛЕНИЯ РЕГЕНЕРАТИВНЫМИ АККУМУЛЯТОРАМИ СУХОГО ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ТЕПЛА ОТ УТИЛИЗИРУЕМЫХ ТБО

Доценко Г.В., канд. техн. наук, доц., ORCID 0009-0004-3363-5886
ГБУ «Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт взрывозащищённого и рудничного электрооборудования» (ГБУ «НИИВЭ»), г. Донецк, РФ
dogeo47@mail.ru

Введение. Представленное исследование соответствует приоритетному направлению «Индустриальное лидерство» в части обеспечение надёжного и бесперебойного теплоснабжения потребителей ДНР, относится к критическим технологиям в области энергоэффективности и аккумулирования энергии.

Цель исследования — цифровая модель мобильного высокотемпературного песчаного аккумулятора сухого тепла и станции его зарядки, включающая математические модели процессов заряда и разряда и на их основе обосновать рациональные режимы работы и способ энергоснабжения станции применительно к структуре энергобаланса ДНР.

Задачи исследования: разработать концептуальную конструкцию мобильного песчаного теплового аккумулятора контейнерного типа с температурой заряда до 1 000 °С; обосновать выбор теплоаккумулирующей среды, оболочки и материалов теплообменного контура для трех конструктивных вариантов системы заряда — резистивный электрический, индукционный с промежуточным приёмником энергии и газовый кожухо-трубный; решить задачу оптимизации режима заряда; создать CFD-модель аккумулятора, верифицировать её по экспериментальным данным, обосновать соотношения для масштабного перехода к промышленному типоразмеру; выполнить ТЭО источников энергии заряда применительно к условиям Республики.

Решаемая проблема: Водоснабжение ДНР питает 1230 котельных и протяжённые магистральные тепловые сети с физическим износом. Потери воды в них достигают 20–40 % Аварии на магистралях приводят к отключению микрорайонов, а ремонтные остановы исключают тепловое водоснабжение на срок до недель. Восстановление их требует уже капитальных затрат, сопоставимых со стоимостью нового строительства. Предлагаем отказ от проблемного водяного городского отопления и переход к отоплению горячим воздухом. За рубежом для этого применяют мобильные регенеративные песочные аккумуляторы тепла [1]. Песчаный тепловой аккумулятор (sand battery) — это система прямого (явного)

аккумулирования теплоты, в которой накопительной средой служит кварцевый песок, дроблёный шамот и др. Песок разогревают до высокой температуры электрическими тенами или пиролизным газом от утилизации ТБО. Тго теплота порционно отдаётся потребителю через сухие батареи[2]. Песочный аккумулятор - буфер между нерегулярным источником тепла и потребителем и доставляется к потребителю транспортом вместо трубопровода, а его твёрдый теплоноситель не требует воды.

Объектом исследования является не отдельный источник теплоты, а связка «универсальный накопитель – и — станция его зарядки».

Научная новизна. Отличия концепции данной технологии от известных решений:

- мобильность — модуль выполняется в габаритах и с интерфейсами крупнотоннажного контейнера серии 1 по ГОСТ перевозится контейнеровозом-мультилифтом и заменяется «горячим» непосредственно у потребителя;
- высокая температура заряда — до 1 000 °С против 300–600 °С у коммерческих аналогов повышает удельную теплоёмкость единицы массы засыпки в 3–5 раз и делает перевозку экономически осмысленной;
- цифровая модель накопителя тепла – и — станции его зарядки.

Результаты исследования цифровой модели объекта дали следующие: - регрессионные модели, связывающие теплоёмкость цикла, коэффициент неравномерности температурного поля, коэффициент теплопередачи регистра и интенсивность потерь при хранении с удельной мощностью заряда, конечной температурой, гранулометрическим составом засыпки, шагом трубного регистра и расходом воздуха на разряде — для диапазона 550–1 000 °С; - методика выбора источника и режима заряда по структуре регионального энергобаланса; - сопряжённая CFD-модель аккумулятора, верифицированная по полю температур для формирования критериального соотношения масштабного перехода от экспериментального образца к промышленному типоразмеру при верификации моделей параллельно с экспериментами включающая: засыпку как пористую среду с эффективной теплопроводностью λэф(Т), учитывающей кондуктивную, контактную и радиационную составляющие; турбулентное течение воздуха в трубном регистре (модель k-ω SST); теплопроводность многослойной изоляции и футеровки; радиационный теплообмен в порах при температурах выше 700 °С; - доказательство, что экспериментальный образец и промышленный модуль геометрически неподобны в целом, однако подобны на уровне элементарной ячейки «труба — засыпка»: шаг ветвей регистра, диаметр труб и толщины слоёв изоляции у них совпадают. Условия переноса результатов сформулированы через равенство критериев Био и Фурье:

$$Bi = \alpha \cdot \frac{\delta}{\lambda эф} = idem; \quad Fo = a \cdot \frac{\tau}{\delta^2} = idem,$$

где δ — половина шага ветвей регистра, м; α — коэффициент теплоотдачи от стенки трубы к засыпке, Вт/(м²·К); а — коэффициент температуропроводности засыпки, м²/с; τ — время, с. В итоге оно свелось к отношению наружной поверхности и объёма засыпки - (6,36 и 4,44 м²/м³ соответственно). Вычислительные эксперименты выполнены по расчётной тепловой нагрузке квартиры 4,0 кВт для климатических условий г. Донецка (расчётная температура наружного воздуха −23 °С, средняя температура отопительного периода −0,6 °С, продолжительность отопительного периода 172 сут по СП 131.13330.2020) и по усреднённому нормативу годового теплопотребления 10 Гкал/(квартира·год).

Заключение. Создана цифровая модель связки «мобильный высокотемпературный тепловой аккумулятор — источник и станция его зарядки», в которой источник теплоты рассматривается как сменный вход конструкции исследуемого модуля ТА-4,0 в габаритах контейнера 1СС: при массе засыпки 17,01 т и температурах 1 000 и 150 °С он запасает 4 418 кВт·ч и полезно отдаёт 3 976 кВт·ч при удельной ёмкости 260 кВт·ч/т — впятеро выше показателя крупнейшего действующего мирового аналога.

Выполнено сопоставление источников энергии заряда применительно к энергобалансу Республики. Вторичная теплота (пиро-газ утилизации ТБО, дымовые газы промплощадок) дешевле электрического заряда на порядок: 0,25–0,90 против 2,99–7,22 руб./(кВт·ч)т. Определена себестоимость доставленной теплоты как функция транспортного плеча и предельное плечо 25 км при коммерческом тарифе.

Список литературы

1. Доценко, Г. В. Цифровая модель замены магистрального водяного отопления жилого сектора сухим теплоносителем в песочных аккумуляторах / Г. В. Доценко, К. В. Коновалов. – Текст : непосредственный// Использование современных управленческих технологий в целях повышения эффективности деятельности предприятий : материалы Всерос. науч.-практ. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов. – Донецк, 2026. – С. 55–64. (РИНЦ).
2. Доценко, Г. В. Расчёт и оптимизация параметров батареи-конденсатора на основе сухих тепловых аккумуляторов для системы опреснения водяного пара / Г. В. Доценко, К. В. Коновалов. – Текст : непосредственный // Информатика, управляющие системы, математическое и компьютерное моделирование (ИУСМКМ-2026) : материалы XVII Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием. – Донецк, 2026. – С. 424–433. (РИНЦ).
3. Коновалов, К. В. Расчётно-аналитическая модель динамики нагрева песчаного теплоаккумулирующего массива / К. В. Коновалов, О. С. Сопова. – Текст : непосредственный // Информатика, управляющие системы, математическое и компьютерное моделирование (ИУСМКМ-2026) : материалы XVII Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием. – Донецк, 2026. – С. 462–467. (РИНЦ).

УДК 330.341.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНТЕРНЕТ-БАНКИНГА НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

Дюбо Е.Н., ORCID 0009-0004-4144-9792
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ
dyubo_elena@mail.ru

Современный интернет-банкинг можно рассматривать как инновацию, направленную на удовлетворение рыночного спроса и обеспечение коммерческой реализуемости банковского сектора. Поскольку доход от интернет-банкинга непосредственно связан с объемом спроса (числом клиентов), то можно говорить о диффузии инновации, которая может быть описана различными математическими методами и моделями. Одной из таких моделей выступает теория распространения инноваций, разработанная Э. Роджерсом, опирающаяся на понимании процесса диффузии инноваций как передачи новых решений или продуктов через коммуникационные каналы между членами социальной системы в течение определенного времени [1].

Теория распространения инноваций интернет-банкинга опирается на модель, разработанную Ф.Бассом, которая предлагает математическое описание диффузии инноваций через определение взаимосвязи между ростом числа пользователей инновационного продукта и воздействием двух ключевых факторов: рекламы (на начальном этапе жизненного цикла инновационного продукта интернет-банкинга) и межличностной коммуникации (на этапе роста количества пользователей интернет-банкингом) [2]:

$$n_t = \left(p + q\frac{N_t}{M}\right)(M - N_t),$$

где n_t – количество пользователей, принявших инновацию интернет-банкинга в момент времени t; M – общий объем потенциальных пользователей, заинтересованных в услугах интернет-банкинга; N_t – совокупное число пользователей, уже использующих услуги интернет-банкинга к моменту времени t; p – коэффициент внешнего воздействия, отражающий эффект рекламы; q – коэффициент внутреннего воздействия, связанный с межличностной коммуникацией.

В соответствии с данной моделью рост рынка интернет-банкинга ограничивается не только потенциальным объемом пользователей, но и факторами всех видов воздействий на таких пользователей, регулируя соотношение которых можно количественно оценить эффективность распространения конкретных инновационных продуктов в сфере.

Опираясь на принципы теории клеточных автоматов, Н. Боккара и Х. Фукс создали модель клеточного автомата, предназначенную для

описания процесса диффузии инноваций [2] и представляющую собой набор клеток, образующих регулярную систему. Каждая клетка характеризуется набором переменных, которые могут принимать конечное число возможных значений и изменяющихся через дискретные интервалы времени по определенным правилам.

Так, в модели клеточного автомата для интернет-банкинга данные для ячеек можно определить следующим образом: 0 обозначает потенциального пользователя инновации; 1 – пользователя, который уже приобрел эту инновацию. При этом в качестве переменных рассматриваются факторы, способствующие принятию инновации пользователем: доступность интернета, достаточный уровень дохода, заинтересованность в безналичных расчетах, уровень доверия банковской системе и т.д.

Каждой из переменных будет соответствовать значение клетки 1 или 0 (например, если пользователь имеет достаточно высокий уровень доверия банковской системе, то значение в клетке будет 1 иначе 0). Предполагается, что переменные могут со временем измениться с некоторой вероятностью, но остаются неизменными с вероятностью 1 в заданный дискретный момент времени.

Например, пользователь ограничивался системой наличных расчетов, предпочитая минимизировать взаимодействие с банками, но в какой-то момент времени возникла острая необходимость в проведении безналичных расчетов и он принимает инновацию, что отражается в переходе значения в клетке из состояния 0 в 1 (рис. 1) [3, с. 42].

0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1

Рис. 1. Состояние клеточного автомата до и после внедрения инновации на рынке интернет-банкинга

До появления инновации рынок интернет-банкинга полностью состоит из потенциальных пользователей.

Однако с выходом инновационного продукта появляются первые пользователи, принимающих инновацию (когда число соседних клеток, принявших значение 1, превышает некоторое заданное число), что на практике выражается в эффекте от рекламы и межличностной коммуникации с другими пользователями этого интернет-банкинга.

Начинается более широкое распространение и насыщение рынка инновационным продуктом.

В соответствии с результатами исследования Н. Боккары и Х. Фукса [4] было установлено, что вероятность принятия новшества

пользователем определяется по формуле:

$$\nu = 1 - (1 - p)(1 - q)^k,$$

где p означает вероятность принятия новшества под воздействием внешних факторов; q – вероятность принятия новшества в результате взаимодействия с уже принявшими его пользователями; k – положительная константа.

Таким образом, в модели клеточных автоматов закладываются и вероятности изменения факторов и принятия инноваций под их воздействием [3, с. 43].

Модель распространения интернет-банкинга на основе теории клеточных автоматов предполагает ряд допущений:

- значения факторов и переменных принятия инновации могут изменяться со временем, и тогда изменяется сам автомат;
- пользователь, приняв инновацию, от нее не отказывается, хотя это возможно в случае неудовлетворенности качеством оказанных услуг;
- результатом моделирования будет выступать общее число пользователей, принявших инновации в конкретный момент времени.

Для оценки потенциальной емкости рынка интернет-банкинга в моделях клеточных автоматов можно использовать правила расширения решетки, что позволит исходному полю, применяемому в модельных экспериментах, изменять свой объем.

Такой подход может быть полезен для отечественного банковского сектора, помогая повышать эффективность его работы в разных направлениях деятельности.

Список литературы

1. Rogers, E. M. Diffusion of innovations (4th ed.) / E. M. Rogers. – NewYork: The Free Press, 1995. – 547 p. – URL: https://archive.org/details/diffusionofinnov00roge_0/page/n1/mode/2up (дата обращения 05.10.2026).
2. Bass, F. A new product growth for model consumer durables/ F.A. Bass // Management Science. – 2004. – Vol. 50. No. 12 – P. 1825–1832. – URL: https://www.jstor.org/stable/30046153 (дата обращения 05.10.2026).
3. Нижегородцев, Р. М. Модели клеточных автоматов в теории диффузии инноваций / Р. М. Нижегородцев, В. Д. Секерин, С. В. Лисафьев // Вопросы новой экономики. – 2012. – №3 (23). – С. 39–43. – EDN PCBSRL.
4. Boccara, N. Modeling diffusion of innovations with probabilistic cellular automata / N. Boccara, H. Fuks / Cellular Automata: A Parallel Model / M. Delorme and J. Mazoyer (eds.). – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1998. – URL: https://archive.org/details/arxiv-adap-org9705004 (дата обращения 05.10.2026).

УДК 004.8

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ RAPTOR-СИСТЕМЫ ДЛЯ ПОИСКА ДИАЛОГОВЫХ СКРИПТОВ ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ БАНКОВСКИХ КОНТАКТ-ЦЕНТРОВ

Жерновой Я.Р., ORCID 0009-0008-9066-4068,
Шевцов Д.В., д-р техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-3874-6223
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
iaroslav.zhernovoi@yandex.ru, shedmival@mail.ru

В настоящее время операторы банковских контакт-центров используют большое количество регламентов, инструкций и диалоговых сценариев. Один запрос клиента может соответствовать нескольким документам, а необходимая информация часто распределена по уровням иерархии. Традиционный подход Retrieval-Augmented Generation (RAG), основанный на разбиении документов на независимые фрагменты и векторном поиске [1, 2], не всегда учитывает контекст более высокого уровня. В результате оператору могут предоставляться фрагменты, семантически близкие запросу, но не содержащие полного сценария обработки обращения.

В связи с этим представляет интерес применение архитектуры RAPTOR (Recursive Abstractive Processing for Tree-Organized Retrieval), позволяющей организовать документы в виде иерархической структуры, в которой наряду с исходными фрагментами используются их обобщённые представления. Целью работы является разработка и исследование RAPTOR-системы для поиска диалоговых скриптов, наиболее соответствующих текущей ситуации в диалоге оператора банковского контакт-центра, с особым вниманием к исследованию принципов и условий применения иерархического представления информации.

Для достижения поставленной цели рассматриваются следующие задачи: исследование существующих подходов к семантическому поиску и методов Retrieval-Augmented Generation; исследование принципов представления банковских документов и диалоговых скриптов в иерархической структуре RAPTOR; анализ влияния размера исходных фрагментов, параметров кластеризации и глубины иерархии на качество поиска; определение критериев релевантности найденных скриптов; теоретическое и экспериментальное сравнение RAPTOR-подхода с традиционным плоским векторным поиском; исследование способности иерархического представления учитывать контекст, распределённый между несколькими фрагментами документов; оценка вычислительных затрат и определение ограничений применения рассматриваемого подхода.[3]

В рамках исследования рассматривается представление банковских документов и диалоговых скриптов в виде иерархической структуры. На нижнем уровне располагаются исходные фрагменты документации, содержащие конкретные инструкции и элементы диалоговых сценариев. На следующих уровнях рассматриваются обобщённые представления групп семантически связанных фрагментов. Для формирования таких представлений используются методы семантического представления текста и кластеризации. Последовательное объединение связанных элементов позволяет сформировать несколько уровней абстракции – от отдельных инструкций и фрагментов сценариев до более общих тематических представлений. Такой подход представляет интерес с точки зрения исследования взаимосвязи между локальной информацией исходных фрагментов и контекстом более высокого уровня.

Особое внимание уделяется исследованию влияния параметров построения иерархии на результаты семантического поиска. Рассматриваются размер исходного фрагмента, количество кластеров, глубина иерархии и количество извлекаемых элементов.

Изменение указанных параметров может влиять как на степень сохранения исходной информации, так и на уровень обобщения представлений. В связи с этим представляет интерес определение таких условий организации иерархии, при которых сохраняется необходимая детализация диалоговых сценариев и одновременно обеспечивается возможность учитывать контекст более высокого уровня.

Для исследования формируется тестовая выборка, содержащая типовые обращения клиентов банка и соответствующие им диалоговые сценарии. В качестве базового метода рассматривается стандартный векторный поиск по исходным фрагментам документов. Эксперименты проводятся при различных параметрах построения RAPTOR-индекса, включая размер исходного фрагмента, количество кластеров, глубину иерархии и количество извлекаемых элементов. Качество поиска оценивается с использованием метрик информационного поиска, в частности Precision@k, Recall@k и MRR [4].

Дополнительно учитываются вычислительные затраты на построение иерархического представления и выполнение поискового запроса. Особое внимание уделяется случаям, когда информация, необходимая для выбора диалогового сценария, распределена между несколькими фрагментами документа. Для таких случаев сравнивается способность плоского и иерархического поиска восстанавливать необходимый контекст.

Научная значимость работы заключается в исследовании применимости иерархической организации семантического пространства документов к задаче поиска диалоговых сценариев в предметной области банковского обслуживания.

Исследуется влияние структуры иерархического представления, параметров фрагментации и кластеризации, а также глубины иерархии на качество поиска. Полученные результаты позволят определить условия, при которых использование RAPTOR-подхода может обеспечивать преимущества по сравнению с традиционным плоским векторным представлением документов.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования полученных результатов при последующей разработке программной системы информационной поддержки операторов банковских контакт-центров.

Исследуемые закономерности и параметры могут быть учтены при проектировании и реализации RAPTOR-системы, предназначенной для поиска релевантных диалоговых сценариев в процессе работы оператора. Рассматриваемый подход также может быть применён к другим предметным областям, в которых информационные материалы имеют сложную структуру и требуют одновременного учёта локального и глобального контекста.

Таким образом, в работе рассматриваются теоретические аспекты исследования RAPTOR-системы для поиска диалоговых скриптов операторов банковских контакт-центров.

Основное внимание уделяется иерархической организации информационного пространства, влиянию параметров построения иерархии на качество семантического поиска и сравнению с традиционным плоским векторным поиском. Результаты предполагается использовать при последующей реализации системы и определении условий её эффективного применения.

Список литературы

1. Мельников, А. В. Сравнительный анализ методов RAG для построения русскоязычных интеллектуальных сервисов / А. В. Мельников, И. Е. Николаев, М. А. Русанов, В. Р. Аббазов. – Текст : непосредственный // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2025. – Т. 25, № 2. – С. 5–18. – ISSN 1991-976X.
2. Глухих, И. Н. Разработка экспертных систем на основе большой языковой модели и генерации с дополненной выборкой / И. Н. Глухих, К. И. Глухих. – Текст : непосредственный // Инженерный вестник Дона. – 2025. – № 11. – ISSN 2073-8633.
3. Логинова, И. В. Исследование прикладного использования языковых моделей на основе метода генерации с дополненной выборкой / И. В. Логинова, Ф. М. Грозовский. – Текст : непосредственный // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2025. – № 2. – С. 73–89. – ISSN 2071-8594.
4. Маннинг, К. Д. Введение в информационный поиск / К. Д. Маннинг, П. Рагхаван, Х. Шютце ; пер. с англ. Д. А. Клюшина. – Москва [и др.] : Вильямс, 2011. – 520 с. – ISBN 978-5-8459-1623-5.

УДК 519.21:519.23

АНАЛИЗ МОДЕЛИ РИСКА СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ ПРИ ИНВЕСТИРОВАНИИ В АКТИВ ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА И СТОХАСТИЧЕСКОМ ПОТОКЕ ПРЕМИЙ

Жмыхова Т.В., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0009-0009-3034-086X
«Донбасская национальная академия строительства и архитектуры» – филиал ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Макеевка, ДНР, РФ
t.v.zhmykhova@donnasa.ru

Введение. Данная работа является продолжением и развитием результата, полученного в статье Жмыховой Т.В. [1]. В отличие от предыдущей постановки, в которой рисковый актив моделировался моделью Самуэльсона, предполагающей неограниченный рост цены, в данной работе динамика цены актива задаётся процессом Орнштейна–Уленбека, учитывающим свойство возврата к долгосрочному среднему значению. Кроме того, детерминированный поток страховых премий заменён стохастическим, описываемым сложным процессом Пуассона, что позволяет учесть случайный характер заключения страховых договоров и нерегулярность поступлений.

Цель – получение оценки вероятности неразорения страховой компании путём анализа стохастического дифференциального уравнения, описывающего эволюцию капитала при инвестировании, как в безрисковый актив, так и в рисковый актив, цена которого описывается процессом Орнштейна-Уленбека и стохастическом потоке премий, с применением методов теории случайных процессов и численного моделирования.

Основная часть. Пусть инвестор, в качестве которой выступает страховая компания (СК) вкладывает имеющиеся средства в финансовый (B,S) - рынок, цены которых описываются уравнениями:

$$dB(t) = rB(t)dt, B(0) > 0, \tag{1}$$

где $r(r > 0)$ – процентная ставка или банковский процент, $B(0)$ – сумма на депозите в начальный момент времени. Цена рискового актива (акции) описывается процессом Орнштейна-Уленбека, заданном на вероятностном пространстве $(\Omega, \Im, \mathrm{P})$, который имеет вид:

$$dS(t) = (\theta - \beta S(t))dt + \sigma dW(t), \tag{2}$$

где $\theta(\theta > 0)$ – уровень возврата к среднему, $\beta(\beta > 0)$ – скорость возврата $\sigma(\sigma > 0)$ – волатильность, $W(t)$ – стандартный винеровский процесс.

Пусть СК, часть своего капитала, который на момент времени t составляет $X_x(t)(X(0) = x)$, а именно $\alpha X_x(t)(0 < \alpha < 1)$ отводит на покупку акций, а доля $(1-\alpha)X_x(t)$ размещается на банковском счете. Далее делая

предположение, что скорость поступления премий в СК является стохастической и описывается сложным процессом Пуассона $\sum_{i=1}^{N_p(t)} \varsigma_i$, где $N_p(t)$ – стандартный процесс Пуассона с параметром $\lambda_p\left(\lambda_p > 0\right)$, ς_i – независимые неотрицательные одинаково распределенные, независимые от $N_p(t)$, случайные величины, описывающие величины премий, с функцией распределения $F_Y(y)$ и математическим ожиданием $M\varsigma_i = m_Y$. Суммарный иск к СК также описывает сложный процесс Пуассона $\sum_{i=1}^{N_C(t)} \xi_i$ с параметром $\lambda_c\left(\lambda_c > 0\right)$, с функцией распределения $F_Z(z)$ и математическим ожиданием $M\xi_i = m_z$. Процесс премий, исков и $W(t)$ предполагаются взаимно независимыми. Учитывая (1), (2), а также стохастические потоки премий и исков, и представление сложного процесса Пуассона в виде стохастического интеграла [2], балансовое уравнение динамики капитала СК принимает вид:

$$dX_x(t) = X_x(t)\left(\left(1-\alpha\right)r + \alpha\left(\frac{\theta}{S(t)} - \beta\right)\right)dt + \alpha\frac{\sigma}{S(t)}dW(t) + \int_0^\infty y\nu_p(dt,dy) - \int_0^\infty z\nu_c(dt,dz). \quad (3)$$

Для решения задачи максимизации вероятности неразорения $\mathbb{P}\left(\tau = \infty \mid X_x(0) = x\right)$, $\tau = \inf\left\{t \geq 0 : X_x(t) < 0\right\}$, применяем метод стохастического интегрирующего множителя, аналогичный использованному в [1]. Введем процесс ρ_t^0, являющийся стохастической экспонентой:

$$\rho_t^0 = \exp\left\{-\int_0^t\left(\left(1-\alpha\right)r + \alpha\left(\frac{\theta}{S(s)} - \beta\right) - \frac{1}{2}\left(\alpha\frac{\sigma}{S(s)}\right)^2\right)ds - \int_0^t \alpha\frac{\sigma}{S(s)}dW(s)\right\}. \quad (4)$$

Применив в (4) формулу Ито, получим:

$$d\rho_t^0 = \rho_t^0\left(-\left(\left(1-\alpha\right)r + \alpha\left(\frac{\theta}{S(t)} - \beta\right)\right)dt + \left(\alpha\frac{\sigma}{S(s)}\right)^2 dt - \alpha\frac{\sigma}{S(t)}dW(t)\right).$$

Пусть $\theta_t = \rho_t^0 X_x(t)$, воспользовавшись формулой дифференцирования произведения для семимартингалов [3] и учитывая взаимное уничтожение слагаемых, содержащих $X_x(t)$, получим:

$$d\theta_t = \rho_t^0\left(\int_0^\infty y\nu_p\left(ds,dy\right) - \int_0^\infty z\nu_c(dt,dz)\right). \quad (5)$$

Переходя к центрированным пуассоновским мерам, проинтегрировав (5) в явном виде, получим:

$$X_x(t) = \left[\rho_t^0\right]^{-1}\left[x + \int_0^t \rho_s^0\left(\lambda_p m_Y - \lambda_c m_Z\right)ds + M(t)\right], \quad (6)$$

где $M(t)$ – локальный мартингал, представляющий собой стохастические интегралы по центрированным пуассоновским мерам.

Для оценки супремума мартингала мы применяем обобщенное неравенство Колмогорова-Гаека-Реньи, как и в работе [1]. Пусть

$M\left[Z^2\right]=\int_0^\infty z^2 dF_z(z)<\infty.$ Обозначим эффективный показатель роста интегрирующего множителя как $k=\mathbb{E}\left[\left(\alpha\frac{\sigma}{S(s)}\right)^2-\left((1-\alpha)r+\alpha\left(\frac{\theta}{S(t)}-\beta\right)\right)\right]$. В силу стационарности распределения процесса Орнштейна-Уленбека, величина k является константой, зависящей от моментов обратных величин $1/S(t)$ и $1/S^2(t)$. Тогда, проводя выкладки, полностью аналогичные доказательству теоремы из [1], и вычисляя математическое ожидание $M\left[\rho_t^0\right]=e^{kt}$, приходим к следующей оценке.

Теорема. Если выполняется условие положительности чистого приведенного дохода: $\lambda_p m_Y-\lambda_c m_Z>0,$ то вероятность неразорения страховой компании на конечном горизонте $[0,T]$ оценивается снизу следующим образом:

$$\mathbb{P}\left\{X_x(t)>0, t\in[0,T]\right\}\geq 1-\frac{\lambda_c M\left[Z^2\right]}{\lambda_p m_Y-\lambda_c m_Z}\cdot\frac{1}{x}\left(1+\frac{e^{kT}-1}{k}\left(\lambda_p m_Y-\lambda_c m_Z\right)\right). \quad (7)$$

При $T\to\infty$ и $k<0$, оценка для вероятности неразорения за бесконечное время принимает вид $\mathbb{P}\left(\tau=\infty\,|\,X_x(0)=x\right)=1-\frac{C}{x}$, где константа C зависит от параметров пуассоновских потоков и параметров модели Орнштейна-Уленбека.

Заключение. В работе получено обобщение результатов [1] для случая более реалистичной финансовой среды. Использование процесса Орнштейна-Уленбека для цены рискового актива и сложного процесса Пуассона для премий позволило построить явную аналитическую оценку вероятности неразорения.

Список литературы

1. Жмыхова, Т. В. Оценка вероятности неразорения страховой компании, работающей на финансовом рынке. Цена рискового актива – модель Самуэльсона / Т. В. Жмыхова // Прикладная статистика. Актуарная и финансовая математика. – 2014. – № 1. – С. 42–47.
2. Бондарев, Б. В. Математические модели в страховании / Б. В. Бондарев – Донецк : АПЕКС, 2002. – 116 с. – ISBN 9789669608505.
3. Гихман, И. И. Теория случайных процессов : в 3 т. Т. 3 / И. И. Гихман, А. В. Скороход. – Москва : Наука, 1975. – 496 с.
4. Бондарев, Б. В. Применение неравенства Колмогорова – Гаека – Реньи для оценки вероятности неразорения страховой компании, работающей на (B, S)-рынке / Б. В. Бондарев, О. Е. Сосницкий // Прикладная статистика. Актуарная и финансовая математика. – 2010. – № 1–2. – С. 23–62.

УДК 004.021:519.8

ПРИКЛАДНЫЕ АЛГОРИТМЫ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПАРКОМ АВТОМОБИЛЕЙ ЭНЕРГООБЪЕКТОВ

Ильина Д.И.
ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет», г. Казань, РФ
Ilinadiana99@gmail.com

Введение. Управление парком автомобилей, которые обслуживают энергетические объекты, представляет собой сложную задачу, в которой нужно одновременно учитывать множество противоречивых факторов. С одной стороны, требуется минимизировать затраты на топливо или электроэнергию. С другой стороны, нужно обеспечить своевременность выполнения заявок, надежность техники и соблюдение экологических нормативов. Традиционные методы однокритериальной оптимизации здесь оказываются малоэффективными, поскольку улучшение одного значения, как правило, достигается за счет ухудшения других. Именно поэтому в последние годы все большее распространение получают прикладные алгоритмы многокритериальной оптимизации. Они позволяют находить компромиссные решения, которые образуют фронт Парето.

Основная часть. Центральным понятием многокритериальной оптимизации является доминирование по Парето. Решение считается оптимальным по Парето, если невозможно улучшить ни один из критериев, не ухудшив при этом хотя бы один другой. Множество таких решений образует фронт Парето, который дает лицу, который принимает решения, полную картину возможных компромиссов. Для задач управления парком автомобилей энергообъектов критериями выступают время реакции на заявки, объем выбросов вредных веществ, а также показатели надежности и доступности техники. Например, при планировании замены автомобилей необходимо одновременно минимизировать совокупную стоимость владения, которая включает цену покупки, расход топлива, обслуживание и амортизацию, и финансовые риски, которые связаны с неопределенностью цен на энергоносители [1]. Такая постановка естественным образом приводит к модели многокритериального смешанно-целочисленного квадратичного программирования, решение которой позволяет построить фронт Парето и выбрать наиболее сбалансированную стратегию обновления парка. Одним из наиболее востребованных прикладных алгоритмов многокритериальной оптимизации является алгоритм сортировки второго поколения NSGA-II [2]. Этот эволюционный алгоритм специально разработан для задач с двумя и более целевыми функциями и обеспечивает хорошее распределение решений вдоль фронта Парето. В контексте

управления парком автомобилей энергообъектов NSGA-II применяется, в частности, для оптимизации состава парка с учетом рисков. Например, в работе по стохастической оценке парка этот алгоритм используется для поиска Парето-оптимальных комбинаций назначения платформ на задачи, что позволяет одновременно повысить готовность техники и снизить затраты на ее содержание. Гибкость NSGA-II позволяет легко адаптировать его к специфическим ограничениям энергетической отрасли, таким как обязательное наличие резервных транспортных средств для аварийных выездов или требования по времени прибытия на объекты повышенной категории ответственности. Для задач маршрутизации автомобилей энергообъектов, особенно при использовании электротранспорта, широкое применение находит расширенная версия NSGA-II с учетом ограничений по времени и энергии. Так, при решении задачи маршрутизации электромобилей с временными окнами и транспортировкой энергии предложен эволюционный алгоритм на основе NSGA-II с инициализацией, которая удовлетворяет ограничениям, и специализированными операторами для маршрутизации, временных окон и энергетической логистики. Экспериментальные результаты показывают, что такой интегрированный подход позволяет снизить энергетические затраты до 30% и сократить количество используемых транспортных средств на 20% по сравнению с раздельным решением логистических и энергетических задач. Для парка автомобилей энергообъектов это означает возможность одновременного обслуживания производственных заявок.

Другим перспективным направлением является гибридизация эволюционных алгоритмов с методами обучения с подкреплением. Например, алгоритм HA-NSGA-II-RL, разработанный для задач холодной логистики, интегрирует 3 ключевые инновации. Хотя этот алгоритм изначально создавался для температурно-чувствительных цепочек поставок, его архитектура легко переносится на задачи управления парком автомобилей энергообъектов, где критичными являются не только экономические значения, но и надежность доставки бригад и оборудования к местам аварий. Помимо генетических алгоритмов, в задачах управления автопарком энергообъектов применяются алгоритмы. Эти методы особенно эффективны для настройки параметров динамических систем управления транспортными средствами в реальном времени. В задаче смены полосы движения автономного автомобиля гибридная схема PSO-GWO используется для настройки контроллера, что позволяет сбалансировать такие значения, как безопасность и комфорт. Для парка автомобилей энергообъектов подобные алгоритмы могут применяться для адаптивного управления режимами движения в зависимости от дорожной обстановки и уровня заряда батарей, что особенно актуально при обслуживании удаленных энергетических объектов.

Отдельного внимания заслуживают методы скаляризации. Они сводят многокритериальную задачу к однокритериальной путем взвешенного суммирования целевых функций. Несмотря на свою простоту, этот подход широко используется в прикладных задачах управления парком, поскольку позволяет получить единственное решение, которое можно интерпретировать как оптимальное при заданных весах важности критериев. Например, в оптимизации маршрутов автоматизированного человеком парка применяется скаляризация с весами для 4-х целей. Это дает возможность построить кривую компромисса между суммарными выбросами и средней надежностью транспортной сети. Для энергообъектов такой подход удобен тем, что позволяет лицу, который принимает решения, явно задать приоритеты. Например, отдав предпочтение экологичности или скорости реакции в зависимости от текущего режима работы энергосистемы.

Для задач большой размерности предпочтительны эволюционные алгоритмы с эффективными механизмами сортировки по недоминируемости, например, NSGA-II и NSGA-III. Для оперативного управления в реальном времени, когда решения нужно принимать за секунды, больше подходят алгоритмы и методы скаляризации. Они обеспечивают быструю сходимость. В ряде случаев целесообразно применять двухэтапные схемы, когда на первом этапе генерируется представительный набор Парето-оптимальных решений с помощью эволюционного алгоритма, а на втором – выбирается компромиссный вариант с использованием интерактивных методов многокритериального анализа, таких как метод Light Beam Search.

Заключение. Прикладные алгоритмы многокритериальной оптимизации – это мощный инструментарий для повышения эффективности управления парком автомобилей энергообъектов. Они позволяют учитывать всю сложность и противоречивость условий эксплуатации, находить сбалансированные решения и предоставлять лицам, которые принимают решения, прозрачную картину возможных компромиссов.

Список литературы

1. Бобух, Д. А. Исследование и разработка метода оптимизации транспортной инфокоммуникационной сети с использованием многокритериальной оптимизации / Д.А. Бобух // Автоматизация технологических объектов и процессов. Поиск молодых. Сборник научных трудов XXI Международной научно-технической конференции аспирантов и студентов (в рамках 7-го Международного научного форума "Инновационные перспективы Донбасса"). – Донецк, 2021. – С. 9–12.
2. Еремин, С. В. Оптимизация структуры парка подвижного состава городского пассажирского транспорта в общей многокритериальной постановке / С. В. Еремин // Мир транспорта и технологических машин. – 2022. – № 1 (76). – С. 62–68.

УДК 004.8

МЕТОДЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В СИСТЕМНОМ АНАЛИЗЕ

Исмагилов А.Р.,
Галиева Г.М., канд. экон. наук
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный аграрный университет», г. Уфа, РФ
al.ismagitov@gmail.com, guzelgalieva2016@yandex.ru

Введение. Системный анализ, как междисциплинарный подход, направлен на изучение и оптимизацию сложных систем. Одним из ключевых драйверов развития системного анализа сегодня является внедрение методов искусственного интеллекта (ИИ). В условиях экспоненциального роста объемов данных, высокой неопределенности внешней среды и необходимости мгновенной обработки информации, способность автоматизированно извлекать знания, выявлять скрытые закономерности и принимать обоснованные решения становится критически важной для успешного функционирования любой технической или социально-экономической системы.

Основная часть. Искусственный интеллект как научная область сформировался в середине XX века и в настоящее время переживает этап бурного развития. Его главная цель — создание аппаратно-программных средств, способных решать интеллектуальные задачи, традиционно считавшиеся прерогативой человека: обучение, распознавание образов, понимание языка и принятие решений [1]. Значимой вехой в переходе к практическому применению ИИ стала разработка алгоритмов обучения нейронных сетей, а также появление работ, в которых были систематизированы основы символьного и вероятностного подходов к моделированию рассуждений [2].

Можно выделить три основные группы методов: методы, основанные на знаниях (символьный ИИ), методы машинного обучения, а также гибридные системы. К первой группе методов относятся подходы, опирающиеся на формализацию правил и логический вывод. Сюда входят экспертные системы и продукционные модели. В этом случае инженер по знаниям фактически переносит опыт и логику эксперта в базу знаний. Эти методы основаны на строгих логических заключениях. Их преимущество — объяснимость и прозрачность вывода, а недостаток — сложность формализации нечетких знаний и высокая трудоемкость актуализации базы правил.

В основе методов машинного обучения лежит статистический и алгоритмический подход, включающий анализ больших данных, поиск закономерностей и построение предсказательных моделей без явного

программирования правил. Сюда относятся классические алгоритмы (деревья, ансамбли), нейронные сети, байесовские классификаторы и обучение с подкреплением. Эти методы предполагают выявление наилучших решений посредством предварительной обработки и анализа большого массива исторических данных.

Гибридные интеллектуальные системы принимают решения на основе объединения строгой логики и обучаемых нейросетевых алгоритмов, комбинируя интерпретируемость символьных моделей с производительностью коннекционистского подхода. Такой подход сводит к минимуму риск ошибочных действий в нештатных ситуациях. К методам этой группы относятся, в частности, нейро-нечеткие сети (ANFIS), обучение с подкреплением на основе моделей (model-based RL). Основным недостатком является высокая вычислительная сложность и требовательность к качеству разметки данных [4].

На рисунке 1 представлена классификация парадигм методов искусственного интеллекта:



Рис. 1. Классификация парадигм обучения ИИ

В классификации методов машинного обучения по способу взаимодействия с данными выделяют три основные категории:

1. Обучение с учителем – системе предъявляются размеченные пары «вход – желаемый выход». Каждому действию или объекту соответствует известный правильный ответ. В условиях обученной модели ЛПР (или система) обладает четким правилом классификации или регрессии для предсказания новых данных.

2. Обучение без учителя требует применения кластерного анализа и методов снижения размерности, которые помогают выявить скрытую структуру в неразмеченных наборах данных. Многие аналитические задачи решаются именно в парадигме поиска аномалий или сегментации. Связано это с высокой стоимостью ручной разметки окружающих нас данных [3].

3. Обучение с подкреплением – агент обучается взаимодействуя со средой. Результат действия представляет собой множество возможных состояний, но изначально вероятности переходов и вознаграждения

полностью неизвестны. Агент вынужден искать баланс между исследованием среды и эксплуатацией известных выгодных стратегий.

Для этих парадигм разработаны специализированные алгоритмы, представленные в таблице 1.

Таблица 1

Ключевые алгоритмы искусственного интеллекта

Критерии / Алгоритмы	Характеристика
Деревья решений (Decision Trees)	Визуально интерпретируемый древовидный классификатор. Ориентирован на логическую оценку последовательных правил «если – то». Широко применяется из-за устойчивости к выбросам и простоты объяснения модели.
Нейронные сети (Neural Networks)	Основаны на имитации структуры биологических нейронов. Позволяют аппроксимировать сложные нелинейные зависимости. Представляют собой компромисс между универсальностью и высокими требованиями к объему обучающей выборки. Существуют сверточные (CNN), рекуррентные (RNN) и трансформерные архитектуры.
Метод опорных векторов (SVM)	Классификатор, основанный на предположении, что объекты различных классов можно максимально широко разделить гиперплоскостью. Строится с использованием ядровых функций для работы с нелинейно разделимыми данными, выбор делается по принципу максимизации зазора.

Заключение. Таким образом, методы искусственного интеллекта не заменяют классический системный анализ, но существенно расширяют его инструментальную базу, делая региональное управление более адаптивным и научно обоснованным. Наиболее перспективным направлением дальнейших исследований являются создание гибридных экспертно-нейросетевых систем поддержки принятия решений.

Список литературы

1. Системы искусственного интеллекта : учеб. пособие / Н. П. Садовникова, Д. С. Парыгин, М. В. Щербаков ; ВолгГТУ. – Волгоград, 2021. – 108 с.
2. Искусственный интеллект: современный подход / С. Рассел, П. Норвиг. – Москва: Издательство Вильямс, 2021. – 704 с.
3. Организационно-экономическое моделирование и интеллектуальный анализ данных : учебник / А. И. Орлов. – Москва : КНОРУС, 2018. – 568 с.

УДК 311:339.5

О ПРИМЕНЕНИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВНЕШНЕЙ ТОРГОВЛИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Кальчишкова А.С.,
Золотая А.В., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0009-0003-4529-644X
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
a.zolotaya.tuvm@mail.ru

Введение. В условиях структурной трансформации внешнеторговых потоков Российской Федерации возрастает значение количественных методов анализа, позволяющих оценивать динамику экспорта и импорта, изменения товарной и географической структуры торговли, а также взаимосвязи между отдельными показателями. Основным источником официальной статистической информации о внешней торговле товарами выступает Федеральная таможенная служба Российской Федерации [1, 4].

Целью данной работы является статистический анализ структуры и динамики внешней торговли Российской Федерации во временном периоде с 2021 г. по январь-февраль 2026 г.

Использованы методы описательной статистики, анализа структурных сдвигов, динамических рядов и корреляционно-регрессионного анализа. Обработка данных выполнена с применением Python и библиотек Pandas, NumPy, SciPy, Statsmodels, Matplotlib и Seaborn [2, 3].

Анализ проводился по следующим этапам:

I этап. Подготовка и обработка статистических данных

1. Сформирована информационная база исследования на основе данных Федеральной таможенной службы Российской Федерации о внешней торговле.

2. Выполнена загрузка и первичная обработка данных в среде Python с использованием библиотеки Pandas.

3. Рассчитаны основные показатели экспорта, импорта и внешнеторгового оборота, а также сформированы данные для последующего статистического анализа и визуализации.

В результате обработки данных установлено, что в январе–феврале 2026 г. экспорт Российской Федерации составил 56,7 млрд долл. США, импорт — 42,6 млрд долл. США, а внешнеторговый оборот — 99,3 млрд долл. США. Полученные данные использованы для дальнейшего анализа товарной, географической структуры и взаимосвязей внешнеторговых показателей.

II этап. Анализ товарной и географической структуры внешней торговли

1. Рассчитаны доли основных товарных групп в структуре экспорта и импорта Российской Федерации.
2. Выполнено сравнение структуры внешней торговли с аналогичным периодом предыдущего года для выявления структурных сдвигов.
3. Проведен анализ географического распределения внешнеторгового оборота по основным регионам.

В результате установлено, что в структуре экспорта доминировали минеральные продукты — 50,3%, или 28,5 млрд долл. США. В структуре импорта наибольшую долю занимали машины и оборудование — 48,6%, или 20,7 млрд долл. США. По сравнению с январём–февралём 2025 г. доля минеральных продуктов в экспорте сократилась на 5,8 п.п., тогда как доля металлов увеличилась на 7,6 п.п.

Анализ географической структуры показал дальнейшее усиление азиатского направления: на страны Азии в январе–феврале 2026 г. приходилось 74,8% внешнеторгового оборота, на Европу — 18,3%, Америку — 3,8%, Африку — 3,3%.

III этап. Анализ динамики внешнеторговых показателей

1. Проведен анализ динамики экспорта, импорта и сальдо торгового баланса.
2. Выполнено сравнение показателей января–февраля 2026 г. с соответствующим периодом 2025 г.
3. Рассчитан коэффициент вариации сальдо торгового баланса за 2021–2025 гг.

В результате установлено, что внешнеторговый оборот в январе–феврале 2026 г. снизился на 4% по сравнению с аналогичным периодом предыдущего года. Экспорт сократился на 8,8%, а импорт увеличился на 3,4%. Сальдо торгового баланса составило 14,1 млрд долл. США, снизившись на 32,9%.

За 2021–2025 гг. максимальное значение сальдо составило 307,9 млрд долл. США в 2022 г., а в 2025 г. оно снизилось до 139,3 млрд долл. США. Коэффициент вариации составил 38%, что свидетельствует о значительной изменчивости показателя.

IV этап. Корреляционно-регрессионный анализ

1. Исследована взаимосвязь между объемом экспорта минеральных продуктов и объемом импорта машин и оборудования.
2. Рассчитан коэффициент корреляции Пирсона.
3. Построена линейная регрессионная модель и определен коэффициент детерминации.

В результате коэффициент корреляции Пирсона составил **r = 0,474**, что свидетельствует об умеренной положительной связи между рассматриваемыми показателями. Получено уравнение регрессии:

Импорт_машин = 0,078 × Экспорт_минералов + 121,3.

Коэффициент детерминации составил **R^2 = 0,225**, то есть около 22,5% вариации объема импорта машин и оборудования объясняется изменением объема экспорта минеральных продуктов. Согласно модели, увеличение экспорта минеральных продуктов на 1 млрд долл. США соответствует в среднем увеличению импорта машин и оборудования на 0,078 млрд долл. США, или 78 млн долл. США.

V этап. Формирование программного модуля статистического анализа

1. Разработан программный модуль на языке Python для загрузки, обработки и статистического анализа данных внешней торговли.
2. Реализована визуализация полученных результатов с использованием библиотек Matplotlib и Seaborn.
3. Обеспечена возможность оперативного обновления аналитических результатов при поступлении новых статистических данных.

В результате разработанный программный модуль позволил автоматизировать основные этапы статистического исследования — от загрузки исходных данных до расчета показателей, построения аналитических зависимостей и визуального представления результатов.

Заключение. Проведенное исследование в данном временном периоде позволило комплексно оценить динамику, товарную и географическую структуру внешней торговли Российской Федерации, а также количественно определить взаимосвязь между отдельными внешнеторговыми показателями. Полученные результаты подтверждают сохранение значительной роли минеральных продуктов в российском экспорте, доминирование машин и оборудования в импорте и дальнейшее усиление азиатского направления торговли. Использование Python позволило автоматизировать статистические расчеты и визуализацию, что повышает оперативность и практическую значимость анализа внешнеторговых показателей.

Список литературы

1. Федеральная таможенная служба РФ: офиц. сайт. – URL: https://customs.gov.ru (дата обращения: 20.04.2025).
2. Маккини, У. Python и анализ данных / У. Маккини. – Санкт-Петербург : Питер, 2023. – 536 с. – ISBN 978-5-93700-174-0.
3. Скиена, С. Наука о данных: учебник / С. Скиена. – Москва : Вильямс, 2020. – 544 с. – ISBN 978-5-907144-74-3.
4. ФТС России. Таможенная статистика внешней торговли РФ: бюллетень. – 2025. – URL: https://customs.gov.ru/statistic (дата обращения: 20.04.2025).

УДК 658.5:004.8

МЕХАНИЗМ УПРАВЛЕНИЯ ВЫБОРОМ ДАННЫХ ПРИ МОНИТОРИНГЕ РОБОТИЗИРОВАННОЙ СВАРКИ

Клопов И.В., ORCID 0009-0002-0383-6914
ФГАОУ ВО «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», г. Москва, РФ
ivanklopov2000@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрен механизм управления выбором сенсорных данных, на которых основано автоматическое решение о приёмке шва при роботизированной сварке. Механизм включает технический аудит источников, оценку пригодности каждой записи, регулирование вклада каналов и передачу шва на дополнительную проверку при недостатке информации. Проверка на открытом наборе данных по заранее зафиксированному протоколу не подтвердила преимущество схемы над опубликованным базовым методом, но выявила условия, от которых зависит надёжность механизма.

Ключевые слова: управление качеством, роботизированная сварка, мультимодальный мониторинг, качество данных, автоматическая приёмка, независимая проверка.

Актуальность. При роботизированной дуговой сварке данные о процессе поступают из нескольких источников: звук дуги, видео сварочной ванны, сигналы источника питания и механизма подачи проволоки [1, 2]. По этим данным система может принимать часть швов автоматически и направлять на дополнительный контроль только сомнительные. Экономический смысл такой системы — сократить объём ручного контроля, не увеличивая числа пропущенных дефектов. Однако качество самих данных непостоянно: запись бывает неполной, потоки рассогласованы, а режим может отличаться от режимов обучающих данных. Если система не различает ситуации «дефекта нет» и «надёжных данных нет», автоматическая приёмка становится источником скрытого риска. Поэтому управлять необходимо не только решением, но и выбором данных, на которых оно основано.

Структура механизма. Предлагаемый механизм состоит из четырёх звеньев, замкнутых независимой проверкой (рис. 1).

1. Технический аудит источников выполняется до построения моделей. Проверяются форматы, частоты дискретизации, длительности потоков и разметка. Для открытого набора Intel Robotic Welding Multimodal Dataset (4040 швов, 236 сварочных сессий) [3] аудит показал: фактическая частота всех аудиозаписей — 16 кГц, тогда как в публикации [1] указано 192 кГц; медиана расхождения длительностей аудио и видео одного шва

составляет 2,4 с; 216 из 236 сессий входят одновременно в несколько частей авторского разбиения на обучение и проверку.

2. Оценка пригодности записи выполняется для каждого канала и каждого шва по техническим признакам: полноте и корректности записи, согласованности потоков, близости режима к данным обучения, устойчивости результата к малым возмущениям. Метки дефектов при этом не используются, чтобы оценка качества данных не подстраивалась под искомый ответ.

3. Управление вкладом каналов: чем ниже пригодность записи, тем меньше её влияние на итоговую оценку риска. Взвешивание источников по надёжности известно в аудиовизуальном распознавании речи [4] и в мониторинге лазерной сварки [5], поэтому само по себе новым не является; здесь оно связано с правилом принятия решения.

4. Правило эскалации: если данных недостаточно или оценка риска высока, шов не принимается автоматически, а направляется на дополнительную проверку. Неопределённость переводится в управляемое действие — адресный ручной контроль — вместо скрытой ошибки.



Рис. 1. Контур управления выбором данных при автоматической приёмке шва

Проверка механизма. Чтобы оценить перенос на новые условия, данные разделены по сессиям: 151 сессия использована для разработки, 38 — для калибровки, 47 сессий (844 шва) отложены для однократной проверки. Метрика, базовый метод и статистический критерий были зафиксированы до открытия проверочной выборки. Базовым методом служило опубликованное объединение оценок аудио и видео с постоянными весами [1]. Основной показатель — нормированная площадь под кривой «риск – покрытие» по сессиям при доле автоматической приёмки от 50 до 100 %: 0 соответствует идеальному ранжированию, 1 — случайному. Метки набора отражают запланированные условия формирования дефектов, а не результаты дефектоскопии каждого шва.

Точечная оценка показателя составила 0,262 для предложенной схемы и 0,327 для базового метода. Однако 95%-й доверительный интервал разности, рассчитанный с перевыборкой целых сессий, равен [−0,296; 0,000] и не исключает нуля. Поэтому преимущество схемы не подтверждено;

средний по категориям дефектов AUROC у неё даже ниже: 0,836 против 0,851.

Уроки поисковых проверок. Расчёты после основной проверки выявили три обстоятельства, важные для управления:

- вывод чувствителен к классификации отдельных сессий: смена меток всего двух сессий из 47 даёт интервал разности, включающий значения обоих знаков;
- шум в сигналах оборудования ухудшал показатель схемы на калибровочных данных до 1,20, хотя эти сигналы не входили в объединение напрямую: дополнительный источник способен снизить надёжность решения;
- сочетания «марка стали – толщина», не представленные среди бездефектных обучающих сессий, в проверочной выборке встретились только у сессий с плановыми дефектами, поэтому часть точечного выигрыша могла быть получена за счёт метаданных режима, а не сенсорной информации.

Выводы. Автоматическая приёмка должна опираться на явную оценку пригодности данных, иначе отсутствие информации будет приниматься за отсутствие дефекта. Подключение нового источника данных требует отдельной проверки устойчивости: оно способно как повысить, так и снизить качество решения. Эффект механизма нужно подтверждать на независимых сессиях по заранее зафиксированному критерию: точечного улучшения недостаточно. Для следующей проверки необходимы больше бездефектных сессий и разбиение, стратифицированное по технологическим режимам.

Список литературы

1. Stemmer, G. Unsupervised Welding Defect Detection Using Audio and Video / G. Stemmer, J. A. Lopez, J. A. Del Hoyo Ontiveros [et al.] // arXiv : [сайт]. – 2024. – URL: https://arxiv.org/abs/2409.02290 (дата обращения: 27.09.2026). – DOI 10.48550/arXiv.2409.02290.
2. Li, C. Multi-modal fusion for welding process monitoring: a survey / C. Li, T. Liu, Y. Jiang [et al.] // Welding in the World. – 2026. – DOI 10.1007/s40194-026-02614-9.
3. Intel Robotic Welding Multimodal Dataset : [набор данных] / IntelLabs // Hugging Face : [сайт]. – URL: https://huggingface.co/datasets/IntelLabs/Intel_Robotic_Welding_Multimodal_Dataset (дата обращения: 31.08.2026).
4. Potamianos, G. Recent advances in the automatic recognition of audiovisual speech / G. Potamianos, C. Neti, G. Gravier [et al.] // Proceedings of the IEEE. – 2003. – Vol. 91, no. 9. – P. 1306–1326. – DOI 10.1109/JPROC.2003.817150.
5. Fan, J. DMAW: A Dynamic Multimodal Measurement Fusion Network With Attention for Reliable Welding Process Monitoring Under Harsh Industrial Environments / J. Fan, T. Yuan, H. Zhang [et al.] // IEEE Sensors Journal. – 2026. – Vol. 26, no. 2. – P. 2347–2358.

УДК 004.85:658.7

ВЫБОР АРХИТЕКТУРЫ НЕЙРОСЕТЕВОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОБЪЁМА ЗАКУПОК ТОВАРНО-МАТЕРИАЛЬНЫХ ЦЕННОСТЕЙ НА МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОМ ПРЕДПРИЯТИИ

Коваленко Е.С., ORCID 0009-0009-8931-7138
ФГБОУ ВО «Донбасский государственный технический университет»,
г. Алчевск, ЛНР, РФ
kathrisyan@yandex.ru

Введение. В условиях роста актуальности применения нейросетевых моделей для прогнозирования объёмов закупок товарно-материальных ценностей (ТМЦ) на промышленных предприятиях одним из ключевых вопросов становится научно обоснованный выбор архитектуры модели. Именно архитектура определяет способность модели учитывать временные лаги, нелинейные зависимости, сезонность, влияние производственных ограничений и аномалий. Это определяет необходимость разработки и обоснования подхода к выбору архитектуры нейросетевой модели для прогнозирования объёмов закупок ТМЦ на металлургическом предприятии.

Цель работы – повышение эффективности управления системой закупок за счет выбора обоснованной архитектуры нейросетевой модели для прогнозирования объёма закупок ТМЦ на металлургическом предприятии.

Основная часть. Для построения моделей использованы внутренние данные из информационной системы ООО «ЮГМК» (г. Алчевск) и внешние данные, включающие макроэкономические индикаторы, сезонные и календарные факторы, а также специфику работы предприятия. Подготовка данных включала очистку временных рядов, минимаксную нормализацию признаков, формирование обучающей выборки и разделение данных. Проведённая предобработка позволила сформировать датасет из 65 002 позиций, разделённый в пропорции 70/15/15 на обучающую, валидационную и тестовую выборки. Для валидации использовалась схема скользящего окна.

В итоговом наборе данных использованы следующие признаки: объём выплавки чугуна, объём выплавки стали, остатки на складе, коэффициент использования мощностей, ритм производства, индекс производственного плана; цена на железную руду, цена на уголь, стоимость электроэнергии, курс рубля; количество рабочих дней, сезонный фактор; объём закупок ТМЦ за 3 предыдущих периода. Дополнительно категориальный признак «вид ТМЦ» кодировался с помощью слоя эмбеддингов.

В качестве базовой архитектуры выбрана рекуррентная нейронная сеть с долгой краткосрочной памятью (LSTM), эффективно справляющаяся

с задачами временного прогнозирования и позволяющая учитывать долгосрочные зависимости и сезонные тренды, характерные для металлургического производства [1].

Для выбора оптимальной архитектуры и гиперпараметров LSTM была проведена серия вычислительных экспериментов. В ходе экспериментов варьировались: размер скрытого слоя, количество слоёв LSTM, dropout, learning rate, размер батча, количество эпох. В качестве функции потерь применялась MSELoss, оптимизатор – Adam, использовалось раннее завершение при отсутствии улучшения на валидационной выборке.

Для оценки качества моделей использовались метрики: MAE, RMSE, MAPE, WAPE, коэффициент детерминации R^2.

В таблице 1 приведены лучшие эксперименты из серии 54 экспериментов по величине R^2.

Таблица 1

Топ-5 экспериментов по R^2

№ эксп.	Hidden Size	Layers	Drop-out	Learn Rate	Batch Size	Epoch	MAE	RMSE	MAPE	WAPE	R^2
43	32	1	0,0	0,0005	32	100	2332,22	20636,23	53,89	7,80	0,9910
39	192	2	0,0	0,0003	128	100	2346,97	20710,86	53,73	7,85	0,9901
23	128	2	0,1	0,001	32	100	2342,30	20730,66	53,96	7,84	0,9901
33	32	3	0,0	0,0003	32	120	2340,97	20788,23	53,99	7,83	0,9900
32	32	2	0,3	0,0003	128	120	2368,22	20754,79	54,56	7,92	0,9900

Наилучший показатель R^2 (0,9910) достигнут моделью с архитектурой HiddenSize = 32, Layers = 1, Dropout = 0,0 при learning rate = 0,0005 и batch size = 32. Эта конфигурация выбрана в качестве итоговой после дополнительной тонкой настройки (подбор числа эпох, ранняя остановка). Итоговая архитектура нейросетевой модели:

- слой эмбеддингов Embedding(1000, 8) — для кодирования категориального признака вида ТМЦ;
- входной слой: 23 признака (15 числовых + 8 эмбеддингов);
- LSTM-слой: 32 скрытых нейрона (1 слой);
- dropout: p = 0,0;
- полносвязный слой fc1: 32 → 16 нейронов с функцией активации ReLU;
- выходной слой fc2: 16 → 1 нейрон (линейная функция активации) — прогноз объёма закупок ТМЦ.

Гиперпараметры обучения: тип модели — LSTM Neural Network; библиотека — PyTorch; функция потерь — MSELoss; оптимизатор — Adam; learning rate = 0,001; количество эпох — 150; размер батча — 32; раннее завершение (early stopping) при отсутствии улучшения на валидационной выборке.

Разработанная LSTM-модель показала высокие результаты по ключевым метрикам, превысив показатели базовых моделей — SARIMA и линейной регрессии.

Высокое значение коэффициента детерминации свидетельствует о том, что модель объясняет 99,1 % дисперсии целевой переменной.

Показатель WAPE = 7,80 % указывает на низкую средневзвешенную абсолютную процентную ошибку, что подтверждает высокую точность прогноза.

Значительное значение MAPE (53,89 %) обусловлено наличием месяцев с близкими к нулю объёмами закупок отдельных видов ТМЦ, что характерно для дискретного характера поставок.

Анализ важности входных признаков на основе алгоритма SHAP [2] показал, что наибольшее влияние на итоговое значение прогноза оказывают: объём выплавки чугуна за месяц w_1=0,71; цена на железную руду на мировом рынке w_2=0,43; остатки на складе w_3=0,35; сезонный фактор w_4=0,25; динамика курса рубля w_5=0,18.

Также проведено тестирование модели на других видах ТМЦ (металлопрокат, метизы, подшипники), подтвердившее устойчивость качества прогнозирования по ключевым метрикам и универсальность предложенного подхода.

Заключение. Проведён выбор архитектуры нейросетевой модели для прогнозирования объёма закупок ТМЦ металлургического предприятия. Установлено, что LSTM-модель с архитектурой 23 → LSTM(32) → 16 → 1 обеспечивает наилучшие показатели по совокупности метрик (R^2 =0,9910, WAPE = 7,80 %) по сравнению с SARIMA и линейной регрессией. Разработанная модель позволяет оперативно прогнозировать потребность в ТМЦ с горизонтом 1–3 месяца, повысить обоснованность закупочных решений и снизить вероятность срывов поставок и финансовых потерь.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились без дополнительного финансирования.*

Список литературы

1. Дьячкова, В. В. Нейросетевая модель прогнозирования объема закупок на металлургическом предприятии / В. В. Дьячкова, Е. С. Коваленко // Экономический вестник Донбасского государственного технического университета. – 2025. – № 23. – С. 40–47. – EDN QSOQOR.
2. Садиех, С. А. Анализ локальности и устойчивости извлекаемых признаков в задачах, решаемых моделями машинного обучения / С. А. Садиех, А. А. Рогов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2025. – Т. 21, № 4. – С. 531–545. – DOI 10.21638/spbu10.2025.406. – EDN JGAPRJ.

УДК 004.855:621.31

ПРИМЕНЕНИЕ РЕКУРРЕНТНОЙ МОДЕЛИ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ С МЕХАНИЗМОМ ВНИМАНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

***Комиссарова Л.Р.*[1],** ORCID 0009-0004-2043-206X,
***Григорьев С.В.*[2],** канд. техн. наук, доц., ORCID 0009-0003-0640-3572
[1]ФГБНУ «Институт прикладной математики и механики», г. Донецк, РФ
[2]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
lyubovkomi@yandex.ru, sv.grigorev@mail.ru

Введение. Прогнозирование временных рядов уже долгое время является одной из ключевых задач как для исследователей, занимающихся математическим моделированием, так и для специалистов, решающих прикладные задачи. В электроэнергетике особое место занимает задача прогнозирования электропотребления, имеющая высокую практическую и научную значимость.

Она возникает на различных уровнях агрегации, от отдельного предприятия или промышленного комплекса до распределительной сети или объединённой энергосистемы.

Для крупных промышленных потребителей точность краткосрочного прогноза непосредственно связана с планированием объемов закупки электроэнергии, поскольку отклонение фактического потребления от заявленных значений может приводить к дополнительным затратам [1].

На уровне распределительных сетей и энергосистем прогноз электрической нагрузки используется для принятия решений по управлению производством, распределением и потреблением электроэнергии [2, 3].

Основная часть. Классические статистические модели, такие как ARIMA и ETS, по-прежнему широко распространены в задаче прогнозирования временных рядов. Наряду с ними в современных исследованиях активно используются ансамблевые методы на основе решающих деревьев [4].

Несмотря на широкое применение и высокую эффективность в ряде задач, данные подходы имеют ограничения, существенные для прогнозирования электропотребления. Очевидным недостатком традиционных статистических моделей является их неспособность описывать сложную нелинейную динамику [5].

Методы на основе решающих деревьев, в свою очередь, требуют явного формирования временных признаков, а их слабая способность к экстраполяции создает трудности при прогнозировании рядов с выраженным трендом.

С ростом вычислительных мощностей и развитием технологий искусственного интеллекта в различных областях все более массовое применение получают современные подходы, основанные на глубоком обучении.

Одним из таких является нейросетевой подход к моделированию последовательных данных, в основе которого лежат рекуррентные нейронные сети [5]. Принцип работы рекуррентной нейронной сети заключается в последовательной обработке временных шагов с сохранением внутреннего состояния в виде вектора значений, содержащего информацию о предыдущих наблюдениях. На каждом временном шаге скрытое состояние сети h_t обновляется по правилу

$$\mathrm{h}_t = \varphi(W_{ih}x_t + b_{ih} + W_{hh}h_{t-1} + b_{hh}),$$

где x_t – вход на шаге t, h_{t-1} – скрытое состояние на предыдущем шаге, $W_{ih}, W_{hh}, b_{ih}, h_{hh}$ – обучаемые параметры.

Это позволяет модели учитывать контекст предшествующих значений временного ряда при формировании прогноза. Однако представление накопленной информации в виде вектора фиксированной длины является одним из ограничений рекуррентной сети, так как с увеличением длины входной последовательности способность модели сохранять информацию о ранних временных шагах и учитывать долгосрочные зависимости снижается.

Идея механизма внимания заключается в формировании контекста с учетом различной значимости отдельных элементов последовательности [6].

Для каждого скрытого состояния рекуррентной сети h_j относительно вектора запроса q_i, формируемого на основе скрытого состояния рекуррентной модели на временном шаге $t = i$, вычисляется оценка значимости

$$e_{ij} = score(q_i, h_j),$$

которая после нормализации определяет вес внимания

$$\alpha_{ij} = \frac{\exp(e_{ij})}{\sum_{k=1}^{T}\exp(e_{ik})}.$$

Итоговый контекстный вектор формируется как взвешенная сумма скрытых состояний

$$c_i = \sum_{j=1}^{T}\alpha_{ij}h_j\ .$$

Различные варианты механизма внимания отличаются способом вычисления оценки значимости.

Так, в аддитивном внимании она определяется выражением

$$score(q_i, h_j) = v_a^T \tanh(W_q q_i + W_h h_j),$$

а в мультипликативном внимании оценку можно получить как

$$score(q_i, h_j) = \begin{bmatrix} q_i^T h_j, \\ q_i^T W_a h_j. \end{bmatrix}$$

В результате рекуррентная модель получает возможность обращаться к информации, относящейся к различным участкам входной последовательности, без необходимости полностью сохранять ее в едином внутреннем состоянии рекуррентной сети.

Заключение. Таким образом, исследование направлено на разработку рекуррентной модели глубокого обучения с механизмом внимания для прогнозирования потребления электроэнергии.

Ожидается, что применение механизма внимания позволит повысить эффективность использования информации, содержащейся в различных участках входной последовательности, при формировании прогноза.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования разработанной модели для получения прогнозных значений электропотребления, необходимых при планировании нагрузки и принятии решений по управлению энергетическими ресурсами.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках научной темы "Разработка и совершенствование интеллектуальных методов классификации и прогнозирования для задач распознавания образов и моделирования информационных процессов" FREM-2024-0001 (Регистрационный номер 1023111000141-9-1.2.1).*

Список литературы

1. Еманов, И. В. Прогнозирование потребления электроэнергии промышленных предприятий (обзор) / И. В. Еманов, Н. Е. Сергеев // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2024. – № 4. – С. 123–134. – DOI 10.18522/2311-3103-2024-4-123-134.
2. Клюев, Р. В. Прогнозирование планового потребления электроэнергии для объединенной энергосистемы с помощью машинного обучения / Р. В. Клюев, А. Д. Моргоева, О. А. Гаврина, И. И. Босиков, И. Д. Моргоев // Записки Горного института. – 2023. – Т. 261. – С. 392–402. – EDN FJGZTV.
3. Vanting, N. B. A scoping review of deep neural networks for electric load forecasting / N. B. Vanting, Z. Ma, B. N. Jørgensen // Energy Informatics. – 2021. – Vol. 4, Suppl. 2. – Art. 49. – DOI 10.1186/s42162-021-00148-6.
4. Kramar, V. Time-series forecasting of seasonal data using machine learning methods / V. Kramar, V. Alchakov // Algorithms. – 2023. – Vol. 16, No. 5. – Art. 248. – DOI 10.3390/a16050248.
5. Нильсен, Э. Практический анализ временных рядов : прогнозирование со статистикой и машинное обучение / Э. Нильсен ; пер. с англ. Д. А. Клюшина. – Санкт-Петербург : Диалектика, 2021. – 544 с. – ISBN 978-5-907365-04-9.
6. Géron, A. Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: concepts, tools, and techniques to build intelligent systems / A. Géron. – 2nd ed. – Sebastopol : O'Reilly Media, 2019. – 848 p. – ISBN 978-1-4920-3263-2.

УДК 004.94:622.6

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛА БЕСКОНТАКТНОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ УРОВНЯ ГОРНОЙ МАССЫ НА ЛЕНТОЧНОМ КОНВЕЙЕРЕ В СЛОЖНЫХ УСЛОВИЯХ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Коновалов К.В., ORCID 0009-0004-7441-1117
ГБУ «Научно-исследовательский, проектно-конструкторский и технологический институт взрывозащищенного и рудничного электрооборудования», г. Донецк, РФ
kirya_konovalov007@mail.ru

Введение. Грузопоток на ленточных конвейерах горных предприятий неравномерен, и при постоянной скорости сечение ленты заполняется не полностью. Если регулировать скорость по фактическому грузопотоку, лента при той же производительности проходит меньший путь, что замедляет износ ленты, роликоопор и барабанов и увеличивает ресурс конвейера; кроме того, снижается расход электроэнергии [1; 2]. Для этого загрузку ленты нужно измерять непрерывно. Её можно оценить по высоте насыпи, которую измеряет бесконтактный ультразвуковой измеритель уровня (датчик), установленный над лентой. В горной выработке его сигнал искажают пыль в воздухе и на преобразователях, шум конвейера и отражения от элементов става, а серийные датчики расстояния не дают доступа к самому сигналу. Цель работы – разработать алгоритм, который выделяет высоту насыпи горной массы из принятого сигнала при имеющихся помехах, и оценить его точность на имитационной модели.

Модель принятого сигнала. Датчик с раздельными излучателем и приёмником (открытые пьезопреобразователи на 25 кГц) закреплён над осью ленты шириной 1000 мм на высоте 2 м; частота зондирования 20 Гц. Напряжение на входе АЦП представлено суммой

$$u(t) = K\left[M\left(p_{э}(t) + p_{ш}(t)\right) + u_{н}(t) + u_{эм}(t) + n(t)\right], \qquad (1)$$

где K – коэффициент усиления; M – чувствительность приёмника; $p_{э}$ – давление эха; $p_{ш}$ – шум конвейера; $u_{н}$ – прямая наводка с излучателя; $u_{эм}$ – помехи от преобразователя частоты; n – собственный шум тракта.

Эхо складывается из откликов площадок шероховатой поверхности насыпи (диффузное отражение), гладкой ленты (зеркальное), элементов става и случайных частиц. Амплитуда отклика i-го отражателя на дальности r_i определяется уравнением локации [3]:

$$a_i = p_1 \frac{b^2(\gamma_i)}{2r_i} 10^{-\alpha r_i/10} g_i F 10^{-L_{н}/20}, \qquad (2)$$

где p_1 – давление излучателя на расстоянии 1 м; $b(\gamma)$ – диаграмма направленности; α – коэффициент затухания, дБ/м; g_i – коэффициент отражения; F – случайный множитель флуктуаций; $L_{н}$ – потери из-за налипания, дБ.

Скорость звука рассчитывается по формуле Крамера [4]. Затухание во взвеси угольной пыли, найденное по модели Темкина – Доббинса [5], даже при концентрации 5 г/м³ не превышает 1,5 дБ/м, т. е. пыль почти не ослабляет сигнал. Сильнее на сигнал действуют флуктуации эха, кратковременное затенение поверхности пылевым облаком и ложные эхо от комков и капель. Их параметры для четырёх уровней запылённости (0,005–5 г/м³) приняты в модели как допущения; налипание задано потерями 0–30 дБ. Рассмотрены исполнения без рупора (ширина луча 70°) и с коническими рупорами (22°). Широкий луч засвечивает на уровне ленты пятно диаметром около 2,8 м, и эхо её кромок, кронштейнов роликов и балок става приходит почти с той же дальности, что и эхо насыпи.

Алгоритм обработки. Сигнал каждого зондирования проходит цифровой полосовой фильтр Баттерворта 4-го порядка (22–28 кГц), после чего вычисляется его огибающая – модуль аналитического сигнала [6]; дальность вычисляется по скорости звука при измеренной температуре. Огибающие M последних зондирований объединяются межпериодной медианой

$$A_j(i) = \operatorname{med}\{E_j(i-M+1), \ldots, E_j(i)\}, \qquad (3)$$

где $E_j(i)$ – огибающая i-го зондирования на j-й дальности. Между зондированиями лента проходит 125 мм, высота насыпи почти не меняется, поэтому эхо насыпи в соседних зондированиях приходит с одной дальности, а ложные эхо появляются на случайных дальностях и в медиану не попадают, если присутствуют менее чем в половине окна. Принято $M = 15$ (0,75 с).

Эхом насыпи считается первое превышение порога $T = 3\sigma$, где σ – уровень шума, оцениваемый в каждом цикле по огибающей за лентой. Дальность d определяется по переднему фронту эха на уровне 0,5 от его максимума, а высота насыпи – по формуле

$$h = D_0 - d + \delta, \qquad (4)$$

где D_0 – дальность до порожней ленты при пусконаладке; δ – поправка на форму диффузного эха по контрольному замеру. Затем ряд высот сглаживается медианным фильтром и скользящим средним за 1 с. По высоте вычисляются площадь сечения груза и задание скорости для преобразователя частоты привода.

Результаты моделирования. Проверка выполнена на тестовом профиле насыпи длиной 600 м (4800 зондирований) при скорости ленты 2,5 м/с. Ошибку снижает прежде всего межпериодная медиана: если исключить её из алгоритма, среднеквадратичное отклонение (СКО) ошибки высоты возрастает с 13 до 72 мм при сильной пыли и с 21 до 224 мм при экстремальной. Показатели полного алгоритма приведены в таблице 1.

Таблица 1

СКО ошибки высоты σ_h и смещение Δh, мм

Запылённость, налипание	С рупором (22°)		Без рупора (70°)	
	σ_h	Δh	σ_h	Δh
Чистый воздух, 0 дБ	13	−1,0	96	−78,9
Сильная пыль, 10 дБ	13	−0,6	99	−80,3
Экстремальная пыль, 30 дБ	21	−1,3	81	−58,6

С рупором СКО составляет 13–16 мм вплоть до экстремальной запылённости при налипании до 20 дБ и 21 мм при 30 дБ, смещение по модулю не превышает 1,3 мм. Без рупора датчик неработоспособен даже в чистом воздухе: эхо става сильнее эха насыпи, и алгоритм находит став вместо груза. Точность сохраняется при ширине луча не более 25° (при 30° СКО равно 23 мм), разрядности АЦП не менее 10 бит и шуме конвейера на 25 кГц до 65 дБ. Без поправки на температуру смещение при её отклонении на 10–19 °C достигает 57 мм, с поправкой – не более 3 мм.

Заключение. Предложенный алгоритм на имитационной модели даёт СКО ошибки высоты 13–21 мм при запылённости до 5 г/м³ и налипании до 30 дБ. Он требует луча не шире 25° и поправки скорости звука на температуру. Шум конвейера и характеристики ложных эхо, заданные в модели допущениями, предстоит уточнить по записям сигналов на натурной модели или действующем конвейере.

Список литературы

1. Дмитриева, В. В. Непрерывное регулирование скорости ленточного конвейера в случае усеченной спектральной плотности грузопотока / В. В. Дмитриева, П. Е. Сизин // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2020. – № 2. – С. 130–138. – DOI 10.25018/0236-1493-2020-2-0-130-138. – EDN BJLQJD.
2. Speed regulation strategy and algorithm for the variable-belt-speed energy-saving control of a belt conveyor based on the material flow rate / J. Ji, C. Miao, X. Li, Y. Liu // PLOS ONE. – 2021. – Vol. 16, № 2. – Art. e0247279. – DOI 10.1371/journal.pone.0247279. – EDN GXOMJG.
3. Урик, Р. Дж. Основы гидроакустики / Р. Дж. Урик ; пер. с англ. Н. М. Гусева [и др.]. – Ленинград : Судостроение, 1978. – 444 с.
4. Cramer, O. The variation of the specific heat ratio and the speed of sound in air with temperature, pressure, humidity, and CO_2 concentration / O. Cramer // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1993. – Vol. 93, № 5. – P. 2510–2516. – DOI 10.1121/1.405827.
5. Temkin, S. Attenuation and dispersion of sound by particulate-relaxation processes / S. Temkin, R. A. Dobbins // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1966. – Vol. 40, № 2. – P. 317–324. – DOI 10.1121/1.1910073.
6. Лайонс, Р. Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс ; пер. с англ. под ред. А. А. Бритова. – 2-е изд. – Москва : Бином-Пресс, 2006. – 656 с. – EDN QMPXCB.

УДК 628.144:519.233.5

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ РАБОТЫ ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ СИСТЕМЫ ВОДОСНАБЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Косенко Е.Е., ORCID 0009-0001-1236-8350,
Бойко М.В., ORCID 0009-0001-7916-4213,
Косенко О.В., канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0001-5920-6343
ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ
kose@sfedu.ru, mboiko@sfedu.ru, ovkosenko@sfedu.ru

Проблема обеспечения надежности сложных технологических объектов остается одной из ключевых в современной технической диагностике, поскольку от своевременного прогнозирования отказов напрямую зависит безопасность и экономическая эффективность эксплуатации инженерных систем. Системы городского водоснабжения, являясь типичным примером таких объектов, характеризуются высокой степенью износа основных фондов, многообразием режимов функционирования и существенной неопределенностью внешних воздействий, что делает задачу аналитического определения времени безотказной работы трудноразрешимой. В этих условиях особую актуальность приобретает статистическое моделирование, позволяющее на основе ограниченного объема эмпирических данных построить адекватную модель надежности и оценить остаточный ресурс как системы в целом, так и ее наиболее уязвимых компонентов [1].

Настоящая работа посвящена разработке метода статистической диагностики системы водоснабжения посредством диагностики ее элементов, наиболее часто подвергающихся отказам: линейной части трубопровода, водоперекачивающего агрегата, пар трения торцовых уплотнений и насосных агрегатов водоперекачивающих станций. В качестве базового инструмента исследования используется метод наименьших квадратов, реализованный в среде MS Excel, что обеспечивает доступность предложенного подхода для инженерных служб эксплуатационных предприятий [2].

Известно, что надежность линейной части трубопровода хорошо описывается экспоненциальным законом [3]. Отклонения теоретических значений $\mathrm{P}_{Ti}(t)$ от эмпирических $\mathrm{P}_{эi}(t) - \mathrm{P}_{Ti}$ могут иметь разный знак. Для учёта всех отклонений вычисляется сумма квадратов разностей, образующая целевую функцию $Z = (\mathrm{P}_{эi}(t) - \mathrm{P}_{Ti}(t))^2$, минимизация которой позволяет найти оптимальное значение интенсивности отказов λ [4]. Для оценки надёжности линейной части системы водоснабжения была выполнена статистическая обработка данных об отказах, связанных с

разрушением трубопровода или появлением свища; результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты обработки отказов, связанных с разрушением трубопровода.

Середина интервала безотказной работы трубопровода, t, сут.	Вероятность безотказной работы трубопровода, $P_э$
150	0,797297
450	0,405405
750	0,175675
1050	0,108108
1350	0,067568
1650	0,027027

Для построения модели надежности линейной части системы водоснабжения необходимо определить:

1. Статистическую (эмпирическую) вероятность отказа $P_c(t)$;

2. Статистическую вероятность безотказной работы линейной части системы водоснабжения $P_{C0}(t)$.

3. Интенсивность потока отказовλ_1, выдвинув гипотезу о теоретическом экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы линейной части системы водоснабжения без учета коэффициента (1) и с его учетом (2). В данном случае для определения параметров λ_1 и λ_2используется метод наименьших квадратов, реализуемый в Excel.

$$P_{1T0i}(t) = e^{-\lambda_1 t_i}. \quad (1)$$

$$P_{2T0i}(t) = C_1 e^{-\lambda_2 t_i}. \quad (2)$$

4. Значения теоретических вероятностей безотказной работы линейной части системы водоснабжения $P_{1T0i}(t), P_{2T0i}(t)$.

5. Для наглядности построить графические зависимости $P_{C0}(t), P_{1T0}(t), P_{2T0}(t)$. Расчёт теоретических вероятностей безотказной работы выполнялся для середин интервалов наработки, соответствующих эмпирическим данным. Для определения параметров λ_1, λ_2 и C_1 использовалась надстройка «Поиск решения» в MS Excel, позволяющая минимизировать целевую функцию численным методом. Совмещение эмпирической и теоретических кривых на одном графике позволяет визуально оценить степень их совпадения и сделать предварительный вывод о справедливости выдвинутой гипотезы.

На рисунке 1 представлены результаты построения в MS Excel модели надежности работы линейной части системы водоснабжения.

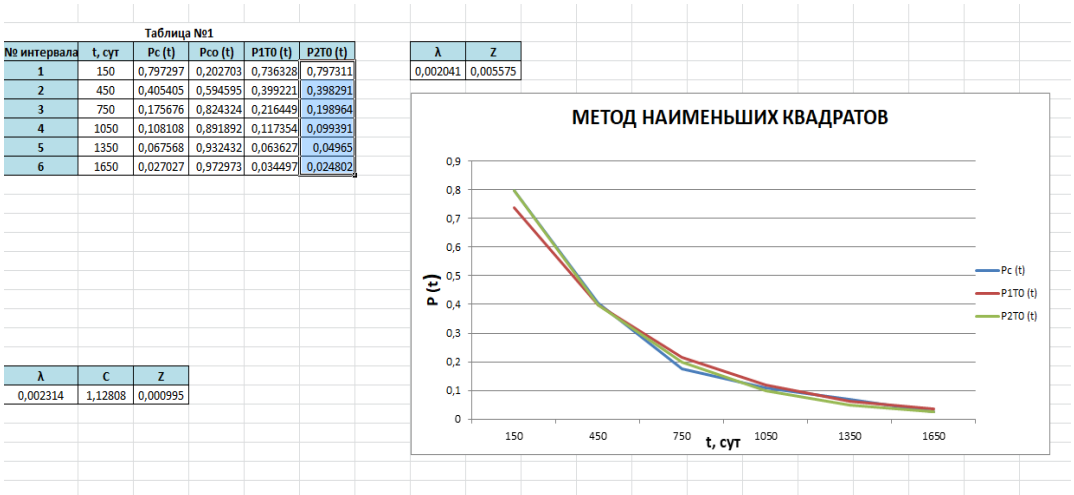


Рис. 1. Результаты построения в MS Excel модели надежности работы линейной части системы водоснабжения.

Для обработки данных об отказах, связанных с выходом из строя трубопровода используя метод наименьших квадратов функция надежность будет иметь следующий вид:

$$P_\tau(t) = e^{-0.004041t}. \quad (3)$$

Результат моделирования позволил определить определили вторую теоретическую функцию надежности трубопровода:

$$P_T(t) = 1.12808e^{-0.002314t}. \quad (4)$$

Как видно на рис. 1, графики теоретической и экспериментальных моделей надежности работы линейной части системы водоснабжения находятся близко друг к другу. Таким образом, в работе построены две теоретические модели надёжности линейной части системы водоснабжения на основе метода наименьших квадратов; наиболее достоверной признана модель с корректирующим коэффициентом, что подтверждает гипотезу об экспоненциальном законе распределения отказов.

Список литературы

1. Ильин, Ю. А. Надёжность водопроводного оборудования и сооружений. – Москва : Стройиздат, 1985. – 240 с.
2. Бараз, В. Р. Использование MS Excel для анализа статистических данных: учеб. пособие / В. Р. Бараз, В. Ф. Пегашкин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Нижний Тагил : НТИ (филиал) УрФУ, 2014. – 120 с.
3. Рустамов, Я. И. Статистический анализ эксплуатационной надёжности гидротехнических сооружений / Я. И. Рустамов, С. Т. Гасанов // Вестник ВолГУ. Серия 11. – 2017. – Т. 7, № 3. – С. 62–68.
4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – Москва : Юрайт: Высш. образование, 2009. – 479 с.

УДК 004.91

ПРОГРАММНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ДОКУМЕНТООБОРОТА СТРУКТУРНОГО ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ

Лахтина А.А., ORCID 0009-0002-1357-4436,
Газашвили Г.Г., Сухан И.В.
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, РФ
alena.lakhtina@mail.ru, gazashvili2017@gmail.com, irina-sukhan@yandex.ru

Введение. В образовательных организациях документооборот является важной частью учебного процесса и включает в себя создание, обработку, хранение и передачу различных типов документов, связанных с обучением студентов, контролем их успеваемости, а также организацией практической подготовки. Значительная часть документации до сих пор обрабатывается вручную, что приводит к увеличению временных затрат, а также повышает вероятность возникновения ошибок, связанных с человеческим фактором.

Процесс документооборота можно автоматизировать путем разработки программного средства с применением специализированных библиотек для парсинга документов и алгоритмов регулярных выражений [1]. Применение таких инструментов позволит реализовать автоматическое извлечение структурированных данных из табличных форм и провести семантический анализ текстовых фрагментов, что критически важно для корректной обработки разнородной документации.

Основная часть. Данные документы часто имеют различный формат представления и могут содержать неструктурированную информацию, что существенно усложняет их обработку, особенно при необходимости объединения данных из нескольких источников [2].

Создание отчета руководителя о результатах прохождения практики студентов — многоэтапный процесс, включающий следующие шаги: на основе ведомости и приказа о направлении студентов на практику происходит сбор отчетов студентов с последующей проверкой на наличие документа и его корректности, анализируется содержание отчетов, в частности, заключений и, наконец, формирование итогового документа с результатами.

Особую трудность представляет анализ текстовой части отчетов, требующий извлечения информации из неструктурированного текста, что усложняет автоматизацию процесса без использования специальных алгоритмов обработки данных.

При этом возникает ряд проблем: несоответствие форматов документов, неоднородная структура отчетов, отсутствие стандартизации в оформлении заключений, необходимость ручного сопоставления данных.

Программа реализована в виде набора взаимосвязанных модулей, каждый из которых отвечает за определенный этап обработки данных. Перечень модулей и их функциональные возможности представлены в таблице 1.

Таблица 1

Функциональные возможности модулей

Название модуля	Функционал
Модуль загрузки	Обеспечивает выбор входных документов с последующей проверкой корректности форматов документов
Модуль обработки документов	Обеспечивает объединение информации о студентах
Модуль анализа текста	Производит поиск раздела «Заключение» и выделяет в нем ключевые предложения
Модуль генерации документа	Создает итоговый файл

Если отчет студента отсутствует, то в окне предпросмотра появляется соответствующее предупреждение, а при отсутствии в отчете раздел «Заключение» в формируемом документе создается упрощенная запись.

Разработанная система извлекает из ведомостей данные о студентах, из приказов — информацию о распределении студентов, а из отчетов студентов — текстовые данные, включая разделы с заключениями. Схема работы модулей представлена на рисунке 1.



Рис. 1. Схема работы модулей

Далее программа сопоставляет данные, полученные из различных источников. С помощью алгоритмов сравнения строк, которые позволяют находить совпадения даже при некоторых различиях в регистрах или сокращениях обеспечивается корректная идентификация студентов. Результатом данного этапа является формирование единой структуры данных, в которой для каждого студента собрана информация из разных документов.

Анализ текстовых данных из отчетов выполняется с использованием поиска ключевых слов и фраз, что позволяет определить наличие заключения и извлечь из него основную информацию. На основе этих данных по заранее заданным шаблонам автоматически формируется

итоговый отчет по практике, что исключает ручное заполнение и обеспечивает единообразие оформления.

Программа реализована на языке программирования Python, работа с документами формата DOCX осуществляется через библиотеку python-docx, а для создания интерфейса применялась библиотека tkinter.

Интерфейс построен последовательно и представляет собой окно с элементами управления для взаимодействия с системой и кнопками для выбора документов, минимизируя настройки со стороны пользователя, который может выбрать все необходимые входные файлы, запустить обработку и сохранить итоговые результаты в выбранную директорию. Для контроля корректности работы алгоритмов на каждом этапе предусмотрено отображение промежуточных результатов.

Тестирование показало, что модуль загрузки корректно обрабатывает выбор файлов, модуль обработки успешно извлекает текстовую информацию из файлов и корректно определяет список студентов, модуль сопоставления данных показал высокую точность при сравнении идентификационных данных (даже при наличии незначительных различий в написании).

Поиск необходимых разделов «Заключение» происходит успешно, что говорит о корректной работе модуля анализа текста. Полученные итоговые файлы генерировались успешно, а качество формируемых документов соответствует установленным требованиям.

Наряду с этим были выявлены следующие ограничения системы, связанные со спецификой работы с текстовой информацией:

1) сложность при обработке отчетов с различными форматами,
2) зависимость от наличия ключевых слов (например, «Заключение»),
3) неточность при анализе неструктурированного текста.

Заключение. Разработанное средство позволяет значительно сократить время на подготовку документации и унифицировать отчетность, демонстрируя высокую эффективность и готовность к практическому применению.

Список литературы

1. Свейгарт, Э. Автоматизация рутинных задач с помощью Python: практическое руководство для начинающих / Эл Свейгарт. – 2021. – 573 с.
2. Логинова, Л. Н. Использование современных технологий при реализации системы документооборота выпускающей кафедры образовательной организации / Л. Н. Логинова А. Е. Ермакова, Р. Н. Сафиуллин // Национальная ассоциация ученых. – 2022. – С. 36–45.

УДК 622.692:004.94

РАЗРАБОТКА ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА НЕФТИ

Левин Д.К., ORCID 0009-0006-7163-1979,
Заргарян Е.В., канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-8921-4085
ФГБОУ ВО «Южный Федеральный Университет», г. Таганрог, РФ
dlevin@sfedu.ru, evzargaryan@sfedu.ru

Введение. Оперативная оценка качества нефти – это экономика всей цепочки, от её добычи до переработки. Долгое время отрасль обходилась простыми методами, такими как: проба из потока, лабораторный анализ, ожидание результата. Этот метод является рабочим, но с одним серьёзным изъяном - он даёт так называемый «снимок» прошлого.

Пока результат дойдет до оператора, внутри самой трубы уже совершенно другие параметры. Чтобы справиться с этой проблемой, логичным шагом будет являться переход на непрерывный мониторинг через цифровых двойников. Они одновременно занимаются сбором данных, а также прогнозируют поведение среды [1].

Цель работы – спроектировать архитектуру цифрового двойника, используя поточные промышленные интернет вещей датчики со средой динамического моделирования. На входе мы получаем поточные IIoT (промышленный интернет вещей) -датчики, на выходе – среда динамического моделирования.

Основная часть. Главное, чем наша система отличается от привычных автоматизированных систем управления, – это сдвиг от фиксации отклонений к их прогнозированию и диагностике. Было принято решение разделить систему на три основных блока: измерительный контур, вычислительное ядро и модуль поддержки решений.

Архитектурно система была разделена на три основополагающих блока: измерительный контур, вычислительное ядро и модуль поддержки решений. Было предположение разделить на большее количество блоков, но при размышлении от этой идеи отказались.

На поле работают разного типа датчики, такие как: плотность, обводнённость, сероводород, температура, давление. Но сами по себе эти разрозненные цифры дают достаточно мало необходимой информативности [2].

Поэтому целевые потоки идут в исследуемый вычислительный модуль, где находится динамическая модель (реализована в системе моделирования Engee). Её работа – это учёт нелинейных связей.

В случае если скачет расход или температура – модель сразу же пересчитывает полученные на предыдущем этапе результаты, какой должна

быть его эталонная плотность и содержание воды, и сравнивает теорию с уже рассчитанным фактом, после чего делаем выводы о необходимости и целесообразности внесения изменений в исследуемый процесс и модель [3].

Ядро всё время находится в состоянии работы в фоновом режиме, картину актуализирует на постоянной основе. Как только расхождение с нормой становится выше установленных выставленных ограничений – система подает сигнал.

Но это не просто «авария». Рекомендации являются корректирующими: оператор сразу видит, какие параметры на установке следует изменить, чтобы вернуть процесс к нормальной корректной работе [4].

Также, существует ещё один достаточно для исследования важный момент – это гибкость. Изменение сорта нефти подразумевает под собой калибровку всех ее алгоритмов. Было решено учесть эти факторы: периодические лабораторные замеры фракционного состава обычно являются эталоном подстройки двойника. Для магистральных труб это является критичным – в них сырьё из разных мест постоянно подвергается смешиванию [5].

Помимо этого, был произведен упор на математику обработки сигналов. Опыт из предыдущих разработок показывает: главный выигрыш в скорости и достоверности дают именно алгоритмы интерпретации [6].

Проведённая предварительная оценка показала, что такой подход позволяет опрашивать критические узлы с высокой частотой без потери качества данных.

А связка с платформой системы моделирования Engee (российская инженерная платформа для математических вычислений, анализа данных и динамического моделирования сложных технических систем и т. п.) дает выявить бонус в виде постоянного и точного учета износа аппаратуры – фактора, который классические контроллеры обычно просто игнорируют [7].

Заключение. Подводя итоги, после анализа результатов составим отчет о проделанной работе. Нами был предложен рабочий концепт цифрового двойника, предназначенный для системы контроля качества нефти, который позволяет полностью закрыть разрыв между самыми простыми измерениями и управлением их реальным технологическим процессом, обеспечивая плавный и надежный переход к предиктивному обслуживанию.

Непрерывный поток данных, который безостановочно поступает и накладывается на нашу динамическую модель, позволяет нам не просто на первоначальном уровне констатировать брак, а в кратчайшие сроки предотвращать его.

Для нефтяного типа отрасли это обозначает прямую экономию на потерях в работе и разгрузку аппаратуры расположенной в лабораториях.

На следующем этапе нашей работы мы планируем испытать этот макет на реальном производственном объекте, а в дальнейшем - доработать весь математический аппарат с учетом полученных и исследуемых погрешностей.

Список литературы

1. Сухов, Т. А. Разработка и валидация низкобюджетных сенсоров для мониторинга PM2.5 и NO в городской среде / Т. А. Сухов, В. Ю. Заргарян // Наука Юга России: достижения и перспективы : тезисы докладов. – Ростов-на-Дону, 2026. – С. 363.
2. Белов, Е. О. Анализ процесса смешивания при производстве изделий из резины / Е. О. Белов, И. В. Пушнина // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы VIII Международной научной конференции (Донецк, 25–27 октября 2023 г.). – Т. 1 : Механико-математические, компьютерные и химические науки, управление / под общ. ред. С. В. Беспаловой. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2023. – С. 126–127.
3. Заргарян, Е. В. Необходимость разработки системы обнаружения утечек на нефтепроводе / Е. В. Заргарян, Н. В. Морозов // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы VIII Международной научной конференции. – Донецк, 2023. – С. 141–143.
4. Заргарян, Е. В. Выявление источников загрязнения воздуха с помощью методов кластеризации и обратного моделирования / Е. В. Заргарян, Т. А. Сухов, Д. Д. Козачук // Перспективы автоматизации. Рациональное управление. Связь и акустика : сборник трудов XIV Всероссийской научной конференции (Геленджик, 29 октября – 1 ноября 2025 г.) / сост.: Ю. Б. Щемелева, А. Я. Номерчук ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2025. – 348 с. – С. 85–89. – ISBN 978-5-9275-5080-7.
5. Заргарян, В. Ю. Интернет транспортных средств: инновации и возможности использования / В. Ю. Заргарян, И. В. Пушнина // Проблемы автоматизации. Региональное управление. Связь и акустика : сборник трудов XIII Всероссийской научной конференции и молодежного научного форума. – Ростов-на-Дону ; Таганрог, 2024. – С. 309–313.
6. Заргарян, Е. В. Сепарация газа на промыслах и типы применяемых устройств / Е. В. Заргарян, Ю. В. Рой // Технологии разработки информационных систем ТРИС-2020: материалы X Международной научно-технической конференции «Технологии разработки информационных систем». – 2020. – С. 143–149.
7. Заргарян, В. Ю. Управление и исследование коррозии на нефтеперерабатывающих предприятиях / В. Ю. Заргарян, Д. А. Шевченко // Инженерия – XXI : сборник трудов международной молодежной школы (Новороссийск, 15–18 апреля 2025 г.) / под общ. ред. к. ф. н. И. В. Чистякова. – Новороссийск : Изд-во НФ БГТУ им. В. Г. Шухова, 2025. – 345 с. – С. 102–104.

УДК 519.615

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РЕШЕНИЯ ГЛАДКИХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

***Литвин Д.Б.*[1],** канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-6643-8983,
***Анкудинов К.А.*[2],** ORCID 0009-0006-0499-709X
[1]ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь, РФ
[2]Технологический институт сервиса (филиал) ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» в г. Ставрополе, г. Ставрополь, РФ
Litvin-372@yandex.ru, kirill.ankudinov111@mail.ru

Теория гладкой оптимизации с ограничениями в виде равенств и неравенств изложена в учебной литературе достаточно полно [1, 2], а отдельные численные приемы и программные средства обсуждались и в наших предыдущих работах [3–6]. Гораздо реже описывается сам порядок работы с современными системами компьютерной математики: как записать задачу в виде, который понимает вычислительная библиотека, как запустить расчет и как прочитать его результат. Причина понятна: программные инструменты обновляются быстрее, чем выходят методические публикации. Между тем от этих практических навыков зависит, сможет ли пользователь решить задачу, наглядно представить решение и правильно его истолковать.

Ниже порядок решения показан на модельной задаче: требуется найти минимум дифференцируемой функции трех переменных при одном ограничении-неравенстве и одном ограничении-равенстве:

$$f_0 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \to \min; \quad 2x_1 - x_2 + x_3 \le 5, \quad x_1 + x_2 + x_3 = 3. \quad (1)$$

Геометрически f_0 – квадрат расстояния от начала координат до точки допустимого множества, которое образовано пересечением полупространства и плоскости в R^3.

Для аналитического решения составим обобщенную функцию Лагранжа [1]:

$$\Lambda = \lambda_0(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + \lambda_1(2x_1 - x_2 + x_3 - 5) + \lambda_2(x_1 + x_2 + x_3 - 3).$$

Оба ограничения входят в нее с неопределенными множителями и записаны как $f_1 \le 0, f_2 = 0$ (неравенство и равенство соответственно).

Необходимые условия локального минимума (стационарность, дополняющая нежесткость, неотрицательность множителей) выполняются в единственной точке $x_1 = x_2 = x_3 = 1$.

Поскольку $f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \to \infty$ при $|x| \to \infty$, минимум в задаче достигается по следствию из теоремы Вейерштрасса [2]. Других критических точек нет, поэтому найденная точка и является решением.

Итак, $\hat{x} = (1,1,1) \in \mathrm{absmin}$, $f_{\min} = 3$.

Численно такую задачу можно решать в разных системах компьютерной математики [4–6]. Мы выбрали Python: он распространяется свободно, имеет открытый исходный код и обширный набор научных библиотек. В модуле scipy.optimize для задач с ограничениями предназначена функция minimize, которую следует вызывать с методом SLSQP (Sequential Least Squares Programming): он допускает одновременно ограничения-равенства и ограничения-неравенства. На каждой итерации метод заменяет исходную задачу квадратичной подзадачей с линеаризованными ограничениями, поэтому и целевая функция, и ограничения должны быть непрерывно дифференцируемыми. Задача (1) этому требованию удовлетворяет.

При записи задачи нужно учесть одно отличие от аналитической постановки: в scipy ограничение-неравенство записывается в форме «больше или равно нулю» ($f_1 \geq 0$), а не «меньше или равно», поэтому знак функции ограничения меняется на противоположный. Целевая функция и функции ограничений оформляются как обычные функции Python, которые принимают один аргумент – одномерный массив numpy из трех координат точки (рисунок 1).

```
# 1. Определяем целевую функцию
def objective(x):
    return x[0]**2 + x[1]**2 + x[2]**2

# 2. Определяем ограничения
def ineq_constraint(x):     #  неравенство f1 <= 0
    return 5 - (2*x[0] - x[1] + x[2])

def eq_constraint(x):       #  равенство f2 = 0
    return x[0] + x[1] + x[2] - 3
```

Рис. 1. Определение целевой функции и функций ограничений

Затем ограничения собираются в список словарей с указанием типа каждого из них, задается начальное приближение и вызывается оптимизатор (рисунок 2).

```
# 3. Начальная точка для алгоритма
x0 = [0, 0, 0]

# 4. Упаковка ограничений в список
constraints = [
    {'type': 'ineq', 'fun': ineq_constraint},
    {'type': 'eq', 'fun': eq_constraint}
]

# 5. Запуск оптимизатора
result = minimize(objective, x0, method='SLSQP', constraints=constraints)
```

Рис. 2. Упаковка ограничений и запуск оптимизатора

Расчет останавливается, когда изменение целевой функции между итерациями становится меньше заданного порога; по умолчанию ftol=1e-6. Возвращаемый объект содержит найденную точку и значение функции в ней, а также служебные сведения: признак успешного завершения, число итераций и число вычислений функции.

По ним можно судить о надежности результата и о затратах на его получение. Для задачи (1) численное решение совпадает с аналитическим.

Главное достоинство описанного подхода мы видим в том, что вся работа выполняется в одной среде.

В экосистеме Python найденное решение можно показать на интерактивном трехмерном графике, меняя ракурс и масштаб, можно быстро пересчитать задачу при других параметрах целевой функции и ограничений, а при необходимости – получить аналитическое решение средствами символьных вычислений.

Список литературы

1. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. – 3-е изд., испр. – Москва : Физматлит, 2011. – 256 с. – ISBN 978-5-9221-0992-5.
2. Галеев, Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи : учебное пособие / Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. – Москва : Эдиториал УРСС, 2000. – 320 с. – ISBN 5-8360-0041-7.
3. Лайпанова, А. М. Минимизация функции Розенброка с помощью метода Левенберга-Марквардта / А. М. Лайпанова, Д. Б. Литвин // Устойчивое развитие информационных технологий в условиях цифровой трансформации производственных систем : сб. науч. ст. по материалам Междунар. науч.-практ. конф. – Ставрополь, 2025. – С. 485–488.
4. Литвин, Д. Б. Решение линейных оптимизационных задач средствами Excel / Д. Б. Литвин, Н. Н. Горбатовская, В. Д. Литвин // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях : сб. ст. нац. с междунар. участием науч.-практ. конф., посвящ. 25-летию Технол. ин-та сервиса (фил.) ДГТУ в г. Ставрополе. – Ставрополь, 2024. – С. 261–264.
5. Литвин, Д. Б. Решение оптимизационных задач с помощью OR-Tools инструмента в Python / Д. Б. Литвин, В. Д. Литвин, К. В. Германов // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях : сб. ст. нац. с междунар. участием науч.-практ. конф., посвящ. 25-летию Технол. ин-та сервиса (фил.) ДГТУ в г. Ставрополе. – Ставрополь, 2024. – С. 272–276.
6. Литвин, Д. Б. Решение задач линейного программирования средствами Python / Д. Б. Литвин, В. Д. Литвин, Е. А. Еремина // Инновационные направления развития в образовании, экономике, технике и технологиях : сб. ст. нац. с междунар. участием науч.-практ. конф., посвящ. 25-летию Технол. ин-та сервиса (фил.) ДГТУ в г. Ставрополе. – Ставрополь, 2024. – С. 268–272.

УДК 004.93:528.7

РАЗРАБОТКА ПОДХОДА К АВТОМАТИЗИРОВАННОМУ ВЫЯВЛЕНИЮ ИЗМЕНЕНИЙ ОБЪЕКТОВ ИНФРАСТРУКТУРЫ ПО ДАННЫМ БЕСПИЛОТНЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Марченко И.И., ORCID 0009-0004-3723-9389,
Шевцов Д.В., д-р техн. наук, доц., ORCID 0009-0009-3874-6223
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
lefurino@gmail.com, shedmival@mail.ru

Введение. Постоянное и своевременное обновление сведений о состоянии инфраструктуры необходимо для планирования обследований и восстановительных работ. Съёмка с беспилотных авиационных систем (БАС) позволяет получать разные изображения с территорий, однако переход от снимков к перечню изменившихся объектов требует сопоставления различных типов данных. Для задач восстановления территорий ДНР представляет интерес автоматизация такого сопоставления с последующим формированием векторного слоя изменений для экспертного анализа.

В российских исследованиях рассмотрены совмещение спутниковых изображений высокого разрешения [1], поиск изменений земной поверхности на основе контраста и предварительной сегментации [2], а также оценка динамики дефектов сооружений по снимкам БПЛА [3]. Первые две работы относятся к спутниковой съёмке и используются как методическая основа, перенос решений на данные БАС требует отдельной проверки. Цель работы – сформулировать подход, объединяющий контроль сопоставимости данных, выявление изменений и подготовку векторного результата. На начальном этапе объектами анализа предлагается ограничиться зданиями.

Основная часть. Исходными данными служат аэроснимки одной территории за два срока наблюдения и сведения об их пространственном разрешении, системе координат и точности. При наличии используются цифровые модели поверхности. Результат обработки – набор полигонов с атрибутами изменения, датами съёмки и статусом экспертной проверки. Под изменением понимается появление, исчезновение либо изменение наблюдаемой геометрии здания. Наличие изменения само по себе не доказывает повреждение: его причину следует устанавливать при дополнительном обследовании.

Сначала используется приведение материалов к общей системе координат и размеру пикселя, выделение области совместного покрытия и уточнение взаимного совмещения по устойчивым участкам. Его качество следует оценивать по независимым контрольным точкам, не

использованным при совмещении. При сопоставлении снимков необходимо учитывать точность их совмещения [1], поэтому при неприемлемой остаточной ошибке участок направляется на повторную подготовку.

На следующем этапе предусматриваются нормализация яркости и маскирование зон, в которых сравнение ненадёжно: глубоких теней, закрывающей объект растительности и пропусков данных. Такие зоны получают признак «недостаточно данных» и не относятся автоматически к неизменившимся объектам. Это позволяет отделить отсутствие наблюдаемого изменения от невозможности его оценить. Параметры маскирования и пороги сравнения необходимо сохранять вместе с результатом обработки.

Выделение масок зданий для каждого срока съёмки и поиск пространственных различий между ними является следующим шагом. Сопоставление двух временных слоёв позволяет учитывать появление и исчезновение зданий.

Контур крыши на аэроснимке рассматривается как наблюдаемая проекция объекта, а не как точная кадастровая граница. В работе [2] предварительная сегментация используется при поиске изменений земной поверхности. Применимость выбранного метода к зданиям на снимках БАС предстоит оценить.

Области различий предлагается фильтровать по площади и положению относительно границ объектов. Порог минимальной площади задаётся в квадратных метрах с учётом размера пикселя и задачи мониторинга. Узкие полосы вдоль контуров, сопоставимые с ошибкой совмещения, следует помечать как неопределённые. При наличии согласованных моделей поверхности изменение высоты может использоваться как дополнительный признак. Решение о разрушении здания не должно приниматься только по изменению яркости или исчезновению части маски.

После отбора различий растровые области нужно преобразовать в полигоны и проверить их геометрию.

Для каждой записи предлагаются поля: идентификатор здания, даты наблюдений, тип и площадь изменения, качество совмещения, причина неопределённости и результат проверки специалистом.

Исходный автоматический результат сохраняется отдельно от подтверждённого.

Векторный слой может храниться в PostgreSQL/PostGIS и просматриваться в QGIS. Выбор этих средств относится к реализации, а исследовательская задача состоит в обосновании правил выявления и проверки изменений.

Проверять подход планируется на парах разновременных материалов с независимой ручной разметкой.

Обучающие и тестовые данные необходимо разделить по территориям: соседние фрагменты одной съёмки не должны попадать в разные выборки. За исходный вариант сравнения можно принять пороговую обработку разности нормализованных изображений. Затем потребуется оценить полную схему и варианты, в которых поочерёдно отключены уточнение совмещения и маскирование ненадёжных участков. Это позволит оценить вклад каждого этапа.

Качество выявления изменений будем оценивать по точности, полноте и F1-мере. Степень совпадения найденной области с эталонной покажет показатель IoU, который сравнивает площадь их пересечения с общей площадью обеих областей.

Помимо этих показателей нужно учитывать число ложных срабатываний на здание и долю территории со статусом «недостаточно данных». Оценки до ручной проверки и после неё следует приводить раздельно.

Практическую пользу предлагается проверить по времени, которое специалист тратит на просмотр: оно должно уменьшаться без снижения полноты обнаружения значимых изменений.

Заключение. В работе определена последовательность обработки разновременных аэроснимков для поиска изменений зданий. Особое внимание уделено случаям, когда различие вызвано ошибкой совмещения либо объект плохо виден на снимке.

Такие случаи предлагается сохранять с указанием причины неопределённости, чтобы специалист мог отделить их от изменений, требующих обследования.

Следующий шаг – собрать и разметить материалы, выбрать модель сегментации и проверить, как точность совмещения влияет на число пропущенных изменений и ложных срабатываний.

Список литературы

1. Совмещение изображений с российских спутников «Ресурс-П» / А. И. Алексанин, С. М. Краснопеев, М. А. Морозов, Е. В. Фомин // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2018. – Т. 15, № 1. – С. 18–28. – DOI 10.21046/2070-7401-2018-15-1-18-28. – EDN XPNWAX. – Текст : электронный.
2. Алтухов, А. И. Метод поиска изменений состояния земной поверхности по разновременным космическим снимкам / А. И. Алтухов, Д. С. Коршунов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2019. – Т. 19, № 3. – С. 410–416. – DOI 10.17586/2226-1494-2019-19-3-410-416. – EDN GGXSYU. – Текст : электронный.
3. Методика обнаружения и оценивания динамики дефектов инженерных сооружений на основе обработки изображений с беспилотного летательного аппарата / М Н. Суетин, В. Е. Дементьев, А. Г. Ташлинский, Р. Г. Магдеев // Компьютерная оптика. – 2024. – Т. 48, № 5. – С. 762–771. – DOI 10.18287/2412-6179-CO-1438. – EDN BSGBCU. – Текст : электронный.

УДК 004.8

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В МИВАРНЫХ СЕТЯХ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ПРАВИЛ

Меликов З.А., Блохин С.В.
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
Joly.JDIA@yandex.ru, bsvtsu@mail.ru

В настоящее время одним из актуальных направлений развития интеллектуальных информационных систем является совершенствование методов представления и обработки знаний при больших объемах правил. Одним из подходов к решению данной задачи являются миварные сети, предназначенные для представления знаний в форме взаимосвязанных объектов и правил и автоматического построения маршрута логического вывода. Миварная сеть представляет собой ориентированную структуру, в которой выделяются две основные группы элементов: объекты и правила. Правила связывают входные и выходные объекты и задают преобразование известных значений в новые. При выполнении логического вывода активируются правила, входные объекты которых уже известны, после чего формируются новые объекты для последующих этапов вывода. Такой принцип позволяет сократить перебор возможных последовательностей правил [1, 2].

При этом в больших миварных сетях одновременно могут активироваться несколько правил с одинаковыми или частично совпадающими входными условиями. Выбор порядка их применения становится дополнительной задачей, поскольку рассмотрение большого числа вариантов увеличивает пространство поиска и время получения результата.

Для решения данной проблемы предлагается использовать вероятностную модель правил, позволяющую оценивать целесообразность применения каждого правила на текущем этапе логического вывода. Каждому правилу $\boldsymbol{R_i}$ может быть сопоставлена вероятность $\boldsymbol{P(R_i \mid X)}$, характеризующая ожидаемую полезность его применения при наличии текущего множества известных объектов $\boldsymbol{X}$. Чем выше значение оценки, тем выше приоритет правила при формировании очередного шага вывода.

В качестве параметров вероятностной оценки могут использоваться степень соответствия текущим фактам, статистика успешных применений правила, значимость формируемого выходного объекта и расстояние до целевого объекта. В простейшем случае вероятность правила может определяться на основе накопленной статистики его успешных и неуспешных применений:

$$P(R_i) = \frac{N_i^+ + \alpha}{N_i^+ + N_i^- + 2\alpha},$$

где N_i^+ – количество успешных применений правила R_i, N_i^- – количество применений, не приведших к требуемому результату, α – параметр сглаживания.

Полученная оценка используется для динамического ранжирования активных правил. На каждом шаге вывода первым рассматривается правило с максимальным значением вероятностной оценки. Если его применение не приводит к достижению целевого состояния, выбирается следующее правило в соответствии с установленным рейтингом. Предлагаемый подход не требует изменения базовой структуры миварной сети. Вероятностная характеристика может храниться как дополнительный атрибут правила совместно с информацией о его входных и выходных объектах. Динамическое обновление оценки позволяет адаптировать порядок применения правил к конкретной предметной области, повышая приоритет правил, которые чаще приводят к получению целевых объектов.

Таким образом, оптимизация логического вывода в миварных сетях на основе вероятностной модели правил заключается в дополнении структурного механизма поиска динамической оценкой приоритета активных правил. Это позволяет учитывать не только наличие необходимых входных объектов, но и ожидаемую результативность конкретного правила. Дальнейшие исследования предполагают разработку формальной вероятностной модели правил, определение набора параметров для вычисления вероятностных оценок, разработку алгоритма их динамического обновления и проведение экспериментального сравнения базового и вероятностного вариантов логического вывода на миварных сетях различной размерности.

Информация о финансовой поддержке: *Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках научной темы «Разработка и совершенствование интеллектуальных методов классификации и прогнозирования для задач распознавания образов и моделирования информационных процессов» FREM-2024-0001 (Регистрационный номер 1023111000141-9-1.2.1)*

Список литературы

1. Варламов, О. О. Эволюционные базы данных и знаний для адаптивного синтеза интеллектуальных систем. Миварное информационное пространство / О. О. Варламов. – Москва : Радио и связь, 2002. – 286 с.
2. Варламов, О. О. Практическая реализация линейной вычислительной сложности логического вывода на правилах «ЕСЛИ-ТО» в миварных сетях и обработка более трех миллионов правил / О. О. Варламов // Автоматизация и управление в технических системах. – 2013. – № 1 (3). – С. 60–97.

УДК 004.4

ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОГО ГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕЙСА КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ПОТЕНЦИАЛА С ПОМОЩЬЮ МГЭ НА БАЗЕ OPENGL

***Мельник А.-В.В.*[1],** канд. техн. наук, ORCID 0009-0007-6110-0338,
***Чебаненко В.А.*[2]**
[1]ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
[2]ГБОУ «Школа №115 имени кавалеров ордена Мужества Ивана Коковина и Майкла Глосса городского округа Донецк», г. Донецк, РФ
a-v.melnik@mail.ru, Shiroie@yandex.ru

Для оценки возможности использования инженерных сооружений, подвергаемых внешней нагрузке, необходимо определить, как эта нагрузка распределяется и какие дефекты при этом могут возникнуть. Одним из наименее дорогих способов определения распределения нагрузки является компьютерное моделирование. Распространенные компьютерные системы, решающие задачи подобного вида, осуществляют компьютерное моделирование с помощью метода конечных элементов (МКЭ), что дает возможность только численно оценить нагрузку во внутренних точках, а также делает невозможным оценку распределения нагрузки на неограниченных областях. [1]

Метод граничных элементов (МГЭ) позволяет получить решение задачи определения распределения нагрузки в виде аналитического выражения на основе задания некоторой сетки по границе области, что дает набор преимуществ при его использовании. Тем не менее, область применения МГЭ ограничена необходимостью наличия фундаментального решения соответствующего дифференциального уравнения [1].

Одним из уравнений, для которых возможно применение МГЭ, является уравнение Лапласа, которое является частным случаем двумерного уравнения теории потенциалов, вида:

$$\nabla^2 u(x,y) = 0 \ \ (x,y \in \Omega),$$
$$u = \bar{u} \ \text{на} \ \Gamma_1; \quad \frac{\partial u}{\partial n} = \bar{u}_n \ \text{на} \ \Gamma_2 \ ; \ \Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma \qquad (1)$$

где ∇^2 – оператор Лапласа; $u(x, y)$ – решение, которое представляет собой потенциал в точке (x, y) в области Ω, Γ – граница области, $\bar{u}$, $\bar{u}_n$ – известные функции, определенные на Γ_1 и Γ_2 соответственно.

Для решения задачи (1) была разработана система классов [2], которая позволяет на основе данных, введенных из заранее сформированного текстового файла, получить численные значения функции $u(x, y)$ во внутренних точках. Не смотря на то, что программное обеспечение, разработка которого описана в [2], решает задачу потенциалов быстро и с

необходимой точностью, у него есть недостаток, связанный с тем, что для визуализации решения необходимо использовать дополнительное математическое программное обеспечение. При этом визуальное представление результата и граничных условий позволяет более быстро определить изменения, необходимые для получения, в частности, более равномерной нагрузки, выявления конфигурационных особенностей границы и т.п.

Следует отметить, что визуализация области Ω требует двухмерной графики, а задание значений функции или производной на этой области уже потребует построения изображения в R^3. Для визуализации решения также необходимо использовать уже 3D графику, с возможностью масштабирования и вращения графика. С такими задачами лучше всего справляется OpenGL, а использование шейдеров делает реализацию очень быстродействующей. Также при выборе инструментария для разработки приложения необходимо учитывать то, что программное обеспечение, разработанное в [2], написано на C++.

При выборе основной библиотеки для работы с оконным интерфейсом рассматривались несколько библиотек: Dear ImGui, Qt и ImPlot. Сравнительная характеристика библиотек приведена в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительная характеристика библиотек для работы с оконными приложениями

Библиотека	Основные особенности	Применимость к проекту
Dear ImGui	Лёгкая C++-библиотека с непосредственным режимом построения интерфейса; легко интегрируется с OpenGL и GLFW.	Наиболее подходящий вариант для перемещаемого окна параметров поверх 3D-графика.
Qt	Мощный кроссплатформенный фреймворк с большим набором стандартных элементов интерфейса и поддержкой интеграции с OpenGL.	Подходит для крупных приложений с меню, диалогами, настройками и сложной структурой окон, но требует более масштабной инфраструктуры.
wxWidgets	C++-библиотека, использующая нативные элементы интерфейса операционной системы; поддерживает Windows, Linux и macOS.	Хороший вариант для традиционных настольных приложений, но менее удобен для быстрого создания интерфейса непосредственно внутри графической сцены.
GTK	Кроссплатформенный набор виджетов с событийной моделью, поддержкой полей ввода, кнопок и контейнеров. Основной API написан на C.	Может использоваться для самостоятельного приложения, однако для проекта на C++ с уже настроенными GLFW и OpenGL потребует дополнительной интеграции.

В виду того, что для разрабатываемого приложения ключевым требованием является не создание универсального полнофункционального интерфейса, а удобное управление отображением трёхмерного графика в

реальном времени, то в качестве искомого фреймворка был выбран Dear ImGui, который позволяет быстро создавать поля ввода координат, флажки, переключатели и кнопки, не усложняя основную структуру программы. Кроме этого, в отличие от Qt, wxWidgets и GTK, Dear ImGui изначально ориентирована на интерфейсы инструментов визуализации и отладки, которые могут отрисовываться поверх уже существующей графической сцены, что хорошо сочетается с выбранными GLFW и OpenGL и позволяет разделить логику вычислений, отрисовку графика и управление параметрами.

На базе Dear ImGui разработано оконное приложение, позволяющее редактировать значения функции или производной на границе области, а также выводить график рассчитанной функции u. Вывод и масштабирование графика осуществляется на базе шейдеров, в виду чего нагрузка на центральный процессор значительно снижается. В дальнейшем предполагается расширить возможности ввода, а также часть расчетов переложить на шейдерную программу.

Информация о финансовой поддержке: Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» в рамках государственного задания (шифр FRRE-2026-0021).

Список литературы

1. Кацикаделис, Дж. Т. Граничные элементы. Теория и приложения / Дж. Т. Кацикаделис; пер. с англ. – Москва : Издательство Ассоциации строительных вузов, 2007. – 348 с. – ISBN 978-5-93093-473-1
2. Глушанков, Е. С. Построение компьютерной модели решения задач теории потенциала с помощью МГЭ / Е. С. Глушанков, А. С. Гольцев, А.-В. В. Мельник, А. Б. Мироненко // Вестник Донецкого национального университета. Серия Г: Технические науки. – 2024. – С. 77–86.

УДК 519.654

РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ БИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СРЕДЕ MATHCAD

Мурзина Э.Ф., канд. социол. наук, ORCID 0009-0002-0376-9029
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный аграрный университет», г. Уфа, РФ
elmi_1977@mail.ru

Введение. В эпоху цифровых технологий подготовка специалистов в области биотехнологий требует глубокого внедрения математических методов и цифровых инструментов. Именно математическое моделирование позволяет описать математическими моделями биотехнологические процессы, составлять прогнозы и оптимизировать их.

Возникающая при этом дистанция между математическим аппаратом и задачами биотехнологии может быть преодолена с помощью эффективного инструмента – прикладного пакета Mathcad, позволяющего активно использовать его для реализации расчетов моделей роста микроорганизмов и других задач, а также для обработки эмпирических данных методами вычислительной математики.

Целью статьи является предложить учебную задачу, демонстрирующую междисциплинарную связь биоинженерии и математики; привести примеры расчетных листов; сформулировать рекомендации по организации лабораторных занятий по математике.

Основная часть. Основным источником объективной информации о характере изучаемого объекта являются эмпирические исследования. Полученный сырой материал требует анализа, обработки и интерпретации. Существуют множество видов интерпретации, зависящие от типа экспериментальных данных. Рассмотрим учебную практическую задачу междисциплинарного характера, связывающую биоинженерию и математику, в которой требуется построить математическую модель сложного процесса [1].

Известно, для аппроксимации данных доступен широкий спектр инструментария, воспользуемся базовым – методом наименьших квадратов, заключающийся в поиске параметров математической модели процесса таким образом, чтобы минимизировать целевую функцию.

Допустим, измеряется динамика роста оптической плотности культуры бактерий (обозначим P) в зависимости от времени (T) и результаты измерений занесены в таблицу:

Таблица 1

Зависимость роста оптической плотности от времени

T	0	1	2	3	4	5
P	0.10	0.19	0.30	0.40	0.51	0.63

Есть гипотеза о существовании зависимости между ростом плотности и временем, и требуется определить параметры регрессии, то есть найти итоговую оптимальную математическую модель роста, а также узнать плотность в момент времени 2.5 мин (в нашем случае, это интерполяция) и экстраполировать динамику изменения плотности до достижения ею критического значения 1.0.

Для нахождения оптимальной математической модели численное решение задачи требует временных затрат, поэтому воспользовались автоматизацией процесса [2], расчеты проводились в прикладной программе Mathcad [3]. Мы рассмотрели три варианта приближения: аппроксимация линейной, показательной и квадратичной функциями. Согласно расчетам, квадратичная модель оказалась оптимальной и результаты, полученные в ходе интерполяции и экстраполяции квадратичной модели представлены на рисунке 1:

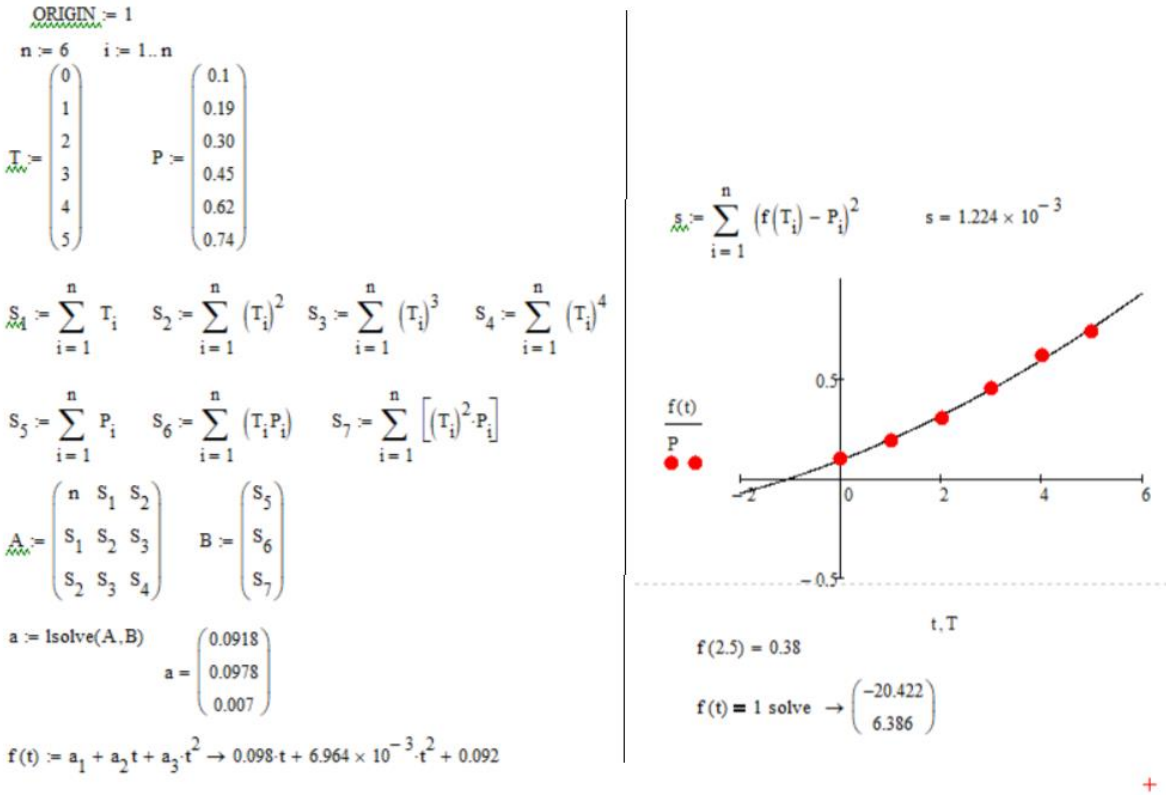


Рис. 1. Квадратичная аппроксимации с графиком

Итак, согласно нашим расчетам, наилучшим приближением является квадратичная функция $f(t) = 6.9 \cdot 10^{-3}\, t^2 + 0.098\, t + 0.092$, сумма квадратов отклонений $s = 1.224 \cdot 10^{-3}$ является минимальной среди рассматриваемых приближений. Плотность в момент времени 2.5 мин оказалась равной 0.38, а критическое значение 1.0 она достигает в момент времени 6.38.

В реальных биологических процессах квадратичная экстраполяция сроком почти в 7 минут, при известных данных только до 5 минут, может давать ошибку: требуется описание сигмоидальной кривой и др. Но наша задача заключалась в самом принципе применения математических методов [4] в исследованиях в области биоинженерии, в освоении навыков перевода реальной ситуации на язык математики.

Заключение. Таким образом, решение такого рода практико-ориентированных задач на лабораторных занятиях, позволяет считать математику не изолированной дисциплиной с абстрактным математическим аппаратом, а реальным рабочим цифровым инструментом [5] будущего биотехнолога. Продемонстрированный переход от описания биотехнологического процесса к его математической формулировке и реализации в Mathcad, направлен на формирование у обучающихся навыков построения, проверки и интерпретации моделей. Данная статья направлена на создание практико-ориентированного методического подхода при преподавание математических дисциплин в вузе.

Список литературы

1. Арсланбекова, С. А. Специфика математического моделирования рабочих процессов [Текст] / С. А. Арсланбекова, Е. Н. Дик // В сборнике: Совершенствование конструкции, эксплуатации и технического сервиса автотракторной и сельскохозяйственной техники. Материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 120-летию со дня рождения Заслуженного деятеля науки БАССР, профессора Александра Петровича Ланге. – 2016. – С. 34–37.
2. Лавренов, А. Н. Выбор программного средства для функционального моделирования предметной области [Текст] / А. Н. Лавренов, Г. Р. Иванова // В сборнике: Студент и аграрная наука. Материалы X Всероссийской студенческой научно-практической конференции (в рамках научной сессии студентов). Министерство сельского хозяйств РФ; Башкирский государственный аграрный университет; Факультет Информационных технологий и управления; Кафедра Информатики и информационных технологий. – 2016. – С. 13–16.
3. Дик, Е. Н. Изучение стабильности технологического процесса средствами прикладной программы Mathcad [Текст] / Е. Н. Дик, И. И. Багаутдинова // В сборнике: Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях. Материалы Международного научно-практического семинара. – Могилев, 2024. – С. 28–31.
4. Иванова, Г. Р. Метод тематического погружения в изучении программирования [Текст] / Г. Р. Иванова // В сборнике: Инновационные методы преподавания в высшей школе. Материалы международной научно-методической конференции. – 2011. – С. 64–66.
5. Хужин, Р. А. Интеграция цифровых технологий в проектное обучение: новые подходы и вызовы [Текст] / Р. А. Хужин, А. Ф. Гарифуллина // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. – 2025. – № 2 (47). – С. 201–207.

УДК 004.8

КООРДИНАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОСЕТЕВОГО КОНТРОЛЛЕРА МАНИПУЛЯТОРА ЛОКАЛЬНОЙ ЯЗЫКОВОЙ МОДЕЛЬЮ

***Настасенко С.А.*[1], ORCID 0009-0001-0068-0128,**
***Савотченко С.Е.*[1,2], д-р физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0002-7158-9145**
[1] ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе», Москва, РФ
[2] ФГБОУ ВО «МИРЭА – Российский технологический университет», Москва, РФ
snastasenko99@gmail.com, savotchenkose@mgri.ru

Введение. Большие языковые модели (БЯМ) применяются не только для генерации текста, но и как верхнеуровневые компоненты робототехнических систем, связывающие команду на естественном языке с последовательностью исполняемых действий [1–4]. В такой архитектуре смысловое планирование отделяется от быстрого контура управления: БЯМ выбирает требуемые операции, а движение выполняет специализированный контроллер в физической симуляции. Цель работы — экспериментально

проверить, может ли локальная БЯМ Qwen3 14B посредством вызова программных функций организовать сбор демонстрационных данных, обучение нейросетевого контроллера и последующую оценку приобретённого навыка в среде MuJoCo.

Математическая постановка задачи. Рассматривается портальный манипулятор с тремя поступательными степенями свободы X, Y, Z и захватом фиксированной ориентации. В опыте требуется подвести открытый захват к точке, расположенной на 12 см выше центра неподвижного кубика. Вектор ошибки положения определяется как

$$e_t = p^* - p_t = \left[e_x\ e_y\ e_z\right]^T,$$

где $p_t \in R^3$ — текущее положение захвата, $p^* \in R^3$ — целевая точка. Нейросетевой контроллер формирует нормированное управляющее воздействие $u_t \in [-1,1]^3$, которое после масштабирования задает приращение целевого положения приводов. Контроллер имеет архитектуру 3–64–64–3 и описывается преобразованиями

$$h_1 = tanh(W_1 e_t + b_1), \quad W_1 \in R^{64\times 3},$$
$$h_2 = tanh(W_2 h_1 + b_2), \quad W_2 \in R^{64\times 64},$$
$$u_t = tanh(W_3 h_2 + b_3), \quad W_3 \in R^{3\times 64}.$$

Обучение выполняется по демонстрациям заранее заданного пропорционального контроллера. Для N пар «наблюдение–действие» минимизируется средняя квадратичная ошибка

$$L(\theta) = \frac{1}{3N}\sum_{i=1}^{N} \| \pi_\theta(e_i) - u_i^* \|_2^2,$$

где u_i^* — действие учителя. Таким образом, БЯМ не вычисляет управляющее воздействие на каждом такте и не изменяет собственные параметры: она определяет последовательность вызовов программных функций, а оптимизация параметров θ выполняется средствами PyTorch.

Архитектура прототипа и эксперимент. Одна локальная БЯМ Qwen3 14B последовательно используется в трёх функциональных ролях: планировщика, оператора программных функций и проверяющего. Встроенный в Ollama механизм вызова функций предоставляет оператору доступ к чтению состояния симулятора, оценке контроллера, сбору демонстраций и запуску обучения. MuJoCo моделирует динамику и контакты; шаг физического моделирования составляет 0,002 с, а обучаемый контроллер формирует действие через 0,1 с. На вход нейросети поступает только трёхмерная ошибка положения. Изображение интерфейса предназначено для наблюдения человеком и не передаётся Qwen в качестве входных данных.

В эксперименте начальное положение захвата менялось между эпизодами: координаты X, Y, Z выбирались из заданных диапазонов, тогда как положение кубика и правило задания цели оставались фиксированными.

Начальный нейросетевой контроллер был намеренно неподвижным: веса и смещения выходного слоя обнулялись. Qwen последовательно инициировала проверку исходного поведения, сбор 64 демонстрационных эпизодов, обучение и повторную оценку. Получено 2560 пар «наблюдение–действие»; оптимизация методом Adam выполнялась в течение 10 эпох и включала 200 обновлений параметров.

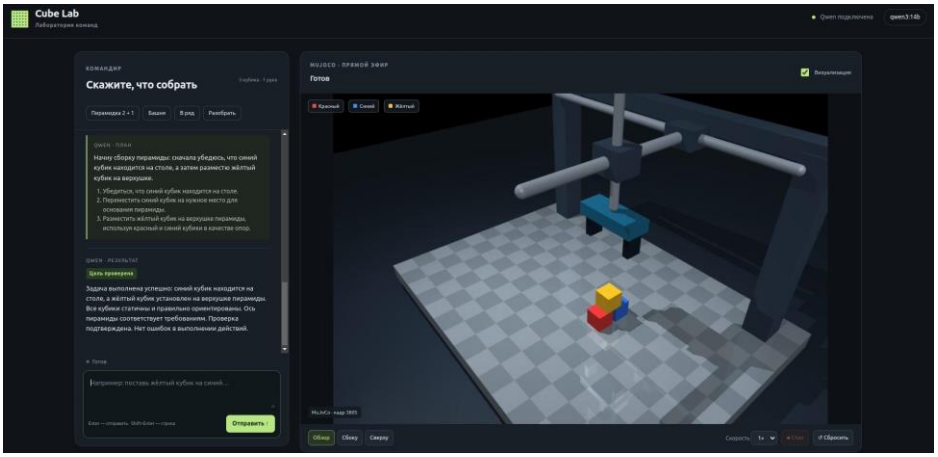


Рис. 1. Интерфейс программного прототипа Cube Lab: слева — постановка задачи и сообщения языковой модели, справа — визуализация сцены MuJoCo.

Результаты. Успех эпизода определялся программно: конечная ошибка должна была быть не более 1 см при скорости не более 3 см/с на пяти последних отсчетах; дополнительно проверялись открытый захват и отсутствие заметного смещения кубика. Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты оценки нейросетевого контроллера

Контроллер и выборка	**Успешные эпизоды**	**Средняя конечная ошибка**
Начальный контроллер, оценочная выборка	0 из 12	263,127 мм
Обученный контроллер, та же выборка	12 из 12	0,211 мм
Обученный контроллер, заключительная выборка	24 из 24	0,211 мм

Средняя квадратичная ошибка на обучающих данных уменьшилась с 0,158141 до 0,000920, а евклидова норма изменения вектора весов составила 4,7078. Различие хешей весов до и после обучения совместно с успешным выполнением задачи подтверждает фактическое изменение параметров контроллера. Заключительные 24 эпизода выполнялись с новыми начальными положениями захвата и без демонстрационного контроллера; во всех эпизодах достигнут критерий успеха.

Заключение. Эксперимент подтвердил реализуемость схемы, в которой локальная БЯМ координирует обучение нейросетевого контроллера через программные функции. После обучения контроллер завершил 24 из 24 заключительных эпизодов при новых начальных положениях захвата со средней конечной ошибкой 0,211 мм. Результат относится к задаче наведения в фиксированной геометрии и не подтверждает универсальную способность системы осваивать произвольные навыки. Перспективой является проверка повторных циклов обучения при изменении цели и переход от прямой передачи координат к визуальному наблюдению.

Список литературы

1. Singh I. ProgPrompt: program generation for situated robot task planning using large language models / I. Singh, V. Blukis, A. Mousavian et al. // Autonomous Robots. – 2023. – Vol. 47. –P. 999–1012. – DOI 10.1007/s10514-023-10135-3.
2. Zhang C. Large language models for human–robot interaction: A review / C. Zhang, J. Chen, J. Li et al // Biomimetic Intelligence and Robotics. – 2023. – Vol. 3, No. 4. – 100131. – DOI 10.1016/j.birob.2023.100131.
3. Kim Y. A survey on integration of large language models with intelligent robots / Y. Kim, D. Kim, J. Choi et al. // Intelligent Service Robotics. – 2024. – Vol. 17. – P. 1091–1107. – DOI 10.1007/s11370-024-00550-5.
4. Mower C. E. A robot operating system framework for using large language models in embodied AI / C. E. Mower, Y. Wan, H. Yu et al. // Nature Machine Intelligence. – 2026. – Vol. 8. – P. 313–325. – DOI 10.1038/s42256-026-01186-z.

УДК 004.93

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРИЗНАКОВОГО ОПИСАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ДАКТИЛЕМ РУССКОГО ЖЕСТОВОГО ЯЗЫКА

Некрасова Д.Р., ORCID 0009-0009-5343-5490,
Лазебная Л.А., канд. техн. наук, ORCID 0000-0003-2442-154X
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
nekrggggh@yandex.ru, l_lazebnay@mail.ru

Введение. Язык глухих состоит из дактильной азбуки и жестов. Дактильная азбука ставит в соответствие каждой букве русского языка свой жест, представляющий собой определенную конфигурацию пальцев руки. Такая конфигурация называется дактилемой. Дактилемы используются тогда, когда в жестовой речи отсутствует жест для передачи слова. Сюда относятся научные термины, неологизмы, имена собственные [1].

Дактильные знаки набираются в слове и принимаются как буквенный текст. Таким образом дактильная речь является формой словесной речи [2].

Большинство букв (их 25) изображаются только конфигурацией пальцев (т.е. положением пальцев без движения руки): А, Б, В, Г, Е, Ж, И, К, Л, М, Н, О, П, Р, С, Т, У, Ф, Х, Ч, Ш, Ы, Э, Ю, Я. Другие (их 8) имеют сочетание конфигурации и движения руки: Д, Е, З, Й, Ц, Щ, Ъ, Ь [3].

При этом дактилемы пока не имеют единой системы признаков: их описывают словами, и такое описание не всегда удобно сравнивать и обрабатывать. Также для любых операций компьютера с жестами их нужно представить в формализованном виде [4]. Поэтому выделение и систематизация признаков динамических дактилем — необходимый шаг для их дальнейшего кодирования и автоматической обработки.

Цель работы — выделить и систематизировать признаки динамических дактилем русского жестового языка и представить их в виде общей формулы признакового описания.

Основная часть. Чтобы описать признаки дактилем единообразно, нужно сначала определить, какие именно характеристики мы фиксируем и в каком порядке. Для этого в работе предлагается общая формула признакового описания. Она задаёт набор признаков и правила их записи, что позволяет описывать любую дактилему по одной и той же схеме.

Общая формула признакового описания динамических дактилем:

1. Количество отдельно расположенных пальцев {их номера, где 1 – большой, а 5 – мизинец} и возможные комбинации их положений:
   a. для одного пальца (прямой / согнут дугой / согнут полностью);
   b. для двух и более пальцев (прямые / соединены / разведены / согнуты от первой фаланги / расположены под прямым углом / оплетён вокруг другого пальца / согнуты в дугу);
2. количество соединённых пальцев {их номера}, комбинация их положений (согнуты от первой фаланги / прямые / согнутые / соединены в одной точке), наличие и размер отверстия, его видимость;
3. рука визуально похожа на письменную букву «буква» (упоминается только если похожа);
4. наблюдаемая часть руки: ладонь закрыта (рука повернута ладонью, но пальцы её закрывают), ладонь открыта, тыльная часть, внешнее ребро ладони;
5. направление пальцев (вверх, вниз) указывается только направление вниз, вверх по умолчанию;
6. прижаты ли пальцы (если не прижаты не указывается);
7. Динамика: {описание движения}, если отсутствует не указывается.

По этой формуле можно описать каждую дактилему русского жестового языка. Ниже приведены примеры такого описания для нескольких динамических дактилем.

А: пальцев нет; ладонь закрыта, пальцы прижаты.

Б (похоже на К, Ц, Я): 2 пальца {2, 3}; 2-й — прямой, 3-й — согнут дугой; может быть маленькое отверстие; ладонь закрыта, остальные пальцы прижаты.

В: 5 пальцев; прямые, соединены; ладонь открыта, пальцы прижаты друг к другу.

Г: 2 пальца {1, 2}; прямые, расположены под прямым углом; тыльная сторона руки; пальцы направлены вниз, остальные пальцы прижаты.

Д (похоже на Я): 2 пальца {2, 3}; прямые, соединены; ладонь закрыта, остальные пальцы прижаты; динамика — с тыльной стороны кисть пальцами «ныряет» по часовой стрелке и «выплывает» пальцами со стороны ладони; кончики пальцев описывают растянутый овал.

Е (пара Ё): 5 пальцев; согнуты, соединены в одной точке; 1 большое отверстие; ребро ладони; пальцы прижаты друг к другу.

Ё (пара Е): 5 пальцев; согнуты, соединены в одной точке; 1 большое отверстие; ребро ладони; пальцы прижаты друг к другу; динамика — несильные быстрые раскачивания руки из стороны в сторону по оси соединения пальцев.

Ж (пара Ч, похоже на Е, Ё, Ф, Ю): 5 пальцев; согнуты в первой фаланге, остальные фаланги прямые, соединены в одной точке; отверстие не видно или маленькое; ребро ладони; пальцы прижаты друг к другу.

З: 1 палец {2}; прямой; ладонь закрыта, остальные пальцы прижаты; динамика — кончик пальца описывает букву «З».

И (пара Й, похоже на О): 2 пальца {4, 5}; прямые, разведены; 3 пальца {1, 2, 3}; согнуты, соединены в одной точке; 1 среднее отверстие (может быть не видно); ребро ладони, ладонь открыта; пальцы прижаты друг к другу.

Й (пара И, похоже на О): 2 пальца {4, 5}; прямые, разведены; 3 пальца {1, 2, 3}; согнуты, соединены в одной точке; 1 среднее отверстие (может быть не видно); тыльная сторона руки, ребро ладони, ладонь открыта; пальцы прижаты друг к другу; динамика — поворот от тыльной стороны руки к ладони.

К: 2 пальца {2, 3}; прямые, разведены; ладонь закрыта, остальные пальцы прижаты; динамика — наклон кисти с направлением пальцев перпендикулярно телу.

Л (пара П): 2 пальца {2, 3}; прямые, разведены; тыльная сторона руки; пальцы направлены вниз, остальные пальцы прижаты.

М (пара Т, похоже на Л): 3 пальца {2, 3, 4}; прямые, разведены; тыльная сторона руки; пальцы направлены вниз, остальные пальцы прижаты.

Н (похоже на Р, О): 3 пальца {2, 3, 5}; прямые, разведены; 2 пальца {1,4}; согнуты, соединены в одной точке; отверстие не видно; ладонь открыта.

Остальные дактилемы могут быть описаны аналогичным образом.

Заключение. В результате была сформирована единая система признаков для описания динамических дактильных жестов русского жестового языка, включающая характеристики положения пальцев, кисти и выполняемого движения. Предложенное описание позволяет формализовать особенности каждой дактилемы и определить признаки, которые в дальнейшем могут использоваться для их сопоставления и различения. Полученная система признаков может служить основой для разработки методов автоматизированного сравнения и распознавания динамических дактильных жестов.

Список литературы

1. Ихсанова, Л. И. Применение дактильного шрифта в обучении русскому жестовому языку / Л. И. Ихсанова // Вестник педагогических наук. – 2023. – № 6. – С. 45–49. – eISSN: 2687-1661. – EDN ADKEZW.
2. Гейльман, И. Ф. Знакомьтесь: ручная речь / И. Ф. Гейльман. – Москва : Загрей, 2001. – 172 с. – ISBN 5-88949-037-0.
3. Отдельнова, Н. С. Обучение жестовому языку детей с нарушением слуха : методическое пособие для родителей / Н. С. Отдельнова. – Москва : ИКП, 2024. – URL: https://ikp-rao.ru/wp-content/uploads/2024/12/Obuchenie_zhestovomu_yazyku_detej_s_narusheniem_sluha_metodicheskoe_posobie2.pdf?ysclid=muydn2stuy703627739 (дата обращения: 07.10.2026). – Текст : электронный.
4. Лаврененко, И. С. Формализация классов дактилем русского жестового языка для использования в робототехнических системах типа «робо-рука» / И. С. Лаврененко, Ю. Н. Филиппович, М. Г. Арутюнян // Современные наукоемкие технологии. – 2021. – № 9. – С. 81–85. – URL: https://top-technologies.ru/article/view?id=38820 (дата обращения: 07.10.2026). – ISSN 1812-7320. – DOI 10.17513/snt.38820. – EDN YIEWMW.

УДК 004.62, 004.652

РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ИНСТРУМЕНТАРИЯ ДЛЯ ПОДБОРА МЕР ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПОДДЕРЖКИ

Неспирный В.Н., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0003-0209-9473,
Кавура В.Л., ORCID 0000-0003-0876-8332,
Перевозчиков А.Н., ORCID 0009-0002-5217-0792,
Шеремет Н.Н., ORCID 0000-0001-7870-4137
ГБУ «Институт экономических исследований», г. Донецк, РФ
itdep.econri@mail.ru

Государственная поддержка предусматривает содействие органов государственной власти (федерального, регионального или муниципального уровня) в реализации хозяйственной или инвестиционной

деятельности субъектов с целью достижения определенного социально-экономического эффекта [1].

Примерами таких эффектов могут служить поддержка приоритетных отраслей, стимулирование инноваций, помощь компаниям в сложных условиях, способствование импортозамещению или созданию новых рабочих мест, которые отражаются в повышении некоторых социально-экономических показателей.

Исследователи большое внимание уделяют оценке эффективности мер государственной поддержки как в Российской Федерации [2], так и за рубежом [3]. В частности, было показано, что использование этого механизма способствует развитию технологических компаний [4].

Для предоставления организациям и гражданам информации о существующих мерах государственной поддержки, льготах, субсидиях и иных социальных услугах разрабатываются специализированные цифровые сервисы (навигаторы меры поддержки) [5-7], реализующиеся на базе государственных и общественных онлайн-платформ.

Основная цель такого сервиса — помочь пользователям ознакомиться с действующими мерами и определить, на какие виды поддержки они могут претендовать, уточнить перечень необходимых документов, а в некоторых случаях и организовать процесс оформления и подачи заявки.

Навигаторы обладают как краткой, так и расширенной системой поиска. При подборе же мер поддержки навигаторы в первую очередь ориентируются на статус заявителя (размер предприятия, вхождение его в определенные реестры, наличие лицензий на некоторые виды деятельности).

Не умаляя важности этого критерия отбора, отметим, что проблема, для решения которой заявитель рассчитывает получить поддержку, может быть не менее значимым фактором.

В связи с этим была сформулирована концепция информационно-аналитической системы для сбора, систематизации и анализа мер государственной поддержки, на основе которой с учетом соответствующей стратегии подбора мер авторами спроектирован и разработан навигатор инструментов поддержки.

Разработанная информационная система является многопользовательским Web-приложением. База данных работает под управлением СУБД PostgreSQL. Серверная часть реализована на платформе Nodejs с использованием ORM Drizzle, API фреймворка HonoJS, библиотеки аутентификации Better Auth. Клиентское приложение использует стандартный стек технологий HTML+CSS+JavaScript, а также библиотеку React JS, фреймворки NextJS и tailwindCSS. Для статической типизации и валидации использованы TypeScript и библиотека zod.

В системе предусмотрено три типа пользователей: обычный пользователь (поиск в реестре, просмотр информации о мерах поддержки),

оператор (ведение реестра мер поддержки) и администратор (управление учетными записями пользователей).

Инструменты поддержки разделены на два класса: экономические (предназначенные для юридических лиц и предпринимателей) и социальные (для граждан). Каждая мера описывается рядом характеристик: наименование, описание, активность, требования к заявителю, тип инструмента, регулярность оказания, организация-администратор, уровень администратора, список типов проблем, территориальный уровень, НПА и примечания.

Для экономических мер дополнительно определяются раздел ОКВЭД2, класс в разделе ОКВЭД2, размер поддерживаемого предприятия, тип поддерживаемых инноваций и уровень поддерживаемых технологий. Социальные меры в свою очередь имеют функциональную сферу и демографический признак целевой аудитории. Большинство признаков допускают множественные значения, при этом все допустимые значения таких полей образуют классификатор.

Для поиска инструментов реализован механизм их фильтрации с фильтрами по каждому значимому полю. При этом для текстовых полей предусматривается полнотекстовый поиск, а для полей со значениями из классификаторов подразумевается условие наличия среди значений поля хотя бы одного из искомых значений.

Каждый фильтр является сужающим (результат применения нескольких является пересечением результатов по каждому фильтру в отдельности). Исключение составляют поля класс и раздел ОКВЭД2. Поскольку они являются иерархически зависимыми, соответствующие фильтры являются расширяющими по отношению друг к другу (в результирующий список попадают инструменты, подходящие хотя бы по одному из этих двух признаков).

Список проблем формируется оператором. Для каждой из проблем определяется ее наименование, описание, а кроме того с помощью набора фильтров на поля инструментов задается условие на применимость некоторого инструмента к данной проблеме. Это позволяет корректно формировать список применимых мер поддержки по произвольному актуальному состоянию базы.

В настоящее время система развернута по адресу https://gateway.econri.org и проходит опытную эксплуатацию.

Список литературы

1. Федеральный закон от 01.04.2020 №69-ФЗ «О защите и поощрении капиталовложений в Российской Федерации» // Официальный интернет-портал правовой информации. – URL: http://pravo.gov.ru (дата обращения: 01.10.2026).
2. Гарбузов, А. М. Совершенствование подхода к управлению мерами государственной поддержки предприятий в ходе реализации промышленной политики / А. М. Гарбузов,

О. Ю. Кириллова, И. В. Гладышева // Научный результат. Сер. Технологии бизнеса и сервиса. – 2024. – Т.10, №3. – С. 61–80. – DOI 10.18413/2408-9346-2024-10-3-0-5.
3. Ягофарова, И. Д. Оценка эффективности мер государственной поддержки субъектов малого и среднего бизнеса в зарубежных государствах в современных условиях экономического развития / И. Д. Ягофарова // Бюллетень инновационных технологий. – 2023. – Т. 7. – № 2(26). – С. 41–45. – EDN GFOVPT.
4. Халимендик, В. Б. Государственная поддержка для ускоренного развития технологических компаний / В. Б. Халимендик, О В. Сагинова // Экономика, предпринимательство и право. – 2025. – Т. 15, № 8. – С. 5619–5634. – DOI 10.18334/epp.15.8.123608. – EDN RLRYKE.
5. Навигатор мер поддержки ГИСП // Государственная информационная система промышленности. – URL: https://gisp.gov.ru/nmp/ (дата обращения: 01.10.2026).
6. Навигатор финансовой поддержки ИТ-отрасли // Ассоциация разработчиков программных продуктов «Отечественный софт». Официальный сайт. – URL: https://arppsoft.ru/navigator-mer-podderzhki/ (дата обращения: 01.10.2026).
7. Портал «Меры поддержки инвестпроектов» // Министерство экономического развития Российской Федерации. – URL: https://invest.economy.gov.ru/ (дата обращения: 01.10.2026).

УДК 681.5:004.89

ПРОБЛЕМА АДАПТИВНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Орлова А.Ю., канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0001-7173-7526,
Новикова Е.Н., канд. физ.-мат. наук, ORCID 0000-0002-0755-7747
ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет»,
г. Ставрополь, РФ
aorlova@ncfu.ru

Введение. Гибридные системы, объединяющие классические методы управления с алгоритмами искусственного интеллекта, демонстрируют потенциал для работы в условиях неопределенности. Однако их применение в слабоструктурированных динамических средах сталкивается с фундаментальной проблемой. Адаптивность и устойчивость таких систем находятся в противоречии.

Цель. Данная работа формализует это противоречие, анализирует существующие подходы к его разрешению и предлагает алгоритмическую основу для проектирования гибридных архитектур, способных сохранять работоспособность при конфликтующей информации от разнородных источников.

Основная часть. Современные системы управления все чаще работают в условиях, где математическая модель объекта неизвестна или известна неточно. Классические методы управления, такие как ПИД-регуляторы и линейно-квадратичное гауссово управление, требуют

адекватной модели. Когда модель отсутствует, эти методы деградируют предсказуемо, но плохо [3]. Нейросетевые и нечеткие подходы способны компенсировать отсутствие модели за счет обучаемых компонентов [1]. Их объединение порождает гибридные системы.

Формально проблему можно описать следующим образом. Пусть система находится в состоянии $x_t \in \mathbb{R}^n$. Управляющее воздействие $u_t \in \mathbb{R}^m$ формируется гибридным контроллером, который включает классическую составляющую u_t^c и обучаемую составляющую u_t^a. Динамика системы описывается уравнением

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t, w_t)$$

где w_t представляет неопределенность. Функция f неизвестна или известна с точностью до класса.

Цель управления состоит в минимизации функционала

$$J = \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t \left\| x_t - x_t^{ref} \right\|^2\right]$$

где x_t^{ref} задает желаемую траекторию. Задача осложняется тем, что распределениеw_t неизвестно и может меняться во времени.

Гибридный контроллер должен удовлетворять двум условиям. Условие адаптивности требует, чтобы параметры θ_t обучаемой компоненты обновлялись в направлении улучшения J. Условие устойчивости требует существования функции Ляпунова $V(x)$, для которой выполняется

$$V(x_{t+1}) - V(x_t) \leq -\mathfrak{a}\|x_t\|^2$$

при некотором $\mathfrak{a} > 0$. Одновременное выполнение этих условий в нестационарной среде нетривиально.

Предлагается использовать двухуровневую схему. Верхний уровень выполняет адаптацию на основе обучения с подкреплением. Нижний уровень обеспечивает устойчивость через классический регулятор с гарантированными запасами робастности.

Алгоритм состоит из четырех блоков. Блок оценки состояния, блок агрегации свидетельств, блок обучения и блок управления.

На вход поступают измерения от N сенсоров. Каждый сенсор дает вектор $z_t^{(i)}$. Оценка состояния формируется фильтром Калмана с адаптивной ковариационной матрицей шума. Ковариация R_t обновляется в зависимости от невязки между предсказанием и измерением.

$$R_t = \beta R_{t-1} + (1-\beta)(z_t - H\hat{x}_{t|t-1})(z_t - H\hat{x}_{t|t-1})^T$$

где β задает скорость адаптации. Параметр β выбирается из условия сохранения устойчивости фильтра.

Для каждого сенсора строится функция принадлежности $\mu_i(x)$, описывающая возможность того, что истинное состояние равно x. Функции агрегируются с использованием нечеткого интеграла Сугено.

$$\mu(x) = \int \mu_i(x) \circ g(\cdot)$$

где g есть нечеткая мера, задающая вес каждого источника. Веса обновляются по алгоритму многокритериального дисконтирования [2].

Конфликт между источниками обнаруживается через меру рассогласования. Если агрегированная возможность становится бимодальной, система переходит в режим осторожного управления.

Обучение с подкреплением используется для настройки политики корректировки. Пространство действий ограничено окрестностью управления, генерируемого классическим регулятором.

$$u_t = u_t^{classical} + \Delta u_t$$

где $\Delta u_t \in [-\epsilon, \epsilon]^m$. Ограничение гарантирует, что корректировка не нарушает устойчивость, обеспечиваемую классическим регулятором при достаточно малом ϵ.

Функция ценности аппроксимируется нейросетью. Обновление выполняется методом временных разностей.

$$L(\theta) = \mathbb{E}[(r_t + \gamma V_\theta(s_{t+1}) - V_\theta(s_t))^2]$$

Награда r_t комбинирует ошибку отслеживания и штраф за нарушение ограничений. Итоговое управление формируется как взвешенная сумма классической и скорректированной компонент.

$$u_t = (1 - \lambda_t)u_t^{classical} + \lambda_t(u_t^{classical} + \Delta u_t)$$

Вес λ_t зависит от уверенности в агрегированной оценке состояния. При высокой уверенности λ_t близок к единице. При конфликте свидетельств λ_tстремится к нулю, и система возвращается к классическому управлению.

Устойчивость гибридной системы обеспечивается при выполнении следующих условий.

Первое условие касается классического регулятора. Существует функция Ляпунова $V_c(x)$, для которой

$$V_c\left(f\left(x, u^{classical}\right)\right) - V_c(x) \leq -\alpha_c \|x\|^2$$

для всех x в области определения.

Второе условие касается величины корректировки. Параметр ϵ выбирается так, чтобы возмущение, вносимое обучаемой компонентой, не разрушало неравенство Ляпунова.

$$\epsilon \leq \frac{\alpha_c}{2L_f}$$

где L_fесть константа Липшица функции f по управлению.

Третье условие касается скорости обучения. Скорость обновления весов η должна быть достаточно малой, чтобы изменения политики не опережали адаптацию функции ценности.

При выполнении этих условий система сохраняет устойчивость в смысле ограниченности ошибки. Адаптивность обеспечивается за счет обучения в пределах, допускаемых условиями устойчивости.

Заключение. Предложенная архитектура разделяет ответственность. Классический регулятор отвечает за устойчивость; обучаемая компонента отвечает за адаптацию в безопасных границах, а возможностный слой агрегирует свидетельства и обнаруживает конфликты. Это разделение позволяет формализовать условия устойчивости и обеспечить их выполнение при сохранении способности к обучению.

Список литературы

1. Chamas, M. H. AI-driven control frameworks for parallel robotic stabilization platforms: a review / M. H. Chamas, H. Shraim, S. Amine, M. Darwiche, M. El Gohary // ESPublisher. – 2024. – DOI https://dx.doi.org/10.30919/es2382.
2. Sarabi-Jamab, A. How to decide when the sources of evidence are unreliable: A multi-criteria discounting approach in the Dempster-Shafer theory / A. Sarabi-Jamab, B. Araabi // Information Sciences. – 2018. – Vol. 448-449. – P. 233-248. https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.08.04.
3. The Processing of Conflicting Information in a Simulated Tactical Decision-Making Task // Human Factors. – 1970. – Vol. 12, Issue 4. – DOI 10.1177/001872087001200403.

УДК 004.056

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МОДЕЛЬНО-РАСЧЁТНАЯ ОЦЕНКА КЛАССОВ АЛГОРИТМОВ ОБРАБОТКИ СОБЫТИЙ В ЦИФРОВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЕ ВУЗА

Пшеничный Д.В., ORCID 0009-0009-8639-8972,
Дьяченко Ю.Ю., ORCID 0009-0005-6203-5836,
Шарибченко Е.И., ORCID 0009-0000-0236-7664
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
dimon11_22@mail.ru, yury.dja4enko@yandex.ru, a.sharibchenko@yandex.ru

Аннотация. Выполнено системное сравнение трёх классов алгоритмов обработки событий цифровой инфраструктуры вуза: локального A0, статической корреляции A1 и адаптивного A2. Предложен интегральный критерий, учитывающий время обработки, полноту данных, точность классификации, потери артефактов и устойчивость сервисов. В модельно-расчётном эксперименте получены J(A0)=0,478, J(A1)=0,319 и J(A2)=0,205. Преимущество A2 установлено для принятых модельных условий.

Ключевые слова: системный анализ, цифровая инфраструктура вуза, события, адаптивные алгоритмы, интегральный критерий, модельная оценка.

Введение. Цифровая инфраструктура вуза объединяет образовательные платформы, базы данных, сетевые сервисы и средства мониторинга. Возникающие в них события различаются структурой, критичностью и временем обработки. Терминология компьютерных инцидентов рассматривается в ГОСТ Р 59709-2022 [4]. Фрагментированная обработка осложняет выявление межсервисных связей и оценку состояния инфраструктуры [1, 3].

Цель работы – сформировать системное представление цифровой инфраструктуры вуза и выполнить сравнительную модельно-расчётную оценку классов алгоритмов обработки событий A0-A2 на основе интегрального критерия качества.

Основная часть. Инфраструктура рассматривается как ориентированный взвешенный граф G=(V,E,W), где V – узлы (источники событий, обработчики, хранилища, сервисы и средства мониторинга), E – направленные информационные связи, W – их веса. Модель отражает взаимозависимость компонентов; состояние инфраструктуры описывается нагрузкой, временем обработки, полнотой данных, точностью классификации, остаточным риском и устойчивостью сервисов.

Сравниваются три принципа организации обработки информации. A0 – фрагментированная локальная обработка в отдельных сервисах с высокой зависимостью от специалиста. A1 – централизованная корреляция событий по заранее заданным, преимущественно неизменным правилам. A2 – адаптивная обработка с обратной связью: признаки и контекст событий, состояние сервисов и результаты предыдущих решений используются для корректировки правил и приоритетов. Сравниваются именно классы алгоритмов, а не конкретные программные продукты.

Критерии оценки включают время обнаружения, первичной классификации, сбора данных и полного цикла обработки, а также полноту собранных данных, точность классификации, долю утраченных цифровых артефактов и устойчивость информационных сервисов. После нормирования частных показателей применяется интегральный критерий потерь J – взвешенная сумма нормированных составляющих (сумма весов равна единице); меньшее J соответствует лучшему результату [2].

Исходные значения сформированы экспертно-имитационным способом для пяти типовых сценариев: фишинговое воздействие, компрометация учётной записи, уязвимость веб-сервиса, DLP-аномалия и нарушение доступности. В одинаковых модельных условиях рассчитаны усреднённые показатели трёх классов. При переходе от A0 к A2 время обнаружения уменьшается с 42 до 18 мин, полное время обработки – со 178

до 92 мин; полнота данных возрастает с 0,68 до 0,90, точность классификации – с 0,74 до 0,93.

Получены значения J(A0)=0,478; J(A1)=0,319; J(A2)=0,205. Расчётная эффективность E=1−J составляет соответственно 0,522; 0,681 и 0,795. В принятых условиях относительное повышение E для A2 составляет 52,30 % по сравнению с A0 и 16,74 % по сравнению с A1. Остаточный риск снижается с 0,42 (A0) и 0,27 (A1) до 0,18 (A2). Таким образом, адаптация и обратная связь дают преимущество по совокупности показателей, а не только по скорости обработки.

Временные показатели позволяют разделить задержку между возникновением события и принятием решения на несколько этапов [5]. Время обнаружения характеризует оперативность первичного получения сигнала, время классификации – скорость определения типа и приоритета события, время сбора данных – возможность объединить сведения из разных сервисов [6], а полное время обработки отражает суммарную продолжительность процесса. Такая детализация важна, поскольку одинаковое итоговое время может достигаться при различном качестве промежуточных решений.

Полнота данных и точность классификации оценивают информационную составляющую обработки, а доля утраченных артефактов фиксирует потерю необходимых материалов для последующего анализа. Устойчивость сервисов учитывает непрерывность их штатного функционирования.

Совместный анализ этих характеристик предотвращает выбор класса алгоритмов только по одному выгодному показателю: ускорение обработки само по себе не гарантирует достаточной полноты сведений и обоснованности решений.

В классе A0 события преимущественно анализируются отдельно, что ограничивает использование контекста других подсистем. Для A1 выигрыш обусловлен концентрацией данных и фиксированными правилами межсервисной корреляции. В классе A2 обратная связь позволяет учитывать результат предыдущей обработки при изменении последующих приоритетов и параметров анализа. В представленном эксперименте это различие отражается в снижении интегральных потерь от A0 к A1 и далее к A2.

Заключение. Предложена графовая модель цифровой инфраструктуры и система показателей для сопоставления локальной, статической и адаптивной обработки событий. Интегральные оценки J(A0)=0,478, J(A1)=0,319 и J(A2)=0,205 показывают преимущество A2 в заданном эксперименте. Подход может использоваться для обоснования направлений развития мониторинга и обработки событий; дальнейшая работа связана с его проверкой на наблюдаемых данных.

Список литературы

1. Волкова, В. Н. Теория систем и системный анализ: учебник для вузов / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2020. – 462 с. – ISBN 978-5-534-02530-9.
2. Шапошников, Д. Е. Минимаксный подход для учета качественных предпочтений при многокритериальной оценке / Д. Е. Шапошников // Автоматика и телемеханика. – 2025. – № 4. – С. 101–116. – DOI 10.31857/S0005231025040075. – EDN CAMJHV.
3. Абдуразаков, М. М. Современные проблемы обеспечения информационной безопасности в образовательно-педагогической сфере / М. М. Абдуразаков, З. О. Батыгов // Информатика и образование. – 2021. – № 10(329). – С. 57–64. – DOI 10.32517/0234-0453-2021-36-10-57-64. – EDN JHCISS.
4. ГОСТ Р 59709–2022. Защита информации. Управление компьютерными инцидентами. Термины и определения. – Москва : Российский институт стандартизации, 2022.
5. Трофимов, Д. О. Организация реагирования на инциденты информационной безопасности / Д. О. Трофимов, М. С. Шепелев, С. А. Резниченко // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2023. – Т. 50, № 4. – С. 148-157. – DOI 10.21822/2073-6185-2023-50-4-148-157. – EDN DHORSJ.
6. Кузнецов, А. В. Модели данных для автоматизации реагирования на инциденты / А. В. Кузнецов // Безопасность информационных технологий. – 2025. – Т. 32, № 2. – С. 48–58. – DOI 10.26583/bit.2025.2.04.

УДК 004.056

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Рупенко Н.С., ORCID 0009-0000-7469-1201,
Платонова Е.С., ORCID 0009-0002-5706-856X
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
rupenko.nikita97@mail.ru, elenasergeevna9@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены возможности применения методов машинного обучения для обнаружения аномалий в информационных системах. Описаны особенности подготовки журналов событий, подходов с учителем и без учителя, а также глубокого обучения. Сопоставлены условия применения разных подходов. Отмечены ограничения, связанные с ложными срабатываниями и изменением поведения системы.

Ключевые слова: машинное обучение, обнаружение аномалий, информационные системы, анализ журналов событий, информационная безопасность.

Введение. Рост сетевой активности усложняет мониторинг информационных систем. Отклонения могут указывать на сбои или нарушения безопасности. Правила, основанные на заранее известных шаблонах, полезны для типовых ситуаций, но не всегда позволяют

обнаруживать новые сочетания признаков. Их дополняют методами машинного обучения [1].

Цель работы — сопоставить основные подходы машинного обучения к выявлению аномалий и определить условия их целесообразного применения для мониторинга информационных систем. Работа имеет обзорно-аналитический характер.

Основная часть. Под аномалией понимается наблюдение или последовательность событий, которые отличаются от характерного поведения контролируемой системы. Примеры: необычная частота запросов, нетипичное время авторизации, изменение сетевого трафика. Однако аномалия не всегда означает атаку: причиной могут быть обновления или рост нагрузки.

Для построения модели требуются данные о функционировании системы: журналы авторизации, сообщения приложений, показатели нагрузки и характеристики сетевых соединений. На этапе подготовки выполняются отбор значимых признаков, приведение форматов, обработка пропусков и кодирование категориальных параметров. В частности, подходы к выделению и кодированию признаков журнальных сообщений рассматриваются в работе Г. А. Драчева [2]. Качество признаков влияет на устойчивость обнаружения.

Выбор алгоритма определяется прежде всего доступностью размеченных примеров. При обучении с учителем известны метки нормальных и аномальных событий; модели, например деревья решений, случайный лес и метод опорных векторов, решают задачу классификации новых наблюдений [4]. Такой подход удобен для распознавания ранее изученных сценариев, однако его качество зависит от полноты разметки. Редкие угрозы при недостатке примеров могут быть пропущены.

При обучении без учителя метки классов не требуются. Методы кластеризации группируют похожие наблюдения, а методы обнаружения выбросов выделяют объекты, не соответствующие основной структуре данных. Однако необычное событие может быть допустимым и требует проверки. Результаты оценивает специалист. Для корректной проверки качества важно разделять обучающие и контрольные наблюдения по времени, если события взаимозависимы.

Особенности глубокого обучения. Отдельную группу составляют методы глубокого обучения. Автоэнкодеры способны обучаться компактному представлению типичных наблюдений; высокая ошибка восстановления может использоваться как признак отклонения. Модели, работающие с последовательностями, помогают учитывать временные зависимости между событиями.

При этом высокая сложность сети сама по себе не гарантирует более точного обнаружения, а затраты на обучение и объяснение результата могут быть существенными [5].

Сопоставление подходов показывает, что классификаторы с учителем предпочтительны при достаточной и актуальной разметке; методы без учителя — при исследовании структуры данных и ограниченной информации об инцидентах; глубокие модели — при наличии больших массивов сложных или последовательных наблюдений. Не существует универсального алгоритма, одинаково эффективного для всех информационных систем.

Поэтому выбор должен учитывать состав признаков, допустимое время обработки, вычислительные ресурсы и требования к объяснимости решений.

Оценка результатов. Для оценки качества недостаточно одной общей доли правильных классификаций. При редкости аномалий модель может показывать высокую точность по показателю Accuracy и одновременно пропускать опасные случаи.

Целесообразно учитывать полноту обнаружения (Recall), точность положительных срабатываний (Precision), F1-меру и число ложных тревог. Порог формирования предупреждений следует выбирать с учётом того, что пропуск угрозы и необоснованная блокировка действия имеют разную стоимость.

На практике анализ машинного обучения может служить дополнительным уровнем контроля в системах обнаружения вторжений и средствах мониторинга корпоративных сетей. Исследования демонстрируют возможности использования комбинированных методов для выявления аномалий трафика [1], а работы по определению признаков скрытых угроз подчёркивают значение выбора информативных параметров системы [3]. Автоматизация позволяет предварительно отбирать события для проверки, но не заменяет расследование инцидента специалистом.

К ограничениям относятся неполные журналы, дисбаланс классов, изменение поведения пользователей и оборудования со временем, а также ложноположительные результаты. В эксплуатации нужно контролировать данные, показатели качества и обновлять модель при изменениях инфраструктуры.

Особое внимание необходимо уделять защите данных, используемых при мониторинге, и контролю ложных тревог после плановых изменений системы.

Заключение. Рассмотренные методы решают взаимодополняющие задачи: обучение с учителем обеспечивает классификацию известных сценариев, обучение без учителя помогает находить нетипичные наблюдения, а глубокие модели позволяют учитывать сложные зависимости в данных.

Результативность обнаружения аномалий определяется не только выбором алгоритма, но и подготовкой признаков, критериями оценки и организацией последующей проверки предупреждений. Поэтому наиболее

обоснованным является сочетание интеллектуального анализа, правил мониторинга и экспертного контроля.

Список литературы

1. Котенко, И. В. Методика обнаружения аномалий и кибератак на основе интеграции методов фрактального анализа и машинного обучения / И. В. Котенко, И. Б. Саенко, О. С. Лаута, А. М. Крибель // Информатика и автоматизация. – 2022. – Т. 21, № 6. – С. 1328–1358. – DOI 10.15622/ia.21.6.9.
2. Драчев, Г. А. Разработка алгоритма выделения и кодирования данных из журнальных сообщений вычислительной системы для систем обнаружения аномалий / Г. А. Драчев // Информационные технологии. – 2023. – Т. 29, № 7. – С. 351–359. – DOI 10.17587/it.29.351-359.
3. Золотухина, М. А. Определение параметров скрытых угроз раннего обнаружения в информационных системах для задач машинного обучения / М. А. Золотухина, С. В. Зыков // Computational Nanotechnology. – 2023. – Т. 10, № 3. – С. 83–91. – DOI 10.33693/2313-223X-2023-10-3-83-91. – EDN RRZMLN.
4. Bishop, C. M. Pattern Recognition and Machine Learning / C. M. Bishop. – New York : Springer, 2006. – XX, 778 p. – ISBN 978-0-387-31073-2.
5. Goodfellow, I. Deep Learning / I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville. – Cambridge, MA : MIT Press, 2016. – 800 p.

УДК 519.816:005.53

МЕТОДЫ ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА

Сафиуллин Д.И., Галиева Г.М., канд. экон. наук
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный аграрный университет», г. Уфа, РФ
donchik-04@mail.ru, guzelgalieva2016@yandex.ru

Введение. В процессе принятия оптимального решения центральное место занимает задача выбора наилучшей альтернативы в условиях определённости, риска, неопределённости или конфликта. Любая профессиональная деятельность (инженерная, управленческая, экономическая) сопряжена с необходимостью выбора альтернатив. Сложность современных систем, рост неопределённости внешней среды и дефицит времени делают интуитивные решения недостаточно надёжными. Теория принятия решений (ТПР) предлагает формализованные методы, позволяющие структурировать проблемную ситуацию, выявить альтернативы и критерии, учесть риски и неопределённость.

Цель данной работы — систематизировать знания о методах ТПР, провести их сравнительный анализ и дать практические рекомендации по выбору и применению в профессиональной деятельности.

Основная часть. Базовыми элементами задачи принятия решения являются: цель, лицо, принимающее решение (ЛПР), альтернативы, критерии, внешняя среда и оценка последствий. Для сравнения методов используются следующие критерии: тип исходной информации (качественная, количественная, смешанная), учёт неопределённости (детерминированный, вероятностный, полная неопределённость, конфликт), многокритериальность, вычислительная сложность, прозрачность для ЛПР, требования к экспертам и устойчивость к ошибкам в данных.

По условиям принятия решений традиционно различают четыре класса задач: определённость, риск, неопределённость и конфликт.

Данная классификация является основой для выбора конкретного метода решения.

В таблице 1 представлены результаты сравнения основных методов ТПР по выделенным критериям.

Выбор конкретного метода определяется типом неопределённости, числом критериев, доступностью экспертов и требованием к прозрачности. Рекомендуемая последовательность включает четыре шага:

1) идентификация типа неопределённости (определённость → линейное программирование; риск → дерево решений; полная неопределённость → критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица; конфликт → теория игр);

2) определение числа критериев (один → однокритериальные методы; два и более → MAUT, МАИ, ELECTRE);

3) оценка доступности экспертов;

4) учёт требования прозрачности для ЛПР и стейкхолдеров.

Таблица 1

Сравнение методов теории принятия решений

Метод	Тип информации	Неопределённость	Многокритериальность	Сложность	Прозрачность	Требует экспертов	Устойчивость
Экспертные оценки (Дельфи)	качественная	любая	да	средняя	высокая	да	средняя
Линейное программирование	количественная	определённость	нет	средняя	высокая	нет	низкая
Деревья решений	количественная	риск	нет	средняя	высокая	нет	средняя
Критерий Вальда	количественная	полная неопределённость	нет	низкая	высокая	нет	высокая
Критерий Сэвиджа	количественная	полная неопределённость	нет	низкая	высокая	нет	высокая
Критерий Гурвица	количественная	полная неопределённость	нет	низкая	высокая	да (коэф. α)	средняя
MAUT (взвешенная сумма)	количественная	определённость/ риск	да	низкая	высокая	да (веса)	низкая
МАИ (анализ иерархий)	смешанная	определённость/ риск	да	высокая	средняя	да	средняя
ELECTRE	смешанная	определённость/ риск	да	высокая	низкая	да	высокая
Теория игр	количественная	конфликт	нет	средняя	средняя	нет	низкая

В таблице 2 приведены типичные ошибки при выборе методов теории принятия решений и возможные способы их избежать.

Таблица 2

Типичные ошибки и методы их предотвращения

Ошибка	Проявление	Способ избежать
Применение критерия Вальда при известных вероятностях	Игнорирование полезной информации	Использовать дерево решений или критерий Байеса
Использование MAUT при сильной корреляции критериев	Двойной счёт одних и тех же свойств	Применить методы главных компонент или МАИ
Слишком много альтернатив в МАИ	Снижение согласованности матриц	Ограничить 7 альтернативами, использовать группировку
Отсутствие анализа чувствительности	Решение меняется при малом изменении параметров	Обязательная проверка устойчивости

Пример практического применения. Рассмотрим краткий пример из области управления агротехническими системами. Требуется выбрать систему мониторинга почв для агрохолдинга.

Альтернативы: A1 (спутниковая), A2 (беспилотная), A3 (наземная).

Критерии: точность (T), стоимость (C), скорость получения данных (S). Применён метод взвешенной суммы (MAUT).

Веса: T — 0,5, C — 0,3, S — 0,2. После нормализации наибольшую оценку получила альтернатива A2 (0,82). Для верификации применён метод анализа иерархий (МАИ).

Глобальные приоритеты: A2 (0,45), A1 (0,35), A3 (0,20).

Результаты совпали, что подтверждает надёжность выбора. Окончательное решение принято ЛПР с учётом кадровых ограничений.

Заключение. Теория принятия решений предоставляет инженеру, менеджеру, экономисту арсенал методов, позволяющих перейти от интуитивных догадок к обоснованному и прозрачному выбору.

Проведённое сравнение показывает, что универсального «лучшего» метода не существует. Теория принятия решений вооружает инженеров, менеджеров и экономистов методами, которые позволяют перейти от интуитивных догадок к аргументированному выбору.

Как показывает опыт, универсального решения не существует. Для прикладных задач надежнее всего применять комбинацию инструментов: метод взвешенной суммы (или анализ иерархий), критерий Гурвица для оценки рисков в условиях неопределенности и анализ чувствительности, гарантирующий устойчивость полученных результатов.

Список литературы

1. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – Москва : Радио и связь, 1993. – 278 с.
2. Ларичев, О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. – Москва : Логос, 2002. – 393 с.

3. Кинни, Р. Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Л. Кинни, Х. Райфа. – Москва : Радио и связь, 1981. – 560 с.
4. Арасланбаев, И. В. Организационные аспекты комплексного анализа на предприятиях / И. В. Арасланбаев, Ф. Ф. Фаррахова, Э. И. Бикбулатова // Экономика и финансы аграрной науки: сборник научных статей, посвященный 75-летию доктора экономических наук, профессора кафедры финансов, анализа и учетных технологий Хабирова Гамира Ахметгалеевича. – Уфа : Башкирский государственный аграрный университет, 2024. – С. 38-41.

УДК 004.4:655

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ТИПОГРАФИИ: ОБОСНОВАНИЕ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ И АРХИТЕКТУРНЫЕ РЕШЕНИЯ

Севостьянов Е.Н., Малина А.Б.
ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет», г. Самара, РФ
kuzdavletova_ab@mail.ru, egorsevostianow@gmail.com

Введение. Работа типографии организована вокруг заказа. Заказ проходит согласование макета, допечатную подготовку, печать и послепечатную обработку, затем передается клиенту. В небольших типографиях заказы часто учитывают в электронных таблицах и мессенджерах, а о том, на каком этапе находится конкретный заказ, знают только отдельные сотрудники. Из-за этого трудно контролировать сроки, часть информации теряется при передаче заказа между участками, а руководитель не видит загрузку производства целиком. Отраслевые ERP-системы эти задачи решают, но лицензии и внедрение обходятся небольшому предприятию слишком дорого. Универсальные трекеры задач дешевле, однако в них нет понятий заказа, клиента, тиража и расходных материалов.

Цель работы состоит в разработке автоматизированной информационной системы (АИС) учета и сопровождения заказов типографии и в обосновании выбора программных средств для ее реализации при ограниченных ресурсах разработки.

Основная часть. Требования к системе сформулированы в техническом задании по ГОСТ 34.602–2020. В системе пять функциональных модулей: учет клиентов и заказов, производственная доска, справочники материалов и оборудования, отчетность и администрирование. Модель данных содержит 12 сущностей. Центральной сущностью является заказ, с ним связаны клиент, позиции заказа, этапы производства, израсходованные материалы и ответственные исполнители.

В системе предусмотрены четыре роли. Менеджер регистрирует клиентов и заказы и согласует с клиентом сроки. Мастер перемещает

карточки заказов и отмечает расход материалов только на своем участке. Руководитель видит все заказы и отчеты, администратор ведет учетные записи пользователей и справочники.

Главным требованием заказчика была производственная доска по принципу канбан [1]. Заказ на доске представлен карточкой, колонки соответствуют этапам технологического процесса, и перенос карточки в другую колонку означает смену этапа. Каждый перенос записывается в журнал: заказ, исходный и целевой этап, время и пользователь. Записи журнала не перезаписываются, так что путь заказа по производству можно восстановить полностью, в том числе возвраты на предыдущие этапы при правке макета или браке.

Данные журнала используются для оценки работы производства. По ним рассчитываются средняя и максимальная длительность каждого этапа, доля заказов, выполненных к согласованному сроку, и доля заказов с возвратами на предыдущие этапы.

Систему разрабатывал один исполнитель в течение восьми недель, бюджета на коммерческие лицензии не было. В таких условиях выбор программных средств удобно рассматривать как задачу многокритериального выбора [2, 3]. Из шести исходных вариантов три отсеяны по ограничениям: конфигурация на платформе 1С, решения с платными серверными лицензиями и отказ от разработки с сохранением учета в таблицах. Оставшиеся варианты оценивались по шести критериям: трудоемкость освоения при имеющемся опыте, покрытие функциональных требований, срок получения работающего прототипа, развитость экосистемы и наличие готовых компонентов интерфейса, стоимость лицензий, сложность развертывания. Интегральную оценку варианта рассчитывали линейной сверткой:

$$F_j = \Sigma\, w_i \cdot x_{ij}, \qquad (1)$$

где w_i обозначает вес i-го критерия, x_{ij} обозначает оценку j-го варианта по i-му критерию по десятибалльной шкале. Оценки выставлены экспертно лицом, принимающим решение, результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1

Экспертные оценки вариантов

Критерий	Вес	A1	A2	A3
Трудоемкость освоения	0,25	9	6	6,5
Покрытие требований	0,20	10	7	7,5
Срок прототипа	0,20	9	7	7
Экосистема и компоненты	0,15	9	8	8,5
Стоимость лицензий	0,10	10	10	10
Сложность развертывания	0,10	8	9	8
Интегральная оценка F	**1,00**	**9,20**	**7,40**	**7,60**

Примечание. A1: React и TypeScript на клиенте, Node.js и Express на сервере; A2: PHP и фреймворк Laravel; A3: Python и фреймворк Django.

Лучший результат у варианта А1: 9,20 балла против 7,60 у ближайшего варианта, разница 1,60 балла, или около 21 %. Наибольший вес критерия равен 0,25, поэтому порядок вариантов не изменится, даже если оценку А1 по любому одному критерию снизить на 6 баллов. Проверка с равными весами всех критериев дает 9,17 балла для А1, 7,83 для А2 и 7,92 для А3, то есть лидер сохраняется и при отказе от экспертного взвешивания. Разницу между вариантами дали трудоемкость освоения и покрытие требований. В вариантах А2 и А3 для интерактивной доски с перетаскиванием карточек понадобился бы отдельный клиентский слой на JavaScript, то есть по сути второй стек технологий.

Система построена по трехзвенной архитектуре [4]. Клиентская часть написана как одностраничное веб-приложение на React и TypeScript, серверная часть представляет собой REST API на Node.js и Express, данные хранятся в СУБД PostgreSQL 16 [5]. Права доступа проверяет сервер при каждом запросе, интерфейс только скрывает недоступные пользователю действия. Допустимые переходы заказа между этапами заданы на сервере графом состояний, и передать заказ на выдачу без послепечатной обработки нельзя. Модуль отчетности выгружает сводки по заказам, срокам и загрузке участков в Excel. Основные функции покрыты автоматическими тестами на Vitest. Смена этапа заказа и запись в журнал выполняются в одной транзакции, поэтому состояние заказа и его история не расходятся. Все компоненты системы распространяются по свободным лицензиям, она разворачивается на одном сервере в локальной сети типографии, и сотрудникам для работы нужен только браузер.

Заключение. Разработана АИС учета и сопровождения заказов типографии с производственной канбан-доской и разграничением доступа по ролям. При разработке силами одного исполнителя в сжатые сроки главными критериями выбора программных средств оказались трудоемкость освоения и покрытие требований, стоимость лицензий при свободном программном обеспечении варианты не различает. Линейная свертка экспертных оценок дала результат, устойчивый к их погрешности. Данные журнала переходов позволяют находить узкие места производства и прогнозировать сроки новых заказов. Тот же порядок выбора, при котором сначала варианты отсеиваются по ограничениям, а затем оставшиеся получают взвешенную оценку, подходит и для других небольших проектов автоматизации, где главное ограничение составляют время и квалификация исполнителя.

Список литературы

1. Андерсон, Д. Канбан. Альтернативный путь в Agile / Д. Андерсон ; пер. с англ. – Москва : Манн, Иванов и Фербер, 2017.
2. Ларичев, О. И. Теория и методы принятия решений, а также хроника событий в волшебных странах: учебник / О. И. Ларичев. – Москва : Логос, 2000. – 296 с.

3. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати ; пер. с англ. Р. Г. Вачнадзе. – Москва : Радио и связь, 1993. – 278 с.
4. Фаулер, М. Архитектура корпоративных программных приложений / М. Фаулер ; пер. с англ. – Москва : Вильямс, 2006. – 544 с.
5. PostgreSQL 16 Documentation. – Текст : электронный // The PostgreSQL Global Development Group : официальный сайт. – URL: https://www.postgresql.org/docs/16/ (дата обращения: 05.10.2026).

УДК 519.8

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ ДИСПЕТЧЕРСКИХ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Скалецкий М.А., ORCID 0009-0007-1135-2254
ГОУ «Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко»,
г. Рыбница, Приднестровье
max_box_only@mail.ru

Введение. При снижении давления диспетчер должен выяснить, что изменилось: режим работы объекта, показания прибора или качество связи. По одному значению давления причину установить нельзя. Оценка требует сведений о режиме и достоверности измерения.

Цель работы – разработать модель выбора следующего информационного или организационного действия с учётом режима, качества технологических данных и требований регламента.

Основная часть. Для типовых ситуаций используется выбор по правилам, условия которых диспетчер сопоставляет с данными объекта. Б. Шнейдерман рассматривает сочетание автоматизации с сохранением контроля со стороны человека [1]. Руководство Национального института стандартов и технологий США (NIST) раскрывает особенности защиты операционных технологий и назначение систем безопасности [2]. В предлагаемой модели рекомендация имеет проверяемое основание и не подменяет функции защиты.

Для описания состояния используем набор s = (x, m, q, e, u). Здесь x содержит измерения с временными метками, m указывает режим, q характеризует достоверность и актуальность данных. В e включаются подтверждённые события с их длительностями, в u – неустановленные сведения. Для газораспределения используются, например, давление, расход и состояние связи. Архив дополняется журналом переключений: график давления сам по себе не объясняет действия персонала.

Множество A объединяет информационные и организационные действия: перепроверить канал, запросить данные о режиме, продолжить наблюдение или уведомить специалиста. Команды оборудованию не

рассматриваются. Карточка действия составляется по регламенту объекта и содержит исполнителя, условия допуска, ожидаемые сведения и срок выполнения. Полученный результат используется для повторной оценки состояния.

Индексы обязательных условий действия a образуют непустое множество J(a). Каждое условие $g_j(s, a)$, где $j \in J(a)$, получает значение «да», «нет» или «не установлено». Проверяются полномочия исполнителя, достаточность данных, совместимость действия с режимом и требования безопасности. Допустимы только действия, для которых все обязательные условия подтверждены:

$$A_{\text{д}}(s) = \{a \in A: g_j(s, a) = \text{«да»}\ \forall j \in J(a)\} \quad (1)$$

Диспетчер не должен ждать завершения анализа, когда регламент уже требует сообщить о подтверждённом событии. В этом случае проверяются собственные условия карточки уведомления, а неизвестные дополнительные сведения фиксируются отдельно. Для любого действия отсутствие подтверждения хотя бы одного обязательного условия означает отсутствие допуска. Выигрыш во времени и экономия ресурсов этого результата не меняют.

После проверки допуска выбирается применимое правило. Оно связывает установленное условие с действием и объясняет основание выбора. Вначале рассматривается обязательное уведомление, затем получение критически недостающих сведений. За ними следуют уточнение устойчивого отклонения и наблюдение при известном допустимом переходе. Сам факт отсутствия сведений о режиме может служить условием для запроса данных. Действия одного приоритета сравниваются по заранее заданной в карточках важности ожидаемых сведений. При равной важности предпочтителен меньший подтверждённый срок; исполнитель должен быть доступен. Если такого сравнения недостаточно для выбора, решение принимает диспетчер.

В таблице 1 приведены четыре условные ситуации с выполненными условиями допуска. Показанные решения иллюстрируют модель и не являются инструкциями для реального газового объекта.

Таблица 1

Правила выбора следующего действия

Ситуация	**Рекомендация**	**Основание**
Отклонение и недостоверные данные	Перепроверить измерение	Причина изменения не подтверждена
Достоверные данные и устойчивое отклонение	Уведомить специалиста	Требуется оценка специалиста
Подтверждённый допустимый переход	Наблюдать по регламенту	Изменение связано с известным режимом
Режим неизвестен	Запросить сведения о переключении	Нет данных для выбора правила по режиму

Таблица составлена по авторской модели. В первой строке отображена, например, ситуация, когда давление снизилось, но показания недостоверны, а сведения о переключениях отсутствуют. Объявлять

неисправность на таком основании преждевременно. Нужны независимое подтверждение измерения и уточнение режима. При подтверждённых основаниях для обязательного уведомления оно выполняется без ожидания этих проверок. По новым сведениям обновляется состояние s и пересматривается рекомендация вместе с её объяснением.

Диспетчер должен понимать, на какие факты опиралась система и чего ей не хватало. Вместе с действием выводятся сработавшее правило и причины отклонения остальных вариантов. Журнал сохраняет версию правил, время данных, решение диспетчера и результат проверки. Сроки и доступность исполнителей помогают организовать работу; для числовой оценки риска аварии нужны также вероятность события и его последствия.

При пустом $A_д(s)$ система указывает невыполненные или неизвестные условия допуска. Возможна и другая ситуация: допустимые действия есть, но ни одно правило не сработало. Тогда требуется сообщение об отсутствии применимого правила. Ни в одном из этих случаев действие «по умолчанию» не назначается. Несовместимые рекомендации одного приоритета передаются диспетчеру до сравнения вариантов. Уведомление ответственного лица также проходит проверку по формуле (1). Отсутствие рекомендации не означает, что процесс протекает нормально: защиты, сигнализация и обязанности диспетчера сохраняются.

При множестве взаимозависимых режимов поддерживать согласованную базу правил сложнее. Если имеются проверенные количественные модели объекта и последствий действий, возможна оптимизационная постановка. До эксплуатации карточки проверяются на типовых и граничных ситуациях, разбираются конфликты правил. Изменение регламента требует повторной проверки.

Заключение. В предложенной модели выбор действия начинается с проверки обязательных условий и завершается объяснением рекомендации. Неустановленные сведения сохраняются в описании состояния, поэтому основание выбора можно проверить. Разобранные ситуации показывают работу процедуры при недостоверных данных и неизвестном режиме. Для оценки времени реакции и аварийности этих примеров недостаточно. Нужны испытания на сопоставимых сценариях с участием диспетчеров и учёт ошибочных рекомендаций, времени проверки и случаев отсутствия ответа. Модель не заменяет программируемые логические контроллеры (ПЛК), технологические защиты и утверждённый порядок управления.

Список литературы

1. Shneiderman, B. Human-Centered Artificial Intelligence: Reliable, Safe & Trustworthy / B. Shneiderman // International Journal of Human-Computer Interaction. – 2020. – Vol. 36, no. 6. – P. 495–504. – DOI 10.1080/10447318.2020.1741118.
2. Guide to Operational Technology (OT) Security / K. Stouffer, M. Pease, C. Y. Tang [et al.]. – Gaithersburg : National Institute of Standards and Technology, 2023. – NIST SP 800-82 Rev. 3. – DOI 10.6028/NIST.SP.800-82r3.

УДК 004.942

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Соболева Д.А.
ГПОУ «Юргинский технологический колледж имени Павлючкова Геннадия Антоновича», г. Юрга, Кемеровская обл. — Кузбасс, РФ
sobolek05@rambler.ru

Введение. В условиях современной цифровой экономики проблема точного прогнозирования экономических показателей становится одной из наиболее актуальных задач прикладной информатики. Традиционные статистические методы, такие как ARIMA и экспоненциальное сглаживание, часто демонстрируют недостаточную точность при работе с нестационарными и нелинейными временными рядами [1-3]. В данной работе исследуется возможность применения методов машинного обучения для повышения качества прогнозирования экономических временных рядов.

Основная часть. В качестве объектов исследования были выбраны временные ряды, характеризующие основные макроэкономические показатели Российской Федерации за период 2015–2025 гг. Для решения задачи прогнозирования были применены следующие методы машинного обучения: метод опорных векторов (SVR), случайный лес (Random Forest) и градиентный бустинг (XGBoost). Оценка качества прогнозов производилась на основе метрик MAE (средняя абсолютная ошибка) и RMSE (среднеквадратичная ошибка).

Предварительный анализ данных включал удаление выбросов, интерполяцию пропущенных значений с использованием метода линейной интерполяции и нормализацию данных методом Min-Max. Для каждого из рассматриваемых методов был проведён подбор гиперпараметров с использованием поиска по сетке (Grid Search) с пятикратной кросс-валидацией.

Результаты эксперимента показали, что метод XGBoost демонстрирует наилучшие прогнозные характеристики: значение MAE составило 2,34, а RMSE — 3,87, что на 18 % и 22 % соответственно лучше по сравнению с классической моделью ARIMA. Модель случайного леса показала результаты, сопоставимые с XGBoost (MAE = 2,51, RMSE = 4,02), тогда как метод опорных векторов оказался менее эффективным (MAE = 3,14, RMSE = 4,89).

На рисунке 1 представлено сравнение фактических и прогнозных значений для модели XGBoost на тестовой выборке (2024–2025 гг.),

наглядно демонстрирующее высокую точность предложенного подхода. Все расчёты были выполнены в среде Python с использованием библиотек scikit-learn, xgboost и pandas.

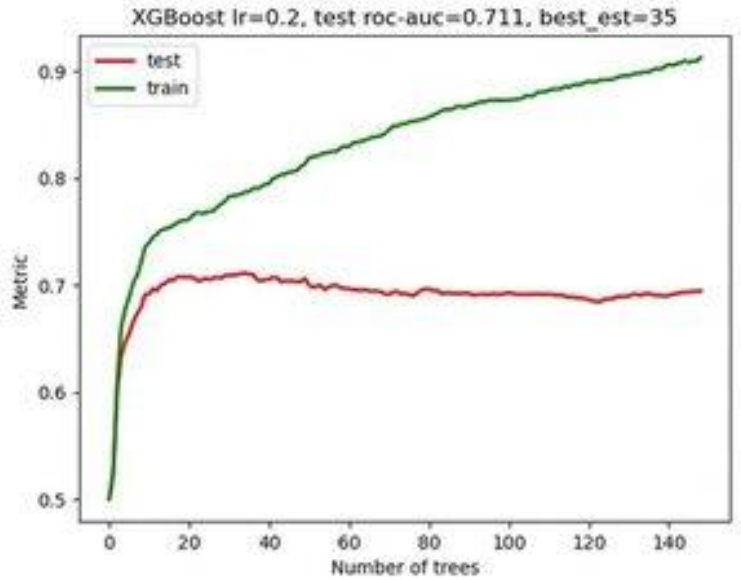


Рис. 1. Сравнение фактических и прогнозных значений макроэкономического показателя

Особый интерес представляет анализ важности признаков, проведённый для модели XGBoost. Наибольший вклад в прогноз вносили такие признаки, как значение показателя за предыдущий период (Lag 1), внешнеторговый оборот и индекс потребительских цен. Это позволяет сделать вывод о том, что учёт дополнительных факторов, а не только динамики самого ряда, существенно повышает качество прогноза.

Заключение. Проведённое исследование подтверждает высокую эффективность методов машинного обучения, в частности градиентного бустинга, для прогнозирования экономических временных рядов. Предложенный подход может быть рекомендован для внедрения в системы поддержки принятия решений при планировании экономической политики на региональном и федеральном уровнях. Дальнейшие исследования планируется направить на разработку гибридных моделей, сочетающих нейросетевые архитектуры с классическими методами анализа временных рядов.

Список литературы

1. Goodfellow, I. Deep Learning / I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville. – Cambridge: MIT Press, 2016. – 800 с. – ISBN 978-0-262-03561-3. – DOI 10.5555/3086952.
2. Hyndman, R. J. Forecasting: Principles and Practice / R. J. Hyndman, G. Athanasopoulos. – 3rd ed. – Melbourne: OTexts, 2021. – 426 с. – ISBN 978-0-9875071-1-2. – EDN PXFQGH.
3. Чен, Т. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System / Т. Чен, К. Гестран // Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – San Francisc : ACM, 2016. – С. 785–794. – DOI 10.1145/2939672.2939785. – EDN XZQVJE.

УДК 658.5:681.5

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВОМ ПРИ СНИЖЕНИИ НАДЁЖНОСТИ ДАННЫХ

Стаценко А.А., ORCID 0009-0008-2482-2128
ФГАОУ ВО «Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», г. Москва, РФ
statsenko.artem82@gmail.com

Введение. Цифровой двойник (ЦД) позволяет корректировать режимы производства по данным оборудования [1, 2], однако качество этих данных остаётся одним из основных ограничений промышленного применения ЦД [3]. При снижении достоверности измерений возрастает риск ошибочной оценки состояния объекта и, как следствие, некорректного управляющего воздействия. В обычном MPC после фильтрации измерения считаются достоверными [4]; методы диагностики, как правило, реагируют уже после обнаружения отказа [5], а робастные и стохастические варианты MPC в основном учитывают неопределённость модели [6]. Поэтому возникает необходимость учитывать качество поступающих данных непосредственно в контуре управления. Цель работы – сделать достоверность данных явной переменной контура: снижение доверия к источнику должно согласованно менять оценку состояния, приоритеты критериев, запасы ограничений и право регулятора воздействовать на объект.

Контур управления с учётом доверия к данным. AEF-MPC на каждом такте оценивает доверие к данным, учитывает его в MPC и проверяет допустимость команды.

Оценка доверия к каналам. Для канала j учитываются валидность отсчётов vj, нормированный остаток ej, дрейф dj и возраст данных τj:

$$r_j = v_j \exp\left[-\beta\left(e_j + d_j + \tau_j\right)\right], \qquad (1)$$

где β = ln 2; остатки считаются относительно параллельной модели ЦД, корректируемой только достоверными каналами, что предотвращает смещение эталона при медленном дрейфе.

Агрегирование. Дублирующие каналы объединяются по принципу «хотя бы один исправен», а доверие к критерию вычисляется как взвешенное геометрическое среднее доверий к необходимым группам.

Прогнозирующее управление. В фильтре Калмана ненадёжные каналы ослабляются через увеличение их ковариации шума; экспертные веса, полученные нечётким методом анализа иерархий [7], корректируются по доверию и сглаживаются.

Технологические ограничения ужесточаются запасом, растущим при снижении доверия к данным об ограничиваемой величине:

$$g_m(z,u) \le -\mu_m(t), \quad \mu_m(t) = b_m + \gamma_m\left[1 - q_{c(m)}(t)\right], \qquad (2)$$

Защитный допуск. Команда исполняется только при доверии к критическим группам не ниже rmin; иначе включается проверенный резервный режим, аналогично Simplex. Веса меняют приоритеты, но не могут ослабить ограничения и допуск.

Вычислительный эксперимент. Эксперимент выполнен на модели участка индукционного нагрева заготовок. Управление – мощность индуктора; ограничения: температура заготовки ≤ 1250 °C и охлаждающей воды ≤ 70 °C, задание 1200 ± 30 °C. Использованы пирометры A и B и термопара. Рассмотрены 8 сценариев (табл. 1), включая нарушения данных и дрейф КПД; по каждому выполнено 30 реализаций с общими возмущениями.

Таблица 1

Результаты испытаний (средние по 30 реализациям)

Сценарий	Нарушения ограничений, %		Ошибка E_Q, °C		AEF-MPC	
	MPC	AEF-MPC	MPC	AEF-MPC	резерв, %	выпуск, %
S0 – штатный режим	0,0	0,0	1,9	1,9	0,1	100,0
S1 – смена задания	0,1	0,1	8,1	8,1	0,1	100,0
S2 – шум и пропуски A	0,0	0,0	2,7	2,3	0,1	100,0
S3 – запаздывание A	0,0	0,0	2,3	2,2	0,1	100,0
S4 – дрейф пирометра A	21,9	0,0	21,3	2,7	3,7	100,0
S5 – залипание термопары	14,4	0,2	8,5	6,8	54,0	96,5
S6 – потеря связи A и B	0,0	0,0	4,7	5,6	50,1	100,0
S7 – дрейф КПД нагрева	0,0	0,0	4,3	7,3	70,7	100,0

Примечание. EQ – средняя абсолютная ошибка температуры; «резерв» – доля тактов в резервном режиме; «выпуск» – процент от плана.

В штатном режиме точность AEF-MPC и MPC одинакова (EQ = 1,9 °C), что показывает отсутствие потери качества управления при нормальной достоверности данных. При дрейфе пирометра A (S4) нарушения снизились с 21,9 % до нуля во всех 30 реализациях ($p < 0{,}001$), при залипании термопары (S5) – с 14,4 до 0,2 % при выпуске 96,5 % плана. При шуме и запаздывании (S2, S3) ошибка уменьшилась на 16 и 8 %. При

потере пирометров и дрейфе КПД (S6, S7) резерв включался на 50–71 % тактов, а ошибка возрастала до 5,6 и 7,3 °C.

При этом переход в резервный режим позволил избежать роста числа нарушений ограничений ценой снижения точности или производительности. Основной эффект дали доверительно-взвешенное оценивание и защитный допуск, обеспечившие различную реакцию системы на постепенное ухудшение и полную потерю достоверности данных.

Выводы для практики управления

1. Достоверность данных следует использовать как явную переменную управления, согласованно влияющую на состояние, приоритеты, запасы ограничений и допуск команд.

2. Резервный режим переводит риск нарушения ограничений в контролируемые потери производительности или точности; его параметры согласуются с технологами и службой промышленной безопасности.

3. Внедрение целесообразно вести поэтапно: архивное воспроизведение, рекомендации оператору, затем ограниченное воздействие; журнал доверия и переходов обеспечивает объяснимость.

Результаты получены на синтетических данных; следующий этап – проверка на архивных данных действующей линии.

Список литературы

1. Digital Twin in Industry: State-of-the-Art / F. Tao, H. Zhang, A. Liu, A. Y. C. Nee // IEEE Transactions on Industrial Informatics. – 2019. – Vol. 15, No. 4. – P. 2405–2415. – DOI 10.1109/TII.2018.2873186.
2. Прохоров, А. Цифровой двойник. Анализ, тренды, мировой опыт / А. Прохоров, М. Лысачев ; науч. ред. А. И. Боровков. – Москва : АльянсПринт, 2020. – 401 с.
3. Data Integration for Digital Twins in Industrial Automation: A Systematic Literature Review / G. Hildebrandt, D. Dittler, P. Habiger, R. Drath, M. Weyrich // IEEE Access. – 2024. – Vol. 12. – P. 139129–139153.
4. Rawlings, J. B. Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design / J. B. Rawlings, D. Q. Mayne, M. M. Diehl. – 2nd ed. – Madison : Nob Hill Publishing, 2017.
5. Diagnosis and Fault-Tolerant Control / M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, M. Staroswiecki. – 3rd ed. – Berlin ; Heidelberg : Springer, 2016.
6. Mesbah, A. Stochastic model predictive control: An overview and perspectives for future research / A. Mesbah // IEEE Control Systems Magazine. – 2016. – Vol. 36, No. 6. – P. 30 – 44.
7. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати ; пер. с англ. – Москва : Радио и связь, 1993. – 278 с.

УДК 004.4

КОНЦЕПЦИЯ ВЕБ-РЕСУРСА БАНКА ЗАДАЧ ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Сухан И.В., Бондаренко В.А., Лахтина А.А.
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», г. Краснодар, РФ
irina-sukhan@yandex.ru, kappastakam@gmail.com, alena.lakhtina@mail.ru

Дисциплина «Дискретная математика» занимает важное место в подготовке современных IT-специалистов. Практика обучения в вузах показала, что ее освоение требует значительного объема самостоятельной работы вне аудиторных занятий.

Существующие источники задач статичны – это задачники или методички в текстовом формате. Зачастую в них нет ответов к задачам и уж тем более указаний к решению, и студент не имеет возможности сразу же проверить правильность своего решения. Онлайн-платформы привязаны к конкретному курсу, а не к дисциплине в целом.

В связи с этим представляется полезным разработать платформу для хранения, систематизации и решения задач по дискретной математике с автоматической проверкой ответов и отслеживанием прогресса, а также возможностью тематических отсылок при возникновении ошибок. Новизна такого ресурса состоит не в самой идее банка задач, а в сочетании опций: систематизация – проверка – отсылки к темам – прогресс. Данный ресурс имеет методическую значимость – его можно использовать для самостоятельной работы студентов и как дополнение к практическим занятиям.

В рамках дискретной математики изучаются такие разделы, как множества, отношения, булевы функции, комбинаторика, графы. В них представлены как вычислительные задачи с однозначным ответом, так и доказательные. Для автоматической проверки удобны именно вычислительные задачи, они и составляют ядро банка задач.

Пользователи платформы в зависимости от роли имеют разные права и разный интерфейс. Администратор управляет пользователями, ролями, разделами, осуществляет модерацию и резервное копирование. Преподаватель как авторизованный пользователь, наполняющий банк задач, имеет возможность добавления, редактирования и удаления задач, управления темами, просмотра статистики. Студент как авторизованный пользователь, решающий задачи, может выбирать темы, получать подборки задач, вводить ответы, получать отчет о проверке, статистику, историю решений. Неавторизованный пользователь (Гость) имеет возможность просмотра тем, условий задач без решения, а также регистрации и получения роли Студента.

Система должна обеспечивать регистрацию, аутентификацию и авторизацию пользователей с разграничением доступа в соответствии с ролью [1].

Платформа предусматривает тематическую систематизацию задач в виде иерархической структуры «Раздел – Подраздел – Задача» и возможность навигации по разделам дисциплины. Каждая тема содержит название, описание, количество задач, ссылку на теорию. Навигация по темам осуществляется по дереву тем на главной странице и в боковом меню.

Каждая задача банка имеет уникальный номер, тематическую привязку, текст условия, эталонный ответ, уровень сложности (1-3), тип ответа (число, строка, формула, выбор варианта), авторство, дату добавления. Возникает необходимость поддержки корректного отображения формул и специальных символов, а также прикреплять изображения (графы, рисунки).

Система должна обеспечивать выборку задач из банка по заданным параметрам: теме, количеству, уровню сложности. Студент выбирает тему или несколько тем, указывает количество задач, уровень сложности (опционально), а система формирует подборку задач, соответствующую запросу. Задачи выдаются последовательно, одна за другой или же сразу списком. Также имеется возможность просматривать и решать задачи все подряд в данной теме.

Модуль решения и проверки ответа предполагает наличие поля ввода ответа в зависимости от типа задачи и кнопки «Проверить». Автоматическая проверка должна предусматривать не только точное совпадение ответов, но и возможные лишние пробелы и регистр. Результатом автоматической проверки является ответ «верно / неверно», возможно, в некоторых случаях добавляется вариант «частично верно». При неверном ответе появляется тематическая отсылка (например, «Рекомендуем повторить раздел «Выборки с повторениями»). Для ряда задач предусмотрена возможность ручной проверки преподавателем. В этом случае задача помечается как «На проверке», и преподаватель получает уведомление проверить её вручную.

Однако только сравнение ответа пользователя с эталонным не позволяет студенту понять природу допущенной ошибки: она может быть связана с арифметикой, неверным применением правила или принципиально в логике построения решения. Обратная связь остается неинформативной. Главная особенность разрабатываемого ресурса заключается в том, что после проверки ответа становится активной кнопка «Показать решение», после нажатия которой студент получает развернутый ответ.

Система демонстрирует эталонное пошаговое решение с пояснениями, раскрывающими применяемые правила и преобразования. Студент имеет возможность сопоставить собственный ход решения с эталонным и найти расхождение.

Таким образом, обратная связь приобретает диагностический характер, студент получает инструмент для самостоятельного выявления ошибки как в вычислениях, так и в логике решения.

Можно предусмотреть систему подсказок. Например, через 1 минуту после начала решения открывается первая подсказка, при неверном ответе открывается еще одна.

Личный кабинет студента содержит историю решенных задач: дата, тема номер задачи, результат; статистику: сколько всего задач решено, сколько решено верно/неверно, процент успеха; насколько пройдены темы. Возможно визуально увидеть статистику, в виде диаграммы.

К нефункциональным требованиям к создаваемой платформе относятся следующие: поддержка одновременной работы достаточно большого количества пользователей, резервное копирование для сохранности данных при сбоях, корректная обработка ошибок ввода, масштабируемость – возможность добавления новых разделов без изменения ядра системы, а также расширение на другие дисциплины, безопасность, разграничение доступа к административным функциям, совместимость с современными браузерами, поддержка отображения математических формул [2],[3].

Платформа должна быть удобна в использовании: навигация интуитивно понятна, иметь адаптивный интерфейс для работы как на ПК, так и на смартфоне или планшете.

Таким образом, рассмотрена задача разработки веб-платформы, предназначенной для решения задач по дискретной математике. Сформулированы функциональные и нефункциональные требования к платформе, определены роли пользователей, формализованы базовые понятия: задача, банк задач, проверка ответа. Определена этапность разработки: первый этап посвящён реализации ядра платформы и банка задач по дискретной математике, второй — расширению тематических разделов, оптимизации и устранению выявленных недостатков. Дальнейшая работа предполагает программную реализацию платформы, её тестирование и оценку эффективности применения в учебном процессе.

Список литературы

1. Башмаков, А. И. Разработка компьютерных учебников и обучающих систем : научное издание / А. И. Башмаков, И. А. Башмаков. – Москва : Филинъ, 2003. – 613 с.
2. Кречетников, К. Г. Проектирование средств информационных технологий обучения / К. Г. Кречетников // Образовательные технологии и общество. – 2002. – Т. 5, № 1. – С. 222–243.
3. Роберт, И. В. Современные информационные технологии в образовании: дидактические проблемы, перспективы использования: монография / И. В. Роберт. – Москва : ИИО РАО, 2010.

УДК 615.849

ИНТЕГРАЦИЯ IOT-РЕШЕНИЙ НА БАЗЕ ESP32-CAM В SCADA-СИСТЕМЫ

Сухов Т.А., ORCID 0009-0000-8782-7235,
Козачук Д.Д., ORCID 0009-0007-0742-8869,
Заргарян Е.В., канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-8921-4085
ФГБОУ ВО «Южный федеральный университет», г. Таганрог, РФ
tsukhov@sfedu.ru, kozachuk@sfedu.ru, evzargaryan@sfedu.ru

Введение. Классическая диспетчеризация механообрабатывающих участков строится на сборе телеметрии с ПЛК станков. Проблема в том, что диспетчеру часто не хватает визуального подтверждения того, что происходит в рабочей зоне – например, корректно ли зажата деталь, отведена ли стружка или не произошла ли аварийная остановка шпинделя.

Покупать сертифицированные промышленные видеосистемы для каждой единицы оборудования слишком затратно. Выходом становится интеграция недорогих IoT-компонентов в существующий контур управления. В данной статье мы разберем механику подключения бюджетного оптического модуля ESP32-CAM к промышленной SCADA-системе [1].

Основная часть. Аппаратный узел – ESP32 с матрицей OV2640. Плата недорогая, но для АСУ ТП важно не железо само по себе, а способ доставки графики. Гнать RTSP с десятков камер в SCADA – плохая затея: сеть ляжет, среда визуализации начнёт задыхаться, а диспетчер всё равно не сможет смотреть двадцать потоков одновременно. Поэтому логика событийная.

Камера молчит, пока нет триггера. Триггер – аппаратный (концевик, сигнал ПЛК, реле) или программный (завершение цикла, аварийный стоп, открытие ограждения). В этот момент ESP32-CAM делает один снимок. Если в зоне темно, включается встроенный светодиод. Кадр сжимается в JPEG, а затем силами самого микроконтроллера переводится в Base64. Это принципиально: сервер получает уже текстовую строку и не тратит ресурсы на первичное кодирование [2].

Транспорт – MQTT. Плата цепляется к локальному брокеру по Wi-Fi и публикует JSON в топик конкретного станка. Внутри – время, идентификатор оборудования, код состояния и строка с изображением. QoS можно держать на единице: кадр важнее, чем регулярность телеметрии. SCADA выступает подписчиком.

Её скрипт ловит сообщение, декодирует Base64 обратно в JPEG и подставляет картинку в элемент мнемосхемы. Оператор видит не абстрактный «цикл завершён», а то, что действительно было в рабочей зоне.

Задержка складывается из Wi-Fi, брокера и декодирования, но при одиночных кадрах она не критична. Конечно, есть ограничения: размер MQTT-пакета, буфер брокера, нестабильность радиоканала, вопросы безопасности. Лечатся они разумным разрешением, фрагментацией, TLS и отдельным сегментом сети. Но это уже инженерная настройка, а не приговор [3-5].

Аппаратный узел строится на базе микроконтроллера ESP32, оснащенного матрицей OV2640. Главная сложность при внедрении таких плат в АСУ ТП – это способ передачи графики. Тянуть непрерывный RTSP-видеопоток с десятков камер напрямую в SCADA нецелесообразно: это перегрузит цеховую сеть и саму среду визуализации.

Поэтому логика работы строится на событийной основе. Камера функционирует не в режиме постоянной съемки, а по аппаратному или программному триггеру. Когда станок завершает цикл обработки или открывается защитный экран, ESP32-CAM делает одиночный снимок. Чтобы пробросить этот кадр на сервер без использования сторонних видеосерверов, изображение конвертируется в формат текстовой строки Base64 прямо мощностями самого микроконтроллера. Для компенсации плохого освещения внутри станка при съемке активируется встроенный на плату светодиод.

Транспортным слоем выступает протокол MQTT. ESP32-CAM подключается к локальному брокеру по Wi-Fi и публикует JSON-пакет в топик конкретного станка. Пакет включает в себя системное время, код состояния оборудования и саму строку с зашифрованной фотографией.

SCADA-система, настроенная как MQTT-подписчик, перехватывает это сообщение. Внутренние скрипты сервера мгновенно декодируют Base64 обратно в формат JPEG и обновляют графический элемент на мнемосхеме цеха. В результате оператор получает документальную фиксацию ситуации в рабочей зоне с минимальной задержкой [6-7].

Заключение. Предложенная архитектура показывает, что объединить IoT-модули базового уровня и промышленное программное обеспечение можно без потери надежности.

Использование дискретной передачи кадров через MQTT-брокер полностью снимает проблему перегрузки каналов связи, характерную для видеонаблюдения. Цех механообработки получает рабочий инструмент визуального контроля станков, избегая капитальных затрат на прокладку дополнительных кабельных трасс и закупку специализированных смарт-камер.

Связка ESP32-CAM - MQTT - SCADA показывает, что бюджетный IoT-модуль и промышленное ПО могут жить в одном контуре. Дискретная передача кадров убирает главную болезнь видеонаблюдения – перегрузку каналов.

Цех получает инструмент визуального контроля без прокладки новых кабельных трасс и закупки специализированных смарт-камер. Понятно, что решение не универсальное: там, где нужен непрерывный контроль, его не хватит. Но как событийный «фотоглаз» на станке оно вполне работоспособно.

Список литературы

1. Заргарян, Ю. А. Практические аспекты построения беспроводных сетей IoT промышленного назначения : учебное пособие / Ю. А. Заргарян, Е. В. Заргарян, А. Я. Номерчук. – Ростов-на-Дону ; Таганрог, 2026.
2. Ганциевский, А. В. Анализ применения искусственного интеллекта в грузоподъёмных беспилотниках / А. В. Ганциевский, Е. В. Заргарян // Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы IX Междунар. науч. конф. : в 8 т. – Донецк, 2024. – Т. 1. – С. 154–156.
3. Козачук, Д. Д. Математическая модель оценки качества атмосферного воздуха на основе интегрального индекса загрязнённости / Д. Д. Козачук, Т. А. Сухов, Е. В. Заргарян // Перспективные разработки - резидентам территории опережающего социально-экономического развития «Невинномысск» : сборник материалов IV Региональной научно-практической конференции. – Ставрополь, 2025. – С. 157–160.
4. Заргарян, Е. В. Выявление источников загрязнения воздуха с помощью методов кластеризации и обратного моделирования / Е. В. Заргарян, Т. А. Сухов, Д. Д. Козачук // Перспективы автоматизации. Рациональное управление. Связь и акустика : сборник трудов XIV Всероссийской научной конференции (Геленджик, 29 октября – 1 ноября 2025 г.) / сост.: Ю. Б. Щемелева, А. Я. Номерчук ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2025. – 348 с. – С. 85–89. – ISBN 978-5-9275-5080-7.
5. Заргарян, В. Ю. Интернет транспортных средств: инновации и возможности использования / В. Ю. Заргарян, И. В. Пушнина // Проблемы автоматизации. Региональное управление. Связь и акустика : сборник трудов XIII Всероссийской научной конференции и молодежного научного форума. – Ростов-на-Дону ; Таганрог, 2024. – С. 309–313.
6. Сухов, Т. А. Разработка и валидация низкобюджетных сенсоров для мониторинга PM2.5 и NO в городской среде / Т. А. Сухов, В. Ю. Заргарян // Наука Юга России: достижения и перспективы : тезисы докладов. – Ростов-на-Дону, 2026. – С. 363.
7. Заргарян, Ю. А. Промышленный интернет вещей (IIoT): архитектура, технологии и аппаратные средства / Ю. А. Заргарян, Е. В. Заргарян, А. Я. Номерчук. – Ростов-на-Дону ; Таганрог, 2025.

УДК 532.522.2: 518.5

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВОДЫ В СОПЛО ГИДРОПУШКИ

Толстых В.К., д-р физ.-мат. наук, проф., ORCID 0000-0001-9055-1102,
Дмитрук Ю.В., ORCID 0009-0009-6750-2068
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ
mail@tolstykh.com, dmitruk.iuli@yandex.com

Введение. Импульсные движения жидкости лежат в основе многих процессов, связанных с кратковременным интенсивным не нее воздействием [1]. Для получения импульсных струй высокого давления используется гидропушка. При втекании воды в сужающееся сопло возникает интенсивное волновое течение, формирующее мощный импульс струи на выходе [2]. В силу кратковременности процесса вязкостью и теплопроводностью можно пренебречь, однако сжимаемость воды необходимо учитывать вследствие высокого давления [3]. Аналитическое решение таких течений получить не удаётся, поэтому возникает необходимость в численном моделировании гидродинамики воды в гидропушке для количественной оценки характеристик генерируемой струи.

Ранее подобные задачи рассматривались в работах [3, 4], однако вопросы устойчивости численных схем при решении задач оптимизации освещены недостаточно полно.

Целью настоящей работы является разработка алгоритмов численного моделирования внутренней баллистики поршневой гидропушки для решения задач оптимизации параметров, включая форму сопла.

Основная часть. Границы нестационарного течения воды в установке описываются пространственно-временной диаграммой. Начало координат совмещено со входом в сопло. Передний фронт потока воды в сопле начинается в момент t_0 и заканчивается истечением из сопла. Правая граница потока – передний фронт воды, левая – траектория движения поршня. Обе границы подвижные.

Для описания течения используется квазиодномерная нестационарная модель изоэнтропического течения невязкой сжимаемой жидкости, которая включает уравнения неразрывности, Эйлера и состояния в форме Тэйта. Рассматриваются дозвуковые течения. Система уравнений является квазилинейной гиперболической и вдоль характеристических направлений имеет вид:

$$\frac{d\rho}{dt} \pm \frac{\rho}{c}\frac{dw}{dt} + \frac{\rho w}{\sigma}\frac{d\sigma}{dx} = 0, \qquad (1)$$

где верхний знак соответствует характеристике первого семейства ξ_1, нижний – характеристике второго семейства ξ_2. При дозвуковом течении волны первого семейства распространяются вдоль потока к соплу, второго – против течения к поршню.

Граничные условия:

$$\frac{dw}{dt} + \frac{\sigma_0 B}{m_p}\left(\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n - 1\right) = 0 \text{ на траектории поршня и}$$

$$\rho = \rho_0 \text{ на границе, взаимодействующей с атмосферой}$$

Начальные условия:

$$\rho(x, t_0) = \rho_0,\ w(x, t_0) = w_0.$$

Здесь ρ, w – плотность и скорость воды, c – скорость звука в воде, σ – площадь поперечного сечения сопла, m_p – масса поршня.

Аппроксимация выполнялась на двух сетках. Для сопла задавалась неподвижная пространственная сетка; для потока – подвижная пространственно-временная сетка. Уравнения в характеристической форме (1) аппроксимировались явной конечно-разностной схемой. Для определения точек выхода характеристик решались уравнения $\frac{dx}{dt} = w \pm c$, после чего параметры потока в этих точках находились квадратичной интерполяцией.

Дополнительно выполнялась интерполяция площади поперечного сечения сопла $\sigma(x)$ из узлов неподвижной сетки в точки подвижной сетки.

С целью повышения точности до второго порядка применён метод «предиктор–корректор»: после расчёта по схеме Эйлера (предиктор) выполняется повторный расчёт с обновлёнными значениями коэффициентов и свободных членов (корректор), после чего итоговое решение определяется как среднеарифметическое результатов обоих этапов.

При расчётах учитывались две особенности: условие «антикавитации» и устранение незначительных осцилляций путём среднеарифметического сглаживания по трём точкам.

Расчёты течения воды в поршневой гидропушке выполнены для различных форм сопел, получаемых на итерациях оптимизации.

На рисунке 1 приведены распределения скорости по длине установки в начале и конце истечения.

Скорость монотонно возрастает от поршня к срезу сопла и в квазиодномерном приближении обратно пропорциональна площади поперечного сечения.

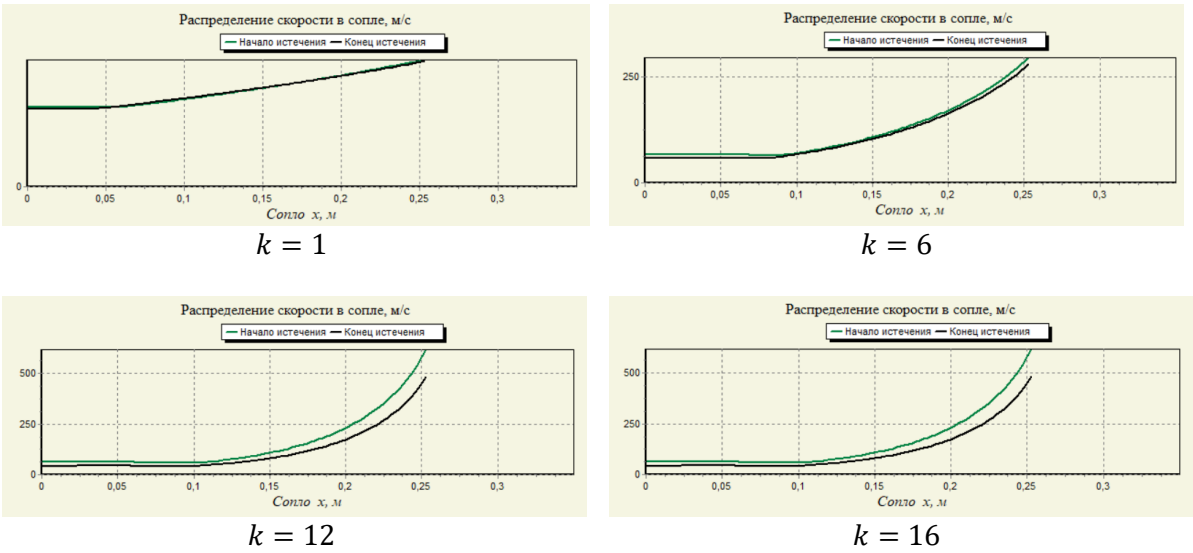


Рис.1. Распределение скорости по длине гидропушки (k – номер итерации)

Заключение. Проведено численное моделирование волнового течения воды в поршневой гидропушке при втекании жидкости в сопло. Модель рассматривает дозвуковые течения и учитывает подвижные границы потока и условие «антикавитации». Исходная система уравнений преобразована к характеристической форме в обыкновенных дифференциалах вдоль характеристик первого и второго семейств; для этих уравнений получены конечно-разностные аппроксимации второго порядка. Расчёты согласуются с физическим поведением процессов втекания и истечения. Разработанные алгоритмы могут быть использованы для оптимизации параметров установки, включая форму сопла.

Информация о финансовой поддержке: *Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение № 075-02-2026-1321 от 20 февраля 2026 года).*

Список литературы

1. Геммерлинг, О. А. Обоснование параметров гидроимпульсного разрушения угля при проведении подготовительных работ на угольных шахтах / О. А. Геммерлинг, О. В. Бушуев // Вестник Луганского государственного университета имени Владимира Даля. – 2021. – № 11 (53). – С. 30–33.
2. Jiang, T. Effect of Nozzle Geometry on the Flow Dynamics and Resistance Inside and Outside the Cone-Straight Nozzle / T. Jiang, Z. Huang, J. Li, Y. Zhou // ACS Omega. – 2022. – Vol. 7. – P. 9652–9665. – DOI 10.1021/acsomega.1c07050.
3. Семко, А. Н. Особенности пульсирующих высокоскоростных струй жидкости / А. Н. Семко, О. В. Казак // Инженерно-физический журнал. – 2020. – Т. 93, № 4. – С. 926–942.
4. Войцеховский, Б. В. Кавитационный эффект в экспоненциальном струйном насадке / Б. В. Войцеховский, Ю. А. Дудин, Ю. А. Николаев, В. П. Николаев, В. В. Никитин // Динамика сплошной среды. – Новосибирск : ИГД СО АН СССР, 1971. – Вып. 9. – С. 7–11.

УДК 519.658

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА УСЛОВНОГО ГРАДИЕНТА ДЛЯ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ГЛАДКОЙ ФУНКЦИИ НА ПЕРЕСЕЧЕНИИ ВЫПУКЛОЙ ГЛАДКОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ВЫПУКЛОГО КОМПАКТА

Черняев Ю.А., канд. физ.-мат. наук, доц., ORCID 0000-0001-7381-2665
ФГБОУ ВО "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ", г. Казань, РФ
chernyuri@mail.ru

Введение. Один из подходов к решению задачи минимизации гладкой функции на выпуклом множестве в *n*-мерном пространстве состоит в использовании метода условного градиента, изучаемого, например, в [1] и [2]. Среди работ, посвященных обобщению указанного метода на различные классы невыпуклых допустимых множеств, можно отметить, например, [3]–[5]. В [3] изучается случай, когда допустимое множество представимо в виде теоретико-множественной разности двух выпуклых множеств, в [4] – в виде теоретико-множественного пересечения выпуклого компакта со сферической поверхностью, а в [5] полученные ранее результаты обобщаются на случай выпуклой гладкой поверхности общего вида.

Целью данной работы является численный анализ метода условного градиента, обобщенного на задачи с ограничением в виде пересечения выпуклой гладкой поверхности и выпуклого компакта. Приводятся некоторые результаты вычислений, показывающие эффективную работу этого метода для ряда задач математического программирования. Изучаемый алгоритм, изложение и доказательство сходимости которого приводится в [5], может найти своё практическое применение, например, при решении задач обзора земной поверхности, приближенно являющейся эллипсоидом. Сюда относится, в частности, задача нахождения точки земной поверхности или ее части, в каком-либо смысле наименее удалённой от нескольких фиксированных точек этой поверхности.

Основная часть. Рассматривается задача $\varphi(x)\to\min, x\in X\subset E^n$, в которой X представляет собой теоретико-множественное пересечение выпуклого компактного множества F с непустой внутренностью и поверхности $S=\{x\in E^n: g(x)=0\}$, где $g(x)$ является выпуклой и гладкой на E^n и $g(x)<0$ при некотором $x\in E^n$. В силу наложенных на $g(x)$ условий, поверхность S является выпуклой и гладкой. Будем считать, что $\varphi(x)\in C^{1,1}(X)$.

Идея обобщения метода на данный класс задач состоит в том, что на каждой итерации вспомогательная задача минимизации линейной функции

$\varphi_k(x)=\langle \varphi'(x_k), x-x_k \rangle$ решается не на самом множестве ограничений *X*, а на пересечении выпуклого компакта *F* и касательной гиперплоскости к поверхности, построенной в точке *k*-го приближения x_k. Если $z(x_k)$ – решение этой задачи, то следующее приближение x_{k+1} определяется как точка пересечения отрезка $[c, x_k+\alpha_k(z(x_k)-x_k)]$ с поверхностью *S*, где $\alpha_k \in (0;1]$, а $c \in F$ – фиксированная точка, лежащая внутри поверхности *S*.

В качестве критерия останова итерационного процесса при реализации метода используется выполнение условий $\|x_k-x_{k+1}\|<\delta$ и $\varphi(x_k)-\varphi(x_{k+1})<\delta$ при $\delta=0,01$. Числа $\alpha_k, k=0,1,2,\ldots$ выбираются согласно способу, описанному в [5].

Рассмотрим задачу минимизации квадратичной функции

$$\varphi(x)=(x_1-4)^2+4(x_2-6)^2+(x_3-3)^2+7$$

на пересечении эллипсоида

$$\frac{(x_1-4)^2}{16}+\frac{(x_2-9)^2}{9}+\frac{(x_3-3)^2}{8}=1$$

и шара радиуса 5 с центром в точке $(3; 10; 2)$. При вычислениях с начальным приближением $x^0=(2; 7{,}5; 4)$ и вспомогательной точкой $c=(5; 9; 4)$ правило останова выполнилось через 13 итераций. Получен результат

$$x^*=(4{,}005809; 5{,}999989; 2{,}99995),\ \varphi(x^*)=7{,}000034.$$

Минимизируемая функция на всём пространстве имеет точку глобального минимума $(4; 6; 3)$. Можно убедиться, что эта точка принадлежит одновременно и эллипсоиду, и шару, а значит, она является точным решением задачи. Найденная точка x^* очень близка к оптимальной.

При вычислениях с иными начальными приближениями получаемые точки также оказываются достаточно близкими к точке $(4; 6; 3)$ и правило останова выполняется через относительно небольшое число итераций.

Перейдем к задаче минимизации функции

$$\varphi(x)=\sin(x_1+x_2+x_3)$$

на пересечения параболоида вращения

$$\frac{(x_1+1)^2+(x_2+1)^2}{25}=x_3+1$$

и тетраэдра с вершинами в точках $(0;0;0)$, $(9;0;0)$, $(0;9;0)$ и $(0;0;9)$. При вычислениях с начальным приближением $x^0=(3;2;0)$ и вспомогательной точкой $c=(1;1;2)$ правило останова выполнилось через 5 итераций.

Получен результат

$$x^*=(4{,}313774; 0{,}213012; 0{,}188304),\ \varphi(x^*)=-0{,}999996.$$

Функция синуса не может принимать значения, меньшие -1, а значит, $\varphi(x^*)$ очень близко к искомому наименьшему значению.

При вычислениях с иными начальными приближениями значения $\varphi(x^*)$ также близки к -1, но точки x^* получаются другие. Это связано с тем, что $\varphi(x)=-1$ во многих точках допустимого множества: каждая его точка (x_1, x_2, x_3), удовлетворяющая условию $x_1+x_2+x_3=2\pi k-(\pi/2),\ k\in Z$, является решением задачи.

Заключение. Из результатов проведенных вычислений и изложенного выше вытекают следующие выводы:

1) вычисления показали эффективность метода: последовательность приближений всегда сходится к решению задачи или к точке, удовлетворяющей необходимому условию локального минимума;

2) если множество F и поверхность S имеют простую структуру, то решение вспомогательных задач на итерациях осуществляется элементарно и не требует привлечения итерационных процедур;

3) при использовании метода выполнение критерия останова происходит, как правило, после проведения лишь небольшого числа итераций, однако при минимизации функций, имеющих овражный характер, это число существенно увеличивается;

4) число итераций, требуемое для выполнения критерия останова, существенно зависит от удачного выбора точки начального приближения x^0 и вспомогательной точки c, используемой при реализации алгоритма.

Список литературы

1. Васильев, Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. – Москва : Наука, 1980. – 520 с.
2. Пшеничный, Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин. – Москва : Наука, 1975. – 319 с.
3. Черняев, Ю. А. Обобщение метода условного градиента на один класс невыпуклых экстремальных задач / Ю. А. Черняев // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2006. – Т. 46, № 4. – С. 576–582. – EDN HTESHT.
4. Черняев, Ю. А. Сходимость метода условного градиента на классе экстремальных задач с ограничением в виде подмножества точек сферы / Ю. А. Черняев // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2015. – № 4. – С. 104–110. – EDN VRTZYD.
5. Черняев, Ю. А. Метод условного градиента для экстремальных задач с ограничением в виде пересечения выпуклой гладкой поверхности и выпуклого компакта / Ю. А. Черняев // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2023. – Т. 63, № 7. – С. 1100–1107. – DOI 10.31857/S0044466923070049 – EDN ZXHUGJ.

УДК 681.121.8

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО ЭФФЕКТИВНЫЙ ФАПЧ С АРУ НА БАЗЕ ДПФ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОГЕНЕРАЦИИ ВИБРАЦИОННЫХ РАСХОДОМЕРОВ

Шакиров А.Д., ORCID 0009-0004-7940-4573
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет», г. Ижевск, РФ
artdmshakirov@gmail.com

Введение. Вибрационные (кориолисовые) расходомеры широко применяются для точного измерения расхода и плотности жидкостей и газов [2]. Принцип их действия основан на поддержании устойчивых автоколебаний измерительных трубок на резонансной частоте. Отклонение частоты или амплитуды колебаний от заданных значений приводит к искажению показаний вплоть до полной остановки процесса измерения [3].

В работе [1] была предложена система автоматического регулирования автогенерации, использующая два ПИД-регулятора: регулятор амплитуды и регулятор периода. Регулятор амплитуды поддерживает целевую амплитуду раскачивания, а регулятор периода, опираясь на фазовый сдвиг между сигналом возбуждения и сигналом сенсора, подстраивает частоту так, чтобы поддерживать резонансный режим. Для получения оценок амплитуды и фазы в реальном времени требуется быстрый и вычислительно эффективный алгоритм обработки сигналов сенсоров.

Целью настоящей работы является разработка вычислительно эффективного метода оценки амплитуды и фазы сигнала сенсора вибрационного расходомера на основе однопериодного ДПФ с использованием 64-битного накопления и программная реализация данного метода в составе системы ФАПЧ с АРУ на микроконтроллере STM32.

1. Постановка задачи. Система управления вибрационным расходомером должна обеспечивать:

1. Поддержание фазы сосредоточенной возбуждающей силы с опережением на 90° относительно периодического движения измерительных трубок.
2. Поддержание заданной амплитуды колебаний для сохранения точности показаний.

Входными данными для алгоритма являются два гармонических сигнала с электромагнитных сенсоров, регистрирующих относительное движение измерительных трубок в двух точках. Частота этих сигналов синхронна и совпадает с частотой управляемого электромагнитного возбудителя. Требуется по каждому периоду сигнала вычислять его амплитуду и фазу с минимальными вычислительными затратами.

2. Метод на основе одноперiодного ДПФ с 64-битным накоплением. Предлагаемый метод включает следующие этапы.

2.1. Синхронная дискретизация. Микроконтроллер выполняет выборку фиксированного числа N отсчётов сигнала сенсора за один период. Поскольку частота сигнала синхронна с частотой возбудителя, период дискретизации устанавливается таким образом, чтобы на один период приходилось ровно N отсчётов. Это позволяет использовать одноперiодное ДПФ без эффекта растекания спектра.

2.2. Вычисление ДПФ для одной частоты. Для оценки амплитуды и фазы используется только одна спектральная составляющая — на частоте сигнала (квадратурная демодуляция). Дискретное преобразование Фурье для этой частоты вычисляется по формулам:

$$Re = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\frac{2\pi n}{N}, \qquad Im = -\sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin\frac{2\pi n}{N},$$

где x[n] — отсчёты сигнала, N — число отсчётов за период. Амплитуда и фаза определяются как:

$$A = \sqrt{Re^2 + Im^2}, \qquad \varphi = \tan^{-1}\frac{Im}{Re}.$$

Фиксированное число отсчётов позволяет использовать предварительно вычисленные значения sin и cos.

3. Система ФАПЧ с АРУ на основе ДПФ. Полученные оценки амплитуды A и фазы φ подаются на входы двух ПИД-регуляторов, описанных в работе [1]. Регулятор амплитуды (АРУ) сравнивает текущую оценку A с целевым значением и формирует управляющее воздействие на раскачивающий магнит: при слишком большой амплитуде возможно столкновение электромеханической системы, при малой — снижается отношение сигнал/шум. Регулятор периода (ФАПЧ) использует оценку фазы φ для подстройки периода сосредоточенной возбуждающей силы. Принцип регулирования основан на представлении механической системы как высокодобротного фильтра: отклонение частоты раскачки от резонансной приводит к изменению сдвига фазы. ПИД-регулятор периода изменяет период возбуждения в зависимости от отклонения фазы от целевого значения (индивидуального для каждого прибора). Именно на резонансной частоте достигается достаточная амплитуда для точных измерений.

4. Программная реализация. Алгоритм реализован на микроконтроллере STM32, обладающем ядром Cortex-M4 с поддержкой инструкций DSP. Основные этапы программы:

1. Настройка таймера и АЦП для синхронной выборки N отсчётов за период.
2. Целочисленное вычисление Re и Im с использованием DSP инструкции с 64 бит аккумулятором SMLAL [4] в цикле по N отсчётам.

3. Расчёт амплитуды и фазы. Передача A и φ в ПИД-регуляторы.

4. Формирование управляющих сигналов для раскачивающего магнита.

Вычислительная сложность алгоритма составляет O(N) операций умножения-накопления, что при N порядка нескольких десятков обеспечивает время вычислений, сравнимое с периодом сигнала, и позволяет работать в реальном времени без использования дорогостоящих сигнальных процессоров.

5. Результаты и обсуждение. Предложенный метод был проверен в составе системы управления расходомером РВ-В-30-122-01К. Результаты в работе [1] демонстрируют автоматический выход на резонанс: по достижении резонансной частоты фаза скачком достигает целевого значения, а амплитуда раскачивания резко возрастает, что приводит к снижению амплитуды раскачки магнита с максимального уровня до нормальных значений.

Основным преимуществом предложенного подхода является существенное снижение вычислительной нагрузки по сравнению с классическими методами, основанными на БПФ [5]. Использование однопериодного ДПФ с предварительно вычисленными таблицами и 64-битным накоплением позволяет реализовать систему ФАПЧ с АРУ на недорогих микроконтроллерах без потери точности и быстродействия.

Выводы. Разработан вычислительно эффективный метод оценки амплитуды и фазы сигнала сенсора вибрационного расходомера на основе однопериодного ДПФ с 64-битным накоплением. Метод реализован на микроконтроллере STM32 в составе системы ФАПЧ с АРУ с двумя ПИД-регуляторами. Показано, что предложенная система способна поддерживать автоколебания на достаточном уровне для обеспечения процесса измерения расхода и плотности.

Список литературы

1. Шакиров, А. Д. Разработка системы автоматического регулирования автогенерации вибрационного расходомера / А. Д. Шакиров // Автоматизированные системы управления и информационные технологии : материалы всерос. науч.-техн. конф. (г. Пермь, 3–5 июня 2026 г.) / ФГАОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет». – Пермь : Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2026.
2. Жуков, Ю. П. Вибрационные плотномеры / Ю. П. Жуков. – Москва : Энергоатомиздат, 1991. – 144 с.
3. Тараненко, Ю. К. Использование параметрического контура регулирования амплитуды в автоколебательных системах виброчастотных плотномеров / Ю. К. Тараненко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2007. – № 1 (17).
4. ARM Architecture Reference Manual. – ARM Limited, 2020. – Раздел 3.6.5: SMLAL and SMLALD.
5. Smreenik, A. DSP-Based Control of the Coriolis Meter / A. Smreenik, J. Kutin, I. Bajsic // XVI MEKO World Congress, Vienna, 2000.

УДК 004.6

АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ПОДДЕРЖАНИЮ АКТУАЛЬНОСТИ КЭШИРОВАННЫХ ДАННЫХ ПРИ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ АКТИВНОСТИ ИСТОЧНИКА

Шалашов Г.Р., ORCID 0009-0002-2612-7600,
Орлова А.Ю., канд. экон. наук, доц., ORCID 0000-0001-7173-7526
ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь, РФ
noname.nosurname25@gmail.com, aorlova@ncfu.ru

Введение. Кэширование позволяет не запрашивать одни и те же данные повторно, что снижает задержку и нагрузку на источник [1]. Но если исходный объект меняется, кэш может оставаться неверным до следующей проверки. Особенно остро проблема стоит для внешних API, где число запросов ограничено квотой. Тогда приходится решать, когда именно обновлять копию. Задача усложняется, когда периоды затишья сменяются всплесками активности источника.

Целью работы является сравнить способы поддержания актуальности кэша и выяснить, где они дают сбой при переменной частоте изменений источника. Работа опирается на качественный анализ технической документации и научных публикаций. Сопоставляются условия, при которых запускается обновление, расход запросов и способность схемы реагировать на изменение активности.

В работе рассматривается прикладной кэш объектов, которые меняются независимо от использующего их сервиса. Актуальность здесь понимается как совпадение копии с текущим состоянием объекта. Это не то же самое, что формальная свежесть HTTP-ответа: даже если срок повторного использования не истек, источник мог измениться [1].

Фиксированный TTL. Time to Live ограничивает срок, в течение которого запись используется без проверки. Если обновление выполняется по запросу, обращение к источнику происходит при первом чтении после истечения TTL. Само по себе истечение срока не запускает регулярный опрос. В HTTP срок свежести задается, в частности, директивой max-age; при наличии валидаторов возможна условная проверка [1]. Число обращений зависит и от TTL, и от того, как часто объект читают. Слишком большой TTL позволяет кэшу долго расходиться с источником, слишком малый – заставляет проверять данные даже тогда, когда ничего не менялось.

Периодический опрос. Источник проверяется через заранее заданные интервалы, независимо от чтений. Такая схема упрощает планирование числа обращений, но запросы тратятся и на объекты, которые никто не запрашивает. Если изменения учащаются, расписание само не перестраивается. Условные запросы могут уменьшить объем передаваемых

данных, однако экономия трафика не обязательно означает экономию квоты: если квота считает каждое обращение, выигрыш может быть нулевым.

Событийное обновление. Источник сам сообщает потребителям об изменении, после чего копия удаляется или обновляется. Например, Redis поддерживает уведомления об изменениях ключей, за которыми следит клиент [2]. Такой подход снижает потребность в проверках, но требует поддержки уведомлений и обработки разрывов связи. При высокой активности растет число событий и затраты на обновление. Кроме того, инвалидация не доставляет новое значение: его могут получить только при следующем чтении.

Адаптивный опрос. Частота проверок пересматривается по накопленным наблюдениям с учетом общего бюджета. В работе Learning to Crawl неизвестные частоты изменений оцениваются по признаку изменения страницы между проверками [3]. Метод MirrorSync решает задачу активной синхронизации при ограниченной обратной связи [4]. Эти работы показывают, что расписание можно привязывать к наблюдениям, а не только к заранее выбранному интервалу. При этом рост активности объекта не означает, что ему автоматически нужно отдавать большую часть квоты: распределение зависит и от важности объектов, и от выбранного критерия актуальности.

Для оценки частоты изменений предложены методы стохастической аппроксимации, в том числе вариант с инерционным членом [5]. Их не следует смешивать с самим планировщиком: оценка активности – лишь входные данные для выбора частоты опроса. Основные различия рассмотренных подходов сведены в таблице 1.

Таблица 1

Сопоставление подходов к поддержанию актуальности кэша

Подход	Условие срабатывания	Расход обращений	Ограничение при смене активности
Фиксированный TTL	Чтение после истечения срока	Зависит от срока и спроса	Срок самостоятельно не меняется
Периодический опрос	Фиксированное расписание	Задаётся расписанием	Опрос сохраняется и при редких изменениях
Событийное обновление	Уведомление источника	Зависит от событий и повторных чтений	Нужна надёжная доставка уведомлений
Адаптивный опрос	Пересмотр расписания по наблюдениям	Распределяется в пределах бюджета	Смена режима наблюдается с задержкой

Смена активности источника. При редких проверках результат «объект изменился» не говорит о том, сколько изменений произошло между ними. Поэтому доля положительных проверок не равна частоте изменений [3; 5].

Когда редкие изменения сменяются частыми, сначала нужно накопить новые наблюдения, а уже затем корректировать расписание. Если оценка слишком сильно опирается на прежнюю историю, второй этап тоже затягивается.

Например, запись каталога долго остается неизменной, а потом ее начинают часто редактировать. Фиксированное расписание продолжает работать как раньше.

Адаптивная схема с редкими проверками узнает о новом состоянии лишь при очередном обращении. Этот пример показывает два разных ограничения: задержку получения сведений и задержку изменения решения. Ослабление влияния старых наблюдений помогает со вторым, но не с первым.

Заключение. Выбор подхода зависит от доступности уведомлений, допустимого устаревания и квоты обращений. Если источник доступен только через опрос, важно учитывать интервалы между наблюдениями и пересматривать расписание после смены активности. Перспективным выглядит исследование правил, которые ослабляют устаревшую историю в рамках общего бюджета. Проведенное сравнение носит качественный характер; преимущество конкретного правила требует отдельной экспериментальной проверки.

Список литературы

1. Fielding, R. HTTP Caching : RFC 9111 / R. Fielding, M. Nottingham, J. Reschke. – 2022. – DOI 10.17487/RFC9111. – URL: https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc9111 (дата обращения: 04.10.2026). – Текст : электронный.
2. Client-side caching reference // Redis : документация. – URL: https://redis.io/docs/latest/develop/reference/client-side-caching/ (дата обращения: 04.10.2026). – Текст : электронный.
3. Learning to Crawl / U. Upadhyay, R. Busa-Fekete, W. Kotlowski [et al.]. – Текст : электронный // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. – 2020. – Vol. 34, no. 4. – P. 6046–6053. – DOI 10.1609/aaai.v34i04.6067.
4. Kolobov, A. Online Learning for Active Cache Synchronization / A. Kolobov, S. Bubeck, J. Zimmert // Proceedings of the 37th International Conference on Machine Learning. – 2020. – Vol. 119. – P. 5371–5380. – URL: https://proceedings.mlr.press/v119/kolobov20a.html (дата обращения: 04.10.2026). – Текст : электронный.
5. Avrachenkov, K. Online Algorithms for Estimating Change Rates of Web Pages / K. Avrachenkov, K. Patil, G. Thoppe // arXiv. – 2021. – № 2009.08142, версия 2. – DOI 10.48550/arXiv.2009.08142. – URL: https://arxiv.org/abs/2009.08142 (дата обращения: 05.10.2026). – Текст : электронный.

УДК 517.977.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГРУППОВОГО ПЕРЕХВАТА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ С ДРОБНОЙ ДИНАМИКОЙ

Шержонов А.Р., ORCID 0009-0002-8161-0080,
Колодкин В.М., д-р тех. наук, проф., ORCID 0000-0001-6118-9108
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет», г. Ижевск, РФ
azizbek.sherjonov21@mail.ru , Kolodkin-BM.yandex.ru

Аннотация

В работе решена задача перехвата группы целей в дифференциальной игре с дробными производными Капуто, где каждый убегающий использует свою индивидуальную стратегию управления [1, 2]. Выведены строгие условия гарантированной поимки всех целей и предложен численный алгоритм на основе метода бисекции [2, 3]. Математическая модель успешно протестирована в пространствах R^2 и R^3, что делает её отличным инструментом для решения реальных задач перехвата роя БПЛА [3, 4].

Математический аппарат исследования. Производной по Капуто порядка $q \in (0,1)$ функции f называется [1]:

$$(D^q f)(t) = \frac{1}{\Gamma(1-q)} \int_0^t \frac{f'(s)}{(t-s)^q} \mathrm{ds},$$

где Г — гамма-функция [1]. Для $f(t) = \mathrm{const}$ имеем $(D^q f)(t) = 0$; для $f(t) = t$ справедливо [1]:

$$(D^q f)(t) = \frac{t^{1-q}}{\Gamma(2-q)}$$

Для системы $(D^q)z = f(t),\ z(0) = z_0^0$ при $q \in (0;1)$ решение имеет вид [1]:

$$z(t) = z_0^0 + \frac{1}{\Gamma(q)} \int_0^t (t-s)^{q-1} f(s) \mathrm{ds}$$

Постановка задачи. В пространстве $R^k (k \geq 2)$ рассматривается дифференциальная игра $G(n+1)$ лиц с участием преследователя P и убегающих $E_1, \ldots, E_n$ с законами движения

$$(D^q)x = u, x(0) = x^0, \|u\| \leq 1,$$
$$(D^q)y_j = v_j, y_j(0) = y_j^0, \|v_j\| \leq 1.$$

Здесь $x, y_j, y_j^0, x^0, u, v_j \in R^k, j \in J = \{1, \dots, n\}, (D^q)z$- производная по Капуто первого порядка $q \in (0,1)$ функции z[1]. Предполагается, что убегающие $E_j, j \in J$ используют постоянные управления v_j , которые известны преследователю.

Целью преследователя является достижение цели.

Определение. В игре $G(n+1)$ происходит поимка, если существуют момент $T > 0$ и кусочно постоянная функция $u(\cdot), \|u(s)\| \le 1, s \in 0, T$ такие, что найдутся моменты $\tau_1 \dots, \tau_n \in 0, T$ для которых

$$x(\tau_j) = y_j(\tau_j).$$

Обозначим $z_j^0 = (x^0 - y_j^0)\Gamma(q+1)$, где $\Gamma(s)$- гамма функция.

Достаточные условия поимки

Теорема 1. Пусть $n = 1$, $|v_1| = 1$ и $(x^0 - y_1^0, v_1) < 0$. Тогда в игре $G(2)$ происходит поимка, причём [1]:

$$T_1 = \sqrt[q]{\frac{|z_1^0|^2}{2(z_1^0, v_1)}}, u_1 = v_1 - \frac{2(z_1^0, v_1)}{|z_1^0|^2} z_1^0, \quad z_1^0 = y_1^0 - x^0 1.$$

Теорема 2. Пусть в игре $G(n+1)$ существуют $v_j \in R^k, |v_j| = 1, j \in \{1, \dots, n\}$, такие, что $(x^0 - y_j^0, v_j) < 0$ и

$$-z_j^0 + v_j T_{j-1}^q - \sum_{i=1}^{j-1} f_i\left(T_{j-1}\right)u_i \neq 0,$$

где $z_j^0 = (x^0 - y_j^0)\Gamma(q+1), T_0 = 0, \quad f_i(t) = (t - T_{i-1})^q - (t - T_i)^q$. Тогда происходит поимка всех убегающих [1].

Численный метод. На основе Теоремы 2 строится алгоритм: 1) вычислить z_j^0 и проверить $(x^0 - y, v_j) < 0$; 2) найти T_1, u_1 по Теореме1; 3) для $j = 2, \dots, n$ численно решить $\Phi_j(t) = 0$ методом биссекции, где

$$\Phi_j(t) = \left\| -z_j^0 + vt^q - \sum_{i=1}^{j-1} f_{i_i}(t)u_i \right\|^2 - (t - T_{j-1})^{2q},$$

принять корень за T_j и вычислить

$$u_j = (-z_j^0 + v_j T_j^q - \sum_{i=1}^{j-1} f_i(T_j)u_i)/(T_j - T_{j-1})^q.$$

Вычислительный эксперимент в R^3 $(n = 2, q = 1/2)$.

Пусть

$$x^0 = (0,0,0), \quad y_1^0 = (2,1,1), v_1 = (0,0,1); \quad y_2^0 = (3,2,0), v_2 = (1,0,0).$$

Условия направления $(x^0 - y_1^0, v_1) = -1 < 0, (x^0 - y_2^0, v_2) = -3 < 0$ выполнены.

Шаг 1. $z_1^0 = (2,1,1), |z_1^0|^2 = 6, (z_1^0, v_1) = 1$, откуда

$$T_1 = (6/2)^2 = 9, u_1 = (0,0,1) - (2/6)(2,1,1 = (-2/3; -1/3; 2/3),$$

$\|u_1\| = 1$.

Шаг 2. $z_2^0 = (x^0 - y_2^0)\Gamma(3/2) = (-3, -2,0) \cdot 0{,}8862 = (-2{,}659; -1{,}772; 0)$.

Решая $\Phi_2(t) = 0$ при $f_1(t) = t^{1/2} - (t-9)^{1/2}$ численным методом, получаем T_2 и соответствующее u_2, $\|u_2\| = 1$. В момент T_1 и T_2 позиции

преследователя и соответстующих убегающих совпадают, что подтверждает теоретический результат [1].

Заключение

Показано, что достаточные условия поимки группы убегающих в дифференциальной игре с производными по Капуто справедливы в трёхмерном пространстве $\mathbb{R}^3$, и приведён численный эксперимент для n = 2, подтверждающий теорию [1]. Полученные результаты имеют прикладное значение для моделирования движения объектов в реальном пространстве (например, беспилотных летательных аппаратов).

Список литературы

1. Айзекс, Р. Дифференциальные игры / Р. Айзекс. – Москва : Мир, 1967. – 480 с.
2. Chikrii, A. Generalized Mittag-Leffler matrix functions in game problems for evolutionary equations of fractional order / A. Chikrii, S. Eidelman // Cybernetics and Systems Analysis. – 2000. – Vol. 36, № 3. – P. 315–338. – DOI https://doi.org/10.1134/S0081543810050056.
3. Chikrii, A. Control game problems for quasilinear systems with Riemann-Liouville fractional derivatives / A. Chikrii, S. Eidelman // Cybernetics and Systems Analysis. – 2001. – Vol. 37, № 6. – P. 836–864. – DOI https://doi.org/10.1134/S0081543810050056.
4. Petrov, N. N. Multiperson pursuit problem with fractional derivatives and phase restrictions / N. N. Petrov // Mathematics. – 2021. – Vol. 9, № 11. – DOI https://doi.org/10.20537/vm170105.
5. Петров, Н. Н. Линейная задача группового преследования с дробными производными, простыми матрицами и разными игроками / Н. Н. Петров, А. И. Мачтакова // Дифференциальные уравнения. – 2023. – Т. 59, № 7. – С. 933–943. – DOI 10.31857/S0374064123070075.
6. Петров, Н. Н. О задаче преследования группы скоординированных убегающих в игре с дробными производными / Н. Н. Петров, А. И. Мачтакова // Математика. – 2025. – Т. 61, № 1. – С. 116–132.

УДК 622.45

ПОДДЕРЖКА ВЫБОРА РЕЖИМОВ РАБОТЫ ВЕНТИЛЯТОРОВ В СИСТЕМЕ ВОЗДУХОСНАБЖЕНИЯ ШАХТ

Шубников В.С., ORCID 0009-0005-2063-7572
ФГБОУ ВО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, РФ
yetanotheruselessmailv99-27-4@mail.ru

Введение. Воздухоснабжение добычных участков угольных шахт напрямую связано с безопасностью персонала. Недостаток кислорода, рост концентраций метана и углекислого газа могут привести к гипоксии, отравлениям и взрывам метана и угольной пыли [1]. Одновременно вентиляторы главного и участковых проветриваний потребляют значительное количество электроэнергии, поэтому задача состоит в

обеспечении нормативного расхода воздуха и безопасного газового состава при минимальных энергозатратах.

Основная часть. Нормативы для угольных шахт требуют применять всасывающий способ проветривания как основной [2], а на шахтах Воркуты и Восточного Донбасса используется преимущественно он [3]. Для описания потерь давления применяется квадратичная зависимость $H = R \cdot Q^2$, где R - аэродинамическое сопротивление выработки, $Па \cdot с^2/м^6$, Q - расход воздуха, $м^3/с$. Вентиляционная сеть представляется ориентированным графом, в узлах которого выполняется баланс расходов: суммарный приток равен суммарному оттоку.

Классические методы управления имеют известные ограничения. Релейно-логическое управление реагирует только на факт превышения порогов и не учитывает энергоэффективность. ПИД-регуляторы требуют повторной настройки при изменении сопротивлений выработок, а адаптивные системы не способны прогнозировать развитие ситуации. Нечеткая логика сталкивается с экспоненциальным ростом числа правил при увеличении числа контролируемых параметров. Нейросетевые методы, напротив, справляются с нелинейностью сети, шумами измерений и прогнозированием состояния [1][4].

Граф сети для типовой всасывающей схемы включает поверхность как источник свежего воздуха, свежий штрек, два распределительных узла добычных участков, возвратный ствол и главный вентилятор проветривания, создающий разрежение. Каждое ребро графа характеризуется длиной, площадью сечения, аэродинамическим сопротивлением и направлением движения воздуха. Изменение сопротивления в любой части сети смещает рабочую точку всей системы, поэтому расход меняется на всех участках. Это обстоятельство учитывается при построении алгоритмов интеллектуального управления [3].

Предлагаемая система предназначена для поддержки выбора параметров, а не для автономного управления. Состояние сети описывается вектором, включающим расходы воздуха, давления, концентрации метана, углекислого газа и кислорода, аэродинамические сопротивления, потери давления, частоты вращения вентиляторов и потребляемую мощность. На выходе формируются рекомендуемые частоты вращения главного и участковых вентиляторов и положения регулирующих вентиляционных устройств. В качестве модели выбрана многослойная нейронная сеть прямого распространения, на вход которой подается вектор признаков с временным окном $Z(t)$, $Z(t-\Delta t)$, …, $Z(t-k\Delta t)$. Такой подход учитывает динамику процессов без использования рекуррентных слоев.

Выбор многослойного персептрона обусловлен его устойчивостью к шумам и неполноте данных. Шахтные датчики подвержены влажности, температурным колебаниям и механическим воздействиям, поэтому точность измерений ограничена. Нейронная сеть обобщает информацию по

множеству переменных и отфильтровывает случайные выбросы, сохраняя работоспособность при погрешностях. Кроме того, сеть одновременно анализирует десятки параметров, что невозможно при регулировании отдельного показателя.

Допустимое множество режимов задают жесткие ограничения безопасности: минимальный расход воздуха на контролируемых участках, предельные концентрации метана и углекислого газа, минимальная концентрация кислорода, диапазон частоты вращения вентилятора и ограничение скорости ее изменения. Безопасность здесь важнее энергоэффективности, поэтому ограничения рассматриваются не как составляющая целевой функции, а как условия допустимости решения.

Рекомендация нейронной сети не считается окончательной. Модуль верификации прогнозирует состояние сети на следующем шаге по законам сохранения массы, потерь давления и напорной характеристике вентилятора. Если хотя бы одно условие нарушено, рекомендация отклоняется или корректируется: система сохраняет последний безопасный режим либо выдает оператору предупреждение. Среди допустимых вариантов выбирается режим с наименьшей суммарной мощностью вентиляционных установок.

Для повышения надежности предусмотрены три уровня приоритета. В нормальном режиме система предлагает энергоэффективные изменения частоты вращения вентиляторов. При приближении параметров к предельным значениям главной становится поддержка безопасного расхода воздуха и газового состава. В аварийном режиме оптимизационные задачи отключаются, а система переходит к заранее определенным безопасным алгоритмам и сообщает оператору причину перехода.

Контролируемые параметры выбраны по трем группам.

Расходы измеряются в свежем штреке, на каждом добычном участке и в возвратном стволе, давления - у поверхности, в свежем штреке, вблизи очистных участков и в зоне главного вентилятора.

Концентрации метана, углекислого газа и кислорода контролируются в свежей и исходящей струях.

Депрессия главного вентилятора определяется как разность давлений на его входе и выходе, и по ней оценивается устойчивость режима.

Заключение. Предложенная интеллектуальная система поддерживает выбор частот вращения вентиляторов и положений регулирующих устройств, при этом безопасность имеет приоритет над энергоэффективностью, а модуль верификации, основанный на законах сохранения массы и напорной характеристике вентилятора, отклоняет небезопасные рекомендации.

Список литературы

1. Ma, L. Design and application of intelligent monitoring and identification system in coal mine / L. Ma, Q. Chen. – Текст : электронный // IOP Conference Series: Earth and

Environmental Science. – 2021. – Т. 651. – Ст. 032107. – URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/651/3/032107 (дата обращения: 08.10.2026).
2. Нормативные требования по применению способов и схем проветривания угольных шахт. – Текст : электронный. – URL: https://meganorm.ru/Data2/1/4293773/4293773219.pdf (дата обращения: 08.10.2026).
3. Эффективные способы проветривания шахт и выемочных участков. – Текст : электронный // КиберЛенинка. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/effektivnye-sposoby-provetrivaniya-shaht-i-vyemochnyh-uchastkov (дата обращения: 08.10.2026).
4. Ali, D. Artificial intelligence, machine learning and process automation: existing knowledge frontier and way forward for mining sector / D. Ali, S. Frimpong. – Текст : электронный // Artificial Intelligence Review. – 2020. – Т. 53. – С. 6025–6042. – URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s10462-020-09841-6 (дата обращения: 08.10.2026).
5. Juuso, E. K. Intelligent methods in modelling and simulation of complex systems. – Текст : непосредственный // Simulation Notes Europe. – 2014. – Т. 24, № 1. – С. 1–10. – DOI 10.11128/sne.24.on.102221.
6. Wu, Y. A dynamic information platform for underground coal mine safety based on internet of things / Y. Wu, M. Chen, K. Wang, G. Fu. – Текст : непосредственный // Safety Science. – 2019. – Т. 113. – С. 9–18. – DOI 10.1016/j.ssci.2018.11.003.

УДК 621.65:004.896

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПНЕВМОТРАНСПОРТОМ И ДОЗИРОВАНИЕМ ТОПЛИВА

Якименко Е.И., ORCID 0009-0005-4972-7379,
Заргарян Е.В., канд. техн. наук, доц., ORCID 0000-0002-8921-4085
ФГБОУ ВО «Южный Федеральный Университет», г. Таганрог, РФ
iakimen@sfedu.ru, evzargaryan@sfedu.ru

Введение. Пылевидное топливо – неоднородный по своим физико-химическим свойствам материал. Его влажность, фракционный состав и насыпная плотность постоянно меняются, а от равномерности подачи в топку зависит не только КПД котла, но и экологические показатели всей станции. Существующие системы топливоподачи, по сути, работают «вслепую»: они поддерживают заданную производительность питателей, но не видят, что происходит внутри пневмопровода. Результат предсказуем - перерасход дутьевого воздуха, периодические засоры, нестабильное горение. Назрела потребность в управлении, которое учитывает реальное состояние топлива и аэродинамику тракта, а не просто следует уставкам. Именно здесь уместно говорить о применении промышленного интернета вещей (IIoT) и цифровых двойников [1].

Цель работы – спроектировать и обосновать архитектуру IIoT-комплекса, который в непрерывном режиме диагностирует

пневмотранспортные линии и корректирует дозирование топлива, опираясь на цифровую модель в среде Engee.

Основная часть. Если посмотреть на то, как сегодня устроены системы топливоподачи, картина складывается довольно однообразная. Весовые дозаторы, частотное регулирование шнеков, контроль расхода воздуха - всё это работает, но фиксирует проблемы уже после того, как они возникли. Пробка в трубопроводе обнаруживается по росту давления, а не по её формированию. Изменение влажности топлива компенсируется вручную, с задержкой. Объединить распределённую телеметрию, потоковую аналитику и имитационное моделирование в единую платформу – значит перейти от реакции к предвидению [2].

Комплекс, о котором идёт речь, выстроен по трёхъярусной схеме. Данные от сенсора до экрана оператора проходят три ступени, на каждой из них происходит своя обработка.

Полевой ярус – это то, что установлено непосредственно на оборудовании. На бункерах, дозаторах, вдоль трассы пневмопровода работают: дифференциальные манометры, отслеживающие перепад давления на участках; ультразвуковые расходомеры, измеряющие параметры двухфазного потока; микроволновые влагомеры, определяющие влажность топлива в реальном времени; датчики акустической эмиссии, способные уловить начало отложений на стенках труб; интеллектуальные частотные приводы дозаторов, готовые принимать внешние управляющие сигналы.

Промежуточный контур (Edge-уровень) – промышленные шлюзы и контроллеры. Их задача – собрать сигналы с разнородных датчиков, отфильтровать помехи, преобразовать полевые протоколы (Modbus RTU, Profibus DP) в OPC UA или MQTT и отправить дальше. Здесь же происходит первичная агрегация: сырые данные превращаются в осмысленные параметры.

Серверный ярус – платформа хранения временных рядов, SCADA-интерфейс и вычислительный модуль, где крутятся алгоритмы машинного обучения и живёт цифровая модель процесса.

Сердце комплекса – модуль адаптивной коррекции дозирования. Он работает в цикле реального времени: берёт текущий профиль давления вдоль пневмопровода, сравнивает с эталонной кривой, рассчитанной под заданные характеристики топлива. Чтобы не дёргать систему ложными тревогами, алгоритм смотрит на влажность сырья, загрузку дутьевых вентиляторов, температуру транспортирующего воздуха. Как только перепад давления отклоняется от нормы больше чем на 5 % – верный признак того, что начинает формироваться пробка, – модуль сам уменьшает производительность дозатора, наращивает подачу воздуха и одновременно шлёт уведомление персоналу.

Но одного только реагирования мало. Для глубокой диагностики в контур встроен блок имитационного моделирования, развёрнутый в среде Engee. Виртуальная копия пневмотранспортной сети воспроизводит аэродинамику прямых участков, поворотов, переключателей, топочных устройств. IIoT-платформа с интервалом в несколько секунд подставляет в модель свежие значения гранулометрии, влажности, температуры. Цифровой двойник в фоновом режиме пересчитывает оптимальные скорости несущего потока, рекомендуемую конфигурацию дозаторов [3].

Связка «IIoT-телеметрия + Engee» даёт на выходе систему поддержки принятия решений. Оператор видит не просто аварийный сигнал, а развёрнутую рекомендацию: какой вентилятор перевести на повышенную частоту, какой питатель временно разгрузить, чтобы вернуть аэродинамику в штатный режим.

Если влажность топлива сдвигается больше чем на 5 % от номинала, платформа сама запускает пересчёт цифрового двойника и обновляет уставки дозирования [4].

Исследование подтвердило: предложенная IIoT-архитектура обеспечивает время отклика от 1 до 5 секунд по критическим параметрам и легко масштабируется на несколько параллельных трасс.

А связка с Engee позволяет учесть нелинейности – адгезию влажных частиц, вторичные течения в отводах, прогрессирующий абразивный износ стенок, – которые в жёсткую логику стандартных ПЛК просто не вписываются [5-7].

Заключение. В работе спроектирован программно-аппаратный комплекс для автоматизированного управления пневмотранспортом и дозированием пылевидного топлива. Архитектура объединяет распределённый телеметрический контроль, алгоритмы раннего обнаружения аэродинамических аномалий и цифровое моделирование в среде Engee. Ожидаемый эффект – сокращение удельных затрат электроэнергии на транспортировку, снижение частоты аварийных остановов из-за засоров, стабилизация режима горения. Дальнейшая работа связана с пилотным запуском комплекса на действующем котлоагрегате и развитием модели цифрового двойника для прогнозирования золошлакования поверхностей нагрева.

Список литературы

1. Ганциевский, А. В. Анализ применения искусственного интеллекта в грузоподъёмных беспилотниках / А. В. Ганциевский, Е. В. Заргарян // Донецкие чтения 2024: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы IX Междунар. науч. конф. : в 8 т. – Донецк, 2024. – Т. 1. – С. 154–156.
2. Кошенский, В. И. Исследование методов позиционирования внутри помещений / В. И. Кошенский, В. Ю. Заргарян // Информационные технологии, системный анализ и управление (ИТСАУ-2024) : сб. тр. XXII Всерос. науч. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов : в 2 т. – Таганрог, 2024. – Т. 2. – С. 446–450.

3. Сухов, Т. А. Разработка и валидация низкобюджетных сенсоров для мониторинга PM2.5 и NO в городской среде / Т. А. Сухов, В. Ю. Заргарян // Наука Юга России: достижения и перспективы : тезисы докладов. – Ростов-на-Дону, 2026. – С. 363.
4. Заргарян, Е. В. Выявление источников загрязнения воздуха с помощью методов кластеризации и обратного моделирования / Е. В. Заргарян, Т. А. Сухов, Д. Д. Козачук // Перспективы автоматизации. Рациональное управление. Связь и акустика : сборник трудов XIV Всероссийской научной конференции. – Геленджик, 2025. – С. 85–89.
5. Заргарян, Е. В. Необходимость разработки системы обнаружения утечек на нефтепроводе / Е. В. Заргарян, Н. В. Морозов // Донецкие чтения 2023: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : материалы VIII Международной научной конференции. – Донецк, 2023. – С. 141–143.
6. Проектирование и моделирование объемного гидропривода / В. В. Соловьев, Е. В. Заргарян, Ю. А. Заргарян, Д. А. Белоглазов, Е. Ю. Косенко. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2015. – 97 с.
7. Заргарян, Е. В. Оценка состояния динамического взвешивания с использованием фильтра Калмана / Е. В. Заргарян, Ю. А. Заргарян, А. Я. Номерчук // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2022. – № 2. – С. 236–249.

УДК 004.434 : 519.237.8

ПРЕДМЕТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ЯЗЫК ДЛЯ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА

Яр-Мухамедов И.Г., доц.
Институт машиноведения, автоматики и геомеханики НАН КР,
г. Бишкек, Кыргызская республика,
aldar@email.su

Введение. Расширение и углубление областей использования вычислительных технических и программных средств обусловило появление потребностей в специализированных языках, как алгоритмических, так и декларативных. Причем существенно возросла потребность в предметно-ориентированных языках (ПОЯ), наиболее близких к тем или иным конкретным задачам конечных пользователей [1, 2] с существенным перевесом в сторону декларативности.

Цель проведенных исследований и разработок – описании предметно-ориентированного языка для целей кластеризации по критерию минимума внутрикластерных расстояний и создании компилятора для генерации задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) с логическими переменными для последующего ее решения с помощью известных свободных решателей.

Основная часть. В качестве метода кластеризации выбран метод, основанный на линейной модели кластера [3], ближайшим аналогом которого в части свойств кластерной структуры является метод к-средних. Для компьютерной реализации принят поэтапный подход, описанный в [4].

Процесс решения задачи кластеризации представлен следующей последовательностью действий.

1. Подготовка исходных данных (пользователем с помощью доступных программных и технических средств) в виде простого текстового файла.

2. Ввод и анализ данных (компилятор ПОЯ).

3. Генерация задачи линейного программирования (компилятор ПОЯ). Выходной файл имеет стандартный формат представления задач ЛП (lp-format) и записывается в простой текстовый файл.

4. Решение задачи ЦЛП с помощью доступного свободного решателя, например, lp-solve.

5. При необходимости специального оформления результатов решения задачи потребуется написать отдельную программу или скрипт для трансформации выходных данных в требуемую форму.

Формат исходных данных предельно прост [3] и представляет собой прямоугольную таблицу (матрицу) значений меры расстояния между объектами, подлежащими кластеризации. Строкам соответствуют объекты, от которых измеряется расстояние, столбцам – объекты, расстояния до которых измеряются. Собственно расстояния располагаются на пересечениях соответствующих строк и столбцов.

Таблице расстояний предшествуют два числа, определяющие размерность матрицы и количество кластеров, которое должно быть получено в результате кластеризации.

Формат выходных данных (lp-format) описывается следующим образом [5]:

<целевая функция>

<ограничение> *

<объявление> *

где:

<целевая функция> – ключевое слово "max" либо "min", за которым следует линейная комбинация переменных и констант, оканчивающаяся точкой с запятой;

<ограничение> – имя ограничения, за которым следуют двоеточие, линейная комбинация переменных и констант, знак операции отношения, константа, точка с запятой (допустимо записывать двусторонние ограничения как одно);

<объявление> – одно из ключевых слов "free", "int" или "bin", означающих, что переменные из последующего списка, оканчивающегося точкой с запятой, являются свободными, целочисленными либо двоичными (логическими);

звездочка означает, что предшествующий объект может повторяться многократно.

Формат представления задачи линейного программирования описан в ограниченном объеме, необходимом для реализации компилятора предметно-ориентированного языка.

Существуют различные варианты компьютерной реализации ПОЯ. Одно из подробных и наглядных описаний представлено в [6]. Ввиду простоты грамматики исходного языка не требовалось разрабатывать сложные сканеры и синтаксические анализаторы. Ввод и логический контроль исходных данных были дополнены простейшими средствами прямой трансляции, превосходно описанными в [7]. Функциональная структура компилятора имеет следующий вид.

1. Ввод данных.
2. Логический контроль.
3. Вычисление и настройка параметров задачи ЦЛП.
4. Генерация целевой функции.
5. Генерация ограничений по видам [3].
6. Генерация объявлений.
7. Формирование сообщения о результатах работы и завершение.

Исходный код компилятора написан на языке С. Исполняемые коды получены для операционных систем GNU OS и Windows с помощью TCC (tiny C compiler).

Заключение.

1. В основу разработки положена линейная модель кластерной структуры, в наибольшей мере соответствующая содержательным определениям.

2. Методы, используемые для решения задач линейного программирования, позволяют получать точные оптимальные решения в отличие от других методов кластерного анализа, например, методов семейства К-средних (арифметических, медиан, медоидов ...).

3. Двухэтапный подход (от данных к задаче и от задачи к решению) с использованием двух языков (описания данных и описания задачи) позволяет минимизировать трудозатраты благодаря использованию типовых методо-ориентированных программных средств.

Список литературы

1. Taha, W. Domain-Specific_Languages. IFIP TC 2 Working Conference, DSL 2009 Oxford, UK, July 15-17, 2009 Proceedings – 4 p. – Текст : электронный – URL: http://www.cs.rice.edu/~taha/publications/conference/icces08.pdf. (дата обращения: 22.07.2026).
2. Дмитриев, С. Языково-ориентированное программирование: следующая парадигма / С. Дмитриев // RSDN Magazine #5-2005. – 11 с. – Текст : электронный – URL: https://www.rsdn.ru/article/philosophy/LOP.xml (дата обращения: 22.07.2026).
3. Яр-Мухамедов, И. Г. Линейная модель кластера / И. Г. Яр-Мухамедов // Проблемы автоматики и управления. – 2024. – № 1(49). – С. 32–40. – EDN AEQGRH.

4. Яр-Мухамедов, И. Г. Язык описания данных и язык описания задачи / И. Г. Яр-Мухамедов // Донецкие чтения - 2025: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : Материалы X Международной научной конференции, посвященной 60-летию создания Донецкого научного центра, Донецк, 05–07 ноября 2025 года. – Донецк: Донецкий государственный университет, 2025. – С. 263–265. – EDN THFSJF.
5. LP file format. – Текст : электронный – URL: https://lpsolve.sourceforge.net/5.5/lp-format.htm. (дата обращения: 22.07.2026).
6. DSL Implementation in MetaOCaml, Template Haskell, and C++ / Krzysztof Czarnecki, John O'Donnell, J¨org Striegnitz, and Walid Taha. 2004. – 22 p. – URL: https://web.archive.org/web/20160305042746/http://camlunity.ru/swap/Library/Computer%20Science/Metaprogramming/Domain-Specific%20Languages/DSL%20Implementation%20in%20MetaOCaml,%20Template%20Haskell%20and%20C++.pdf (дата обращения: 22.07.2026).
7. Лебедев, В. Н. Введение в системы программирования / В. Н. Лебедев. – Москва : Статистика, 1975. – 312 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Механика твердого тела

Гордеев Г.Г. О некоторых аналогиях в физике, механике, экономике 7

Гордеев Г.Г., Щепин Н.Н. Аналогия между моделями динамики твердого тела и статики упругих стержней при больших перемещениях и ограничения на ее применение 9

Зыза А.В., Пилпани Ю.Ю. Об одном из методов построения частных решений двух задач динамики гиростата 11

Коносевич Б.И., Коносевич Ю.Б. Выражения кинетической и потенциальной энергии для обобщенной механической модели гироскопа в кардановом подвесе, предложенной П.В. Харламовым 14

Мазнев А.В., Ткаченко Д.В. О построении решений уравнений движения гиростата в потенциальном поле сил 17

Щепин Н.Н. Исследование достаточных условий устойчивости положения равновесия конечномерной модели замкнутого упругого стержня 20

Механика деформируемого твердого тела

Авдюшина Е.В. Напряженное состояние анизотропной полуплоскости с криволинейными отверстиями и выемами 24

Бондаренко Н.С. Фундаментальные матрицы внутренних силовых факторов, построенные для случая изгиба ортотропной пластины на базе {1,0}-аппроксимации при отсутствии «гипотетического» модуля сдвига 27

Бондаренко Н.С., Ткачев Н.Ю. Исследование безмоментного состояния ортотропных пластин при локальных силовых воздействиях, распределённых вдоль отрезка по нормальному закону, на базе {1,0}-аппроксимации 30

Глухов А.А., *Пачева М.Н., Фоменко М.В.* Электроупругие поверхностные волны в структурах из неоднородных функционально-градиентных пьезоактивных компонент 33

Глушанков Е.С. Действие электрических и магнитных диполей в многосвязной пластинке из пьезоматериала 36

Глушанков Е.С. Применение метода наименьших степеней в плоской задаче термоэлектромагнитоупругости 39

Гольцев А.С. Компьютерная модель сосредоточенного воздействия изгибающего момента на изотропные пластины 42

Дзундза А.И., Моисеенко В.А., Моисеенко И.А. Базисные решения в задачах о распространении осесимметричных нормальных волн в полых цилиндрах, функциональные характеристики изотропного материала которых свободны от ограничений 45

Ермаков О.Э., Мироненко А.Б. Изгиб кусочно-однородной пьезополуплоскости с упругими включениями 48

Калоеров С.А., Гапотченко Я.И. Антиплоская деформация полупространства с цилиндрическими полостями и плоскими трещинами 51

Калоеров С.А., Полянский М.А. Исследование вязкоупругого состояния полосы с отверстиями, трещинами и выемами 54

Калоеров С.А., Сошина Е.И. Решение циклической задачи о кручении цилиндра с продольными полостями и плоскими трещинами 57

Мельничук Н.Ю. Нормальные волны в полых изотропных цилиндрах с многофакторной функциональной радиальной неоднородностью: сопоставление осесимметричного и неосесимметричного случаев 60

Мироненко А.Б., Ульева С.А. Исследование напряженно-деформированного состояния вязкоупругой пластинки с тремя круговыми упругими включениями 63

Моисеенко И.А., Чебаненко Ю.А. Компьютерное моделирование термоупругого состояния ортотропных пластин при нагреве пламенем простой горелки 66

Солопко И.В. Обзор программ для совмещенного процесса литья-прессования 69

Стенцель И.И., Бойко Е.А., Рассказова Ю.Б. Математические модели нелинейных гидродинамических процессов второго порядка 72

Стенцель И.И., Бойко Н.З., Бойко Е.А. Некоторые аспекты математического моделирования технологических процессов 75

Стенцель И.И., Бойко Н.З., Рассказова Ю.Б. Математические модели нелинейних гидродинамических процессов методом баланса скоростей 78

Сторожев С.В., Номбре С.Б., Жмыхова Т.В. Методика сведения граничной задачи динамики трансверсально-изотропной функционально-градиентной пластины к системе линейных алгебраических уравнений 81

Терлыч С.В. Динамика гибкой связи буксируемой подводной привязной системы 84

Тимошенко Д.В., Илюхин А.А. Определение структуры определяющих уравнений анизотропной моментной теории стержней 87

Математический анализ и дифференциальные уравнения

Афанасьева Н.О. Особенности спектра и существование ограниченного классического решения нелинейной краевой задачи сопряжения 90

Будыка В.С. К вопросу о самосопряжённости блочных якобиевых операторов 93

Будыка В.С. О существовании нерелятивистского предела оператора Дирака с матричными точечными взаимодействиями 95

Волчков В.В., Власенко И.С. Оценка радиуса Йона радиальных функций с локальным свойством Помпею для семейства из равнобедренного треугольника и квадрата 97

Волчков В.В., Волчков Вит.В., Скляр Д.В., Хиценко М.В. Аналог теоремы Мореры для функций, непрерывных в угле 100

Волчков В.В., Сероштанова К.В. Описание множеств инъективности преобразования Помпейю, заданного интегралами по параллелепипедам 102

Волчков Вит.В., Волчкова Н.П. О ядре оператора свёртки на редуцированной группе Гейзенберга 105

Заставный В.П. Об эквивалентных условиях поведения функции в окрестности точки 108

Краснощёких Г.В., Волчков Вит.В. Теорема о замыкании обобщенных сдвигов Бесселя 110

Лиманский Д.В. Слабо коэрцитивные системы минимальных дифференциальных операторов в шкале изотропных и анизотропных пространств Соболева 112

Манов А.Д. О некоторых свойствах обобщённых многочленов по функциям Бесселя 113

Машаров П.А. Новая теорема единственности для функций с нулевыми интегралами по дугам окружностей 114

Оридорога Л.Л., Агибалова А.В. Об асимптотике решений уравнения Штурма-Лиувилля с δ'-взаимодействиями 116

Информационно-документационное обеспечение управления

Андреев Д.А., Вертешев С.М., Дитман М.О. Алгоритм нормативной проверки образовательных программ с учетом применимости редакций федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования 118

Андреев Р.А., Искра Е.А. Протоколирование исправлений решений рекомендательных систем 121

Балдынюк А.И. Документационное обеспечение инновационной деятельности предприятий на продовольственном рынке 124

Гизатулин А.М., Стеценко Я.В., Ухова А.Н. Информационно-документационное обеспечение управления межведомственным обменом документами 127

Коробейникова К.В. Документная лингвистика и стандартизация текста в условиях развития цифровизации и искусственного интеллекта 130

Мащенко Н.Е. Цифровая оптимизация документационных процессов в образовательной организации 133

Миндыла Д.С. Формирование цифровых профессиональных компетенций студентов направления «Документоведение и архивоведение. Информационно-документационное обеспечение управления» в условиях трансформации образовательной среды 136

Митрохина Е.А. Накопление избыточной цифровой информации в системе документооборота организации 139

Овчаренко А.С. Ключевые аспекты цифровой трансформации документооборота финансово-хозяйственной деятельности организации 142

Филатова Я.В., Харакиоз А.В. Документоведение как навигатор по миру информации 145

Прикладная математика, прикладная информатика и теория систем управления

Акимов С.С., Трипкош В.А., Архапчева М.В. Системные методы поддержки принятия решений для повышения продуктивности агропредприятий 149

Андреев Д.Ю., Сементеева Л.Ш. Эволюция подходов к управлению сложными системами: от кибернетики до цифровых двойников 152

Архапчева М.В., Трипкош В.А., Акимов С.С. Концептуальная модель системы прогнозирования каскадных отказов в газораспределительных сетях на основе информационно-логического моделирования 155

Бабич И.В. Применение физически информированных нейронных сетей (PINN) для численного решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных 158

Бердянский А.А., Анохина И.Ю. Использование экзогенных временных рядов в качестве внешних переменных в статистических моделях 161

Березин В.С., Шевцов Д.В. Разработка защищённого мессенджера: от гибридных криптосистем к постквантовому обмену ключами 164

Володин Н.А. Идентифицируемость непрерывной функции в уравнении параболического типа 167

Горбачева О.И. Анализ данных в Excel: обучение специалистов физической культуры 170

Горелов М.А., Пименов В.И., Андреев Д.А. Процедура согласования интервалов технического обслуживания конструктивных элементов городских автобусов 173

Грушин Н.Е., Сементеева Л.Ш. Применение нейросетевых алгоритмов в задачах прогнозирования технического состояния оборудования 176

Давыдовская В.В., Невмержицкий С.Н., Беспалько З.А. Возможности современных систем компьютерной математики для решения обыкновенных дифференциальных уравнений на примере MATLAB 179

Доценко Г.В. Цифровая модель замены магистрального водяного отопления регенеративными аккумуляторами сухого высокотемпературного тепла от утилизируемых ТБО 182

Дюбо Е.Н. Моделирование распространения интернет-банкинга на основе теории клеточных автоматов 185

Жерновой Я.Р., Шевцов Д.В. Разработка и исследование RAPTOR-системы для поиска диалоговых скриптов для операторов банковских контакт-центров .. 188

Жмыхова Т.В. Анализ модели риска страховой компании при инвестировании в актив Орнштейна-Уленбека и стохастическом потоке премий 191

Ильина Д.И. Прикладные алгоритмы многокритериальной оптимизации для управления парком автомобилей энергообъектов 194

Исмагилов А.Р., Галиева Г.М. Методы искусственного интеллекта в системном анализе 197

Кальчишкова А.С., Золотая А.В. О применении статистических методов для анализа показателей внешней торговли Российской Федерации 200

Клопов И.В. Механизм управления выбором данных при мониторинге роботизированной сварки 203

Коваленко Е.С. Выбор архитектуры нейросетевой модели для прогнозирования объёма закупок товарно-материальных ценностей на металлургическом предприятии 206

Комиссарова Л.Р., Григорьев С.В. Применение рекуррентной модели глубокого обучения с механизмом внимания для прогнозирования потребления электроэнергии..... 209

Коновалов К.В. Алгоритм обработки сигнала бесконтактного ультразвукового измерителя уровня горной массы на ленточном конвейере в сложных условиях горного производства 212

Косенко Е.Е., Бойко М.В., Косенко О.В. Построение модели надежности работы линейной части системы водоснабжения с помощью метода наименьших квадратов 215

Лахтина А.А., Газашвили Г.Г., Сухан И.В. Программная оптимизация документооборота структурного подразделения 218

Левин Д.К., Заргарян Е.В. Разработка цифрового двойника системы контроля качества нефти 221

Литвин Д.Б., Анкудинов К.А. Информационные технологии решения гладких оптимизационных задач с ограничениями..... 224

Марченко И.И., Шевцов Д.В. Разработка подхода к автоматизированному выявлению изменений объектов инфраструктуры по данным беспилотных авиационных систем..... 227

Меликов З.А., Блохин С.В. Оптимизация логического вывода в миварных сетях на основе вероятностной модели правил 230

Мельник А.-В.В., Чебаненко В.А. Построение интегрированного графического интерфейса компьютерной модели решения задач теории потенциала с помощью МГЭ на базе OpenGL 232

Мурзина Э.Ф. Реализация математических моделей биотехнологических процессов в среде Mathcad..... 234

Настасенко С.А., Савотченко С.Е. Координация обучения нейросетевого контроллера манипулятора локальной языковой моделью..... 237

Некрасова Д.Р., Лазебная Л.А. Формализация признакового описания динамических дактилем русского жестового языка 240

Неспирный В.Н., Кавура В.Л., Перевозчиков А.Н., Шеремет Н.Н. Разработка информационно-аналитического инструментария для подбора мер государственной поддержки..... 243

Орлова А.Ю., Новикова Е.Н. Проблема адаптивности и устойчивости гибридных систем в динамической среде..... 246

Пшеничный Д.В., Дьяченко Ю.Ю., Шарибченко Е.И. Системный анализ и модельно-расчётная оценка классов алгоритмов обработки событий в цифровой инфраструктуре вуза..... 249

Рупенко Н.С., Платонова Е.С. Использование машинного обучения для выявления аномалий в информационных системах..... 252

Сафиуллин Д.И., Галиева Г.М. Методы теории принятия решений: сравнительный анализ и обоснование выбора 255

Севостьянов Е.Н., Малина А.Б. Автоматизированная информационная система типографии: обоснование программных средств и архитектурные решения 258

Скалецкий М.А. Разработка модели поддержки принятия диспетчерских решений на основе анализа технологических данных 261

Соболева Д.А. Применение методов машинного обучения для анализа и прогнозирования временных рядов в экономических системах 264

Стаценко А.А. Адаптивное управление производством при снижении надёжности данных 266

Сухан И.В., Бондаренко В.А., Лахтина А.А. Концепция веб-ресурса банка задач по дискретной математике 269

Сухов Т.А., Козачук Д.Д., Заргарян Е.В. Интеграция IoT-решений на базе ESP32-CAM в SCADA-системы 272

Толстых В.К., Дмитрук Ю.В. Численное моделирование течения воды в сопло гидропушки 275

Черняев Ю.А. Реализация метода условного градиента для задачи минимизации гладкой функции на пересечении выпуклой гладкой поверхности и выпуклого компакта 278

Шакиров А.Д. Вычислительно эффективный ФАПЧ с АРУ на базе ДПФ для систем автогенерации вибрационных расходомеров 281

Шалашов Г.Р., Орлова А.Ю. Анализ подходов к поддержанию актуальности кэшированных данных при изменяющейся активности источника 284

Шержонов А.Р., Колодкин В.М. Математическое моделирование и численные методы решения задач группового перехвата в дифференциальных играх с дробной динамикой 287

Шубников В.С. Поддержка выбора режимов работы вентиляторов в системе воздухоснабжения шахт 289

Якименко Е.И., Заргарян Е.В. Разработка и исследование системы управления пневмотранспортом и дозированием топлива 292

Яр-Мухамедов И.Г. Предметно-ориентированный язык для кластерного анализа 295

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ДОНЕЦКИЕ ЧТЕНИЯ – 2026: ОБРАЗОВАНИЕ, НАУКА, ИННОВАЦИИ, КУЛЬТУРА И ВЫЗОВЫ СОВРЕМЕННОСТИ

Материалы
XI Международной научной конференции,
10–12 ноября 2026 г.,
г. Донецк

ТОМ 1
Механико-математические, компьютерные науки, управление

под общей редакцией проф. *С.В. Беспаловой*

Дизайн обложки	*В. Дёмина*
Технический редактор	*М.В. Фоменко*
Компьютерная верстка	*Н.Ю. Мельничук*

Адрес оргкомитета:
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 283001, ДНР, РФ.
E-mail: *science.prorector@donnu.ru*

Подписано в печать 28.10.2026 г.
Формат 60×84/16. Бумага офисная.
Печать – цифровая. Усл.-печ. л. 17,7.
Тираж 50 экз. Заказ № 26окт121/1.
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24.
Издательство ФГБОУ ВО «ДонГУ»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 22
E-mail: donnu.izdatelstvo@mail.ru