Міжнародний збірник наукових робіт
Международный сборник научных работ

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:
проблеми і дослідження

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

Випуск 35

Засновники:

Донецький національний університет

Інститут педагогіки Національної академії педагогічних наук України

Національний педагогічний університет ім. М.П.Драгоманова

Донецьк: ДонНУ, 2011

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Збірник заснований професором Юрієм Олександровичем Палантом у 1993 році.

Рекомендовано до друку Вченою радою Донецького національного університету 29.04.2011 (протокол № 4).

Д44 **Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт.** – Вип. 35. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2011. – 208 с.

ISSN 2079-9152

Випуск збірника друкується за матеріалами міжнародної науково-методичної конференції „Актуальні проблеми теорії і методики навчання математики", присвяченої 80-річному ювілею з дня народження видатного вченого в галузі теорії та методики навчання математики Слєпкань Зінаїди Іванівни.

Викладені нові підходи деяких питань методики навчання математики.

Свідоцтво про державну реєстрацію
КВ № 15209-3781Р від 30.04.2009

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

International Collection of Scientific Works

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

Issue # 35

Founders:

Donetsk National University, Ukraine

Pedagogical Institute of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine

Dragomanov National Pedagogical University, Kiev, Ukraine

UDK 51(07)+53(07)
BBK B1 p
Д44

A periodic semiannual edition founded by Professor Yurii Palant in 1993.

Recommended for publication by Scientific Council
of Donetsk National University on 29.04.2011 (minutes # 4)

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations: International Collection of Scientific Works. –** Issue # 35. – Donetsk: DonNU, 2011. – 208 p.

ISSN 2079-9152

New approaches to some methods of training mathematics problems are described. The publications concern the use of heuristic methods in teaching sciences, stimulation of creative activity of students in the field of constructing and solving problems.

State registration
КВ № 15209-3781Р dated 30.04.2009

UDK 51(07)+53(07)
BBK B1 p

Постановою Президії ВАК України від 10.11.99 № 3-05/11 затверджено перелік № 3 наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук. До розділу «Педагогічні науки» включено наш збірник наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» (Бюлетень ВАК України, 1999, № 6), який є продовженням видання «Евристика та дидактика точних наук» міжнародного збірника наукових робіт. Нумерація випусків продовжується.

ЗМІСТ

Швець В.О., Скафа О.І.
Професор З.І.Слєпкань: людина, педагог, учений……………………………… **9**

Бевз В.Г., Калідуб Н.М.
Ідеї розвивального навчання математики у творчій спадщині З.І.Слєпкань……….. **15**

Krasnodębski M.
Основы метафизики в математических взглядах Платона…………………. **21**

Крилова Т.В., Гулєша О.М., Орлова О.Ю.
Дидактичні засади фундаменталізації математичної освіти студентів нематематичних спеціальностей університетів………………………………… **27**

Євсеєва О.Г.
Використання знань як засобів навчання математики на засадах діяльнісного підходу……………………….. **36**

Непомняща Т.В.
Професійно орієнтовані задачі як головний чинник формування комунікативної компетентності майбутнього фахівця в освітньо-виховному просторі ВТНЗ… **44**

Ровенська О.Г.
Проблемний підхід у викладанні вищої математики для інженерних спеціальностей………………………………….. **49**

Гончаренко Я.В., Працьовитий М.В.
Деякі проблеми навчання математичної статистики студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів………………………………… **53**

Дмитрієнко О.О.
Особливості побудови курсу математичного аналізу в університетах різних країн…………………………………. **58**

Білоцький М.М., Шатило М.А.
Поняття похідної за напрямом функції однієї дійсної змінної та основні теореми диференціального числення…………... **63**

Кривовяз О.І.
Формування розуміння суті інструментарію похідних при дослідженні функцій **70**

Махомета Т.М.
Історія розвитку вчення про лінії та поверхні в курсі аналітичної геометрії… **78**

Коломієць О.М., Демченко О.Г.
Геометричне місце точок, рівновіддалених від параболи і прямої……… **83**

Овсієнко Ю.І.
Диференціація під час організації самостійної роботи студентів в процесі формування практичних вмінь і навичок з вищої математики…………………... **87**

Ткач Ю.М.
Професійна спрямованість навчання вищої математики у системі економічної освіти……………………………. 93

Мехед Д.Б.
Організація корекційної роботи в процесі навчання студентів економічних спеціальностей теорії ймовірності й математичної статистики………….. 98

Євтушенко Н.В.
Складові культури вчителя математики 102

Грамбовська Л.В.
Застосування ІКТ у процесі навчання геометрії як один із напрямів підвищення педмайстерності вчителів математики……………………………………. 107

Stankous N.
Challenges of Examinations for Mathematics Teachers in California (Трудности при сдаче лицензионных экзаменов учителей математики в Калифорнии)……………………………… 113

Тарасенкова Н.А.
Організація усного розв'язування геометричних задач………………… 121

Богатирьова І.М.
Технологія побудови індивідуальних освітніх траєкторій при навчанні геометрії…... 126

Скрипченко Ю.А.
Метод математичної індукції в геометрії… 130

Овезов А.
Усиление прикладной направленности обучения математике посредством формирования приемов рациональных рассуждений…………………………... 136

Шумигай С.М.
Історія науки на уроках алгебри в основній школі………………………. 141

Благодир Л.А.
Помилки учнів у навчанні алгебри: практичний аспект…………………. 147

Філімонова М.О.
Навчання учнів 5-6 класів елементам математичного моделювання……….. 153

Гончарова І.В., Бірюкова О.С.
Активізація роботи математичного гуртка евристичного спрямування за допомогою інтерактивних методів навчання........ 158

Сердюк З.О.
Специфіка вивчення математичних фактів у класах суспільно-гуманітарного напряму…………………………... 164

Прач В.С.
Організація проектної діяльності учнів класів гуманітарного напряму.. 169

Воробйова К.Д.
Принципи побудови стохастичної змістовно-методичної лінії в старших класах соціально-гуманітарного напряму……… 175

Швець В.О., Кліндухова В.М.
Наближені обчислення під час вивчення фізики у 7 класі………………………… 180

Васильєва Д.В.
Уроки математики в 5-6 класах з використанням НІТН……………… 186

Павліна О.В., Павлова С.Б.
Прийоми використання комп'ютерно-орієнтованих засобів у навчанні теми «Похідна та її застосування»………….. 191

Хара О.М.
Діагностика знань і вмінь абітурієнтів в дистанційному курсі з математики... 197

CONTENT

Швець В.О., Скафа О.І.
Професор З.І.Слєпкань: людина, педагог, учений **9**

Bevz V. Kalidub N.
The ideas of developing mathematics teaching in creative heritage of Z.Slyepkan…….. **15**

Krasnodebski M.
Fundamentals of metaphysics in Plato's mathematical views……………………... **21**

Krylova T., Gulesha O., Orlova O.
Didactical principies of making of mathematical education fundamental for students of non-mathematical specialities at universities……. **27**

Yevsieyeva E.
The use of knowledges as means of the teaching mathematics on the basis of active approach……………………………. **36**

Nepomniashcha T.
Professionally-aimed problems as the main factor of forming students' communicative competence in educational sphere of higher technical educational instituton…... **44**

Rovenska O.
Problem approach to teaching higher mathematics to students-engineers…… **49**

Goncharenko Ya., Pratsiovytyi M.
Some problems of studying of mathematical statistics by students of mathematical specialities of pedagogical universities………… **53**

Dmitriyenko O.
Peculiarities of course of mathematical analysis principles at universities of different countries…………………………….. **58**

Bilotckii M., Shatilo M.
Concept of the directional derivative of the function of one variable and basic theorems of differential calculation….. **63**

Krivoviaz Ye.
Formation of understanding the notion of derivatives used while studying functions... **70**

Makhometa T.
The history of development of studying about lines and surfaces in a course of analytical geometry……………………. **78**

Kolomiyets O., Demchenko A.
The geometrical place of points, equidistant from parabola and straight line **83**

Ovsiyenko Yu.
Differentiation in organizating students' individual work in course of forming practical abilities and skills in higher mathematics…... **87**

Tkach Yu.
Professionally-aimed higher mathematics teaching in the system of economic education 93

Mekhed D.
Organization of correction while teaching the theory of probability and mathematical statistics to students of economics 98

Yevtushenko N.
The components of the culture of a mathematics teacher 102

Grambovska L.
Using information and communication mechnologies in the teaching geometry as one of directions to improve teaching skills of mathematics teachers 107

Stankous N.
Challenges of examinations for mathematics teachers in california 113

Tarasenkova N.
Organization of oral solution of geometric problems 121

Bogatyreva I.
Construction technology of individual educational trajectories while teaching geometry 126

Skripchenko Yu.
The method of mathematical induction in geometry 130

Ovezov A.
Stronger applied approach to mathematics teaching by rational reasoning skills 136

Shumigay S.
Science history at the lessons of algebra at basic school 141

Blagodyr L.
Practical aspect of pupil's errors in teaching algebra 147

Filimonova M.
Teaching mathematical modeling to pupils of 5^{th} - 6^{th} forms 153

Goncharova I., Biryukova H.
Activation of work on heuristic mathematical club by means of interactive methods of teaching 158

Serdyuk Z.
Specific features of studying mathematical facts at social and humanitarian classes 164

Prach V.
Organization of pupils' project activity in classes of humanitarian training direction 169

Vorobjeva Ye.
Principles of stochastic conceptual-educational line construction in the senior classes of the social-humanitarian training direction 175

Shvets V., Klindukhova V.
Approximate calculations in studying physics in 7th year of secondary school 180

Vasylieva D.
Lessons in mathematic at 5-6 years with the use of new educational information technologies 186

Pavlina O., Pavlova S.
Techniques of the use of computer-oriented tools in teaching the theme of «Derivative and its application» 191

Khara O.
Assessment of knowledge and skills of applicants of mathematics distance learning 197

ПРОФЕСОР З.І.СЛЄПКАНЬ: ЛЮДИНА, ПЕДАГОГ, ВЧЕНИЙ

В.О. Швець,
канд. пед. наук, професор,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА
О.І. Скафа,
доктор пед. наук, професор,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

"…невтомна бджілка української освіти"

У квітні місяці цього року виповнилося 80 років від дня народження видатного вченого в галузі методики навчання математики, одного з фундаторів української наукової школи з теорії та методики навчання математики в середніх і вищих закладах освіти Зінаїди Іванівни Слєпкань.

Слєпкань Зінаїда Іванівна народилася 16 квітня 1931 року в поселенні Печенжиця Тотьмського району Вологодської області (Росія), куди в 1930 р. були виселені із Запорізької області її дід і батьки.

У 1939 – 1949 рр. навчалася в школі м. Тотьма. У 1953 р. з відзнакою закінчила фізико-математичний факультет Мелітопольського педагогічного інституту.

У 1953 – 1959 рр. працювала асистентом, старшим викладачем кафедри математики Мелітопольського педінституту, а також учителем математики в СШ № 4 м. Мелітополя.

З 1959 по 1962 рр. – аспірантка кафедри елементарної математики та методики математики Київського державного педагогічного інституту ім. О.М.Горького.

Перші дослідження з методики навчання математики З.І.Слєпкань стосувалися культури тригонометричних обчислень. Вони і стали основою дисертаційного дослідження. У рік закінчення аспірантури Зінаїда Іванівна успішно захищає кандидатську дисертацію на тему «Культура тригонометричних обчислень у восьмирічній і середній школах» (науковий керівник А.С. Бугай).

З 1962 по 1965 роки З.І.Слєпкань – старший викладач загальнонаукового факультету Мелітопольського педінституту.

З 1966 р. – доцент, а з 1983 р. – завідувач кафедри елементарної математики та методики математики Київського державного педагогічного інституту ім. О.М.Горького.

Підсумком більш ніж тридцятилітньої праці Зінаїди Іванівни у галузі теорії та методики навчання математики стала докторська дисертація на тему: «Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе», яку вона захистила в 1987 році в Москві при АПН СРСР у формі наукової доповіді за сукупністю робіт.

Зінаїда Іванівна – перша не тільки в Україні, а й у СРСР жінка, яка захистила докторську дисертацію з методики навчання математики. У 1989 р. вона отримала вчене звання професора.

Члени кафедри математики та методики навчання математики
КДПІ, м. Київ, 1992 р.

Протягом багатьох років З.І.Слєпкань успішно поєднувала наукову роботу з педагогічною. Читала лекційні курси «Методика навчання математики» та «Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі» для студентів фізико-математичного факультету, була незмінним лектором на курсах підвищення кваліфікації вчителів і викладачів ВНЗ, керувала написанням курсових, кваліфікаційних і магістерських робіт, а також педагогічною практикою магістрів.

Значне місце у науково-педагогічній діяльності З.І.Слєпкань відводилося розробці стандартів для вищої і середньої шкіл, підручників. Усі українські школи протягом десятка років працюють за підручником «Алгебра і початки аналізу 10-11», написаним З.І.Слєпкань у співавторстві з М.І.Шкілем та О.С.Дубинчук.

З.І.Слєпкань заслужений працівник народної освіти України (1995 р.), Відмінник освіти України (1997 р.). Була нагороджена медаллю до 50-річчя педагогічного інституту імені О.М.Горького, медалями М.В. Остроградського, А.С.Макаренка, В.О.Сухомлинського, Золотою медаллю НПУ імені М.П.Драгоманова (2007), медаллю «Ветеран праці».

Зінаїда Іванівна Слєпкань – провідний вчений з теорії та методики навчання математики, її внесок у розвиток цієї науки великий і багатогранний. Вона отримала значні здобутки, які стосуються питань загальної і спеціальних методик, розвитку методики навчання математики в середній і вищій школах. Ці дослідження були опубліковані в понад 200 наукових і методичних працях, серед яких підручники для учнів і студентів, навчально-методичні посібники для студентів, аспірантів і вчителів.

Велике теоретичне і практичне значення для вчителів-практиків і студентів – майбутніх учителів математики мали праці З.І.Слєпкань, присвячені ефективності уроків математики. У роботі «Шляхи підвищення ефективності уроків з математики» (1977) вона дала таке тлумачення ефективного уроку: «Ефективним, на нашу думку, слід вважати такий урок з математики, побудова і проведення якого максимально сприяє досягненню поставлених перед уроком цілей. Ефективно проведений урок дає можливість вчителю досягти оптимальних результатів навчання». Тут же визначалися основні шляхи підвищення ефективності уроків.

З.І.Слєпкань з учителями Донецької області

Усі дослідження З.І.Слєпкань пронизує інтерес до проблем навчання алгебри і початків аналізу в загальноосвітній школі і професійно-технічних училищах. Розв'язанню цієї проблеми присвячено спеціальні статті, підручники і навчально-методичні посібники, підготовлені одноосібно і у співавторстві. Серед них слід відзначити «Системи рівнянь другого степеня» (1964), «Алгебра і елементарні функції» (1968), «Методика викладання алгебри і початків аналізу» (1978).

Новий етап у розв'язанні проблеми навчання алгебри і початків аналізу – створення разом з М.І.Шкілем і О.С.Дубинчук підручників для загальноосвітніх навчальних закладів українською і російською мовами: «Алгебра і початки аналізу, 10-11» (1995, 1998, 2001), «Алгебра і початки аналізу, 10» (2002, 2003), «Алгебра і початки аналізу, 11» (2003, 2004), навчального посібника для учнів середніх ПТУ «Алгебра і початки аналізу» (1992, 2000). Комплект підручників доповнює підготовлений під керівництвом З.І.Слєпкань «Збірник задач з алгебри і початків аналізу» (2003).

Крім навчальних посібників з алгебри і початків аналізу для учнів середніх ПТУ, З.І.Слєпкань розробляла методику навчання математики для таких закладів. Разом з О.С.Дубинчук вона підготувала дві книги: «Преподавание математики в средних ПТУ. 1-й год обучения» (1985) і «Преподавание математики в средних ПТУ. 2-й год обучения» (1988). Ще одну книгу «Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ» (1992) вона написала у співавторстві з О.С.Дубинчук і С.Н.Філіповою.

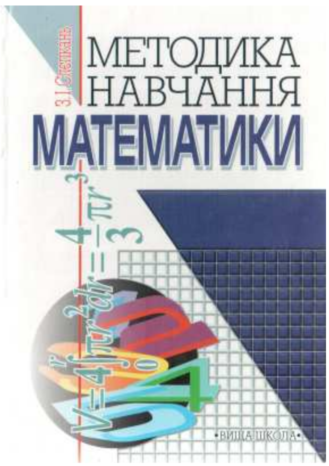
Велику роль для розвитку методичної думки в Україні відіграла книга З.І.Слєпкань «Психолого-педагогические основы обучения математике» (1983). У цьому посібнику, який має монографічний характер, зроблено аналіз психологічних закономірностей окремих навчальних процесів: засвоєння математичних понять, розв'язування задач, доведення теорем. На основі психологічних теорій навчання і дидактичних систем розглянуто шляхи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів під час вивчення шкільного курсу математики і можливості управління цією діяльністю.

У розділі «Психолого-педагогические основы обучения учащихся доказательствам» З.І.Слєпкань розкриває розуміння загальної дидактичної задачі навчання доведень і звертає увагу на необхідність використовувати у процесі навчання математики готових доведень, що пропонуються вчителем або є у підручнику. «Готові доведення повинні виступати як моделі, на яких учні навчаються загальних і специфічних дій і прийомів розумової діяльності, що лежать в основі вміння доводити, застосовувати різні методи доведення, самостійно шукати доведення за аналогією з вивченим. Крім того, при евристичному викладі готових доведень вчитель розкриває учням шляхи відкриття способу доведення, вчить їх обґрунтовувати, міркувати, самостійно шукати окремі елементи доведення. Проблему навчання доведень доцільно розчленувати на кілька послідовних дидактичних завдань:

1) вивчення готових доведень, уміння їх відтворити;
2) самостійна побудова доведення за аналогією з вивченим;
3) пошук і побудова доведення вказаним учителем методом або способом;
4) самостійний пошук і виклад учнями доведень математичних тверджень».

Результати своїх наукових досліджень у галузі методики математики та багаторічний досвід викладання цієї дисципліни у вищих навчальних закладах З.І.Слєпкань узагальнила в підручнику «Методика навчання математики» (2000, 2006).

Підручник містить дві частини: загальна методика і методика навчання окремих предметів. У ньому розглядаються різні можливі підходи до вивчення навчального матеріалу з основних змістових ліній шкільного курсу, контролю успішності учнів, організації позакласної роботи з математики. Методика навчання окремих предметів шкільного курсу розкривається відповідно до ступенів навчання – основна і старша школа, і з урахуванням передового педагогічного досвіду вчителів України і зарубіжних країн. Особливістю підручника є використання досягнень психолого-педагогічної науки і шкільної практики у навчанні математики учнів різних вікових груп.



У зв'язку з реформуванням системи вищої освіти і підготовкою магістрів З.І.Слєпкань підготувала і видала навчальний посібник «Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі» (2000, 2005). Матеріали цієї книги допомогають майбутнім магістрам ознайомитися з метою, завданнями, структурою та напрямами реформування вищої освіти. Окремі розділи посібника присвячені висвітленню методологічних, психологічних і педагогічних основ навчального процесу у вищій школі. Особлива увага в роботі приділяється питанням педагогічного контролю, науково-дослідницької роботи, післядипломної освіти. Автор врахувала зміни, що відбуваються у діяльності вищих навчальних закладів і розглянула передумови приєднання системи вищої освіти України до Болонського процесу.

Наукові дослідження З.І.Слєпкань окреслюють питання розвивального навчання математики, особистісно-орієнтованого навчання у середніх та вищих закладах освіти, розвитку творчого мислення учнів і студентів тощо. Цим проблемам присвячений посібник «Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики» (2004), виступи на науково-методичних конференціях, семінарах та статті у журналах та наукових збірниках.

Багато років у редакційну колегію міжнародного збірника наукових робіт «Дидактика математики: проблеми і дослідження» входила доктор педагогічних наук, професор З.І.Слєпкань – видатний учений у галузі теорії і методики навчання математики, прекрасний педагог, автор багаточисельних наукових праць, підручників і навчальних посібників.

Публікації Зінаїди Іванівни в збірнику охоплювали проблеми розвивального навчання математики, особистісно-орієнтованого навчання в середніх і вищих навчальних закладах, розвитку творчого мислення учнів і студентів. Усі вони викликали величезний інтерес не лише вчених України, але і зарубіжних дослідників. Її наукові напрями продовжують багаточисельні учні і послідовники, публікації яких постійно відбиті на сторінках збірника (Т.В.Крилова, Н.А.Тарасенкова, О.В.Співаковський, О.І.Скафа, Л.І.Нічуговська, В.О.Швець, А.В.Грохольська, Л.О.Сухіна, В.І.Таточенко, Й.Ніколов, С.П.Семенець, В.Я.Забранський, С.Є.Яценко, О.Г.Фомкіна, Л.І.Лутченко, С.М.Лук'янова, С.П.Параскевич, Л.Я.Федченко, Л.О.Соколенко та ін.).

З.І.Слєпкань зі своїми науковими учнями, м. Донецьк, 2005 р.

З.І.Слєпкань була науковим керівником 5 докторів педагогічних наук, 30 кандидатів педагогічних наук, понад сотні магістрів.

У 2006 році 25-й випуск збірника «Дидактика математики: проблеми та дослідження» був присвячений 75-річчу з дня народження З.І.Слєпкань. Вітаючи свого Учителя з нагоди ювілею, практично всі її учні надрукували свої наукові статті як творчий звіт про роботу, на яку надихнула їх Зінаїда Іванівна.

З.І.Слєпкань (2006 рік)

Вона – Учитель і цим сказано усе.
Її життя-служіння й вірність ідеалу.
Свої знання піввіку віддано несе
Різноголосому студентському загалу.
Вона – Митець, цим сказано усе.
Її життя – це творчий пошук і надія,
Що світ від сірості безликої спасе
Краси і розуму висока літургія.
Вона – чарівна Жінка, Мати над усе.
Її життя – терпіння, віра і турбота.
Ще щастя тихе, лагідне, непоказне
Й щоденна, від усіх прихована, робота.
Як, мабуть, важко поєднати у собі
Ці три такі великі іпостасі!
Наскрізно бачити проблеми надскладні
І рішення приймати водночасі.
Ми обираєм Долю чи вона шукає нас?
Хто скаже? Та коли це співпадає,
Життя людині планку підійма щораз,
Але вона завжди перемагає.

Світлана Параскевич

Науково-дослідницька та організаторська діяльність З.І.Слєпкань сприяли створенню і ефективному функціонуванню потужної наукової школи ***«Теорія та методика навчання математики в середніх і вищих закладах освіти»***, діяльність якої продовжується завдяки плідній роботі її учнів та колег.

До останнього подиху Зінаїда Іванівна вболівала за справу, за навчання молоді. Вона заслужила глибоку повагу і шану студентів, аспірантів, учителів, колег по роботі своєю відданістю професії педагога, принциповим, вимогливим і доброзичливим ставленням до людей. Її постать є яскравим прикладом для наслідування студентською молоддю самовідданого служіння професії педагога та громадянина України.

Зінаїда Іванівна Слєпкань – велика Людина,
Педагог,
Вчений ,
яку хочеться наслідувати, але яку повторити неможливо !

ІДЕЇ РОЗВИВАЛЬНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ТВОРЧІЙ СПАДЩИНІ З.І.СЛЄПКАНЬ

В.Г.Бевз,
доктор пед. наук, професор,
Н.М.Калідуб,
магістрант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядаються основні положення теорії розвивального навчання, її дидактичні та психологічні принципи. Аналізується творча спадщина З. І. Слєпкань, яка стосується реалізації принципів розвивального навчання математики в загальноосвітній школі (основній та старшій).

Ключові слова: *розвивальне навчання, зона актуального розвитку, зона найближчого розвитку, принципи розвивального навчання, розвивальне навчання математики, творча спадщина З. І. Слєпкань.*

Постановка проблеми. Реформування системи освіти відбувається в умовах зміни методологічних підходів, розробки нових норм і принципів навчання. Теоретичною базою цьому слугують наукові дослідження провідних психологів і педагогів, а практичною – нормативно-державні документи.

Сучасне реформування всіх ланок освіти в Україні закладено в Національній доктрині розвитку освіти (2002), у законі України «Про загальну середню освіту», в Концепції загальної середньої освіти, Концепції профільного навчання у старшій школі та інших. У названих документах закладено нові підходи до організації освіти в школі. Сучасна школа має сприяти різнобічному розвитку дитини на основі виявлення її задатків і здібностей, формування ціннісних орієнтацій, задоволення інтересів і потреб, забезпечувати самовдосконалення та самореалізацію молодої людини. На практиці цього можна досягти різними засобами, одним із яких є активне впровадження у систему освіти принципів розвивального навчання.

Аналіз актуальних досліджень. Термін «розвивальне навчання» бере свій початок з кінця XVIII ст. Уперше його використав швейцарський педагог Й. Песталоцці. Безпосереднім поштовхом для розробки теорії розвивального навчання стала гіпотеза про наявність двох рівнів розвитку дитини (зони актуального розвитку та зони найближчого розвитку). Таку думку висловив у 30-х роках XX століття російський психолог Л. С. Виготський. Він також наголошував на необхідності орієнтуватися у навчанні не на першу, а саме на другу зону розвитку. Тобто навчання має йти попереду розвитку та орієнтуватися на розвиток дитини як на основну мету.

Оскільки процес навчання можна спрямувати на розвиток в учнів: психічних функцій; особистісних якостей; творчого мислення; пізнавальних можливостей; прийомів навчальної роботи тощо, то існує декілька концепцій розвивального навчання.

Основною метою розвивального навчання є загальний розвиток учнів, перш за все розвиток інтелекту, розуму, волі, почуттів, навчання вмінню вчитися, жити серед людей, формування творчої особистості.

Основні дидактичні принципи системи розвивального навчання обґрунтував Л.В.Занков [3]. В основу нового підходу до навчання він поклав:

- принцип навчання на високому рівні

складності;

- принцип навчання швидким темпом;
- принцип провідної ролі теоретичних знань;
- принцип усвідомлення школярами процесу учіння;
- принцип цілеспрямованої і систематичної роботи з розвитку всіх учнів.

Поняття «розвивальне навчання» узагальнив В.В.Давидов. Він уважав, що у розвивальному навчанні дитина є повноцінним суб'єктом діяльності, в процесі якої дитина свідомо ставить цілі і завдання самозмінюватися і творчо їх досягає.

Окремі аспекти проблеми розвитку учнів у процесі навчання розглядав Г.С.Костюк. Він підкреслював, що навчання впливає на розвиток, передусім, своїм змістом. Один і той же зміст по-різному впливає на розвиток залежно від його методів викладання. «Умовою, що сприяє наданню навчанню розвивального характеру є ретельний відбір матеріалу, методи активного навчання, що приводять у дію розумові сили учнів, а це дає можливість самостійно розв'язувати пізнавальні та інші задачі» [5].

На думку З.І.Калмикової [4], розвивальне навчання – це таке навчання, яке формує продуктивне або творче мислення із притаманними йому оригінальністю думки, можливістю отримання відповідей, що значно відрізняються від звичних; швидкістю і плавністю виникнення незвичайних асоціативних зв'язків; сприйнятливістю до проблеми; здатністю знайти незвичні функції об'єкту або його частини. До психологічних принципів розвивального навчання З.І.Калмикова відносить:

- систематичний розвиток всіх трьох основних видів мислення: наочно-дійове (або практичне), наочно-образне і абстрактно-теоретичне;
- проблемність навчання;
- індивідуалізація і диференціація навчально-виховного процесу;
- цілеспрямоване формування алгоритмічних і евристичних прийомів розумової діяльності;
- систематичний розвиток мнемічної діяльності (тобто розвиток пам'яті) для забезпечення фонду дійових знань.

Актуальні питання розробки системи розвивального навчання та її запровадження на практиці в різні часи розглядали також П.Я.Гальперін, Д.Б.Ельконін, О.К.Дусавицький, О.М.Леонтьєв та інші. Але їх роботи не стосувалися навчання математики. Проблеми, пов'язані з реалізацією принципів розвивального навчання у навчання математики в загальноосвітній школі (основній та старшій), досліджувала професор З.І.Слєпкань.

Мета статті – проаналізувати основні роботи з творчої спадщини З.І.Слєпкань, присвячені окремим аспектам реалізації розвивального навчання математики в загальноосвітній школі, та показати їх значення для системи математичної освіти на сучасному етапі розвитку.

Виклад основного матеріалу. 16 квітня 2011 року виповнилося 80 років з дня народження математика-методиста Зінаїди Іванівни Слєпкань — відомого українського вченого у галузі теорії та методики навчання математики. Її внесок у розвиток цієї науки великий і багатогранний. Вона отримала значні здобутки, які пов'язані з питаннями теорії загальної та спеціальних методик, розвитку методики математики середньої і вищої школи. Крім цього, у дослідженнях З. І. Слєпкань висвітлювалися питання підвищення якості математичної освіти, реалізації принципів розвивального навчання у методичну систему навчання математики, шляхи запровадження особистісно-орієнтованого навчання у середніх і вищих закладах освіти, розвитку творчого мислення учнів і студентів тощо. Детальніше читайте в монографії [1].

Роботу над проблемами розвивального навчання З.І.Слєпкань розпочала з 1961 року. В інтерв'ю для журналу «Математика в школі» вона згадує: «… на одному із засідань республіканського методичного семінару, який працював на кафедрі математики та методики викладання математики Київського педінституту імені О.М.Горького, виступила вчителька з Луганської області Осинська Віра Микитівна. Вона дуже слушно порушила питання про використання психологічних досліджень у навчанні математики. Я сама давно відчувала потребу в цьому, але саме ця вчителька запалила в мені бажання ґрунтовно вивчити психологію навчання, що я і зробила протягом кількох років» [6].

Підсумком більш ніж тридцятилітньої роботи Зінаїди Іванівни у галузі теорії та методики навчання математики стала докторська дисертація на тему: «Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе». Її вона захистила в 1987 р. в Москві при АПН СРСР у формі наукової доповіді, за сукупністю публікацій.

Проблемам розвивального навчання математики в сучасній школі З. І. Слєпкань присвятила окремі статті у журналах та наукових збірниках, зокрема [7], [9], [10], [13], виступи на конференціях і семінарах, а також посібник «Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики» (2004 р.) [8]. Проаналізуємо деякі з цих публікацій.

Значне місце в науково-педагогічній діяльності З.І.Слєпкань відводилося розробці стандартів, програм і підручників з математики для вищої і середньої школи. Зінаїда Іванівна під час складання нормативних освітніх документів та під час написання підручників і методичних посібників з математики послуговувалася дидактичними принципами розвивального навчання, висунутими Л.В.Занковим та психологічними принципами розвивального навчання висунутими З.І.Калмиковою.

У статті «За майбутніми сторінками журналу «Математика в школі» З.І.Слєпкань піднімає проблему розробки і введення стандартів в освітній галузі «Математика» як основи і передумови диференціації та індивідуалізації навчання. «Стандарт має гарантувати державі забезпечення мінімальної загальноосвітньої, загальнокультурної обов'язкової математичної підготовки кожного учня і на цій основі підвищеного та поглибленого рівнів математичної освіти для учнів з відповідним спрямуванням пізнавальних інтересів» [13]. У статті також підкреслюється актуальність запровадження розвивального навчання не лише в загальноосвітніх школах, але і у процес навчання в СПТУ та у вищих навчальних закладах.

Перший принцип системи розвивального навчання – навчання на високому рівні складності – Зінаїда Іванівна тісно пов'язувала з впровадженням диференціації навчання математики. Відповідаючи на запитання, на якому рівні вчитель, зокрема масової школи, повинен організовувати на уроці вивчення програмового матеріалу, вона зазначала: на обов'язковому і підвищеному рівнях. «Рівень викладу вчителем програмового матеріалу має бути **високим**, а рівень вимог до його засвоєння учнями – **диференційованим**. Це стосується і рівнів допомоги окремим категоріям учнів як при вивченні теоретичного матеріалу, так і, особливо, при формуванні навичок і вмінь у процесі розв'язання вправ (прикладів, задач)» [10].

Професор З.І.Слєпкань була переконана, що на створення умов для рівневої диференціації повинні бути спрямовані різнорівневі програми, підручники і діяльність вчителя математики. Вона була співавтором двох програм з математики [2], [11]. На її думку, навчання математики в системі загальної середньої освіти має спиратися на такі вихідні положення:

- мати розвивальний характер і прикладну спрямованість на всіх ступенях навчання;
- здійснювати на відповідних ступенях навчання рівневу і профільну диференціацію навчально-виховного процесу;
- бути цілісною системою формування особистості на основі досягнень математики, психолого-педагогічної науки, педагогічного досвіду вітчизняної та зарубіжної шкіл;
- під час організації навчального процесу доцільно надавати переваги методам розвиваючого навчання і сучасним його технологіям.

Велике значення З.І.Слєпкань відводила і профільній диференціації, оскільки саме під час організації навчання у такий спосіб найкраще можна реалізувати принципи розвивального навчання, зокрема цілеспрямовану і систематичну роботу з розвитку всіх учнів. У статті [7] вона визначила мету, завдання і принципи організації профільного навчання як виду диференційованого навчання, а також конкретизувала їх стосовно навчання математики. Аналізуючи мету профільного навчання, вона підкреслює, що таке навчання створює можливості для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки і спрямоване на набуття учнями навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, творчих, психічних, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти.

Кожна з існуючих концепцій розвивального навчання передбачає спрямування навчального процесу на розвиток в учнів творчого мислення. Проблему творчості Зінаїда Іванівна вважала надзвичайно актуальною і вважала, що «вона по праву вважається проблемою століття. Щоб сформувати творчу особистість у процесі навчання математики сьогодні, кожен вчитель повинен бути обізнаним із сутністю творчого процесу, сучасними уявленнями про нього, методами вивчення творчості, якостями творчої особистості та їх системою, щоб мати змогу формувати такі якості у школярів. Кожен вчитель має вміти діагностувати рівень творчості, знати основні форми, шляхи і механізми формування творчої особистості, зокрема головний із них – творчу задачу» [9].

Результати плідної праці З.І.Слєпкань над розв'язанням проблеми розвитку творчості в учнів висвітлювалися на науково-методичних конференціях, методичних семінарах для вчителів, на сторінках журналів «Математика в школі», «Дидактика математики» та в інших публікаціях. Вона писала, що школа покликана якомога раніше виявити якості творчої особистості в учнів, і розвивати їх у всіх школярів, зважаючи, звичайно, на те, що діти народжуються з різними задатками творчості. Вона вважала, що більшою мірою потрібно дбати про розвиток творчої особистості у здібних і обдарованих учнів. Для цього учням варто надавати максимум можливостей для випробування себе в творчості, при чому починати треба з найпростіших завдань. Навчання творчості має відбуватися в першу чергу і в основному на програмному навчальному матеріалі з математики, а в разі потреби, і на спеціально побудованій системі задач. Засвоюючи досвід творчої діяльності, характерні для неї процедури, учні набувають здібності видозмінювати ті стереотипи мислення, яким вони вже навчилися, вчаться конструювати нові підходи до осмислення раніше засвоєного або нового змісту [9].

Велику роль для розвитку методичної думки в Україні відіграла книга З.І.Слєпкань «Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики» (2004р.). У цьому посібнику, який має монографічний характер, подані методичні, психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. У ньому проаналізовано провідні психологічні теорії навчання і відповідні їм моделі навчання, розглянуто сучасні базові моделі та технології освітнього процесу, вказано місце та роль загальних та специфічних розумових дій і прийомів розумової діяльності у процесі навчання математики, зокрема, у трьох провідних видах навчальної діяльності учнів: формування математичних понять, доведення тверджень і розв'язування задач. Належне місце відводиться психолого-дидактичному аналізу математичних помилок учнів і шляхи їх попередження і усунення. Розкриваються проблеми формування і розвитку творчої особистості учня у процесі навчання математики, проблеми особистісно-орієнтованої математичної освіти.

У посібнику «Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики» велику увагу Зінаїда Іванівна приділяє психолого педагогічним та методичним основам навчання учнів доведенням математичних тверджень. Проблему навчання доведенням вона пропонує розчленувати на кілька послідовних дидактичних завдань, що розв'язуються:

1) вивчення готових доведень, уміння відтворити їх;

2) самостійна побудова доведення за аналогією з вивченим;

3) пошук і побудова доведення вказаним учителем методом або способом;

4) самостійний пошук і виклад учнями доведень математичних тверджень [8].

Під навчанням доведенням З.І.Слєпкань розуміє навчання учнів використовувати готові доведення, що пропонуються вчителем або є у підручнику, та навчання самостійному пошуку доведень. Слід зазначити, що не всі методисти погоджувалися з таким поглядом. Наприклад, А.А.Столяр під навчанням доведення розумів «навчання мисленнєвим процесом пошуку, відкриття і побудови доведення, а не навчання відтворенням і заучуванням готових доведень» [12].

Зінаїда Іванівна пояснювала, що розуміння учнями доведень, які пропонуються на уроці вчителем, і викладених у підручнику, вміння відтворити готове доведення теореми чи формул – перший, але важливий рівень навчання доведенням. Наступними компонентами цієї роботи є:

1) усвідомлення основних положень – даних і вимог теореми (задачі);

2) усвідомлення основної ідеї та системи розгортання доведення:

3) розуміння методу чи способу, яким здійснюється доведення;

4) виділення основних етапів доведення, чітке усвідомлення всіх посилань (аргументів доведення).

Готові доведення повинні виступати як моделі, на яких учні навчаються загальних і специфічних дій і прийомів розумової діяльності, що лежать в основі вміння доводити, застосовувати різні методи доведення, самостійно шукати доведення за аналогією з вивченим. Крім того, при частково-пошуковому вивченні готових доведень (евристична бесіда) вчитель розкриває учням шляхи відкриття способу доведення, вчить їх обґрунтовувати, міркувати, самостійно шукати окремі елементи доведення [8].

Висновки. Ми розглянули лише незначну частину теоретичних розробок З. І. Слєпкань, що стосуються розвивального навчання математики в школі, але кожна з них знайшла своє місце у практиці навчання математики і є актуальною для сучасної школи. Студентам, які готуються стати вчителями, а також практикуючим учителям слід мати ґрунтовну методологічну підготовку і добре розумітися на існуючих підходах до організації навчального процесу в школі. В роботах З. І. Слєпкань вони знайдуть необхідний теоретичний матеріал про розвивальне навчання та конкретні практичні рекомендації.

1. Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В.Г.Бевз. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2005. – 360 с.

2. Бевз В.Г.. Математика 5 – 11 класи // Програми для загальноосвітніх навчальних закладів / В.Г.Бевз, А.Г.Мерзляк, З.І.Слєпкань. – К.: "Шкільний світ", 2001. – С. 3 – 62.

3. Занков Л.В. Избранные педагогические труды / Л.В.Занков. – М.: Педагогика, 1990. – 424 с.

4. Калмикова З.І. Психологические принципи развивающего обучения / З.І.Калмикова. – М.: Зиание, 1978. – 48 с.

5. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний развиток особистості / Під ред. Л. М. Проколієнко / Г.С.Костюк. – К.: Рад. шк., 1989. – 608 с.

6. Математика – поклик долі (інтерв'ю із З.І. Слєпкань) // Математика в школі. – 2006. – №4. – С. 48-51.

7. Слєпкань З.І. Профільне навчання в зарубіжній і українській школі як вид диференційованої підготовки учнів і ключова проблема реформування сучасної системи освіти / З.І.Слєпкань // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 25. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 11-20.

8. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З.І.Слєпкань. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.

9. Слєпкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики / З.І.Слєпкань // Математика в школі, 2003. – №1. – С. 6-9, №3. – С. 7-13;

10. Слєпкань З. Ще раз про диференціацію навчання математики і роль освітнього стандарту/ З.Слєпкань // Математика в школі, 2002. – № 2. – С.29-30.

11. Слєпкань З.І. Програма з математики для середніх загальноосвітніх шкіл / З.І.Слєпкань, Г.І.Литвиненко. – К., 1992.

12. Столяр А.А. Педагогика математики / А.А.Столяр. – Минск: Вышэйшая школа, 1974. – 382 с.

13. Шкіль М. За майбутніми сторінками журналу «Математика в школі» / М.Шкіль, З.Слєпкань, М.Жалдак, М.Бурда // Освіта України, 1998. – № 30. – С. 7

Резюме. **Бевз В.Г., Калидуб Н.Н. ИДЕИ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ТВОРЧЕСКОМ НАСЛЕДИИ З.И.СЛЕПКАНЬ.** *Рассматриваются основные положения теории развивающего обучения, ее дидактические и психологические принципы. Анализируется творческое наследие З.И.Слепкань, касающееся реализации принципов развивающего обучения математике в общеобразовательной школе (основной и старшей).*

Ключевые слова: *развивающее обучение, зона актуального развития, зона ближайшего развития, принципы развивающего обучения, развивающее обучение математики, творческое наследие З.І.Слєпкань.*

Abstract. **Bevz V. Kalidub N. THE IDEAS OF DEVELOPING MATHEMATICS TEACHING IN CREATIVE HERITAGE OF Z. SLYEPKAN**. *The main provisions of the developing teaching, its didactic and psychological principles are examined. Z. Slyepkan's works, devoted to the realization of principles of developing mathematics teaching at secondary school is analysed.*

Key words: *developing teaching, area of actual development, area of the nearest development, principles of developing teaching, developing mathematics teaching, Z.I.Slyepkan's works.*

Надійшла до редакції 17.02.2011 р.

ОСНОВЫ МЕТАФИЗИКИ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЗГЛЯДАХ ПЛАТОНА

Dr Mikołaj Krasnodębski
Niepańswowa Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Białymstoku,
POLSKA

Розглядаються філософські погляди Платона на математику, аналізуються його праці. Підкреслюється онтологічний статус математичних предметів, що займають проміжне положення між речами, які не існують у повній мірі, і абсолютно існуючим Благом.

Ключові слова: *метафізика, філософія математики, ідеальні числа, математичне буття, Платон.*

Введение. По мнению итальянского философа Джованни Реале, Платон не трансформировал метафизику заменив её математикой, напротив: он метафизически обосновал математику, указав её метафизическую обусловленность и последовательность [1, 130]. Согласно его позиции, математика вписана в платоновское описание реальности, будучи посредником между миром идей и миром ощущений. Она вписана в платоновскую концепцию «второго хождения под парусом», которую определяют как «метаэмпирический результат» [1, 25].

Идеи Платона нашли свое продолжение в работах многих ученых [2, 3, 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10]. Платон позиционирует математическое бытие между бытием идеальным и ощутимым. Математическое бытие, с онтологической точки зрения, является «бытием-посредником» между тем, что идеально и тем, что ощутимо. Уже Аристотель в своей Метафизике обращает внимание на этот аспект: «Платон утверждал, что параллельно с ощутимым и идеальным мирами существуют предметы математики, занимающие среднюю позицию, отличаясь от ощутимых вещей тем, что они вечны и неизменны, а от идей своим разнообразием и подобием, в то время когда каждая идея всегда единственна и неповторима [11].

Исходя из «второго хождения под парусом» Платона, отметим, что его философия математики, не является обычным продолжением взглядов досократовских и вавилонских мыслителей или египетских математиков, хотя, безусловно, она базировалась на их взглядах, но в его истолковании приобрела новое трансцендентное измерение. И новейшие исследования в космологии (философии природы) подтверждают интуицию Платона. Он ввёл такое понимание реальности, которое стало доминирующим не только в эпоху философии Возрождения и Нового времени, но и в общественных и естественных науках современности.

Трансцендентный смысл онтологии Платона. Если Платоновскую математику не признавать самостоятельной дисциплиной знаний, а видеть в ней интегральный «элемент» его системы, она представляется путём достижения того, что идеально, совершенно и божественно. То, что божественно, для основателя Академии, означает внеэмпирическую реальность, трансцендентную субстанцию. Отсюда и отождествление того, что божественно с необособленной идеей добра, представляющего собой пик того, что разумно, что является Демиургом [12], добро которого является его единственным атрибутом.

Необходимо ещё дополнить, что математика во времена Платона была уже научной дисциплиной, основанной Пифагором. Она рационально и верифицировано доказывала свои исследовательские гипотезы, будучи не просто практическим навыком, используемым в повседневной жизни. Ученик Сократа способствует её распространению и популяризации. Она не только является основой для адептов философии (вспомним, ведь лозунг над воротами Академии гласил, что сюда не может вступить человек, не знающий геометрии), но доступна даже рабам, которых считали самодвижущимися говорящими орудиями. В диалоге «Менон» Сократ общается с необразованным рабом на тему геометрии и, проводя свой «маевтический эксперимент», доказывает, опровергая все расистские взгляды древних греков, что у него есть душа и доказывает также теорию анамнезиса, и приоритет духовного над материальным. Сократовская маевтика, будучи искусством задавания наводящих вопросов и раскрытия реальности, является мостом к платоновской онтологии, эпистемологии и пайдеи. Сократ задаёт свои вопросы исходя из того, что это очевидно и постепенно приведет к уверенным и рациональным знаниям. Этот метод называет он духовным акушерством, а себя представляет в роле акушера, помогающего истине узреть дневной свет [13]. Для того, чтобы проиллюстрировать значение метода, приведем финальный отрывок разговора Сократа с рабом. Подчеркнем, что это просто поразительный пример мастерства сократовской дидактики, которым был бы рад похвастаться любой педагог:

Сократ. Смотри же, как он выпутается из этого затруднения, ища ответ вместе со мной, причем я буду только задавать вопросы и ничему не стану учить его. Будь начеку и следи, не поймаешь ли меня на том, что я его учу и растолковываю ему что-нибудь, вместо того, чтобы спрашивать его мнение.

Скажи мне: не это ли у нас четырехфутовый квадрат? Понимаешь?

Раб. Это.

Сократ. А другой, равный ему, квадрат мы можем к нему присоединить?

Раб. Конечно.

Сократ. А еще третий, равный каждому из них?

Раб. Конечно.

Сократ. А вот этот угол мы можем заполнить, добавив точно такой же квадрат?

Раб. Ну а как же!

Сократ. И тогда получатся у нас четыре равные фигуры?

Раб. Получатся.

Сократ. Дальше. Во сколько раз всё вместе будет больше первого квадрата?

Раб. В четыре.

Сократ. А нам нужно было получить квадрат в два раза больший, помнишь?

Раб. Помню.

Сократ. Вот эта линия, проведенная из угла в угол, разве она не делит каждый квадрат пополам?

Раб. Делит.

Сократ. Так разве не получатся у нас четыре равные между собой стороны, образующие вот этот [новый] квадрат?

Раб. Верно.

Сократ. А теперь посмотри, какой величины он будет.

Раб. Не знаю.

Сократ. Но разве каждый из четырех [малых] квадратов не разделен такой линией пополам? Так или нет?

Раб. Разделен.

Сократ. Сколько же таких [треугольных] половинок будет в этом [новом] квадрате?

Раб. Четыре.

Сократ. А в этом [маленьком]?

Раб. Две.

Сократ, А во сколько раз четыре больше двух?

Раб. Вдвое.

Сократ. Во сколько же футов у нас получился квадрат?

Раб. В восемь футов.

Сократ. А из каких сторон?

Раб. Вот из этих.

Сократ. Ведь это линии, проведенные в [малых] квадратах из угла в угол?

Раб. Ну, да.

Сократ. Люди ученые называют такую линию диагональю. Так что, если ей имя – диагональ, то ты, Менонов раб, утверждаешь, что эти диагонали образуют наш удвоенный квадрат.

Раб. Так оно и есть, Сократ [14].

«Второе хождение под парусом» – как путешествие к миру идей через «числа». После смерти Сократа Платон покинул Афины, долгое время гостил у Эвклида Мегарейского, после чего отправился в Кирену и Италию. В Кирене он слушал лекции математика Теодора, в Италии изучал математику у Пифагорейцев. Потом он отправился в Египет [15], обучался у египетских жрецов. Следующее его путешествие привело его в Сицилию, целью же его было знакомство с Пифагорейской общиной [15]. Он был приглашён во дворец тирана Сиракуз Дионисия, потом попал в немилость и был продан в рабство в Эгин. Из рабства его выкупил Анникерий Киринейский. Позже весь собранный опыт и знания Платон использует в своей Академии, которую основывает после возвращения (387 г. до н.э.). Мысль об основании Академии у него зародилась под влиянием общения с Пифагорейцами, ведь Пифагорейский Союз был первым научным обществом, основанным ещё в 530 году до н.э. Подчеркнем, что Пифагорейский союз не был обычной философской школой того времени [16], это был религиозно-этический и политический союз (своеобразная секта). Ведь именно это и было причиной преследований Пифагорейцев в 450-410 гг. до н.э.

Необходимо подчеркнуть, что уже до Пифагора древние египтяне и вавилоняне освоили умение вычисления прямого угла (прямоугольник со сторонами 3, 4, 5 – прямоугольный), но это он и его ученики придали цифрам практически сакральный смысл. Священное число – это число „10”(*tetraktys*), то есть сумма чисел: 1+2+3+4 [17].

Пифагорейская арифметика повлияла не только на развитие геометрии, но и имела своё применение в музыке (интервалы: октава, квинта, кварта) и астрономии (теория гармонии сфер). Пифагорейцы рассуждали о числе, считая его основой мироздания и реальности. Отсюда утверждение, что число – это вещь [18]. Они видели в числе причину всех материальных вещей, их «сырьё» [19]. Считается, что именно под их влиянием и влиянием учения Платона, Аристотель установил, что числа могут быть элементами вещей, их причиной и даже моделью [20].

Именно Пифагор даёт начало математике как науке, использует число в абстрактном понимании как принцип реальности. В этом и заключается пересечение философии и математики.

Позже Пифагор обращает внимание на то, что не всё можно объяснить числом (таким образом, число не может быть «сырьём»). Числом нельзя выразить диагональ квадрата со стороной, равной единице. Математические конструкции (Пифагор построил аксиоматику арифметики) в виде мысленных произведений (творений) идеально совпадали с платоновской теорией идеального мира. Именно понимание числа, как образного принципа, привело Платона к теории Идей [21].

Как утверждают основатели тыбинской философской школы (H. Krämer, Th. Szlezák, K. Gaiser, G. Reale), платоновское «второе хождение под парусом» – это метафора, ведущая к открытию истинной реальности [21]. „Первое хождение под парусом“ – это исследования досократовской философии, которые в основном ограничились физической реальностью, познаваемой чувственно. По мнению Платона, познание реальности на основе интеллектуального созерцания и размышления, приводит к тому, что трансцендентно по отношению к чувствам и ко всему физическому. Платон рассуждает о метафизическом представлении реальности, «обращённой к миру идей». Отсюда и дуализм реальности. Можно предположить, что именно этот дуализм дал основание поздним утверждениям, представляющим разногласия между душой и телом человека, и придающим телу самостоятельность сепаративного существования. Мир, представленный чувственно, это мир физический, но реальность определённая интеллектуально, является предметом платоновской метафизики. Физический мир символизирует аллегория пещеры. Нефизический мир – это мир, представленный с внешней стороны данной пещеры, он вечен и неизменен, дающий идеальное познание вещей. «Подлунный» мир не совершенен и является источником иллюзий и познавательных предположений.

В VII книге «Государство» описан миф – метафора пещеры, которая кратко представляет самые важные тезисы Платона, относящиеся к его пониманию реальности, познания и деятельности человека [22]. В пещере прикованы люди, неспособные выбраться во внешний мир. Цепи ограничивают их поле зрения лишь до того, что можно увидеть в пещере. Во внешнем мире находятся другие люди и другие вещи. Освящённые светом Солнца они проникают в пещеру в образе теней. Присутствующие в пещере наблюдают только тени и слышат искажённые голоса и звуки, доносящиеся из внешней среды. Они воспринимают всё это и думают, что всё происходящее в пещере и есть та единственная и истинная реальность. В то время когда всё это лишь изувеченный образ того, что происходит снаружи. Тот, кому удастся, освободившись от цепей, убежать из пещеры со временем – когда его глаза привыкают к дневному свету – понимает, как он ошибался. Теперь он спешит назад в пещеру, чтобы рассказать всем о своём открытии, но в пещере он уже плохо видит, потому что его глаза отвыкли от мрака. Более того – заключённые не понимают то, о чём он говорит.

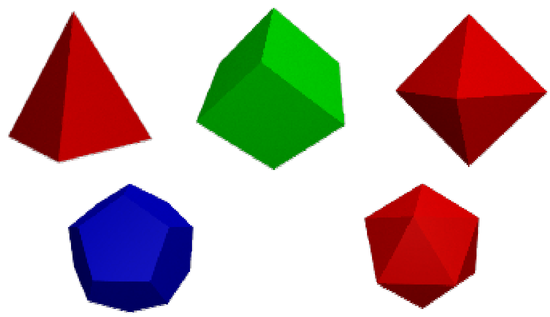
Платон считает, что цель философии в том и заключается, чтобы добраться к совершенному миру, к миру в котором господствуют идеи, первоосновы и принципы: Единство и неопределённая Диада (либо единый принцип определённости структур) [23].

Идеальные числа и математическое бытие как способ воздействия Демиурга и путь, приближающий к нему. По мнению Платона, существует два вида чисел:

- идеальные числа, являющиеся посредниками между Единством, Диадой (принципами) [1,117] и Идеями;
- математические числа, являющиеся посредниками между идеями и физическим бытием.

Идеальные числа не являются математическими, но есть метафизическими. Они «рождены прежде всего» и «представляют собой первобытный вид парадигмы выраженной в синтезе необычной структуры единственности в численности, которая характеризует все степени реальности и все степени бытия» [1, 125].

Идеальные числа проявляют сущность числа, а не его величину в смысле математической ценности. Например, «2» имеет значение «Двойственности». Поэтому идеальные числа не являются предметом арифметических действий, ведь невозможно слагать или разлагать сущность «Двойственности» или «Троякости». Идеальные и математические числа не являются одним и тем же, и не одна идея не выражается в определённом числе. Платон имеет радикально противоположную точку зрения нежели пифагорейцы, неопифагорейцы и даже каббалисты. Однако в его онтологии числа соответствуют отношениям (*relatio*). Каждая идея занимает точно определённое место в интеллегибельном мире, проявляясь в определённом отношении к другим идеям и к физической реальности. Эти отношения выражаются посредством чисел [24]. Отсюда стремление к чистым геометрическим формам (правильный тетраэдр, идеальный шестигранник, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр) [25, 26, 27]:



Скорее всего, Платон на основании своей теоретической онтологии желал обосновать уже присутствующую в греческой культуре необходимость стремления к идеальному отношению пропорций в искусстве, архитектуре и музыке [28].

Между физическим миром и миром идей находится математическое бытие, которое в платоновской иерархии реальности играет роль посредника.

Математическое бытие множественно в своём роде, ему принадлежат черты идей и черты, соответствующие ощутимым вещам, что и свидетельствует о роли «посредника». Математическое бытие служит Демиургу источником подобия, переносимого от идеи-модели к вещи-произведению [29].

Так же, как и в случае про необходимость выбраться из пещеры, оставив свои ошибочные убеждения и иллюзии, математика исполняет функцию связи (моста), которая делает возможным созерцание идей, ибо числа и количество, которые использует арифметика и геометрия, не ощутимы, но интеллегибельны. «Именно потому, что математическое бытие стоит строго в середине структуры бытия и, благодаря этому, соединяет в себе противоположные свойства того, что подчинено и того, что главенствует, в кругу математических предметов, и тем самым можно наблюдать модель всей реальности» [30]. «(...) только сам Бог знает, как смешивать в единое целое все элементы, а потом разделять их» [29, 68].

Заключение. «Второе хождение под парусом» Платона и его видение математики дали импульс определению, которое благодаря Петру Рамусу (Pierre de la Ramee, 1515-1572) мы имеем сегодня. Рамус был профессором философии в Париже и известен как основатель «рамистической группы», в которой не было места рассуждениям на тему о Боге. Они придумали решение: «Вместо того, чтобы говорить о Боге, мы будем говорить о понятии Бога» [31].

Позже оставалось лишь внушить людям, что вещь, понятие вещи, смысл вещи – всё это одно и то же. Этому сопутствовало отождествление философии с математикой. Не трудно догадаться, что всё это было определённым реверсом философии и понятий математики, в период, господствующий до Платона. Можно не соглашаться с платоновским представлением реальности, как это сделал Аристотель. Однако Платоновская система внесла неизмеримый вклад в понимание математики. Современное знание о математике и разнообразии её разделов говорит о том, что математика не может быть лишь путём к определению исходных пунктов в исследовании реальности. Поскольку в математике основой являются сконструированные нашим мышлением понятия-причины других понятий, подобно аксиомам в теории, все попытки отождествления философии и математики обречены на неуспех.

1. G. Reale, Historia filozofii starożynej, t. 2, tłum. E. I. Zieliński, Lublin 1996.

2. M. Balaguer, Platonism und Anti-Platonism in Mathematics, Oxforf-New York 1998;

3. T. Batóg, Dwa paradygmaty matematyki. Studium z dziejów i filozofii matematyki, Poznań 1996;

4. J. Dadaczyński, Filozofia matematyki w ujęciu historycznym, Kraków-Tarnów 2000;

5. Tenże, Matematyka w oczach filozofa, Kraków-Tarnów 2002; Historia matematyki w trzech tomach, red. A. P. Juszkiewicz, tłum. z ros. S. Dobrzycki, Warszawa 1975;

6. P. Kitcher, The Natura of Mathematical Knowledge, Oxford 1984;

7. R. Murawski, Filozofia matematyki. Antologia tekstów klasycznych, Poznań 1986;

8. Tenże, Filozofia matematyki. Zarys dziejów, Warszawa 1995;

9. D. Struik, Krótki zarys historii matematyki, Warszawa 1963;

10. W. Więsław, Matematyka i jej historia, Opole 1997.

11. Arystoteles, Metafizyka, tłum. K. Leśniak, Warszawa 1990, 987 b 14-18.

12. Zdaniem G. Historia filozofii starożytnej, t. 2, s. 186-188.

13. Platon, Teajtet, tłum. W. Witwicki, Warszawa 1959, 148 e – 151 d.

14. Platon, Menon, tłum. W. Witwicki, Warszawa 1993, [s. 80-81]

15. Diogenes Laertios, Żywoty i poglądy słynnych filozofów, tłum. I. Krońska, K. Leśniak, W. Olszewski, B. Kupis, Warszawa 1982, III, 6-7

16. Zob. J. Gajda, Pitagorejczycy, Warszawa 1996 oraz pierwszy tom Historii filozofii starożytnej G. Realego (Lublin 1994).

17. Arystoteles, Metafizyka, 1084 a 12 – b 2; 1073 a 18-22.

18. M.A. Krąpca, Metafizyka, Lublin 1988.

19. S. Swieżawski, Dzieje europejskiej filozofii klasycznej, Warszawa-Wrocław 2000, s. 20-23 i 41-43

20. H. Diels, W. Kranz, Die Fragmente der Vorsokratiker, Dublin-Zürich 1967, 58 b 5.

21. W Fedonie tłum. R. Legutko, Kraków 1995, 110 b

22. Platon, Państwo, tłum. W. Witwicki, Warszawa-Kęty 2003, 514 a i nn

23. G. Reale, R. Radice, Słownik, indeksy i bibliografia, w: G. Reale, Historia filozofii starożytnej, t. 5, Lublin 2002, s. 53.

24. L. Töplitz, Das Verhältnis von Mathematik und Ideenlehre bei Plato, w: O. Becker, Zur Geschichte der griechischen Mathematik, Darmstadt 1965, s. 45-75.

25. P. Adam, A. Wyss, Platonische und Archimedische Körper, ihre Sternformen und polaren Gebilde, Stuttgart, 1994.

26. E. Sachs, Die fünf platonischen Körper. Zur Geschichte der Mathematik und der Elementenlehre Platons und der Pythagoreer, „Philologische Untersuchungen“ Heft 24, Herausgegeben von A. Kiessling und U. v. Wilamowitz-Moellendorff, Berlin 1917;

27. R. Tiberin, Reguläre und halbreguläre Polyeder, Berlin 1987.

28. Zob. W. Tatarkiewicz, Historia estetyki, t. 1, Warszawa 1985

29. Platon, Timajos, dz. cyt., tłum. 29 e – 30 a, 53 a – b, 68 d – 69 b.

30. K. Gaiser, Platons ungerschriebene Lehre, Stuttgart 1963, s.89.

31. Historia matematyki w trzech tomach, red. A.P. Juszkiewicz, dz. cyt., s. 334-335.

Резюме. **Mikołaj Krasnodębski. ОСНОВЫ МЕТАФИЗИКИ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЗГЛЯДАХ ПЛАТОНА.** *В статье рассматриваются философские взгляды Платона на математику, анализируются его труды. Подчеркивается онтологический статус математических предметов, занимающих промежуточное положение между становящимися и не сущими в полной мере вещами и абсолютно сущим Благом.*

Ключевые слова: *метафизика, философия математики, идеальные числа, математическое бытие, Платон.*

Abtract. **Krasnodebski M. FUNDAMENTALS OF METAPHYSICS IN PLATO’S MATHEMATICAL VIEWS.** *Plato's philosophical views on mathematics are considered in this paper. Some works of this thinker are analyzed. Ontological status of mathematical objects is stressed by author. These objects occupy an intermediate position between things, not existing to full extent and absolutely real Good.*

Key words: *metaphysics, philosophy of mathematics, ideal numbers, mathematical existence, Plato.*

Стаття представлена професором Н.М. Лосєвою
Надійшла до редакції 11.11.2010 р.

ДИДАКТИЧНІ ЗАСАДИ ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ СТУДЕНТІВ НЕМАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ УНІВЕРСИТЕТІВ

Т.В.Крилова,
доктор пед. наук, професор,
Дніпродзержинський держ. технічний університет,
м. Дніпродзержинськ,
О.М.Гулєша, О.Ю.Орлова,
аспіранти,
Черкаський національний університет ім. Богдана Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Статтю присвячено проблемі фундаменталізації математичної освіти студентів нематематичних спеціальностей університетів шляхом її розв'язання в процесі навчання вищої математики. Сформульовано положення концепції фундаменталізації математичної освіти майбутніх спеціалістів технічного профілю.

Ключові слова: *вища математика, нематематичні спеціальності університетів, фундаменталізація математичної освіти.*

Реалізація засад сучасної освітньої парадигми, входження України до Болонського процесу здійснюються в умовах високого динамізму науково-технічного прогресу, суцільної інформатизації та комп'ютеризації суспільства. Підготовка висококваліфікованих, компетентних, конкурентоспроможних на ринку праці фахівців потребує високого рівня застосування математики. Скорочення аудиторних годин на викладання математичних дисциплін при незмінному обсязі навчального матеріалу, зростання числа студентів-випускників загальноосвітніх шкіл, прямолінійне використання західних технологій навчання, застосування яких не дає бажаних результатів через різницю в умовах, засобах, методах навчання, а також менталітетах людей на Заході і Сході, негативно впливає на навчальний процес, призводить до зниження рівня підготовки фахівців, зокрема їх математичної підготовки. Враховуючи фактор низького рівня математичної підготовки нинішніх абітурієнтів технічних вузів, необхідним є комплекс дій, що дозволять викладачеві керувати навчальним процесом, активізувати навчально-пізнавальну діяльність студентів, демонструвати важливість та необхідність свідомого вивчення математики. Орієнтація вищої школи України на підвищення якості підготовки фахівців технічних спеціальностей у професійному плані потребує пошуку нових форм і методів організації навчального процесу взагалі й у тому числі в організації математичної підготовки. Згідно з особистісно-орієнтованою парадигмою освіти, математична підготовка повинна давати необхідні знання та вміння, що сприяють формуванню світогляду та відповідної сучасному рівневі знань і рівню загальної і професійної культури суспільства практичної компетентності й забезпечують можливість оволодіння комплексом професійно-орієнтованих дисциплін та дозволяють науково-обґрунтовано розв'язувати інженерні задачі.

Недоліками сучасної математичної підготовки студентів технічних вузів є формалізація математичних знань, рецептурний характер засвоєння математичного матеріалу, відсутність міжпредметних зв'язків математики з загальнотехнічними і спеціальними дисциплінами, слабкі навички у використанні математичного апарату при вивченні спеціальних дисциплін та при застосуванні інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у майбутній професійній діяльності й безперервній освіті тощо. Математичні дисципліни є основою математичної підготовки майбутніх спеціалістів. Викладання математики та її вивчення в технічному вузі, поряд із загальними задачами фундаментальної освіти, повинно бути орієнтованим на спеціальність, обрану студентами, тобто навчання математичних дисциплін повинно мати професійну спрямованість.

У 1996 році нами було сформульовано концепцію професійної спрямованості навчання математики в технічному вузі, визначено її принципи. Основні положення цієї концепції увійшли складовими до концепції математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей технічних вузів [1, 2]. При навчанні математики повинні розв'язуватися такі рівноправні завдання [3]: впровадження професійної спрямованості; вироблення у студентів раціональної системи математичного мислення, прищеплення їм математичної культури; формування у студентів знань і вмінь моделювати прикладні задачі й раціонально їх розв'язувати; застосування ІКТ.

Навчальні математичні дисципліни мають абстрактний характер. У цьому їхня складність. Щоб у студентів не виникало питання: «А навіщо нам ця математика?», – треба збуджувати їх інтерес до математики постійно, поступово від одного заняття до другого, впроваджуючи в навчальний процес методи активного навчання, зокрема дидактичні ігри, що мають професійну спрямованість, підкреслюючи, що велика спільність математичних понять і тверджень, які є віддзеркаленням властивостей об'єктів та явищ реального світу, робить можливим успішне застосування математичних методів та висновків у розв'язуванні різних проблем науки і техніки [4], демонструвати можливості математичного апарату, що сприятиме активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів. Варто відзначити, що тільки в стані активної інтелектуальної та соціальної дії людина може набути такі здатності, як уміння адаптуватися у житті, самостійно здобувати необхідні конкретні знання. Виробленню таких здатностей у студентів сприяє інтенсивне, активізуюче, індивідуально орієнтоване навчання. Отже, важливою складовою навчання студентів є активізація їх навчально-пізнавальної діяльності, зокрема з математики, зорієнтована на отримання знань через викладача та самостійний пошук і здобування знань. Засобом активізації навчання є правильне використання наочності як джерела нових відомостей, ілюстрації інформації, опертя при усвідомленні студентами нових понять. Для наочності навчання математики важливо використовувати графіки, таблиці, рисунки, моделі тощо. Бажано, щоб засоби наочності були розміщені в математичних кабінетах, предметних аудиторіях, аудиторіях, де проводяться заняття з математики.

Міжпредметні зв'язки – це розвиток основних положень загальнонаукових теорій та законів, що вивчаються на заняттях зі споріднених дисциплін з метою засвоєння студентами цілісної теорії. Способи використання знань інших предметів можна визначити на основі ретельного вивчення навчальних програм, планів та матеріалів підручників із суміжних навчальних дисциплін. У навчанні математики міжпредметні зв'язки виконують методологічну, освітню, розвивальну, виховну, конструктивну функції [4]. Розв'язування задач міжпредметного змісту, професійно спрямованих та дослідницьких задач сприяє розвитку активності й самостійності студентів при вивченні математики. Можна сформулювати такі вимоги до складання цих задач: задача повинна бути правильно поданою викладачем, бути зрозумілою студентам, бути посильною для студентів, викликати інтерес завдяки зовні цікавому формулюванню, незвичної постановки запитання або процесу розв'язування, а також розвивати життєвий досвід студентів, показувати можливість використання набутих знань у деяких життєвих ситуаціях. Задачі міжпредметного змісту, професійно спрямовані, дослідницькі задачі виконують освітню, розвивальну, виховну та контролюючу функції.

Однією з психолого-педагогічних умов

активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів є «динамічність, різноманітність методів, прийомів, форм і засобів викладання та учіння, спрямованість їх на розвиток активної дослідницької діяльності студентів, пріоритетність методів і форм активного навчання» [5]. Методи навчання можна поділити на традиційні і нетрадиційні. До нетрадиційних методів належать методи активного навчання (методи розвивального навчання, активні методи навчання тощо). Методи активного навчання сприяють збудженню у студентів інтересу до вивчення навчальних математичних дисциплін. Одним із типів розвивального навчання є проблемне навчання, суть якого полягає в пошуковій діяльності студентів, його різновидами є евристичне і частково-пошукове навчання. Розробці методичної системи евристичного навчання математики, формуванню прийомів евристичної діяльності студентів при вивченні математики присвячено багато наукових праць О.І.Скафи та її учнів, зокрема робота [6]. До активних методів навчання відносяться навчальні ділові ігри, метод аналізу конкретних виробничих ситуацій, метод мозкової атаки, метод занурювання, семінар-дискусія, екскурсії на виробництво, виїзні заняття, розбирання пошти тощо. Ділові ігри відносяться до ігрових форм навчання, за допомогою яких підвищується результативність формування професійної спрямованості, набуття студентами вмінь самостійної роботи, а також зростають темпи їх загального та розумового розвитку. Багато уваги розробці та застосуванню ділових навчальних ігор при проведенні занять з вищої математики приділено в роботі В.А.Петрук [7]. Потужним засобом інтенсифікації й активізації навчання, зокрема математики, є використання комп’ютерної техніки. Застосування комп’ютера сприяє формуванню мислення студента, орієнтує його на пошук системних зв’язків і закономірностей, для цього доцільно обирати тільки такий навчальний матеріал, для засвоєння якого не можна обійтися без ЕОМ. Одним з універсальних напрямків активізації більшості традиційних форм навчання математики є його індивідуалізація та диференціація. Активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів з математики сприяють такі прогресивні форми, методи і заходи навчання: проблемні лекції, лекції-семінари, лекції-дискусії, лекції-конференції, професійна спрямованість навчання математики, математичне моделювання, самостійна робота студентів (СРС), застосування ІКТ навчання на практичних і лабораторних заняттях, індивідуалізація та диференціація навчання, ділові навчальні ігри, імітаційні вправи, модульно-рейтинговий контроль засвоєних знань та набутих умінь і навичок, студентські олімпіади, конкурси, науково-практичні конференції, технічні засоби навчання (навчальні фільми, слайди, графослайди, навчальне телебачення, персональні комп’ютери, таблиці, пакети, моделі тощо). Для активізації процесу навчання математичного аналізу використовуємо такий тип лекції, коли самостійно біля дошки студенти доводять деякі теореми, наприклад, теорему про спадання неперервної функції після того, як викладач довів теорему про зростання неперервної функції.

Отже, можна стверджувати, що основним стратегічним напрямом активізації навчання є не збільшення обсягу відомостей, що пропонуються студентам, не спресовування поданих відомостей або прискорення процесів зчитування, а створення дидактичних та психологічних умов для свідомого учіння, включення в нього студентів на інтелектуальному рівні та на рівні особистісної соціальної активності.

Курси математичних дисциплін достатньо складні, і студенти не в змозі вивчити навчальний матеріал без допомоги викладача. Викладач повинен навчити студентів працювати з літературою, логічно мислити. Основною навчально-пізнавальною роботою з активного оволодіння студентами теоретичними знаннями та практичними вміннями з математики є їх самостійна робота (підготовка рефератів, доповідей, виконання індивідуальних домашніх завдань тощо). «Самостійна робота студентів – це планована індивідуальна або колективна робота студентів, що виконується за завданням і при методичному керівництві викладача, але без його безпосередньої участі» [8]. Педагогічно правильно організована СРС під керівництвом викладача дає бажаний результат. Проблема керування СРС та контролю за її виконанням є однією з найбільш актуальних проблем вищої школи. Розв'язанню цієї проблеми приділяли й приділяють багато уваги педагоги, методисти, психологи, вчителі, викладачі вищої школи. Результати наукових досліджень психологів і педагогів свідчать про те, що коли реалізується потреба саморозвитку і самовдосконалення, то тільки тоді досягається високий рівень професійної майстерності, компетентності та творчості. А це означає, що насамперед у студентів як у майбутніх фахівців треба розвивати вміння самостійної роботи. Щоб цього досягти, СРС повинна бути ретельно спланованою, організованою та контрольованою [9]. За часом і місцем проведення самостійної роботи студентів, зокрема з математичних дисциплін, характеру керівництва з боку викладача та контролю за її виконанням її поділяють на самостійну роботу:

– протягом аудиторних занять під керівництвом та контролем викладача (опитування на лекціях і практичних заняттях, виконання контрольних робіт, захист модульних завдань, проведення тестування);

– в позааудиторний час, контроль здійснюється викладачем, але основною формою контролю є самоконтроль (виконання домашніх завдань, зокрема індивідуальних, розрахункових і розрахунково-графічних завдань, модульних завдань, опрацювання конспекту лекцій, підручників, навчальних і навчально-методичних посібників, методичних вказівок на паперовому та електронному носіях);

– при виконанні науково-дослідницької роботи під керівництвом викладача (підготовка рефератів, доповідей на студентських конференціях з математики та застосування її методів, виступ з доповіддю на науково-практичних студентських конференціях, написання тез доповіді на конференцію і наукової статті під керівництвом викладача, участь у студентських олімпіадах і конкурсах).

Контрольними заходами щодо перевірки та оцінювання засвоєних знань, набутих умінь і навичок студентів з математики є усне опитування, проведення різних видів контрольних робіт, тестування, прийом модульних завдань, колоквіум, залік, іспит. При керуванні самостійною навчальною роботою студентів з математичних дисциплін важливо правильно її організувати, здійснювати керівництво цією роботою та контроль за її виконанням, використовувати методичні і дидактичні матеріали. Модернізація системи вищої освіти в контексті Болонського узгодження, технологізація процесу навчання, розвиток ІКТ вимагають удосконалення форм організації самостійної роботи, зокрема з вищої математики студентів нематематичних спеціальностей. Види самостійної роботи класифікують, виходячи із джерел одержання відомостей, що перетворюються на інформацію, з дидактичної мети, з розподілу самостійних робіт на навчальні й контрольні, з якісного аналізу структурних елементів діяльності тих, хто навчається, дидактичних принципів її побудови. Проблема організації СРС складна, багатогранна і тому потребує належної уваги, пошуку нових шляхів її розв'язання. На жаль, першокурсники не вміють самостійно працювати з навчальною літературою, не вміють користуватися бібліотечним каталогом, їх не привчили постійно вчити теоретичний матеріал, систематично виконувати домашні завдання, не відкладаючи на «потім» і т.ін.

Наше дослідження цієї проблеми [10] та багаторічний досвід роботи у ВНЗ дали змогу запропонувати конкретні дії для організації самостійної роботи з вищої математики студентів, а саме: навчити самостійно працювати з підручниками й навчальними посібниками; навчити користуватися бібліотечним каталогом; систематично переконувати в тому, що тільки самостійно здобуті знання є міцними, що треба систематично виконувати домашні завдання; поступово і постійно залучати студентів до самостійної роботи; з самого початку занять пропонувати студентам детально розроблену на даний семестр програму з дисципліни, графік проведення контрольних заходів із зазначенням відповідних тем, розділів; видавати кожному студенту пакети індивідуальних домашніх і модульних завдань, а також методичні вказівки, де доступно викладено розв'язання типових прикладів і задач різної складності; переконувати студентів у тому, що їм слід систематично здійснювати самоконтроль за ходом і результатами своєї роботи, корегувати та удосконалювати способи її виконання; діагностувати шляхом опитування, тестування, проведення контрольних робіт, прийому індивідуальних і модульних завдань якість засвоєних знань, набутих навичок і вмінь студентів з математики; за результатами діагностування корегувати навчально-виховний процес. Для організації СРС усіх форм навчання нами розроблено програмно-методичний комплекс (ПМК) з математики. У ПМК розміщено домашні завдання, конспекти лекцій, даються вказівки і коментарі до текстів для студентів тощо. Через цю систему можна також проводити самотестування. У ПМК розміщено також і ряд таких матеріалів, як програми курсів, порадники для студентів, випробувальні завдання минулих років. Контроль здійснюється за допомогою тестів. Відзначимо, що більшість студентів готові до тестування морально і технологічно. Нами розроблено тести трьох рівнів: 1) розпізнавання (з трьома підрівнями: впізнання, розпізнавання, класифікація); 2) відтворення (з трьома підрівнями: підстановка, конструювання, типова задача); 3) процес тестування. Процес тестування здійснюємо в комп'ютерній, письмовій та усній формах із застосуванням тестів закритої та відкритої форм.

Навчальний процес слід постійно корегувати. Це корегування залежить від рівнів навченості та здібності до навчання (научуваності) студентів, для виявлення яких треба проводити діагностування з самого початку навчання у вищому навчальному закладі, зокрема з самого початку навчання вищої математики. Контроль за СРС слід здійснювати систематично на кожному занятті з вищої математики (опитування на лекціях і практичних заняттях, короткочасні (5-10 хвилин), традиційні (45-90 хвилин), «ректорські» (90 хвилин) контрольні роботи, «експрес-контроль», тестування, перевірка та захист індивідуальних домашніх завдань і рефератів тощо), а також здійснювати модульно-рейтинговий контроль засвоєних знань і набутих навичок й умінь студентів з вищої математики. Всі заходи педагогічної діагностики й відомості про рівні навченості та научуваності студентів з математики дають викладачам можливість так будувати навчальний процес, щоб на заняттях з вищої математики впроваджувались засоби особистісно орієнтованого навчання з метою розвитку математичних і загальних здібностей студентів, щоб викладачі мали змогу корегувати навчально-виховний процес. Можна також запропонувати міждисциплінарні контрольні заходи для студентів інженерних спеціальностей (наприклад, контрольна робота, що включає питання з теоретичної механіки, опору матеріалів і вищої математики). Ці міркування, опрацювання на практиці навчання з проблеми фундаменталізації математичної освіти майбутніх фахівців технічного профілю дали змогу сформулювати її концепцію, що складається з таких положень:

1. Високий динамізм сучасного наукового прогресу і високі вимоги до професійної підготовки інженерів вимагають забезпечення належного рівня математичної підготовки студентів. Разом із тим відбулося значне скорочення (до 50 %) кількості навчальних годин на вивчення загального курсу при тому, що залишився незмінним традиційний курс вищої математики. Природно, що за відведену кількість годин неможливо забезпечити ґрунтовне вивчення під час лекцій і практичних занять зазначеного змісту, тому 50 % змісту відводиться на самостійну роботу студентів. Таке скорочення навчальних аудиторних годин відбулося за всіма навчальними дисциплінами загальноосвітнього і загальнонаукового циклу. А це призвело до значного збільшення обсягу матеріалу для СРС, і реально студенти не в змозі виконати такий обсяг

без допомоги викладача.

2. Кількість відомостей з математики, яка останнім часом стала досить великою, не може бути засвоєною за відносно короткий термін навчання (2-4 семестри в технічному ВНЗ). Тому її треба впорядкувати на принципово новій основі. Цією основою може бути керування СРС, що є одним із шляхів інтенсифікації навчального процесу і підвищення якості математичної підготовки студентів. Самостійна робота збуджує студентів до активної розумової діяльності, сприяє виробленню їх свідомого ставлення до систематичної навчальної праці. У процесі самостійної навчально-пізнавальної діяльності у студентів розвиваються такі якості особистості, як самостійність, продуктивність, гнучкість, ініціативність, увага, наполегливість, витримка, критичність мислення та інші позитивні якості. Таким чином, при проведенні самостійної роботи досягається єдність процесів «засвоєння знань» та розвитку «уміння мислити».

3. В умовах ступеневої системи вищої технічної освіти можливим шляхом подолання труднощів і негативних явищ, що склалися, є особистісно орієнтоване навчання, диференціація та індивідуалізація навчально-виховного процесу.

4. Відведену чинним навчальним планом кількість аудиторних годин можна вважати допустимою, якщо для тих студентів, які після закінчення вузу підуть на виробництво, дещо скоротити обсяг програмного матеріалу, а для тих студентів, які будуть вчитися в магістратурі і займатися науково-дослідною роботою в галузі науки і техніки, вже з першого курсу паралельно загальному курсу математики читати його додаткові розділи і спеціальні математичні курси, зокрема курс математичного моделювання.

5. Активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів, зокрема з вищої математики, є важливою складовою навчально-виховного процесу вищої школи. Критеріями активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів з математичних дисциплін є формування пізнавального інтересу до математики, збільшення активності в процесі навчання, наявність ознак пізнавальної активності, прояв самостійності в навчанні математики, прояв пізнавальної самостійності, участь у студентських олімпіадах і конференціях, самостійний пошук і використання математичних методів розв'язування задач міжпредметного змісту, професійно спрямованих задач, а також задач дослідницького характеру. Активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів сприяють збудження інтересу до дисципліни, наочність навчання, використання міжпредметних зв'язків, методи активного навчання тощо. Напрямками інтенсифікації навчального процесу й активізації пізнавальної діяльності студентів є активна участь студентів у проведенні лекційних занять, залучення студентів до мотивованої усвідомленої самостійної роботи, створення належного забезпечення, орієнтованого на виконання самостійних індивідуальних і контрольних робіт, модульних завдань, а також методичних розробок для обдарованих студентів, які беруть участь у математичних олімпіадах і студентських конференціях, професійна спрямованість навчання математики, формування математичної компетентності студентів і розвиток їх творчої ініціативи, застосування комп'ютерних технологій з використанням електронних підручників, програмно-методичного комплексу, навчальних курсів, математичних пакетів при розв'язуванні складних математичних задач тощо. Засвоєні знання, набуті навички і вміння студентів з математики сприяють їхньому математичному та загальному розвитку, абстрактному і логічному мисленню, що необхідно майбутнім фахівцям.

6. З метою підвищення якості фундаментальної математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей необхідно систематично впроваджувати принципи професійної спрямованості викладання загального курсу математики, як при вивченні теоретичного матеріалу, так і розв'язуванні системи вправ. В основу професійної спрямованості навчання мають бути покладені принципи професійної відповідності та наступності, основними засобами яких є математичне моделюван-

ня та наявність типових прикладних задач, а також принципи фундаментальності, підготовки до майбутньої професійної діяльності, вихід на нові математичні ідеї при виконанні правил достатньої кількості формальних задач, професійної однозначності, прикладного змісту. Ефективним способом, що сприяє дотриманню цих принципів і правил, є розв'язання задач спеціального змісту на завершальному етапі навчання дисциплін математичного змісту. Забезпечення ж завершення етапу математичної підготовки фахівців у галузі техніки має використання спеціальних математичних курсів, які віддзеркалюють майбутні інтереси спеціаліста. Впровадження професійної спрямованості навчання математики є одним із шляхів усунення існуючої суперечності між потребами суспільства у кваліфікованих фахівцях і сучасним станом математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей. В умовах компетентнісно-орієнтованої парадигми освіти професійна спрямованість навчання математики студентів молодших курсів технічних вузів є компонентом формування у них базових професійних компетенцій.

7. Ефективним засобом реалізації професійної спрямованості є навчання студентів початкам математичного моделювання при вивченні загального курсу математики і спеціальних математичних курсів на завершальному етапі вивчення математики для студентів-спеціалістів і магістрантів.

8. Необхідною умовою забезпечення диференціації навчання є діагностика математичної підготовки і розвитку студентів на початку вивчення курсу вищої математики і протягом усього навчання («нульова» контрольна робота для першокурсників, тестування, різні самостійні і контрольні роботи, модульні завдання, колоквіуми). Експериментальне дослідження показало, що ефективним засобом СРС є розрахунково-графічні завдання, індивідуальні домашні завдання, лабораторні роботи та модульний контроль засвоєних знань та набутих умінь і навичок студентів.

9. Міжпредметність є сучасним принципом навчання, що впливає на відбір та структуру навчального матеріалу цілого ряду дисциплін, підсилює системність засвоєних знань, активізує методи навчання, орієнтує на застосування комплексних форм організації навчання, забезпечує єдність навчально-виховного процесу. Важливим шляхом міжпредметних зв'язків при вивченні загального курсу математики та спеціальних математичних курсів є участь викладачів математичних кафедр у науково-дослідницьких роботах спеціальних кафедр та залучення до цієї роботи студентської молоді.

10. Ефективна математична підготовка студентів технічних університетів може бути забезпечена лише при реалізації діяльнісного і системного підходів в організації навчального процесу.

11. Математика є особливим методом світопізнання, фундаментом при вивченні інформатики, фізики, теоретичної механіки, хімії, економіки тощо. Математичні дисципліни формують особистість студента, а саме: впливають на розвиток логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної і інформаційної культури, уваги, пам'яті, позитивних властивостей особистості, а також емоційно-вольової сфери, сприяють розвитку наукового світогляду.

12. Для виховання та формування різнобічно розвинутої особистості, створення умов для інтелектуального, фізичного, морального і естетичного розвитку та саморозвитку студентів необхідно так спланувати й організувати навчально-виховний процес у вищому навчальному закладі:

– щоб навчити та привчити студентів самостійно працювати з навчальною і науковою літературою, самостійно добувати знання;

– щоб студенти свідомо і міцно оволодівали системою класичних і математичних знань, умінь і навичок, які були б достатніми для успішного оволодіння іншими навчальними предметами та необхідними в майбутній професійній діяльності й у повсякденному житті;

– щоб у студентів формувалися навички у постановці задач професійно спрямованого й прикладного змісту, уявлення про етапи розв'язування цих задач, про можливості і застосування математичних методів у цьому процесі, що сприятиме розумінню студентів, що математика – не тільки навчальна дисципліна, а ще й потужний інструмент для розв'язання актуальних інженерних проблем сучасності;

– щоб студенти навчалися аналізувати отриманий розв'язок проблеми;

– щоб були забезпечені наступність, неперервність освіти і самоосвіти, моральне, трудове, економічне, екологічне, патріотичне виховання, формування позитивних властивостей особистості й рис характеру, професійна і прикладна спрямованість навчання математичних дисциплін, що сприятиме підсиленню мотивації навчання, практичній підготовці студентів;

– щоб були забезпечені умови для розвитку творчих здібностей, математичного і загального розвитку студентів, для набуття ними достатнього рівня математичної культури, необхідного для отримання якісної професійної освіти, для повноцінної участі в повсякденному житті, майбутній професійній діяльності, а також для розвитку та формування таких якостей фахівця, як професіоналізм і компетентність.

13. Сучасною стратегією математичної підготовки студентів вищої школи є диференціація та індивідуалізація в умовах особистісно-орієнтованого навчання, яка повинна забезпечуватися підручниками, навчальними посібниками, методичними рекомендаціями, комплектами індивідуальних домашніх завдань, завдань для модульного контролю та оцінювання засвоєних знань і набутих умінь студентів, а також відповідною діяльністю викладача.

14. Потужними засобами інтенсифікації навчального процесу, міцного і свідомого засвоєння студентами великого обсягу математичного матеріалу, підвищення якості їх математичної підготовки є впровадження модульно-рейтингової системи навчання й оцінювання успішності студентів, застосування ІКТ та керування СРС. Ретельно обмірковане впровадження і систематичне використання нових засобів навчання, зокрема ІКТ має забезпечити ефективне засвоєння студентами математичного матеріалу, інтенсифікувати та оптимізувати навчально-виховний процес, активізувати навчально-пізнавальну діяльність студентів, сприяти розвитку їх образного та творчого мислення, оскільки застосування комп'ютерної техніки при навчанні математики дає наочні уявлення багатьом поняттям, що вивчаються. Персональний комп'ютер використовувати також для виконання функцій контролю засвоєних знань, набутих умінь і навичок студентів, навчальних тренажерів, моделюючих стендів, інформаційно-довідкових систем, ігрових навчальних середовищ, електронних конструкторів, експертних систем тощо. Систематичне використання ІКТ як при вивченні загального курсу математики, спеціальних математичних курсів, так і особливо при розв'язанні професійно спрямованих, прикладних задач і проведенні науково-дослідної роботи є необхідним сучасним засобом фундаменталізації математичної підготовки студентів.

15. Органічне поєднання класичних традиційних і нових методів і засобів навчання сприятимуть формуванню практичної соціально-особистісної, комунікативної, загальнокультурної компетентностей, яких студенти набувають протягом всього періоду навчання у вищій школі та за допомогою засобів неформальної освіти, внаслідок впливу середовища та наявність яких свідчить про їх готовність до повсякденного життя, до різних видів суспільної та професійної діяльності, до набуття майстерності й професіоналізму.

16. Для удосконалення навчального процесу мають використовуватися різні типи електронних освітніх ресурсів з точки зору їх ефективності щодо набуття студентами математичних компетентностей.

17. З метою виховання інтелектуальної еліти країни впливати на духовний світ студентів згідно з принципами гуманізації та гуманітаризації навчання.

Фундаменталізація математичної освіти студентів сприятиме їх загальному і математичному розвитку, формуванню базової, математичної, практичної, соціально-особистісної, комунікативної, загальнокультурної компетентностей.

1. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі / Т.В.Крилова. – К.: Вища школа, 1998. – 437 с.

2. Крилова Т.В. Концепція математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей вищої технічної школи / Т.В.Крилова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 25. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 205-208.

3. Крилова Т.В. Професійно орієнтоване навчання математики в технічному вузі – першочергова задача сьогодення / Т.В.Крилова, П.О.Стеблянко // Вісник Черкаського університету. Серія: педагогічні науки. – Вип. 127. – Черкаси: вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2008. – С. 98-102.

4. Крилова Т.В. Шляхи активізації навчання математики у вищий технічній школі / Т.В.Крилова, П.О.Стеблянко, О.Ю.Орлова // Вісник Черкаського університету. Серія: педагогічні науки. – Вип. 181. – Ч. 1. – Черкаси: вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 47-53.

5. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: навч. посіб. / З.І.Слєпкань. – К.: Вища шк., 2005. – 239 с.

6. Скафа Е.И. Современные технологии эвристического обучения математике / Е.И.Скафа // Зб. доповідей міжнар. наук.-метод. конф. «Евристичне навчання математики», 15-17 листопада 2005. – Донецьк, 2005. – С. 106-108.

7. Петрук В.А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін: Монографія / В.А.Петрук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ. – Вінниця, 2006. – 292 с.

8. Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України: головний ред. В.Г.Кремінь. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – 1040 с.

9. Крилова Т.В. Керування самостійною роботою студентів з математики та контроль за її виконанням / Т.В.Крилова, О.Ю.Орлова // Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики: Матеріали Всеукр. наук.-метод. конф. (3-4 грудня 2009 р., м. Суми). – Суми: вид-во СумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2009. – С. 142-143.

10. Крилова Т.В. Організація самостійної роботи з вищої математики студентів технічних і технологічних спеціальностей / Т.В.Крилова, О.Ю.Орлова // Матеріали Всеукр. наук.-метод. конф. «Проблеми математичної освіти» (ПМО-2007), м. Черкаси, 16-18 квітня 2007 р. – Черкаси: вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2007. – С. 156-157.

Резюме. **Крылова Т.В., Гулеша Е.М., Орлова О.Ю. ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФУНДАМЕНТАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ УНИВЕРСИТЕТОВ.** *Статья посвящена проблеме фундаментализации математического образования студентов нематематических специальностей университетов путем ее решения в процессе обучения высшей математики. Сформулированы положения концепции фундаментализации математического образования будущих специалистов технического профиля.*

Ключевые слова: *высшая математика, нематематические специальности университетов, фундаментализация математического образования.*

Abstract. **Krylova T., Gulesha O., Orlova O. DIDACTICAL PRINCIPIES OF MAKING OF MATHEMATICAL EDUCATION FUNDAMENTAL FOR STUDENTS OF NON-MATHEMATICAL SPECIALITIES AT UNIVERSITIES.** *The paper is devoted to the problem of making university mathematical education fundamental for students of non-mathematical specialities. The ways of solving this problem in the process of higher mathematics learning are considered. The main provisions of fundamental character of mathematical education of technical profile future specialists are formulated.*

Key words: *higher mathematics, non-mathematical specialities of universities, making mathematical education fundamental.*

Надійшла до редакції 15.02.2011 р.

ВИКОРИСТАННЯ ЗНАНЬ ЯК ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ НА ЗАСАДАХ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ

О.Г.Євсеєва,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Донецький національний технічний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розглянуто різні підходи до визначення поняття знання. Описано декларативні і процедурні знання, їх використання під час навчання на засадах діяльнісного підходу. Детально розглянуто використання знань у орієнтувальній частині навчальної діяльності. Наведено приклад щодо орієнтування при розв'язанні задач з вищої математики.

Ключові слова: *навчання вищої математики, діяльнісний підхід до навчання, декларативні знання, процедурні знання, процедура орієнтування.*

Постановка проблеми. Одним із принципових методологічних положень навчання на засадах діяльнісного підходу є використання знань як засобів навчання. Те, що знання стали розглядатися не як ціль, а як засіб, додало новий імпульс дослідженню самих знань, примусило вивчати їх більш глибоко.

Дослідженням закономірностей процесу пізнання, мислення, засвоєння, придбання і застосування знань займається когнітивна психологія. Свій внесок у ці дослідження зробили такі вчені, як М.Б.Вільницький, П.Я.Гальперін, В.З.Дем'янков, Л.Б.Ітельсон, П.В.Копнін, Е.С.Кубрякова, Л.Г.Лузіна, В.К.Нішанов, М.Олсон, С.Осуга, Ю.Г.Панкрац, Ж.Піаже, Ю.Саєкі, В.М.Сергєєв, Р.Л.Солсо, Н.Ф.Тализіна, М.Уено, Б.Хегенхан, J.R.Anderson та ін.

Точку зору когнітивних психологів на знання виражає визначення знань Ж.Піаже [11]. Він вважає, що знання є результатом структурування реальності, а не просто її копія, і що розвиток інтелекту є процес конструкції, здійснюваної суб'єктом, який привносить її в зовнішню реальність, а не витягає звідти. На його думку, наукові знання, що включають у себе факти, поняття, закони, закономірності й теорії, повинні стати надбанням особистості, увійти в структуру її досвіду.

З точки ж зору діяльнісного навчання цілями навчання є освоєння способів дії, а цілями навчальної діяльності є формування вмінь, а це завжди *перетворення і застосування знань*. Тому засвоєне знання – це не те, яке просто запам'яталося, а те, що перетворилося в уміння практично діяти, уміння розв'язувати задачі [8]. Тому дуже важливим є визначення функцій знань у навчанні, зокрема у навчанні математики.

Аналіз актуальних досліджень. У сучасній дидактиці знання визначають як основні факти науки і теоретичні узагальнення (поняття, правила, закони, висновки тощо), що з них витікають. Змістовне значення поняття «знання» зводиться до того, що знання відображають наше уявлення про предметну галузь і виражають *систему понять, відносин і залежностей між поняттями*. Прикладами понять у математиці можуть служити, зокрема, «змінна величина» і «число»; прикладами відносин між поняттями «змінна величина» і «число» є значення змінної величини; прикладом залежності між ними є функція. У навчанні як приклад понять можна навести «знання» і «число»; відносинами між цими поняттями є оцінка; залежністю між оцінкою і знаннями є критерії оцінок.

На думку дослідників С. Осуги, Ю. Саєкі, люди через досвід здобувають різноманітні знання про світ. Однак вони не усмоктують у себе всю інформацію. Людина, спираючись на свої знання, визначає, яка частина з величезного обсягу інформації в умовах навчання є найбільш важливою, тобто сприйняття інформації і її систематизація здійснюються через знання. Або, іншими словами, людина при навчанні на основі наявних знань вибирає серед потенційно необмеженої інформації, що поставляється йому середовищем, найбільш важливу інформацію для відповідної діяльності [13].

Ж.Піаже [11] висунув постулат про те, що знання є дія. Очевидно, що знання про об’єкт, в остаточному підсумку, визначає дії, які можна над ним зробити. Поступово дії усе більш інтеріоризуются, стають надбанням психіки того, хто навчається, у формі вмінь і навичок. Причому доведення дій до рівня свідомих умінь найбільше ефективно здійснюється при їхній поетапній інтеріоризації на основі мимовільної пам’яті. У теорії поетапного формування розумових дій П.Я.Гальперіна дається обґрунтування механізму свідомого формування вмінь і навичок, і останній, таким чином, перестає бути «чорним ящиком» [3].

Як відомо, в основі цієї теорії лежить ідея про принципову спільність внутрішньої й зовнішньої діяльності людини, згідно з якою розумовий розвиток, як і засвоєння навичок, відбувається шляхом поетапного переходу від зовнішньої діяльності у внутрішній розумовий план. Певна класифікація знань може бути виконана і з точки зору діяльності, адже знання – це засоби виконання діяльності, її інструмент.

Метою статті є визначення ролі і функцій знань у навчанні математичних дисциплін на засадах діяльнісного підходу.

Виклад основного матеріалу. З точки зору функцій, які знання виконують, розрізняють знання *декларативні* і *процедурні*. Так, Дж.Андерсон у книзі «Архітектура пізнання» будує узагальнену модель мислення людини, яка пояснює пам’ять, знання людини, прийняття рішень, навчання та інші аспекти мислення [1]. За Дж. Андерсоном, навчання розподіляється на два етапи – декларативний і процедурний, на кожному з яких формується відповідний тип знань. Декларативні знання являють собою твердження, або декларації, про об’єкти предметної області, їх властивості і відносини між ними. Загальноприйнята точка зору тут полягає у тому, що декларативні знання – це *факти* з предметної галузі, або фактичні знання. Процедурні ж знання – це *правила* перетворення об’єктів предметної галузі. Сюди ж включаються і правила із застосування декларативних знань. Це можуть бути рецепти, алгоритми, методики, інструкції, техніки, стратегії прийняття рішень. Таким чином, про декларативні і процедурні знання говорять як про факти і правила відповідно.

Розглянемо декларативний етап навчання. Припустимо, що ми тільки-но розглянули формули для тригонометричних функцій суми та різниці двох кутів, тобто формули:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta.$$

Нехай потрібно обчислити значення $\sin 105^0$. Припустимо, що нас не навчили, коли яку формулу необхідно застосовувати. Оскільки нам треба обчислити синус, то це повинна бути формула для $\sin(\alpha+\beta)$ або $\sin(\alpha-\beta)$. Тобто кут 105^0 нам потрібно представити у вигляді суми двох кутів ($\alpha+\beta$), або їх різниці – ($\alpha-\beta$). Ми можемо представити 105^0, наприклад як 100^0+5^0, або як 110^0-5^0. У першому випадку нам потрібно буде обчислити

$$\sin 105^0 = \sin 100^0 \cos 5^0 + \cos 100^0 \sin 5^0.$$

У другому випадку ми маємо:

$$\sin 105^0 = \sin 110^0 \cos 5^0 - \cos 110^0 \sin 5^0.$$

Але вирази, що стоять у правій частині наведених рівностей обчислити складно. Якщо звернутися до довгострокової пам’яті, то неважко згадати, що ми вже обчислювали синуси і косинуси для кутів 30^0, 45^0, 60^0 та 90^0. Тому представимо кут 105^0, наприклад, як суму 45^0+60^0

або різницю $(90^0+60^0)-45^0$. У першому випадку нам потрібно буде обчислити синуси і косинуси для кутів 45^0 та 60^0, які нам відомі. У другому випадку нам треба буде обчислити синуси і косинуси для кутів 45^0 та (90^0+60^0), а задля цього доведеться використовувати додаткові формули. Тому обираємо перший варіант.

На декларативному етапі при розв'язанні задачі навіть за однією формулою необхідна дуже складна обробка знань, і учень, виконуючи цю роботу, зазнає труднощів і витрачає багато часу. На цьому етапі знання знаходяться у формі декларацій, або фактів, як наприклад: «$\sin(\alpha+\beta)$ є $\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, де α і β – змінні», без інформації про те, де і при яких умовах цю формулу використовувати.

Тобто на декларативному етапі знання знаходять у пам'яті у формі висловлювань і їх не можна безпосередньо використовувати. Задля використання цього типу знань необхідно провести їх інтерпретацію. Така інтерпретація виконується за допомогою зіставлення наявних у оперативній пам'яті знань з умовою задачі і перетворення декларативних знань у процедурні, які є правилами перетворення об'єктів. У нашому прикладі такі знання можуть мати, наприклад, такий вигляд:

- якщо необхідно знайти значення деякого тригонометричного виразу, то треба знайти придатну для цього формулу;
- якщо необхідно знайти значення деякого тригонометричного виразу і знайдена придатна для цього формула, то треба підставити значення кута з умови задачі замість змінної у формулу;
- якщо змінна у формулі представлена як сума двох змінних $\alpha+\beta$, то треба таким же чином представити кут в умові задачі.

На процедурному етапі навчання з отриманих процедурних знань утворюються процедурні знання, які фактично є алгоритмом розв'язання задачі. У нашому прикладі це: «Для знаходження значення синуса кута використовується формула $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, для цього кут представляється у вигляді суми стандартних кутів (30^0, 45^0, 60^0 та 105^0), після чого знайдені α і β підставляються у формулу».

За отриманим алгоритмом знаходимо:

$$\sin(105^0)=\sin 60^0\cos 45^0+\cos 60^0\sin 45^0=$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

Перехід від декларативного до процедурного етапу дозволяє скоротити час необхідний для пошуку розв'язка задачі. Після того, як учень розв'яже велику кількість задач, в його пам'яті вже будуть знаходитися процедурні знання, які можна бути застосовувати для розв'язання.

Розділення знань на декларативні і процедурні в повній мірі дозволяє розв'язувати задачі інженерії знань, але з точки зору дидактики не зовсім коректно і вимагає уточнення і розвитку [2]. По-перше, з того, що декларативні знання визначають, задають відносини між об'єктами предметної галузі, витікає, що ці знання, по суті справи, також є правилами. Об'єкти предметної галузі пов'язані між собою за певними правилами.

Таким чином, і процедурні, і декларативні знання є правилами; відмінність між ними полягає в тому, що декларативні знання – це *правила зв'язку*, а процедурні знання – це *правила перетворення*.

Розглянемо, наприклад, визначення функції однієї змінної [12, с.17]: «Якщо кожному значенню змінної *x*, що належить деякій області, відповідає одне певне значення змінної *y*, то *y* є однозначною функцією від *x*». Це висловлення, що задає правило перетворення однієї змінної величини в іншу, є процедурним знанням. Інше означення функції [10, с.85]: «Функція однієї змінної – це відображення лінійної множини *X* на лінійну множину *Y*» є декларативним фактом, що задає правило зв'язку між двома множинами.

По-друге, поняття факту в навчанні більш широке, ніж це прийнято вважати в інженерії знань. Легко зрозуміти, що, наприклад, граматичні правила правопису, правила, за якими визначаються різні величини, часто правила поведінки в багатьох ситуаціях, пов'язаних з перетворенням об'єктів навчальної предметної галузі, – все це факти з цієї предметної галузі. Але в цих випадках вони є процедурними знаннями. Таким чином, *за своєю природою факти можуть бути як декларативними, так і процедурними.*

Факти, або фактичні знання, повинні передавати думки предметних знань. А як відомо, думки в мові передаються за допомогою речень, тому що речення – це закінчена думка. Таким чином, фактичні знання – це набір речень, або висловлювань, що передають певні думки предметної галузі. Декларативні факти являють собою твердження про об'єкти предметної галузі, їх властивості і відносини між ними, процедурні факти передбачають певні дії з об'єктами предметної галузі. Так процедурним фактом є, наприклад, таке висловлювання [12, с.18]: «Щоб задати багатозначну функцію *y*, що залежить від однієї змінної *x*, необхідно кожному значенню змінної *x*, що належить множині *X*, поставити у відповідність декілька значень змінної *y*, що належить множині *Y*».

Декларативні і процедурні знання в сукупності складають об'єктні, або предметні, знання. Предметні знання володіють рядом характерних властивостей, ці знання можна використовувати з різними цілями, у тому числі з метою навчання, а саме у навчальній діяльності.

Як показав Ю.Й.Машбиць, навчальна діяльність має складну структуру [9]. З функціональної точки зору розрізняють п'ять частин діяльності: *змістовну, мотиваційну, орієнтувальну,* що складається з загального орієнтування і орієнтування на виконання, *виконавчу, контрольно-коректувальну*. Якщо говорити про навчальну діяльність, то, більшою мірою, за допомогою декларативних знань здійснюється загальне орієнтування і орієнтування на виконання, за допомогою процедурних знань – орієнтування на виконання і виконавча частина діяльності. Контрольно-коректувальна частина здійснюється за допомогою як декларативних, так і процедурних знань.

При цьому важливо розуміти, що ролі як студента, так і викладача у всіх цих частинах діяльності різні. Змістовна частина визначає предмет діяльності (те, на що діяльність спрямована), і провідна роль тут належить викладачеві. Для здійснення змістовної частини викладач повинен володіти знаннями предметної галузі. Студент же засвоює зміст. У мотиваційній частині навчальної діяльності центральною фігурою є, звичайно, студент, адже йдеться саме про його мотиви, його мотивацію. Однак, викладач при цьому не повинен знаходитися осторонь, дуже важливим його завданням є всіляке сприяння підвищенню мотивації студента, причому не тільки відносно до діяльності загалом, але і до окремих її дій.

Частини орієнтувальна, виконавча і контрольно-коректувальна виконуються безпосередньо студентом, роль викладача тут полягає в управлінні його діяльністю. При цьому можна говорити про знання, які забезпечують виконання кожної з цих частин. І викладач повинен уявляти, які знання визначають орієнтувальну частину, які – виконавчу, які – контрольно-коректувальну. Адже ці частини навчальної діяльності він повинен буде проектувати, а проектування діяльності – це багато в чому проектування засобів її здійснення.

Таким чином, можна говорити про знання, які забезпечують виконання кожної частини діяльності (рис. 1).

Розглянемо використання знань в орієнтовній частині діяльності. Орієнтовна частина багато в чому забезпечує успіх діяльності. По суті справи, орієнтовна частина діяльності – це орієнтування, задачею якого є облік умов, у яких протікає навчальна діяльність. Орієнтування дозволяє осягнути логіку діяльності, зрозуміти цю діяльність і визначити дії, що її складають.

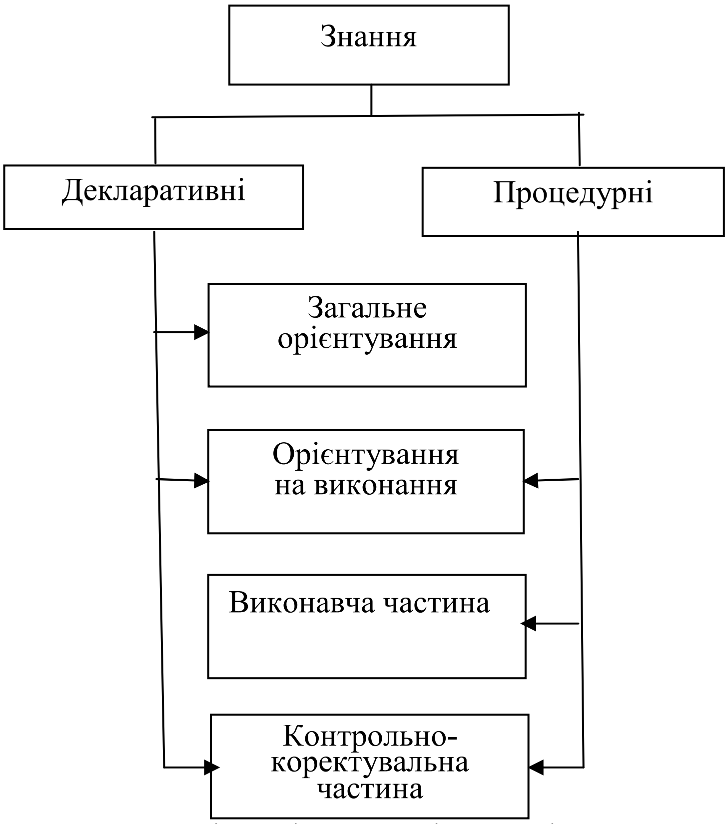


Рис. 1. Ілюстрація ролі знань у діяльності

Навчання орієнтуванню повинне бути предметом особливої уваги викладача. І це повинно здійснюватися, у першу чергу, на лекційних заняттях. На лекціях треба не просто повідомляти інформацію з предмета, а показувати, як знання виникають, яку роль вони виконують, як знання використовуються, як на їх основі робляться висновки. При цьому треба розуміти, що активними учасниками цього процесу повинні бути самі студенти, вони повинні бути залучені в описану вище діяльність.

Орієнтування складається з двох частин – *загального* орієнтування і орієнтування *на виконання*. Загальне орієнтування забезпечує розуміння загальної ситуації. Орієнтування на виконання спрямоване на вироблення плану здійснення діяльності, формулювання задач, визначення методів їх розв’язання і складання плану розв’язання. Загальне орієнтування повинне передувати орієнтуванню на виконання, готувати і забезпечувати його.

Орієнтування на виконання виконується на основі процедурних і декларативних знань, вироблених у результаті загального орієнтування. Кінцевою метою орієнтування є розробка процедури виконавчої частини діяльності.

Орієнтування починається з аналізу умови задачі і зіставлення зовнішніх і внутрішніх умов. Нагадаємо, що зовнішніми умовами при виконанні навчальної діяльності є знання і уміння, що становлять зміст навчальних предметів. Внутрішніми ж умовами є засвоєні студентом знання і сформовані у нього вміння. Зіставлення внутрішніх і зовнішніх умов породжує факти «знаю\не знаю» і «вмію\не вмію», які є підставою для подальшого здійснення навчальної діяльності.

Орієнтування при розв’язанні задач відбувається у декілька етапів. Наведемо укрупнену методику орієнтування для найзагальнішого випадку.

1. Аналіз умови задачі.
2. Визначення декларативних знань, на основі яких здійснюється загальне оріє-

нтування.

3. Аналіз визначених декларативних знань.

4. Виконання висновків і формулювання нових декларативних знань.

5. Визначення об'єктів предметної галузі, що вимагають встановлення їх значень.

6. Визначення процедурних знань, на основі яких виконується орієнтування на виконання.

7. Визначення шляху рішення задачі.

8. Складання процедури виконавчої частини діяльності.

Перші чотири пункти методики відповідають загальному орієнтуванню, решта пунктів – орієнтуванню на виконання. Основним видом процедури виконавчої частини в навчальній діяльності є алгоритм.

Знання дозволяють визначити уміння, за допомогою яких розв'язується задача. Декларативні знання визначають теоретичні уміння, процедурні знання – практичні уміння. Під теоретичними вміннями маються на увазі вміння виконувати дії, що не призводять до перетворення об'єктів предметної галузі. Практичні ж вміння є вміннями виконувати практичні дії, тобто такі, що вимагають перетворення предметних об'єктів.

Наведемо приклад з лінійної алгебри. Декларативні знання «матриця називається квадратною, якщо кількість рядків дорівнює кількості стовпців у матриці» і «матриця називається прямокутною, якщо кількість рядків не дорівнює кількості стовпців у матриці» породжують теоретичне уміння «розрізняти квадратні і прямокутні матриці». Процедурне знання «проекція вектора на вісь рівна твору модуля цього вектора на косинус кута між вектором і віссю» породжує практичне уміння «обчислювати проекції вектора на координатні вісі».

Студенти часто не усвідомлюють необхідності орієнтування. Вони поспішають відразу виконувати виконавчу частину. Так, при розв'язанні задачі вони, не проаналізувавши її умову (загальне орієнтування), не склавши плану роботи (орієнтування на виконавчу частину), тобто не виконавши дії, обумовлені теоретичною стороною діяльності, відразу приступають до виконання практичних дій. Викладачі повинні це розуміти і у зв'язку з цим спеціально вчити орієнтуванню.

Наприклад, при розв'язанні задачі знаходження похідної функції $y = e^{\sqrt{\cos x}}$ на етапі загального орієнтування студентові необхідно усвідомити, що надана функція – це функція однієї змінної; похідна функції обчислюється за правилом, що залежить від її типу, тому загальне орієнтування полягає в визначенні типу функції. У загальному випадку студент для того, щоб з'ясувати, до якого типу належить функція, фактично повинен провести порівняння аналітичного виразу, що задає функцію в умові задачі, з загальними виразами для завдання спочатку основних елементарних функцій, потім функцій, що є сумою, добутком, часткою основних елементарних функцій, а вже потім – складених елементарних функцій. Здійснення загального орієнтування в задачі, що надана, виконується за допомогою таких декларативних знань: 1) визначення функції однієї змінної; 2) визначення складеної функції; 3) визначення степеневої функції; 3) визначення показникової функції; 4) визначення тригонометричної функції $y = \cos x$. За допомогою цих знань студент зможе зробити висновок, що надана функція є складеною показниковою функцією $y = e^{u}$, аргументом якої є степенева функція $u = \sqrt{v}$, аргумент якої, у свою чергу, є тригонометричною функцією $v = \cos x$.

Далі на етапі орієнтування на виконання студент повинен з'ясувати, за якими формулами він має обчислити похідну. Якщо студентові надати процедурні знання, необхідні для обчислення похідної, то розв'язання не викличе труднощів. Ці процедурні знання є формулами для обчислення похідної складеної, показникової, степеневої функцій і простої тригонометричної функції.

Крім знань для розв'язання задачі студенту необхідні певні вміння. У наведеному прикладі це вміння 1) визначати, чи є функція основною елементарною; 2) визначати, чи є функція простою або складеною; 3) визначати, чи є функція сумою, добутком або часткою основних елементарних функцій; 4) знаходити за формулами похідні основних елементарних функцій. Перші три вміння є теоретичними вміннями, і вони необхідні на етапі загального орієнтування. Четверте вміння – це ціла низка практичних вмінь.

Якщо в наведеній вище методиці орієнтування для конкретної задачі детально розписати всі пункти, то ми одержимо навчальний посібник, у якому буде даний повний приклад орієнтування. Такі посібники має сенс застосовувати на початку вивчення великих розділів навчального матеріалу. Далі можна обмежуватися наведенням тільки необхідних знань, і це будуть *опорні* знання. Розв'язати задачу буде можна, тільки спираючись на них. Опорні знання разом з необхідними вміннями, які також можна назвати опорними, задають зовнішні умови. А оскільки ці знання і вміння знаходяться в рамках навчальних предметів, то завжди для навчальної задачі можна здійснити облік *всіх* зовнішніх умов, іншими словами, сформувати *повну* орієнтовну основу діяльності і виконати *повне* орієнтування. Структура повної орієнтовної основи навчальної діяльності зображена на рис. 2.

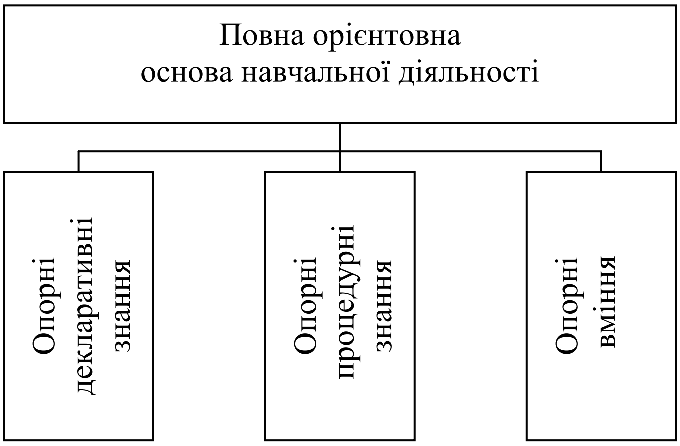


Рис. 2. Структура повної орієнтовної основи навчальної діяльності

Висновки. Таким чином, знання при навчанні математики на засадах діяльнісного підходу використовуються у кожній частині навчальної діяльності. Особливе значення предметні знання відіграють в орієнтувальній частині діяльності, що дає підставу для розробки технології навчання математичних дисциплін на засадах діяльнісного підходу.

Для розробки такої технології нами проведено структурування знань з вищої математики у вигляді предметної моделі студента [6], розроблено методику формування у студентів орієнтовної основи дії при навчанні вищої математики [5, 4] для системи задач, що розроблено на основі спектрального підходу на основі предметної моделі студента [7].

Результати проведених нами експериментів показують, що методики навчання, побудовані з використанням процедур орієнтування, дозволяють досягти результатів вищої якості, в коротші терміни. Такі методики:

- набагато прискорюють процес формування практичних умінь;
- індивідуалізують навчальний процес;
- роблять навчання практично безпомилковим для студентів;
- надають можливість самонавчання;
- виключають необхідність спеціального заучування, роблять непотрібним завчасне запам'ятовування знань до початку їх застосування.

1. *Anderson J.R. The Architecture of Cognition, Cambridge, M. A., Harvard, 1983.*

2. *Атанов Г.О. Знання як засіб навчання / Г.О.Атанов. – К.: Кондор, 2008.*

3. *Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П.Я.Гальперин // Исследования мышления в советской психологии / Отв. ред. Е.В.Шорохова. – М., 1966. – С.236-277.*

4. *Євсеєва О.Г. Схеми орієнтовної основи дій у навчанні вищої математики. // Науковий часопис НПУ ім. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: наукових праць / О.Г.Євсеєва. – К.: НПУ ім. Драгоманова, 2010. – №6. – С. 55-62.*

5. *Євсеєва О.Г. Використання схем орієнтовної основи дії при навчанні вищої математики/ О.Г. Євсеєва // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Сер.: Педагогика і психологія. – Зб. статей: Ялта: РВВ КГУ, 2009. – Вип. 24. – Ч.1. – С.106-113.*

6. *Євсеєва О.Г. П'ятикомпонентна предметна модель студента технічного університету з вищої математики / О.Г.Євсеєва. Зб. наук. праць Бердянського держ. пед. ун-ту (Пед. науки). – №1. – Бердянськ: Вид-во БДПУ, 2010. – С. 163-169.*

7. *Євсеєва О.Г. Спектральний підхід до розробки системи навчальних задач з вищої математики на основі предметної моделі студента/ О.Г.Євсеєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 32. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2009. – С. 101-107.*

8. *Леонтьев А.Н. Обучение как проблема психологии/ А.Н.Леонтьев // Вопросы психологии. – 1957. – №1. – С. 17-26.*

9. *Машбиц Е.И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е.И.Машбиц. – К.: Вища школа, 1987.*

10. *Пак В.В.. Высшая математика: Учебник / В.В.Пак, Ю.Л.Носенко. – Д.: Сталкер, 1997. – 560 с.*

11. *Пиаже Ж. Избранные психологические труды / Ж.Пиаже; Пер. с фр. – М., 1969. – С. 24.*

12. *Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ВТУЗов. В 2 т. / Н.С.Пискунов. – М.: Наука, 1964. – Т. 1. – 544 с.*

13. *Приобретение знаний: Пер. с япон. / Под ред. С. Осуги, Ю. Саэки. – М.: Мир, 1990.*

Резюме. **Евсеева Е.Г. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗНАНИЙ КАК СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА.** *В работе рассмотрены разные подходы к определению понятия знание. Описаны декларативные и процедурные знания, и их использование при обучении на основе деятельностного подхода. Детально рассмотрено использование знаний в ориентировочной части учебной деятельности. Приведен пример ориентирования при решении задач по высшей математики.*

Ключевые слова: *обучение высшей математике, деятельностный подход к обучению, декларативные знания, процедурные знания, процедура ориентирования.*

Abstract. **Yevsieyeva E. THE USE OF KNOWLEDGES AS MEANS OF THE TEACHING MATHEMATICS ON THE BASIS OF ACTIVE APPROACH.** *Different approaches to the notion knowledge definition are considered in the article. Declarative and procedural knowledge and its use are described, their use in active approach to teaching is analyzed. The use of knowledge in orientation part of teaching practice is considered in detail. The example of orientation while solving problems in higher mathematics is given in the article.*

Key words: *teaching higher mathematics, active approach, declarative and procedural knowledge, the orientation procedure.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 16.01.2011 р.

ПРОФЕСІЙНО ОРІЄНТОВАНІ ЗАДАЧІ ЯК ГОЛОВНИЙ ЧИННИК ФОРМУВАННЯ КОМУНІКАТИВНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНЬОГО ФАХІВЦЯ В ОСВІТНЬО-ВИХОВНОМУ ПРОСТОРІ ВТНЗ

Т.В.Непомняща,
асистент,
Автомобільно-дорожній інститут ДВНЗ ДонНТУ,
м. Горлівка, УКРАЇНА

Обґрунтовується необхідність використання професійно-орієнтованих задач для побудови спеціальних комунікативних конструкцій з метою набуття майбутнім фахівцем комунікативної компетентності. Демонструються приклади побудови таких спеціальних комунікативних конструкцій при вивченні дисципліни "Дослідження операцій".

Ключові слова: *комунікативна компетентність, спеціальна комунікативна конструкція, професійно орієнтована задача.*

Постановка проблеми. Інтеграційні процеси, глобалізація, створення єдиного інформаційного простору, впровадження новітніх технологій і інноваційних форм організації виробництва суттєво впливають на сучасний ринок праці. Ці соціально-економічні чинники висувають нові вимоги до професійної і соціальної підготовки випускників вищих навчальних закладів, зокрема технічних, викликають нагальну потребу у всебічному дослідженні системи формування у студентів ключових компетентностей.

Однією зі складових ефективної діяльності інженера у сучасному інформаційному суспільстві є комунікативна компетентність. Вищий технічний навчальний заклад має готувати людину, адаптовану до діяльності у системі різноманітних професійних стосунків, здатну до винахідництва, конструювання, проектування, розробки нових технологій, організації виробничого процесу. Сьогодення вимагає від інженера ініціативності, відповідальності за результат власної і колективної діяльності, управлінських і організаторських умінь.

Реформування вищої технічної освіти потребує якісних змін навчання дисциплін природничо-наукового циклу, зокрема математичних. Оскільки першими дисциплінами, що вивчає студент у ВНЗ, є саме фундаментальні дисципліни, процес їх навчання має стати джерелом виховання особистості майбутнього фахівця, її ключових компетентностей, належне місце серед яких посідає і комунікативна компетентність. Це стає можливим лише за умов професійно орієнтованого навчання і виховання студентів в освітньо-виховному просторі вищих технічних навчальних закладів.

Аналіз актуальних досліджень. Проблеми виховання студентської молоді розглянуто в роботах Ю.П. Азарова, І.Д. Беха, Л.О. Бєлоусової, В.М. Галузинського, М.Б. Євтуха, І.П. Підласого, Є.А. Подольської, П.М. Щербаня та ін.

Професійною спрямованістю вивчення математичних дисциплін у вищих навчальних закладах займалися Н.В. Ванжа, Т.В. Крилова, Л.І. Нічуговська, В.І. Клочко, В.А. Петрук та ін.

Питання формування комунікативної компетентності фахівців розглянуто у роботах Н. П. Волкової, Д. М. Годлевської, Р. О. Гришкової, Ю. Ф. Єщенко, С. В. Козак, В. А. Лівенцової, В. О. Назаренко, О. О. Павленко, І. М. Чемерис та ін. Проте, ще недостатньо уваги приділяється питанню виховання майбутнього фахівця під час опанування дисциплін природничо-наукового циклу, зокрема, математичних.

Метою статті є демонстрація способів розвитку комунікативної компетентності студентів вищих технічних навчальних закладів при вивченні математичних дисциплін за допомогою спеціальних комунікативних конструкцій, побудованих на професійно-спрямованих завданнях.

Виклад основного матеріалу. Ми виходимо з того, що цілеспрямоване формування комунікативної компетентності студентів вищих технічних навчальних закладів має починатися при вивченні фундаментальних дисциплін, у тому числі дисциплін математичного профілю. Процес їх навчання може слугувати не тільки джерелом знань, умінь і навичок з предмету, що знадобляться при вивченні спеціальних дисциплін, а стати вагомим кроком на шляху до формування конкурентоспроможного фахівця.

Для розвитку комунікативної компетентності пропонуємо використовувати спеціальні комунікативні конструкції, які визначаємо як навчальні ситуації, що передбачають спільне виконання студентами завдань, пов'язаних із їх майбутньою професією. Іншими словами, це створені викладачем умови соціальної взаємодії між студентами, спрямовані на формування у них ключових стратегій поведінки у різноманітних ситуаціях професійного спілкування. Вважаємо, що метою створення будь-якої комунікативної конструкції є розвиток особистості студента, його комунікативної компетентності за рахунок накопичення досвіду професійної взаємодії.

Основою будь-якої комунікативної конструкції, на нашу думку, має бути спеціально підібране навчально-пізнавальне завдання, пов'язане з майбутньою професією студентів. Це дозволить не лише продемонструвати застосування апарату математичних дисциплін для розв'язання реальних технічних завдань, а й створити у межах комунікативної конструкції умови соціальної взаємодії, наближені до тих, в яких студентові доведеться виконувати свої професійні обов'язки, сприятиме вихованню шанобливого ставлення до майбутньої професії, формуванню вміння працювати з людьми у професійній діяльності. Вважаємо, що "необхідно так організовувати навчальний процес, щоб студент опинився в умовах, що вимагають від нього активної пізнавальної діяльності, допомагають долати комунікативні бар'єри і розвивати комунікативні здібності" [4, 79].

Продемонструємо побудову комунікативних конструкцій для студентів вищих технічних навчальних закладів автомобільно-дорожнього профілю на базі прикладних задач під час навчання дисципліни "Дослідження операцій". Зауважимо, що при складанні умов задач ми використовували професійну термінологію, пов'язану з експлуатацією та обслуговуванням автомобілів, організацією перевезень, а також спиралися на реальні практичні дані.

На практичному занятті з теми "Симплекс-метод для розв'язання задач лінійного програмування" студентам можна запропонувати наступну задачу: *компанія "Газтрон-Україна" планує створення інфраструктури для реалізації зрідженого газу пропан-бутан. Проект передбачає розміщення на площі* $18 \cdot 10^3$ *кв.м. наземних моноблочних АГЗС (стаціонарних заправників газом) двох видів – АГЗС5 і АГЗС10. Кожна АГЗС5 займає площу* $1 \cdot 10^3$ *кв.м., АГЗС10 –* $3 \cdot 10^3$ *кв.м. Споживана потужність АГЗС5 –* 2 *Квт/годину, АГЗС10 –* 1 *Квт/годину. Згідно з правилами техніки пожежної безпеки сумарна споживана потужність всіх АГЗС має не перевищувати* 16 *Квт/годину. Продуктивність АГЗС5 становить* $2 \cdot 10^2$ *(заправок на добу), АГЗС10 –* $3 \cdot 10^2$ *(заправок на добу). Яку кількість АГЗС кожного виду необхідно встановити, щоб їх спільна продуктивність була максимальною. Врахувати обмеження, встановлені екологічною службою: на площі* $18 \cdot 10^3$ *кв.м. можна розмістити не більше* 5 *АГЗС10 і не більше* 7 *АГЗС5.*

Для розв'язання цієї задачі пропонуємо метод «круглого столу». У межах запропонованої комунікативної конструкції пошук розв'язку відбувається за рахунок колективного обговорення проблеми, висловлювання ідей, відстоювання переконань. Використання такої організаційної форми пізнавальної діяльності студентів є зручним, оскільки для проведення практичних занять з дисципліни "Дослідження операцій" академічна група ділиться на дві підгрупи. Невелика кількість студентів на занятті дозволяє викладачеві знайти індивідуальний підхід до кожного з них, а також розмістити учасників "круглого столу" таким чином, щоб процес комунікації відбувався "очі в очі". Як зазначає Н.М. Лосєва, "така форма розміщення сприяє зростанню активності, збільшує кількість пропозицій, підвищує можливості особистісного включення кожного студента в обговорення, підвищує мотивацію студентів, включає невербальні засоби спілкування" [2, 146].

Використання комунікативної конструкції "круглий стіл" переслідує такі цілі:

1) розвиток комунікативної компетентності;

2) розвиток професійного мислення;

3) формування культури ведення дискусії;

4) виховання прагнення студентів до колективної творчої діяльності.

Зазначимо, що ефективність запропонованої комунікативної конструкції значною мірою залежить від викладача, зокрема, від його комунікативної поведінки. "Вміння викладача побудувати позитивну емоційну комунікацію створюють умови для спільної творчої діяльності викладача і учня, утворюють той емоційний простір, у якому і розгортається творчий процес пізнання учнем предмета, самого себе і своїх можливостей" [3, 191]. Важливо, щоб викладач був рівноправним членом групи, що дозволить подолати комунікативні бар'єри між ним і студентами за рахунок створення творчої атмосфери. До тих чинників, що дозволять викладачеві досягти цілей даної комунікативної конструкції, віднесемо: добре знання матеріалу, мовленнєву культуру, володіння професійною термінологією, вміння слухати студента, педагогічний такт, швидкість реакції, вміння володіти своїми емоціями. Саме викладач має подбати, щоб "круглий стіл" не перетворився в лекцію чи діалог з одним студентом, тому актуальними є його прогностичні вміння, що дозволять передбачити можливі труднощі у спілкуванні і продумати шляхи їх подолання. При підготовці запропонованої конструкції доцільно заздалегідь підготувати запитання, що дозволять належним чином підтримувати дискусію:

1) Який показник у даному випадку необхідно оптимізувати?

2) Як скласти цільову функцію?

3) Яку нерівність отримаємо з умови, що сумарна споживана потужність всіх АГЗС має не перевищувати 16 Квт/годину?

4) Яку нерівність отримаємо з умови, що стаціонарні заправники газом будуть розміщуватися на площі $18 \cdot 10^3$ кв.м.?

5) Які нерівності отримаємо з обмежень екологічної служби?

6) Чи є задача, отримана нами за рахунок створення математичної моделі реального процесу, задачею лінійного програмування?

Стратегія комунікативної поведінки викладача при роботі у межах запропонованої комунікативної конструкції має бути спрямована на залучення до обговорення якомога більшої кількості студентів. Для цього він повинен:

- не перетворювати процес дискусії на контрольне опитування;
- не квапитися з наданням правильної відповіді, якщо студенти висловили хибне судження, а залучати студентів, які своєчасно зроблять критичну оцінку;
- залучати студентів до спільного аналізу.

Після конкретизації завдання шляхом побудови математичної моделі і складання першої симплекс-таблиці, можна запропонувати студентам реалізувати симплекс-метод у маленьких групах по 2 – 3 особи, а потім порівняти результат. Метою цього етапу є розвиток універсальних якостей особистості: товариськості, колективізму, контактності.

На тому ж занятті студентам можна запропонувати і таку ігрову ситуацію: велика будівельна компанія проводить конкурс серед фірм, що надають послуги транспортної логістики, на отримання вигідного замовлення. Умова конкурсу: якнайшвидше спланувати перевезення $12м^3$ бетону до будівельної площадки за таких умов: для перевезення можна використовувати автобетонозмішувачі трьох видів: КАМАЗ АБС-9DA (максимальний об'єм бетонної суміші, що перевозиться – $10м^3$), КАМАЗ АБС-6DA (максимальний об'єм бетонної суміші, що перевозиться – $1м^3$) і КАМАЗ АБС-7DA (максимальний об'єм бетонної суміші, що перевозиться – $2м^3$). Місткість баку для води кожного автомобіля – $1м^3$. У відповідності з технологією транспортування для перевезення $12м^3$ бетону загальний об'єм баків для води має бути не менше $16м^3$. Споряджена маса КАМАЗ АБС-9DA становить 1 т, КАМАЗ АБС-6DA — 2 т, КАМАЗ АБС-7DA – 1 т. Оскільки автобетонозмішувачі будуть рухатися колоною, їх загальна споряджена маса має не перевищувати 18 т (умови експлуатації мостів). Оренда автобетонозмішувача КАМАЗ АБС-9DA коштує $2 \cdot 10^3$ грн., КАМАЗ АБС- 6DA – 10^3 грн., КАМАЗ АБС-7DA – 10^3 грн. Скільки автобетонозмішувачів кожного виду потрібно замовити, щоб різниця між кількістю коштів, витрачених на оренду автомобілів першого виду, і кількістю коштів, витрачених на оренду автомобілів двох інших видів, була мінімальною (вимога економічного відділу, пов'язана із планами отримання постійної знижки від фірми, що здає в оренду автобетонозмішувачі КАМАЗ АБС-6DA і КАМАЗ АБС-7DA).

Використання цієї комунікативної конструкції переслідує такі цілі:

1) розвиток професійного творчого мислення;

2) виховання відповідальності студентів за результат спільної діяльності;

3) розвиток комунікативної компетентності;

4) розвиток упевненості у своїх можливостях.

Робота у межах цієї комунікативної конструкції передбачає алгоритм: спочатку викладач формулює проблему, яку необхідно розв'язати. Після цього студенти об'єднуються за бажанням у робочі групи (фірми), у кожній з яких викладач призначає керівника з числа студентів, які найактивніше проявили себе під час "круглого столу". В обов'язки керівника входить координація загальної роботи, відбір найбільш слушних пропозицій. Далі починається робота в групах. Цей етап можна охарактеризувати як етап інтенсивної роботи студентів. Роль викладача полягає у спостереженні за студентами, виявленні відхилень у комунікативній поведінці: гіперкомунікативності чи гіпокомунікативності. Група, яка першою виконує завдання, демонструє відповідь викладачеві. У разі, якщо викладач (представник будівельної компанії) знаходить помилку, завдання повертається групі на доопрацювання. Переможцем стає та "компанія", яка першою надасть правильний оптимальний план перевезення.

Наприкінці заняття проводиться рефлексія, потім викладач підбиває підсумки, надає загальну оцінку роботи груп. На цьому етапі дуже важливо відзначити позитивні моменти колективної діяльності, зауважити, що спільними зусиллями студенти знайшли оптимальний розв'язок реальних практичних проблем.

Для організації самостійної роботи студентів з теми "Симплекс-метод для розв'язання задач лінійного програмування" будуємо комунікативну конструкцію, в основі якої лежить наступна ситуація: *інженерному підрозділу компанії «Liqui moly» (студентам) доручено створення нового виду антифризу-концентрату для всіх типів двигунів. Антифриз містить етиленгліколь і пакет присадок (антикорозійних, антипінних тощо). Необхідно вирішити: який об'єм присадок (x_1) і етиленгліколю (x_2) має міститися в одному літрі антифризу, щоб різниця між вмістом етиленгліколю і пакету присадок була максимальною, і задовольнялися вимоги до антифризу відомих виробників автомобілів:*

Volkswagen TL-774F (G12+) – $2x_1 - x_2 \le 4$, *Mercedes Benz 325.3* – $x_1 - 2x_2 \le 2$, *і Volvo* – $x_1 + x_2 \le 5$.

Директор інженерного підрозділу (викладач) пропонує кожному інженеру (студенту) самостійно (вдома) виконати завдання, після чого на спільній "нараді" прийняти остаточне рішення. На наступному занятті організовується обговорення, під час якого кожен студент має представити свою відповідь. Якщо відповіді студентів не співпадають, вони перевіряють один одного і спільно знаходять правильний розв'язок.

Підкреслимо, що при побудові спеціальної комунікативної конструкції викладач має забезпечити суб'єкт-суб'єктний характер педагогічних стосунків, який полягає в "рівності психологічних позицій, взаємній гуманістичній спрямованості, активності педагога та учнів, взаємопроникненні їх у світ почуттів і переживань, готовності до прийняття аргументів співрозмовника, взаємодії з ним" [1, 28].

Висновки. Використання комунікативних конструкцій, в основі яких лежить прикладна задача, посилює мотивацію студентів до навчання, оскільки наближає процес пізнання до реального виробничого процесу, інтегрує навчальну і професійну діяльність студента. "Метою його діяльності стає не просто засвоєння деякої частини змісту соціального досвіду, зафіксованого у вигляді навчальної інформації, а формування здібностей до виконання професійної діяльності на основі цих знань" [5, 30].

Наш досвід свідчить, що використання спеціальних комунікативних конструкцій надає можливість студентам повною мірою відчути залежність від соціуму у навчально-пізнавальній діяльності сьогодення і професійній діяльності майбутнього.

Отже, викладач, який будує розвивальну комунікативну конструкцію на основі прикладної задачі, робить вагомий крок на шляху до підготовки конкурентоспроможного фахівця, здатного реалізовувати себе у професійній сфері і суспільній діяльності.

1. Волкова Н.П. Професійно-педагогічна комунікація. Навчальний посібник / Н.П.Волкова. – К.: Академія, 2006. – 256 с.

2. Лосєва Н. М. Самовдосконалення викладача. Навчально-методичний посібник / Н.М.Лосєва. – Донецьк: ДонНУ, 2004. – 300 с.

3. Лосєва Н.М. Спеціальні комунікативні конструкції як засіб розвитку особистості учня при вивченні основ комбінаторики і теорії ймовірностей / Н.М. Лосєва, Т.В. Непомняща // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 30. – Донецьк: ДонНУ, 2008. – С. 190-193.

4. Непомняща Т.В. Розвиток комунікативної компетентності студентів вищих технічних навчальних закладів при вивченні математичних дисциплін / Т.В.Непомняща // Вісник Черкаського університету. – Вип. 181. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2010. – С. 78-82.

5. Петрук В.А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін. Монографія / В.А.Петрук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 292 с.

Резюме. **Непомнящая Т. В. ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ КАК ГЛАВНЫЙ ФАКТОР ФОРМИРОВАНИЯ КОММУНИКАТИВНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩЕГО СПЕЦИАЛИСТА В ОБРАЗОВАТЕЛЬНО-ВОСПИТАТЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ВТУЗ.** *В статье обосновывается необходимость использования профессионально ориентированных задач для построения специальных коммуникативных конструкций с целью приобретения будущим специалистом коммуникативной компетентности. Демонстрируются примеры построения таких специальных коммуникативных конструкций при изучении дисциплины «Исследование операций».*

Ключевые слова: *коммуникативная компетентность, специальная коммуникативная конструкция, профессионально ориентированная задача.*

Abstract. **Nepomniashcha T. PROFESSIONALLY-AIMED PROBLEMS AS THE MAIN FACTOR OF FORMING STUDENTS' COMMUNICATIVE COMPETENCE IN EDUCATIONAL SPHERE OF HIGHER TECHNICAL EDUCATIONAL INSTITUTON.** *The necessity to use professionally-aimed assignments to make special communicative constructions is grounded in the article. The examples of making such special communicative constructions while teaching «Analysis of operations» are demonstrated.*

Key words: *communicative competence, special communicative construction, professionally oriented task.*

Стаття представлена професором Н.М. Лосєвою.
Надійшла до редакції 23.01.2011 р.

ПРОБЛЕМНИЙ ПІДХІД У ВИКЛАДАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ІНЖЕНЕРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

О.Г.Ровенська,
канд. фіз.-мат. наук,
Донбаська державна машинобудівна академія,
м. Краматорськ, УКРАЇНА

Розглянуто шляхи формування зацікавленості з оволодіння майбутньою професією інженера у студентів інженерних спеціальностей під час навчання дисципліни «Вища математика». Пропонується однин із засобів розв'язання цієї проблеми – розв'язування професійно-орієнтованих завдань, які мають бути складені на основі змісту технічних дисциплін вищого навчального закладу (ВНЗ) з урахуванням потреб технічних наук.

Ключові слова: *проблемні задачі, інженерні спеціальності, математичні методи.*

Постановка проблеми. Упродовж усього життя перед людиною постають проблеми, що вимагають розв'язання. Отже, необхідне все більш глибоке пізнання світу, відкриття в ньому все нових і нових процесів, властивостей і взаємовідносин людей та інших об'єктів. Тому інтелектуальний розвиток – найважливіший бік підготовки підростаючих поколінь. В останні роки математичні методи все ширше проникають у різноманітні галузі науки та техніки, сприяючи їх прогресу. Зокрема методи математичного аналізу широко використовуються у різноманітних галузях природничих та технічних наук: у теорії надійності, теорії коливань, у теоретичній фізиці, геодезії, астрономії, механіці, теорії стійкості руху, теорії оптимального керування, ядерній фізиці, фінансовій математиці, логістиці та в багатьох інших теоретичних та прикладних науках. На підприємствах математичні методи використовуються під час планування та організації виробництва, під час аналізу технологічних процесів, попереджувального та приймального контролю якості продукції, а також для багатьох інших цілей.

Студенти технічних ВНЗ, як правило, не мають належного уявлення про використання математичних знань і вмінь у майбутній професійній діяльності. Пізнавальний інтерес до вивчення математики розвивається за допомогою розв'язання проблемних ситуацій, що сприяють формуванню зацікавленості з оволодіння майбутньої професії інженера у студентів інженерних спеціальностей.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемне навчання виникло як результат досягнень передової практики та теорії навчання і виховання. Воно є одним із ефективних засобів загального та інтелектуального розвитку студента. Історія розвитку концепції проблемного навчання пов'язана з іменами Т.В.Кудрявцева [7], А.М.Матюшкіна [5], М.І.Махмутова [6] та ін. Проблему формування інтересу, спрямованого на оволодіння майбутньою професією інженера, досліджено в роботах К.В.Власенко [2], О.Г.Євсеєвої [3], Т.С.Максимової [4], В.А.Петрук [8] та ін.

Успішна підготовка інженерів-професіоналів може бути досягнута за допомогою технології проблемного навчання. Ми дотримуємося поняття «проблемне навчання», запропонованого М.І.Махмутовим [6]: «Проблемне навчання – це тип розвивального навчання, у якому поєднуються систематична самостійна пошукова діяльність учня з засвоєнням готових висновків науки, а систему методів побудовано з урахуванням цілепокладання та принципу проблемності; процес взаємодії викладання та учіння орієнтовано на формування пізнавальної самостійності учнів, стійкості мотивів учіння та розумових (разом із творчими) здібностей у процесі засвоєння ними наукових понять та способів діяльності, детермінованого системою проблемних ситуацій».

Мета статті – показати можливості застосування професійно-орієнтованих задач для створення проблемних ситуацій.

Виклад основного матеріалу. Розв'язання професійно-орієнтованих проблемних задач, на наш погляд, сприяє формуванню зацікавленості з оволодіння майбутньою професією інженера у студентів технічних ВНЗ. Під професійно орієнтованою задачею, за К.В.Власенко, розуміємо задачу, умова й вимоги якої визначають собою модель деякої ситуації, що виникає в професійній діяльності інженера [1]. Наведемо приклад використання проблемного методу під час вивчення теми «Практичні застосування звичайних диференціальних рівнянь». Перед тим, як розпочати безпосереднє вивчення теми, наведемо деякі відомості з історії виникнення і розвитку теорії диференціальних рівнянь, нагадаємо основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь: порядок рівняння, загальний розв'язок, розв'язок задачі Коші, початкова умова.

Далі запропонуємо студентам навести приклади законів, які пов'язують деяку функцію, її похідні та незалежну змінну з матеріалу спецдисциплін, які вони вивчають. Вони застосовують ці поняття до електричної схеми, яка складається з активного опору та самоіндукції. В якості функції розглядається залежність сили струму I від часу t. При цьому студенти згадують другий закон Кірхгофа, який пов'язує падіння напруги на окремих ділянках електричного контуру

$$U_R + U_L = E.$$

Запропонуємо майбутнім інженерам охарактеризувати отриману залежність. Студенти, пригадуючи необхідні відомості, відносять це рівняння до диференціального рівняння першого порядку. Ці теоретичні відомості використовуються ними надалі під час розв'язання задач.

Завдання 1. Електричний ланцюг складається з омічного опору R, сила струму I збуджується електрорушійною силою E. Самоіндукція дорівнює L. Відомо, що електрорушійна сила змінюється за законом $E = E_0 sin\omega t$, де E_0 та ω – постійні дійсні числа. Визначити силу струму в контурі в довільний момент часу t, якщо відомо що в початковий момент $t = 0$ вона дорівнює нулю: $I_0 = 0$.

Проблемне навчання, окрім постановки вхідної задачі (питання), створення проблемної ситуації, включає в себе самостійну творчу роботу студентів над заданою ситуацією, відкриття ними нових властивостей, обґрунтування всіх своїх міркувань. Студенти одразу не бачать підходів до розв'язування цієї задачі, тому пропонуємо їм записати умову задачі на математичній мові, для того, щоб можна було скористатися математичними твердженнями, а потім одержаний результат тлумачити в термінах фізики, де і виникла розв'язувана задача. Таким чином студенти набувають уявлення про математичне моделювання – один із важливих та ефективних методів математики.

Під час обговорення студенти приходять до висновку: для сили струму I та опору R падіння напруги складає IR, а для ділянки схеми з самоіндукцією L падіння напруги дорівнює $L\dfrac{dI}{dt}$. Тому загальне падіння напруги складає

$$E = IR + L\frac{dI}{dt}\cdot$$

Замінюючи електрорушійну силу E її значенням, студенти бачать, що відшукання сили струму I призводить до інтегрування лінійного диференціального рівняння першого порядку

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{E_0}{L}\sin\omega t\cdot$$

Отже, студенти приходять до висновку, що необхідно використати підстановку $I = uv$, де $u(t)$ та $v(t)$ є частинними розв'язками диференціальних рівнянь

$$\frac{dv}{dt}+\frac{R}{L}v=0\,,\qquad \frac{du}{dt}=\frac{E_0\sin\omega t}{Lv(t)}\,.$$

Розв’язуючи перше рівняння знаходять $v=e^{-\frac{R}{L}t}$. Підставляючи це значення до другого рівняння, отримують співвідношення для визначення $u(t)$:

$$\frac{du}{dt}=\frac{E_0}{L}\sin\omega t\; e^{\frac{R}{L}t}\,.$$

Інтегруючи, знаходять

$$u=\frac{E_0}{L}\int\sin\omega t\; e^{\frac{R}{L}t}dt+C\,\cdot$$

Тоді загальний інтеграл початкового рівняння має вигляд:

$$I=e^{-\frac{R}{L}t}\left(\frac{E_0}{L}\int\sin\omega t\; e^{\frac{R}{L}t}dt+C\right)\cdot$$

Таким чином, студенти розглядають можливі способи обчислення інтегралів такого типу. Використовуючи їх до заданої ситуації, встановлюють, що для обчислення потрібно двічі використати метод інтегрування частинами. Оскільки

$$\int e^{\frac{R}{L}t}\sin\omega t\,dt=\frac{Le^{\frac{R}{L}t}\left(R\sin\omega t-L\omega\cos\omega t\right)}{R^2+\omega^2L^2}$$

отримують

$$I=\frac{E_0}{R^2+\omega^2L^2}\left(R\sin\omega t-L\omega\cos\omega t\right)+Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Тепер студенти приходять до висновку, що для одержання шуканого розв’язку необхідно скласти підзадачу: знайти за даними умови константу C. Оскільки в початковий момент часу сила струму дорівнювала нулю, вони знаходять

$$C=\frac{E_0L\omega}{R^2+\omega^2L^2}\,.$$

Тому

$$I=\frac{E_0}{R^2+\omega^2L^2}\left(R\sin\omega t-L\omega\cos\omega t+L\omega e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

Допоможемо студентам проаналізувати отриманий результат. Для цього представимо шуканий розв’язок у більш зручному вигляді. Покладаючи $\frac{L\omega}{R}=tg\,\varphi$ (нагадаємо, що кут φ називають зміщенням фази), отримаємо:

$$R\sin\omega t-L\omega\cos\omega t=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}\,\sin\left(\omega t-\varphi\right)$$

звідки

$$I=\frac{E_0L\omega e^{-\frac{R}{L}t}}{R^2+\omega^2l^2}+\frac{E_0\sin\left(\omega t-\varphi\right)}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\,.$$

Корисно провести графічну інтерпретацію результату за допомогою систем комп’ютерної алгебри (рис. 1).

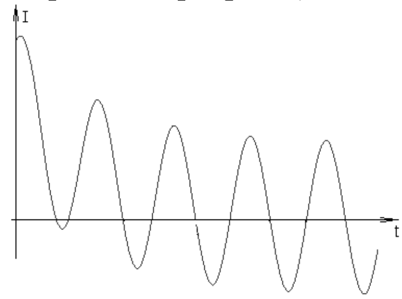


Рис. 1. Графічна інтерпретація залежності сили струму I від часу t

Як показує остання рівність, сила струму складається з двох частин: перша носить згасаючий характер (множник $e^{-\frac{R}{L}t}$), друга – періодичний (множник $\sin\left(\omega t-\varphi\right)$).

Як бачимо, наведений приклад охоплює не одну, а декілька підзадач, що підготовлюють студентів до засвоєння в подальшому методів теорії диференціальних рівнянь при розв’язуванні задач електротехніки, теоретичної механіки та інших спецдисциплін. Аналогічну задачу можна запропонувати студентам для самостійної роботи.

Завдання 2. Деяке тіло помістили в середовище з температурою T_{cp} Знайти закон зміни температури тіла, якщо в початковий момент часу температура тіла $T(0)=T_0$.

Корисно навести рекомендації щодо послідовності дій при розв’язуванні таких задач.

1. Детально проаналізуйте умову задачі, введіть позначення та складіть розрахункову схему, що пояснює її суть.

2. Складіть диференціальне рівняння розглядуваного процесу.

3. Проінтегруйте створене рівняння та

знайдіть його загальний розв’язок.

4. Визначте частинний розв’язок за допомогою початкових умов.

5. Знайдіть, у разі необхідності, допоміжні параметри (наприклад, коефіцієнт пропорційності та ін.) з використанням для цього початкових умов.

6. Виведіть загальний закон розглядуваного процесу та чисельно визначте шукані величини.

7. Проаналізуйте відповідь та зіставте з умовою завдання.

Висновки. Організація обговорення знайдених студентами фізичних залежностей та законів є надзвичайно корисною для формування зацікавленості з оволодіння майбутньою професією інженера у студентів. Завдання такого типу можна запропонувати студентам як для самостійної, так і для аудиторної роботи для неодноразового застосування розглянутих способів розв’язання задач практичного характеру. Створення таким чином проблемних ситуацій із застосуванням професійно орієнтованих задач дозволяє активізувати діяльність студентів під час спільної роботи, підвищувати інтерес до самостійної роботи, а за цим покращується якість виконання домашнього завдання.

1. Власенко К.В. Формування умінь і навичок студентів інженерних вищих навчальних закладів у процесі евристичної діяльності / К.В.Власенко // Рідна школа. – 2005. – № 4. – С. 55 – 58.

2. Власенко К.В. Формування професійної компетентності майбутніх інженерів в умовах інтеграції математики й спецдисциплін засобами професійно-орієнтованих евристичних задач / К.В.Власенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт, 2007. – Вип. 28. – С. 57 – 61.

3. Євсеєва О.Г. Використання схем орієнтованої основи дій при навчанні вищої математики / О.Г.Євсеєва // Проблеми сучасної педагогічної освіти: педагогіка і психологія, 2009. – № 24. – С. 56 – 61.

4. Максимова Т.С. Особливості самоосвіти майбутніх фахівців технічного профілю в процесі формування та розвитку їх професійно-орієнтованої евристичної діяльності / Т.С.Максимова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт, 2007. – Вип. 28. – С. 53 – 56.

5. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М.Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 188 с.

6. Махмутов М.И. Проблемное обучение. Основные вопросы теории / М.И.Махмутов. – М.: Педагогика, 1975. – 368 с.

7. Кудрявцев Т.В. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы. / Т.В.Кудрявцев. – М.: Знание, 1991. – 123 с.

8. Петрук В.А. Теоретико-методичні засади формування професійної компетентності майбутніх фахівців технічних спеціальностей у процесі вивчення фундаментальних дисциплін: монографія / В.А.Петрук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. – 292 с.

Резюме. **Ровенская О.Г. ПРОБЛЕМНЫЙ ПОДХОД В ПРЕПОДАВАНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ.** *В работе рассмотрены пути формирования заинтересованности по овладению будущей профессией инженера у студентов инженерных специальностей при изучении дисциплины «Высшая математика». Одним из средств достижения этой цели являются профессионально ориентированные задачи, решаемые в процессе изучения курса «Высшая математика» студентами инженерных специальностей, которые должны быть составлены на основе содержания технических дисциплин высшего учебного заведения с учетом потребностей технических наук.*

Ключевые слова: *проблемные задачи, инженерные специальности, математические методы.*

Abstract. **Rovenska O. PROBLEM APPROACH TO TEACHING HIGHER MATHEMATICS TO STUDENTS-ENGINEERS.** *The article is devoted to encouraging interest to the subject of «Higher Mathematics» at technical higher school. The course is to be structured so as not only to cause interest but also to make this interest directed at mastering future profession of an engineer. One of ways to achieve this purpose is to use professionally-aimed problems in the course of «Higher Mathematics» for students of technical higher school, the problems are to be compiled on the basis of special technical subjects and match the needs of technical sciences.*

Key words: *problem tasks, technical specialties, mathematical methods.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 28.02.2011 р.

ДЕЯКІ ПРОБЛЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ПЕДАГОГІЧНИХ УНІВЕРСИТЕТІВ

Я.В.Гончаренко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
М.В.Працьовитий,
доктор фіз.-мат. наук, професор,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Формулюються деякі важливі наукові та прикладні проблеми математичної статистики, пропонуються рекомендації щодо оновлення змісту курсу математичної статистики для студентів математичних спеціальностей.

Ключові слова: *математична статистика, випадкова величина, функція розподілу, статистичний критерій.*

Постановка проблеми. Б.В.Гнєденко [3] дав наступне визначення статистики: «Статистика складається з трьох розділів:

1) збір статистичних даних, тобто відомостей щодо окремих одиниць деяких масових сукупностей;

2) статистичне дослідження отриманих даних, що полягає в з'ясуванні тих закономірностей, які можуть бути встановлені на основі даних масового спостереження;

3) розробка прийомів статистичного спостереження і аналізу статистичних даних. Останній розділ, власне кажучи, і є змістом математичної статистики».

В першій третині XX ст. інтенсивно розвивалась параметрична статистика. Були створені методи, засновані на аналізі даних з параметричних сімейств розподілів, що описуються кривими сімейства Пірсона. Найбільш «популярним» був нормальний (гаусівський) розподіл. Для перевірки гіпотез використовувались критерії Пірсона, Стьюдента, Фішера тощо. Були запропоновані метод максимальної правдоподібності, дисперсійний аналіз, сформульовані основні ідеї планування експерименту.

Розроблену в першій третині XX ст. теорію аналізу даних називають параметричною статистикою, оскільки її основний об'єкт вивчення – це вибірки з розподілів, що описуються одним або невеликою кількістю параметрів. Найбільш загальним є сімейство кривих Пірсона, що задається чотирма параметрами. Добре відомі випадки, коли доцільно використовувати параметричні розподіли. Наприклад, якщо ймовірнісна модель передбачає сумування незалежних випадкових величин, то суму описують нормальним розподілом, якщо ж в моделі розглядається добуток таких величин, то результат наближається до логарифмічно нормального розподілу. Але, як правило, не можна вказати якихось вагомих причин, за якими розподіл результатів конкретних спостережень має входити в те чи інше параметричне сімейство, і наближення реального розподілу за допомогою деякого параметричного – чисто формальна операція.

Саме з таких позицій ще 1927 р. критикував параметричну статистику академік АН СССР С.Н.Бернштейн в своїй доповіді на Всеросійському з'їзді математиків [1]. Однак ця теорія, нажаль, до сьогодні є основою викладання математичної статистики і продовжує використовуватись в масі прикладних досліджень.

Причиною і наслідком цього є велике відставання змісту вузівських курсів математичної статистики від сучасного розвитку теоретичної і прикладної статистики. Так, згідно думок деяких експертів [8], підручники з математичної статистики за своїм науковим рівнем в основному відповідають 40-60 рокам XX ст. Тому на цьому ж рівні залишається більшість прикладних і навіть деякі теоретичні роботи.

Витоки проблеми полягають в тому, що на сьогодні вкорінилась думка, що математична статистика і прикладна статистика (або просто статистика) – це дві різні наукові і навчальні дисципліни. Курс математичної статистики складається в основному з доведення теорем, в основі курсів прикладної статистики – методологія аналізу даних та алгоритми розрахунків, теореми ж наводяться як обґрунтування цих алгоритмів, часто навіть без доведень.

В контексті підготовки вчителя (викладача, магістра) математики та економіко-математичних дисциплін необхідно акцентувати увагу і на теоретичній, і на прикладній частині статистики. Якщо теоретична частина на сьогодні представлена в навчальних програмах на достатньому рівні, то прикладній не приділяється належної уваги. Зрозуміло, що математична статистика є фундаментом для статистики прикладної та багатьох інших дисциплін, але для того, щоб математична статистика насправді стала фундаментальною основою освіти, в її навчанні мають бути дотримані наступні принципи:

1) зміст дисципліни має охоплювати основні факти, моделі та методи, що складають теоретичну основу для подальших досліджень і застосувань;

2) при вивченні статистичних моделей та методів необхідно вказувати (досліджувати) їх межі та умови застосовності, основні типи прикладних задач, для яких даний клас методів є найбільш ефективним;

3) необхідно встановити тісні міжпредметні зв'язки між курсами «Теорія ймовірностей і математична статистика» та «Статистика» (або «Загальна теорія статистики»). Перший курс як правило читають фахівці математичних кафедр, які встигають дати лише загальне уявлення про основні поняття та задачі математичної статистики, при цьому увага викладачів в основному зосереджена на внутрішньо математичних проблемах, їх більше цікавить доведення теорем, а не застосування статистичних методів в задачах економіки, менеджменту, педагогіки тощо. Інший курс – «Статистика», як правило, входить в блок економічних дисциплін. Як правило підручники і викладачі загальної статистики використовують незначну частину знань з математичної статистики і надають студентам інформацію про ряд алгоритмів, формул, методів, часто не зупиняючись на питаннях: чому саме ці методи використовуються для розв'язання даного типу задач?, де ще і при яких умовах можна використати вивчені методи?, як зміняться методи розв'язання, якщо умова задачі перестане задовольняти певним заданим умовам? та ін.

Таким чином, можна говорити, що основними завданнями навчання математичної статистики студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів є:

1) сформувати цілісне уявлення про математичну статистику як теоретичну науку, її основні задачі і методи;

2) сформувати уявлення про математичну статистику як прикладну науку, методи якої ґрунтуються на фундаментальних фактах теорії ймовірностей;

3) озброїти майбутніх вчителів та викладачів сучасними статистичними методами;

4) ознайомити з деякими проблемами теоретичних досліджень та прикладних застосувань сучасної статистики.

Мета статті: розглянути деякі важливі наукові та науково-прикладні проблеми, на які необхідно звертати увагу студентів у навчанні математичній статистиці.

Виклад основного матеріалу. У математичній статистиці існує два підходи до вихідних даних – детермінований та модельно-ймовірнісний. В першому з них дані розглядаються окремо в кожному частинному випадку, без спроб пов'язати їх з деякою загальною ситуацією (моделлю). Цей підхід властивий для прикладної статистики. Наприклад, при аналізі даних про виробничу діяльність конкретного підприємства за конкретний період часу підраховується, кількість робітників, обсяг реалізованої продукції, різні статті доходів та витрат тощо. До детермінованих даних відносяться різні форми статистичної звітності, зокрема, бухгалтерська, податкова тощо. Перевагою детермінованого підходу є відсутність будь-яких додаткових припущень про дані. Недоліками – неможливість обґрунтованого переносу висновків з конкретної ситуації на інші, їй аналогічні, а також неможливість оцінити похибки отриманих результатів.

Щоб подолати вказані недоліки, використовується модельно-ймовірнісний підхід, згідно з яким конкретні дані розглядаються як реалізації випадкових величин, векторів, елементів (значень функцій, визначених на ймовірнісному просторі).

Найбільш поширеною ймовірнісною моделлю породження даних є модель випадкової вибірки. Згідно з цією моделлю дані $x_1, x_2, \dots, x_n$ розглядаються як реалізації незалежних однаково розподілених випадкових елементів (величин, векторів, множин або інших об’єктів нечислової природи). При цьому часто припускається, що величини (елементи, вектори) мають нормальний розподіл.

На основі сформульованих класичних припущень розроблено велику кількість методів математичної статистики. Однак в прикладних дослідженнях класичні припущення є не відповідають реальності. Незалежність результатів вимірювань та їх однакова розподіленість як правило приймається за замовченням, тоді як в багатьох випадках їх значення є корельованими. Таким чином, методи математичної статистики досить часто використовуються поза межами їх обґрунтованої застосовності.

Розглянемо ситуацію, коли елементи вибірки – числа. Модель описується функцією розподілу елементів вибірки. Що можна сказати про цю функцію?

У навчальних курсах з теорії ймовірностей і математичної статистики як правило розглядаються різні параметричні сімейства розподілів числових випадкових величин. Зокрема, нормальний, експоненційний, логарифмічно нормальний, гамма-розподіл тощо. Всі вони залежать від одного, двох або трьох параметрів. Тому для повного опису розподілу достатньо знайти або оцінити не більше трьох чисел. Це дуже зручно. Тому параметрична теорія математичної статистики детально розвинена і широко представлена в науковій та навчальній літературі.

Нажаль, параметричні сімейства розподілів існують лише на сторінках підручників з теорії ймовірностей і математичної статистики. Для коректного розв’язання багатьох прикладних задач доцільно використовувати непараметричні критерії, в яких розподіл результатів спостереження може мати довільний вигляд.

Розглянемо приклад, в якому вивчимо питання: наскільки реально визначити функцію розподілу з точністю $\delta \le 0{,}01$. Є два підходи до визначення функції розподілу результатів спостережень: евристичний підбір з наступною перевіркою за допомогою критеріїв згоди або виведення з деякої ймовірнісної моделі.

Нехай за допомогою критерію згоди Колмогорова перевіряється гіпотеза про те, що вибірка взята з розподілу *F*. Насправді ж вибірка взята з розподілу *G*, відмінного від *F*. Нехай функції розподілу *F* і *G* задовольняють співвідношенню:

$$\rho(F,G) = \sup_x |F(x) - G(x)| \le \delta, \quad (1)$$

тобто *G* мало відрізняється від *F* в розумінні відстані Колмогорова.

Знайдемо при яких δ гіпотеза згоди з F буде прийматись не менш ніж в 50% випадків.

Критерій згоди Колмогорова базується на статистиці:

$$\lambda_n = \sqrt{n}\rho(F_n, H), \quad (2)$$

де відстань ρ між функціями розподілу визначається рівністю (1); *H* – та функція розподілу, узгодженість з якою перевіряється, а F_n – емпірична функція розподілу (тобто $F_n(x)$ дорівнює долі спостережень, менших *x*, в вибірці обсягу *n*). Як показав А.Н.Колмогоров, функція розподілу випадкової величини λ_n при зростанні обсягу вибірки n збігається до деякої функції розподілу $K(x)$, яку називають функцією Колмогорова. При цьому $K(1{,}36) = 0{,}95$ і $K(0{,}83) = 0{,}50$.

Оскільки вибірка взята з розподілу G, то з ймовірністю 0,50

$$\rho(F_n, G) \le \frac{0{,}83}{\sqrt{n}} \qquad (3)$$

(при великих n). Тоді для досліджуваної вибірки з врахуванням нерівності (1) та нерівності трикутника для відстані Колмогорова, а також симетричності цієї відстані, маємо

$$\rho(F_n, F) \le \rho(F_n, G) + \rho(G, F) =$$
$$= \rho(F_n, G) + \rho(F, G) \le \frac{0{,}83}{\sqrt{n}} + \delta \cdot$$

Якщо $\frac{0{,}83}{\sqrt{n}} + \delta \le \frac{1{,}36}{\sqrt{n}}$, тобто $\delta\sqrt{n} \le 0{,}53$, то, згідно формули (2), гіпотеза згоди приймається по меншій мірі з тією ж ймовірністю, з якою виконується нерівність (3), тобто з ймовірністю не меншою 0,50. Для $\delta = 0{,}01$ ця умова виконується при $n \le 2809$. Таким чином, для визначення функції розподілу з точністю $\delta \le 0{,}01$ за допомогою критерію згоди Колмогорова необхідно кілька тисяч спостережень, що для більшості задач прикладної статистики нереально.

Конкретний вид функції розподілу може також виводитись з моделі породження відповідної випадкової величини. Наприклад, з моделі сумування випливає нормальний розподіл. Як правило, при виведенні використовується граничний перехід. Так, з центральної граничної теореми випливає, що сума незалежних випадкових величин може бути наближена нормальним розподілом. Однак, більш детальний аналіз, зокрема, за допомогою нерівності Беррі-Ессеєна, показує, що для гарантованого досягнення точності 0,99 необхідно більше 1500 доданків. В реальних задачах таку кількість можна вказати не часто. Це означає,що в прикладній задачі теорія дає можливість лише сформулювати гіпотезу про вид функції розподілу, а перевіряти її необхідно за допомогою реальної вибірки обсягом не менше полутора тисяч. Таким чином, в більшості реальних ситуацій визначити функцію розподілу з високою точністю неможливо.

Підводячи підсумки, сформулюємо деякі висновки та рекомендації щодо навчання математичної статистики.

Навчання теорії ймовірностей, особливо студентів «прикладних» (економічних, технічних тощо) спеціальностей може бути зосереджено на випадку скінченного ймовірнісного простору. Нескінченні ймовірнісні при цьому можуть розглядатись як зручні математичні моделі, що дають можливість отримувати корисні твердження для скінченних просторів. При такому підході втрачає свою парадоксальність той емпірично не раз перевірений факт, що розподіл похибок вимірювань, як правило не є гаусівським [9, 10].

Традиційно багато часу в навчальних курсах приділяється оцінкам максимальної правдоподібності. Однак такі ж гарні асимптотичні властивості мають так звані одно крокові оцінки, більш прості з обчислювальної точки зору [10]. Доцільно було б включити їх в навчальні курси.

Доцільно також приділити увагу репрезентативній теорії вимірювань та концепції шкал вимірювань. Необхідно знайомити студентів з визначеннями та основними властивостями шкал найменувань, порядкової, інтервалів, відношень, різниць, абсолютної. Вказувати, якими алгоритмами статистичного аналізу даних можна користуватись в тій чи іншій шкалі, зокрема, для усереднення результатів спостережень.

Статистичні методи досліджень часто використовують сучасні інформаційні технології. Зокрема, ефективним є метод статистичного моделювання (метод Монте-Карло), з яким необхідно знайомити студентів.

Висновки. При вивченні теорії ймовірностей та математичної статистики необхідно звертати увагу студентів на наступні важливі питання:

- вплив відхилень від традиційних

припущень ймовірнісно-статистичних моделей на властивості статистичних процедур;

- виправданість використання асимптотичних теоретичних результатів математичної статистики при скінченних обсягах виборок;
- формулювання та обґрунтування правил вибору одного з багатьох критеріїв для перевірки конкретних гіпотез;
- організація та проведення прикладних робіт з використанням статистичних методів.

Тільки через систему освіти можна підняти рівень масового застосування ймовірнісно-статистичних методів і скоротити відставання від сучасного рівня розвитку теоретичних досліджень.

1. *Бернштейн С.Н. Современное состояние теории вероятностей и ее приложений. – В сб.: Труды Всероссийского съезда математиков в Москве 27 апреля – 4 мая 1927 г. / С.Н.Бернштейн. – М.-Л.: ГИЗ, 1928. С.50-63.*
2. *Боровков А.А. Теория вероятностей / А.А.Боровков. – М.: Наука, 1976. – 352 с.*
3. *Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. Ю.В.Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. – 910 с.*
4. *Каган А.М.. Характеризационные задачи математической статистики / А.М.Каган, Ю.В.Линник, С.Р.Рао. – М.: Наука, 1972. – 656 с.*
5. *Кемени Дж.. Кибернетическое моделирование: Некоторые приложения / Дж.Кемени, Дж.Снелл. – М.: Советское радио, 1972. – 192 с.*
6. *Крамер Г. Математические методы статистики / Г.Крамер. – М.: Мир, 1975. – 648 с.*
7. *Никитин Я.Ю. Асимптотическая эффективность непараметрических критериев / Я.Ю.Никитин. – М.: Наука, 1995. – 240 с.*
8. *Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях / А.И.Орлов. – М.: Наука, 1979. – 296 с.*
9. *Турчин В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Н.Турчин. – Д.: Изд-во Днепропетровского нац. ун-та, 2008. – 656 с.*
10. *Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.2 / В.Феллер. – М.: Мир, 1984. – 751 с.*

Резюме. **Гончаренко Я.В., Працевитый Н.В. НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ СТУДЕНТАМИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТОВ.** *В статье формулируются некоторые важные научные и прикладные проблемы математической статистики, предлагаются рекомендации по обновлению содержания курса математической статистики для студентов математических специальностей.*

Ключевые слова: *математическая статистика, случайная величина, функция распределения, статистический критерий.*

Abstract. **Goncharenko Ya., Pratsiovytyi M. SOME PROBLEMS OF STUDYING OF MATHEMATICAL STATISTICS BY STUDENTS OF MATHEMATICAL SPECIALITIES OF PEDAGOGICAL UNIVERSITIES.** *The article studies some important scientific and applied problems of mathematical statistics. Recommendations on modernization of the content of mathematical statistics course for students of mathematical specialities are offered.*

Key words: *mathematical statistics, random variable, function of distribution, statistical criterion.*

Надійшла до редакції 21.03.2011 р.

ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В УНІВЕРСИТЕТАХ РІЗНИХ КРАЇН

О.О.Дмитрієнко,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

У статті аналізуються різні підходи до побудови курсу «Математичний аналіз» у вітчизняних і зарубіжних університетах. Зокрема розглядаються роль та методи реалізації прикладної спрямованості курсу у вивченні математичних дисциплін майбутніми вчителями з метою підготовки висококваліфікованих спеціалістів.

Ключові слова: *курс математичного аналізу, нормативні документи, робоча навчальна програма, прикладна спрямованість курсу.*

Постановка проблеми. Розвиток освіти у будь-якій країні значною мірою визначає не тільки рівень відтворення інтелектуального потенціалу суспільства, але й створює умови для здійснення науково-технічного та соціально-економічного прогресу. Сьогодні вища математична освіта повинна відповідати національним інтересам і світовим тенденціям розвитку та забезпечувати підготовку фахівців, здатних усвідомлювати ідеї видатних вчених минулих часів та творчо їх застосовувати.

У підготовці вчителів математики невід'ємною складовою є курс математичного аналізу. Його побудова здійснюється на основі нормативних документів та вимог сьогодення.

Однією із проблем навчання математичного аналізу для майбутніх учителів математики є реалізація прикладної спрямованості курсу. Поняття «прикладна спрямованість» розглядається стосовно різних навчальних предметів вищої та середньої школи. Проблема посилення прикладної спрямованості навчання математики (як вітчизняними, так і зарубіжними вченими педагогами і психологами) найбільше розроблена і обґрунтована стосовно навчання в основній та старшій школах.

Аналіз актуальних досліджень. Значний внесок у розв'язання цієї проблеми загалом та різних її аспектів належить таким математикам і методистам, як П.С.Александров, О.С.Дубинчук, М.І.Жалдак, А.Д.Мишкіс, В.В.Фірсов, В.М.Монахов, Г.П.Бевз, М.І.Бурда, З.І.Слєпкань, М.Б.Балк, В.А.Петров, Ю.М.Колягін, В.В.Пікан, Н.Х.Рахматов, В.О.Швець, М.І.Шкіль, А.В.Прус.

Детальний аналіз історії запровадження і розвитку ідеї прикладної спрямованості зроблено в роботі А.Прус [8]. У ній також розкрито деякі термінологічні аспекти. Заслуговує на увагу думка автора про те, що слід розрізняти поняття «прикладна спрямованість курсу…» і «прикладна спрямованість навчання…», а також визначення основних *засобів* прикладної спрямованості математики:

– прикладні задачі;
– приклади зв'язку теорії з практикою (походження понять, зв'язок математичних абстракцій із реальними об'єктами);
– геометричний експеримент, практичні та лабораторні роботи;
– міжпредметні зв'язки тощо.

Проблему посилення прикладної спрямованості навчання математики у вищій школі розглядали: Л.І.Новицька (аграрні університети); Л.Л.Панченко, Г.І.Баврін (педагогічні університети); Е.А.Локтіонова, О.М.Архіпова (економічні університети).

Мета статті – проаналізувати робочі навчальні програми з математичного аналізу щодо наявності прикладної спрямованості цих курсів.

Відповідно до поставленої мети були визначені такі завдання:

1. Проаналізувати нормативний документ «Галузеві стандарти вищої освіти» стосовно дисципліни «Математичний аналіз».

2. Дослідити робочі навчальні програми деяких країн світу на наявність прикладної спрямованості навчання.

Виклад основного матеріалу. Нормативно-навчальна дисципліна «математичний аналіз» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр», і базовою для вивчення спеціальних дисциплін «аналітична геометрія», «диференціальні рівняння», «диференціальна геометрія», «теорія функцій комплексної змінної», «математична фізика», «теорія міри», «функціональний аналіз», «теоретична механіка» та інших.

Нормативним документом, що регламентує навчальну діяльність майбутніх учителів математики, є «Галузеві стандарти вищої освіти. Напрям підготовки 0101 Педагогічна освіта. Спеціальність 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика» [1]. Цей галузевий стандарт складається з двох розділів:

1) освітньо-кваліфікаційна характеристика бакалавра;

2) освітньо-професійна програма підготовки бакалавра.

У першому розділі перераховані типи діяльності, типові завдання діяльності та вміння для розв'язання типових завдань діяльності. Тут зазначається, що «вищі навчальні заклади зобов'язані забезпечити формування у випускників умінь для виконання типових завдань діяльності» [1], зокрема вмінь розв'язувати прикладні задачі. У додатку «Типи діяльності, типові завдання діяльності та вміння, які повинен мати випускник навчального закладу», перераховані вміння, які слід сформувати у майбутніх учителів математики за певним типом діяльності. Серед них вказано: «Прикладні дослідження в галузі математики» [1].

У другому розділі галузевих стандартів подано перелік нормативних навчальних дисциплін і мінімальна кількість навчальних годин/кредитів для їх вивчення [1]. У рекомендованому переліку навчальних дисциплін за циклами підготовки дисципліна «Математичний аналіз» займає належне місце.

У додатку «Система змістових модулів», перераховані назви змістового модуля **ПП.06. Математичний аналіз**, який включає:

1. *Вступ до аналізу.*
2. *Диференціальне числення функцій однієї змінної.*
3. *Інтегральне числення функцій однієї змінної.*
4. *Числові та функціональні ряди.*
5. *Диференціальне числення функцій багатьох змінних.*
6. *Інтегральне числення функцій багатьох змінних.*
7. *Міра та інтеграл Лебега.*

На основі цього нормативного документа складають робочі програми з математичних дисциплін, де навчанню розв'язувати прикладні задачі слід відвести належне місце.

На сьогоднішній день більшість педагогічних ВНЗ України користуються навчальною програмою [6] з математичного аналізу для спеціальності «Математика», яка розроблена для фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів колективом авторів під загальним керівництвом М.І. Шкіля та Г.П. Грищенка у 1993 році.

За навчальним планом на вивчення курсу математичного аналізу, який читається протягом шести семестрів, відводиться 482 години. Програму складено так, що весь матеріал, необхідний для фахової підготовки майбутнього вчителя математики, можна викласти протягом перших п'яти семестрів. Тоді в шостому семестрі за рішенням кафедри доцільно прочитати додатковий курс математичного аналізу: вибрані питання теорії аналітичної функції, інтеграл і міра Лебега та ряди Фур'є, вибрані питання класичного або сучасного математичного аналізу.

Вивчення курсу математичного аналізу має *за мету* ґрунтовну математичну підготовку спеціалістів та наукове обґрунтування ряду питань, перше уявлення про які одержано в шкільному курсі математики: поняття функції, границі, неперервності, похідної, інтеграла. Вивчення матеріалу передбачає показ ролі наукових методів у пізнанні навколишнього світу. Саме тому велика увага має приділятися задачам теорії і практики, які приводять до основних понять математичного аналізу, а також виявленню відомостей з історії розвитку математики.

У пояснювальній записці відзначається, що значне місце у навчальному процесі слід відвести самостійній роботі студентів за кожним з розділів курсу: опрацювання певного теоретичного матеріалу, розв'язування задач та інше.

Наповненість курсу.

1. Вступ в аналіз: предмет і метод математичного аналізу; множини дійсних і комплексних чисел; відповідність, відображення, функція; границя послідовності; числові, функціональні та степеневі ряди; границя функції в точці; неперервні функції.
2. Диференціальне числення функцій однієї змінної: похідна і диференціал; основні теореми диференціального числення та їх застосування.
3. Інтегральне числення функцій однієї змінної: невизначений інтеграл; визначений інтеграл; застосування визначеного інтеграла.
4. Вступ до аналізу метричних просторах: метричні простори; границя і неперервність у метричних просторах.
5. Диференціальне числення функцій кількох змінних: частинні похідні і повні диференціали; екстремуми функцій кількох змінних.
6. Інтегральне числення функцій кількох змінних: криволінійні інтеграли; кратні інтеграли; застосування криволінійних і кратних інтегралів; поверхневі інтеграли та їх застосування.
7. Диференціальні рівняння: диференціальні рівняння першого порядку; диференціальні рівняння вищих порядків.
8. Елементи теорії функцій дійсної змінної: потужність множини; структура лінійних множин; інтеграл і міра Лебега; ряди Фур'є.
9. Елементи комплексного аналізу: елементарні функції комплексної змінної; похідна функції комплексної змінної; інтеграл функції комплексної змінної; ізольовані особливі точки аналітичних функцій; аналітичне продовження.

У державах близького і далекого зарубіжжя університетський курс «Математичний аналіз» має близьку до нашого курсу теоретичну наповненість та кількість годин чи кредитів. Тільки у більшості університетів світу теоретичний курс «Математичний аналіз» розбивається на окремі частини і в кожному семестрі має свою назву, тому що програми мають орієнтацію на конкретну спеціальність.

Наприклад, на факультеті математики й комп'ютерних наук в University of Leicester (Велика Британія) даний курс називається «Introductory Real Analysis» (Введення в дійсний аналіз) [2], він читається на першому курсі у другому семестрі. Загальна кількість годин – 75 год. (10 кредитів), з них лекцій – 18 год., аудиторна робота – 5 год., самостійне вивчення – 47 год., інше – 5 год. Читає даний курс проф. Лазарєв. Цей курс є основою для вивчення дисциплін «Differential Equations and Dynamics» (Диференціальні рівняння та Динаміка), «Differential Equations» (Диференціальні рівняння) та «Fundamental Mathematics» (Фундаментальна математика).

Метою курсу є введення основних ідеї математичного аналізу та ознайомлення студентів з поняттями послідовності, границі, неперервності і диференційованості, рядами Тейлора, інтегрованості. Унаслідок цього студенти повинні набути навичок розв'язувати поставлені проблеми.

Проаналізувавши програму на наявність тем прикладного характеру, можна сказати, що цьому не приділяється увага, навіть немає тем на геометричне і фізичне прикладання.

На факультеті математики в University of Bristol (Велика Британія) цей курс називається «Analysis 1» (Аналіз 1) [3], він читається на першому курсі доктором Ivor McGillivray і має загальну кількість кредитів – 20. Наступні дві частини аналізу є складовими курсів «Numerical Analysis 2» (Численний Аналіз 2), «Calculus 2 or Metric Spaces 2» (Аналіз 2 включає Числення 2 чи Метричні Інтервали 2), «Applied Analysis 3» (Прикладний Аналіз 3).

Мета курсу – з'ясувати суть деяких основних методів і понять математики на рівні студента останнього курсу, роблячи особливий акцент на заохочувальній здатності студентів думати ясно і розуміти різницю між *математично правильним* тлумаченням і просто *евристичним*, а також ознайомити з строгими математичними тлумаченнями деяких фундаментальних тем математики.

У розглянутій програмі не вказана кількість годин, яка відводиться на весь курс, тому ми не можемо вказати годинне навантаження. Це спричиняє деякі труднощі при аналізі програми. Така програма, на наш погляд, може бути використана для будь-якої спеціальності. Структура тем програми має логічний характер та включає основні теми з курсу математичного аналізу функції однієї змінної. Як бачимо, прикладний аспект математичного аналізу зібрано в окрему частину (Applied Analysis).

Проаналізувавши робочі програми університету Лестера та університету Брістоля, можна сказати, що курс «Математичний аналіз» має різну назву та різне наповнення.

В Уральському державному університеті ім. А.М.Горького (Росія) кафедрою математичного аналізу і теорії функцій курс «Математичний аналіз» [4] читається на математико-механічному факультеті протягом двох перших років навчання; він є базовим для всіх подальших курсів з математики. Загальна кількість годин за чотири семестри – 810 год., лекцій – 263 год., лабораторних занять – 140 год., практичних занять – 140 год. Розробниками курсу є проф. В.В.Арестов та проф. К.М.Гур'янова.

Мета курсу – викласти студентам в природній повноті і цілісності диференціальне та інтегральне числення функцій однієї і кількох змінних; домогтися чіткого, ясного розуміння основних об'єктів дослідження і понять аналізу: множина дійсних чисел, границя числової послідовності, границя, неперервність, похідна і інтеграл функції однієї змінної, диференційованість, частинні похідні і диференціали функції багатьох змінних, кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли, числові і функціональні ряди, ряди Фур'є; навчити студентів основоположним принципам і фактам математичного аналізу; *продемонструвати красу і можливості методів цього курсу для розв'язання завдань фундаментальної і прикладної математики*; сформувати високий рівень математичної культури, достатній для розуміння і засвоєння подальших курсів з математики; навчити користуватися математичною літературою; прищепити бажання і навички дослідницької роботи.

Програма містить теми прикладного спрямування:

– похідна і диференціал функції (геометричний, механічний і фізичний сенс);

– геометричні, механічні і фізичні додатки інтеграла;

– кратний інтеграл. Прикладання до геометрії, механіки, фізики.

Це дозволить навчити студентів розв'язувати прикладні задачі та зробити навчальний процес цікавішим.

У Jagiellonian University (м. Краків, Польща) в інституті математики курс математичного аналізу має 420 годин та 46 кредитів [5]. Цей курс читається на першому курсі університету і розрахований на два семестри: загальна кількість – 22 кредити, з них лекцій – 60 год., практичних занять – 120 год., а також на другому курсі у третьому та четвертому семестрах: загальна кількість кредитів – 24, лекцій – 120 год., практичних занять – 120 год. У перших двох та четвертому семестрах студенти складають екзамени з курсу, а у третьому – залік.

Метою курсу є навчити студентів обчислювати границі рядів, функції однієї змінної, суми рядів, досліджувати збіжності рядів; уміти обчислювати похідні і інтеграли функцій однієї змінної; досліджувати властивості функцій; спостерігати, інтерпретувати і використовувати функціональні залежності, виражених за допомогою зразків, діаграм, схем, таблиць; *застосовувати набуті знання, як до розв'язування теоретичних питань, так і практичних питань в інших галузях*.

У структурі програми є теми прикладного характеру:

– геометричний і фізичний зміст похідної;

– застосування інтегралів до знаходження довжини дуги, об'єму і площі поверхні брил.

Розділяючи думку О.Г.Фомкіної та А.І.Шурдук [7], можна сказати, що навчання математичним дисциплінам буде найбільш ефективним, якщо воно буде наповнене задачами, що формують не тільки математичні знання, а й сприяють розвитку прикладних математичних навичок та умінь.

Висновки. Отже, ми переконані в тому, що враховуючи аналіз вітчизняних і зарубіжних програм з математичного аналізу щодо прикладної спрямованості, можна зробити висновок про те, що подальша розробка та впровадження в сучасний навчальний процес задач прикладного змісту, сприятиме не тільки зростанню якості математичної підготовки, а й підвищенню рівня викладання математичних навчальних дисциплін, спрямованих на підготовку висококваліфікованих спеціалістів різного профілю.

1. *Галузеві стандарти вищої освіти. Математика. – К.: Вид-во НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2003. – 83 с.*
2. *Програма курсу математичного аналізу університету Лестера. – http://www2.le.ac.uk/departments/mathematics/extranet/for-current-students/UG-students/module-information.*
3. *Програма курсу математичного аналізу Брістольського університету. – http://www.maths.bris.ac.uk/study/undergrad/current_units/unit/?id=380.*
4. *Програма курсу математичного аналізу Уральського державного університету ім. А.М.Горького. – http://kma.math.usu.ru /courses_ main.html.*
5. *Програма курсу математичного аналізу Ягеллонського університету. – http://www.im.uj.edu.pl/en/studia/s1s/plany-i-programy-studiow.*
6. *Програми для фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів. Зб. 1: Математичний аналіз. Алгебра і теорія чисел. Геометрія. Числові системи. Шкільний курс математики і методики її викладання. Історія математики і фізики. Державний екзамен з математики з методикою викладання / за ред. М.І.Шкіля, Г.П.Грищенка; МО України. РНМК. К.: РНМК, 1993. – 174 с.*
7. *Фомкіна О.Г. До питання прикладної спрямованості математичної підготовки студентів / О.Г.Фомкіна, А.І.Шурдук // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 17. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2002. – С. 129 – 134.*
8. *Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: навч. посібник / В.О.Швець, А.В.Прус. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – 156 с.*

Резюме. **Дмитриенко О.А. ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В УНИВЕРСИТЕТАХ РАЗНЫХ СТРАН.** *В статье анализируются разные подходы к построению курса «Математический анализ» в отечественных и зарубежных университетах. В частности рассматриваются роль и методы реализации прикладной направленности курса в изучении математических дисциплин будущими учителями с целью подготовки высококвалифицированных специалистов.*

Ключевые слова: *курс математического анализа, нормативные документы, рабочая учебная программа, прикладная направленность курса.*

Abstract. **Dmitriyenko O. PECULIARITIES OF COURSE OF MATHEMATICAL ANALYSIS PRINCIPLES AT UNIVERSITIES OF DIFFERENT COUNTRIES**. *The article considers different approaches to the principles of Mathematical analysis course at home and foreign universities. Namely, it analyses the role and methods of applied character of the course in studying mathematical disciplines by future teachers with the purpose of training highly skilled specialists.*

Key words: *course of mathematical analysis, normative documents, executable educational code, applied character of the course.*

Стаття представлена професором В.Г. Бевз.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ПОНЯТТЯ ПОХІДНОЇ ЗА НАПРЯМОМ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ДІЙСНОЇ ЗМІННОЇ ТА ОСНОВНІ ТЕОРЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

М.М.Білоцький,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
М.А.Шатило,
магістрант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Установлено, який вигляд мають основні теореми диференціального числення, якщо в цих теоремах послабити умови диференційованості в точці до умови існування односторонніх похідних в точці. У цих нових теоремах класичні теореми містяться як частинний випадок. Разом із цим наведено новий варіант навчання основним поняттям, фактам і теоремам диференціального числення функції однієї дійсної змінної.

Ключові слова: *похідна за напрямом, одностороння похідна, неперервна функція.*

Постановка проблеми. Дослідження властивостей функцій, що неперервні на проміжку, але не диференційовані в кожній точці цього проміжку. В даній роботі досліджується методично-наукова сторона цієї проблеми, а саме: встановити, як змінюються основні факти і теореми класичного диференціального числення функції однієї змінної, якщо умову диференційованості функції послабити до умови існування односторонніх похідних у точці?

Аналіз актуальних досліджень. Продовжуються дослідження з методики викладання диференціального числення функцій, започатковані в роботах ([6], [7]). З іншої сторони досліджуються властивості функцій неперервних, але не диференційованих на проміжку, розпочаті ще декілька століть тому ([4, Глава1, §2], [5, Глава 4])

Мета статті. Робота є продовженням попередніх робіт, ([6], [7]) у яких пропонується спроба побудови диференціального числення функцій кількох змінних на базі поняття похідної за напрямом.

Виклад основного матеріалу. У роботі розглядається основні поняття, факти і теореми диференціального числення функції однієї дійсної змінно, якщо в основу покласти поняття похідної за напрямом, тобто поняття односторонніх похідних. Робота торкається важливого сьогодні напрямку досліджень властивостей функцій, неперервних, але ніде не диференційованій на проміжку.

Нехай $f : A \to \mathbb{R}$, де $A \subset \mathbb{R}^m$, і $f(\vec{x}) = f(x)$ – значення функції f в точці $\vec{x}$, а вектор $\vec{l} \in \mathbb{R}, \vec{l} \neq \vec{0}$, визначає напрям і пряму l, що проходить через точку $\vec{x}_0 \in A$ у напряму $\vec{l}$, $\vec{x}_0$ – внутрішня точка множини A.

У випадку дійсної функції однієї дійсної змінної: $A \subset \mathbb{R}$, пряма l – це вісь Ox, $\vec{l} = \vec{i}$ – орт осі Ox, а вектор $-\vec{l} = -\vec{i}$, $\vec{x}_0 = x_0$, і $-\vec{x}_0 = -x_0 \in A$.

Означення. Похідною функції f в точці x_0 за напрямом $\vec{i}$ називається границя

$$f'_{\vec{i}}(x_0) := \lim_{0<\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x\vec{i}) - f(x_0)}{\Delta x} = f'_{+}(x_0)$$

Отже, $f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_{+}(x_0)$ – правостороння похідна в точці x_0, якщо вона існує.

Похідною функції f в точці x_0 за напрямом $-\vec{i}$ називається границя

$$f'_{-\vec{i}}(x_0) := \lim_{0<\Delta x\to 0} \frac{f(x_0+\Delta x(-\vec{i}))-f(x_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{0<\Delta x\to 0} \frac{f(x_0-\Delta x\vec{i})-f(x_0)}{\Delta x} =$$

$$= -\lim_{0<\Delta x\to 0} \frac{f(x_0-\Delta x\vec{i})-f(x_0)}{-\Delta x} = -f'_-(x_0).$$

Отже, $f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0)$ – лівостороння похідна в точці x_0, протилежна за знаком, якщо вона існує.

Похідною функції f в точці x_0 вздовж прямої l, що проходить через точку x_0, яка співпадає з віссю Ox за напрямним вектором $\vec{l} = -\vec{i}$ є похідна в цій точці, тобто $f'_l(\vec{x}_0) = f'(x_0)$.

1. Теореми про функції, які мають похідні за напрямом

ТЕОРЕМА 1. Якщо існує

$$f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_+(x_0)$$

і існує $f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0)$, тоді функція f неперервна в точці x_0.

□ Доведення теореми безпосередньо випливає з наступної леми. ■

ЛЕМА. Якщо $f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_+(x_0)$ $\left(f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0)\right)$, тоді функція f неперервна справа в точці x_0 (зліва в точці x_0).

□ Розглянемо доведення для функції f неперервна справа в точці x_0. Нехай існує $f'_{\vec{i}}(x_0) = f'(x_0+0)$, тоді функція f визначена на $[x_0; x_0+\delta)$, існує

$$\lim_{\Delta x\to 0+} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0+0)$$

, тоді

$$\lim_{\Delta x\to 0+} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} =$$

$= f'(x_0+0)+\alpha(\Delta x)$, $\alpha = \alpha(\Delta x) \to 0$, коли $\Delta x \to 0$,

$f(x_0+\Delta x) - f(x_0) =$

$= f'(x_0+0)\Delta x + \alpha\Delta x, \quad \alpha = \alpha(\Delta x)\to 0$, коли $\Delta x \to 0$

$f(x_0+\Delta x) = f(x_0) + f'(x_0+0)\Delta x + \alpha\Delta x,$

де $\alpha = \alpha(\Delta x) \to 0$, коли $\Delta x \to 0$.

Тоді $f(x_0+\Delta x) \to f(x_0)$, коли $0 < \Delta x \to 0$.

Отже, функції f неперервна справа в точці x_0.

Аналогічно доводиться неперервність функції f зліва в точці x_0. ■

ТЕОРЕМА 2. Якщо існують похідні $f'_{\vec{i}}(x_0)$ і $g'_{\vec{i}}(x_0)$ за напрямом $\vec{l} = \vec{i}$ або $\vec{l} = -\vec{i}$ ($f'_l(x_0)$ і $g'_l(x_0)$ вздовж прямої $l = Ox$), тоді існують наведені нижче похідні за напрямом (вздовж прямої $l = Ox$) і мають місце рівності:

1) $\forall \alpha \in \mathbb{R} : (\alpha f)'_{\vec{i}}(x_0) = \alpha f'_{\vec{i}}(x_0)$

$(\forall \alpha \in \mathbb{R} : (\alpha f)'_l(x_0) = \alpha f'_l(x_0) = \alpha f'(x_0))$

2) $(f+g)'_{\vec{i}}(x_0) = f'_{\vec{i}}(x_0) + g'_{\vec{i}}(x_0)$

$((f+g)'_l(x_0) = f'_l(x_0) + g'_l(x_0) =$

$= f'(x_0) + g'(x_0))$;

3) $(f\cdot g)'_{\vec{i}}(x_0) = f'_{\vec{i}}(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'_{\vec{i}}(x_0)$

$((f\cdot g)'_l(x_0) = f'_l(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'_l(x_0) =$

$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0))$;

4) $(f\cdot g^{-1})'_{\vec{i}}(x_0) =$

$= g^{-2}(x_0)\left(f'_{\vec{i}}(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'_{\vec{i}}(x_0)\right)$, при $g(x_0) \neq 0$ ($(f\cdot g^{-1})'_l(x_0) =$

$= g^{-2}(x_0)\left(f'_l(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'_l(x_0)\right) =$

$= g^{-2}(x_0)\left(f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)\right)$, при $g(x_0) \neq 0$).

Означення. Функція f називається диференційованою в точці $\vec{x}_0 = x_0 \in A$, коли існують

$$L = L(x_0),\ \lambda = \lambda(\Delta x, x_0)$$

такі, що

$$\forall x \in A: \quad \Delta f(x_0) = L\Delta x + \lambda \Delta x,$$

де $\lambda = \lambda(\Delta x, x_0) \to 0$, коли $\Delta x \to 0$.

Разом з цим означенням можна сформулювати критерій диференційованості функції однієї дійсної змінної, а саме:

ТЕОРЕМА 3. Для того, щоб функція $f : A \to \mathbb{R}$, де $A \subset \mathbb{R}$, була диференційованою в точці $x_0 \in A$, необхідно і достатньо існування скінчених похідних $f'_+(x_0),\ f'_-(x_0)$:

$$f'_+(x_0) = -f'_-(x_0) = f'(x_0) =: L = L(x_0).$$

ТЕОРЕМА 4 (теорема Ферма для похідних за напрямом для функції однієї дійсної змінної).

Нехай $f : (a;b) \to \mathbb{R},\ x_0 \in (a;b)$ і $f(x_0) = \max\limits_{x\in(a,b)} f(x)$ або $f(x_0) = \min\limits_{x\in(a,b)} f(x)$. Тоді має місце одна з наступних можливостей:

1) не існує

$$f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0) \text{ або } f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_+(x_0);$$

2) $\exists\ f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0)$,

$\exists\ f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_+(x_0)$ і $f'_{-\vec{i}}(x_0) f'_{\vec{i}}(x_0) \geq 0$ (мовою односторонніх похідних

$$f'_-(x_0) f'_+(x_0) \leq 0);$$

3) $\exists\ f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0)$,

$\exists\ f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_+(x_0)$ і $-f'_-(x_0) = f'_+(x_0) =$

$= f'(x_0) = 0$.

□ Припустимо, що

$$f'(x_0) = \min f(x) \text{ на } (a;b).$$

Якщо має місце 1), тоді твердження доведено.

Нехай маємо 2). Зауважимо, що при $x \neq x_0$ виконується $f(x) - f(x_0) \leq 0$ і, отже, $f(x_0 + t\vec{i}) - f(x_0) \geq 0$ при $t \geq 0$.

Тому $f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0) =$

$$= -\lim_{\substack{x\to x_0 \\ x<x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\substack{x\to x_0 \\ x<x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{-(x - x_0)} =$$

$$f'_{-\vec{i}}(x_0) = -f'_-(x_0) = -\lim_{\substack{x\to x_0 \\ x<x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} =$$

$$= \lim_{\substack{x\to x_0 \\ x<x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{-(x - x_0)} =$$

$$= \lim_{\substack{t=-(x-x_0)\to 0 \\ t>0}} \frac{f(x_0 + t(-\vec{i})) - f(x_0)}{t} \geq 0. \quad (1)$$

$$f'_{\vec{i}}(x_0) = f'_+(x_0) = \lim_{\substack{x\to x_0 \\ x>x_0}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} =$$

$$= \lim_{\substack{t=(x-x_0)\to 0 \\ t\geq 0}} \frac{f(x_0 + t\vec{i}) - f(x_0)}{t} \geq 0. \quad (2)$$

З цих співвідношень (1) і (2) випливає, що $f'_{-\vec{i}}(x_0) f'_{\vec{i}}(x_0) \geq 0$ (або мовою односторонніх похідних $f'_-(x_0) f'_+(x_0) \leq 0$).

Випадок 3) випливає з випадку 2)■

Випадок 1) реалізується в точці $x_0 = 0$, наприклад, функціями:

$$f(x) = \begin{cases} -x & ,\ x < 0; \\ x\left(2 - \sin \frac{1}{x}\right), & x \geq 0; \\ 0 & ,\ x = 0, \end{cases}$$

і

$$f(x) = \begin{cases} -x\left(\frac{3}{2} - \sin \frac{1}{x}\right), & x < 0; \\ x\left(\frac{3}{2} - \sin \frac{1}{x}\right), & x \geq 0; \\ 0 & ,\ x = 0. \end{cases}$$

Випадок 2) реалізується в точці $x_0 = 0$, наприклад, функцією $f(x) = |x|$.

У теоремі 4, як частинний випадок, міститься

Класична теорема Ферма.

Нехай $f : (a;b) \to \mathbb{R},\ x_0 \in (a;b)$ і $f(x_0) = \max\limits_{x\in(a,b)} f(x)$ або $f(x_0) = \min\limits_{x\in(a,b)} f(x)$. Тоді має місце одна з наступних можливостей:

1) $f:(a;b)\to\mathbb{R}$ не диференційована в точці $x_0\in(a;b)$;

2) $f:(a;b)\to\mathbb{R}$ не диференційована в точці $x_0\in(a;b)$ і $f'(x_0)=0$.

Теорема Ролля для похідних за напрямом для функції однієї дійсної змінної. Нехай функція $f:[a;b]\to\mathbb{R}$ задовольняє умови:

1) f неперервна на $[a;b]$;

2) $\forall x\in(a;b)$ існує
$$\exists\, f'_{-\bar{i}}(x_0)=-f'_-(x_0),\ \exists\, f'_{\bar{i}}(x_0)=f'_+(x_0);$$

3) $f(a)=f(b)$.

Тоді $\exists c\in(a,\,b):\ f'_{-\bar{i}}(c)\,f'_{\bar{i}}(c)\ge 0$ (або мовою односторонніх похідних $f'_-(c)\,f'_+(c)\le 0$).

□ Якщо $\forall x\in[a;b]$: $f(x)=f(a)=f(b)$, то $f(x)-const$ на $[a;b]$ і $\forall c\in(a;b)$ $f'_{-\bar{i}}(c)=f'_{\bar{i}}(c)=0$ і в такому випадку твердження теореми виконується.

Нехай тепер $f(x)$ не стала на $[a;b]$. Згідно з умовою теореми і другою теоремою Вейєрштрасса
$$\exists x_*\in[a;b]:\ f(x_*)=\min_{x\in[a;b]} f(x),$$
$$\exists x^*\in[a;b]:\ f(x^*)=\max_{x\in[a;b]} f(x).$$

Причому з умови 3) або $f(x_*)\ne f(a)$, або $f(x^*)\ne f(a)$.

Припустимо, що $f(x_*)\ne f(a)$. Тоді $x_*\ne a$ і $x_*\in(a;b)$. Для функції f і точки x_* виконані всі умови теореми Ферма 4 , тому $f'_{-\bar{i}}(x_*)\,f'_{\bar{i}}(x_*)\ge 0$ і можна вважати $c=x_*$.■

Очевидно, якщо
$$-f'_{-\bar{i}}(c)=-f'_-(c)=f'_+(c)=f'_{\bar{i}}(c)=f'(c),$$
то $f'(c)=0$ (з нерівності $f'_-(c)\,f'_+(c)\le 0$) маємо як наслідок класичну теорему Ролля для похідної однієї дійсної змінної.

Теорема Лагранжа для похідних за напрямом функції однієї дійсної змінної. Нехай функція $f:[a;b]\to\mathbb{R}$ задовольняє умови:

1) f неперервна на $[a;b]$;

2) $\forall x\in(a;b)$ існує
$$\exists\, f'_{-\bar{i}}(x_0)=-f'_-(x_0),\ \exists\, f'_{\bar{i}}(x_0)=f'_+(x_0).$$

Тоді $\exists c\in(a;b):\ f'_{-\bar{i}}(c)\,f'_{\bar{i}}(c)+$
$$+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\left(f'_{\bar{i}}(c)-f'_{-\bar{i}}(c)\right)\ge\left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)^2$$
(або мовою односторонніх похідних) $\exists c\in(a,\,b):\ f'_-(c)\,f'_+(c)+$
$$+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\left(f'_-(c)+f'_+(c)\right)+\left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)^2\le 0).$$

□ Розглянемо функцію
$$g(x):=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a),$$
$x\in[a;b]$. Функція $g(x)$ задовольняє на $[a;b]$ умовам теореми Ролля для похідних за напрямом, причому
$$g'_{-\bar{i}}(x)=-g'_-(x)=f'_{-\bar{i}}(x)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=$$
$$=f'_-(x)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a},$$
$$g'_{\bar{i}}(x)=g'_+(x)=f'_{\bar{i}}(x)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=$$
$$=f'_+(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$
і тому $\exists c\in(a;b)$:
$$g'_{-\bar{i}}(c)\,g'_{\bar{i}}(c)=f'_{-\bar{i}}(c)\,f'_{\bar{i}}(c)+$$
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\left(f'_{\bar{i}}(c)-f'_{-\bar{i}}(c)\right)-\left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)^2\ge 0$$
$$\Leftrightarrow\ \exists c\in(a;b):\ f'_{-\bar{i}}(c)\,f'_{\bar{i}}(c)+$$
$$+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\left(f'_{\bar{i}}(c)-f'_{-\bar{i}}(c)\right)\ge$$
$$\ge\left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)^2.\ ■$$

Якщо до умови 2) Теореми 4 додати умови класичної теореми Лагранжа, тобто в цій умові накласти сильніші вимоги:

$\exists f'_{-\bar i}(x),\ \exists f'_{\bar i}(x)$ і

$-f'_{-\bar i}(x) = f'_{\bar i}(x)\ \forall x\in(a;b)$ або мовою односторонніх похідних:

$\forall x\in(a;b): \exists f'_-(x),\ \exists f'_+(x)$ і $f'_-(x)=f'_+(x)=f'(x)$.

Тоді твердження теореми 4 прийме вигляд:

$$\exists c\in (a;b): (f'(c))^2 - 2\frac{f(b)-f(a)}{b-a}f'(c)+\left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)^2\le 0$$

$$\Leftrightarrow \exists c\in (a,\, b): \left(f'(c)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\right)^2\le 0$$

$$\Leftrightarrow \exists c\in (a,\, b): \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c).$$

Таким чином, маємо, як частинний випадок, класичну теорему Лагранжа.

Наслідок 1. Функція $f:(a;b)\to\mathbb{R}$ має похідні $f'_{-\bar i}(x)$ і $f'_{\bar i}(x)$ на $(a;b)$ і $\forall x\in(a;b):\ f'_{\bar i}(x)=f'_{-\bar i}(x)=0$. Тоді $\exists L\in\mathbb{R}:\ f(x)=L\ \ \forall x\in(a;b)$ (тобто функція стала на $(a;b)$).

Наслідок випливає з теорем 1 і 4.

Наслідок 2. Похідна за напрямом функції однієї дійсної змінної та дослідження функції на монотонність та екстремум.

ТЕОРЕМА 5. Нехай $f:(a;b)\to\mathbb{R},\ (-\infty\le a<b\le+\infty)$ і $\forall x\in(a;b):\ \exists f'_{-\bar i}(x),\ \exists f'_{\bar i}(x)$. Для того, щоб функція f була монотонно не спадною (монотонно не зростаючою) на $(a;b)$, необхідно і достатньо, щоб $\forall x\in(a;b):\ f'_{\bar i}(x)\ge 0,\ f'_{-\bar i}(x)\le 0$ $(f'_{\bar i}(x)\le 0,\ f'_{-\bar i}(x)\ge 0)$.

□ З умов теореми випливає, що f неперервна на $(a;b)$.

<u>Достатність.</u> Припустимо, що $\forall x\in(a;b):\ f'_{\bar i}(x)\ge 0,\ f'_{-\bar i}(x)\le 0$, тоді $\forall x\in(a;b):\ \ f'_{-\bar i}(x)f'_{\bar i}(x)\le 0$, $f'_{\bar i}(x)-f'_{-\bar i}(x)\ge 0$.

Нехай $a\le x_1<x_2\le b$.

Застосуємо до функції f на відрізку $[x_1;x_2]$ теорему Лагранжа для похідних за напрямом. Маємо

$$\exists c\in (x_1,\, x_2):\ f'_{-\bar i}(c)f'_{\bar i}(c)+\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\left(f'_{-\bar i}(c)-f'_{\bar i}(c)\right)\ge\left(\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\left(f'_{\bar i}(c)-f'_{-\bar i}(c)\right)\ge$$

$$\ge\left(\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\right)^2-f'_{-\bar i}(c)f'_{\bar i}(c)\ge 0\Rightarrow$$

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\left(f'_{\bar i}(c)-f'_{-\bar i}(c)\right)\ge 0\ \Rightarrow$$

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\ge 0\Rightarrow f(x_2)-f(x_1)\ge 0$$

і, отже, функція f монотонно не спадна на (a,b).

<u>Необхідність.</u> Якщо f монотонно не спадає на (a,b), тоді $f(x+\Delta x)-f(x)\ge 0$ при $\Delta x>0$ і $f(x+\Delta x)-f(x)\le 0$ при $\Delta x<0$ і, отже,

$$f'_{\bar i}(x)=f'_+(x)=\lim_{\Delta x\to 0+}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\ge 0,$$

$$f'_{-\bar i}(x)=-f'_-(x)=-\lim_{\Delta x\to 0-}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}\le 0\ ■$$

ТЕОРЕМА 6. Нехай $f:(a,b)\to\mathbb{R},\ (-\infty\le a<b\le+\infty)$ і $\forall x\in(a;b)\ \exists f'_{-\bar i}(x),\ \exists f'_{\bar i}(x)$. Для того, щоб функція f строго зростала на (a,b), необхідно і достатньо, щоб виконувалися умови:

1) $\forall x\in(a,b):\ f'_{\bar i}(x)\ge 0$, $f'_{-\bar i}(x)\le 0$;

2) не існує інтервалу

$(a_1, b_1) \subset (a, b): f'_{\vec{i}}(x) = 0 \; \forall x \in (a_1, b_1)$.

□ З умови

$$\forall\, x \in (a, b) \;\; \exists\, f'_{-\vec{i}}(x), \;\; \exists\, f'_{\vec{i}}(x)$$

випливає неперервність функції f на (a, b).

Необхідність. Нехай f строго зростала на (a, b). Тоді f монотонно не спадає на (a, b) і перша умова виконується згідно з теоремою 1. Умова 2) також виконується, оскільки із існування інтервалу (a_1, b_1), з властивості

$$\forall x \in (a_1, b_1): f'_{\vec{i}}(x) = 0$$

і неперервності функції f на інтервалі (a_1, b_1) випливає, що f стала на (a_1, b_1) (дивись наслідок 1 з теореми Лагранжа). Останнє суперечить тому, що f строго зростає на (a_1, b_1).

Достатність. Нехай умови 1) і 2) виконуються тоді за теоремою 1 функція f монотонно не спадає. Якщо $\exists \{x_1; x_2\}: f(x_1) = f(x_2)$, то внаслідок монотонності маємо, що $\forall\, x \in [x_1; x_2]$: $f(x) = f(x_1)$ і тому $\forall\, x \in (x_1; x_2)$: $f'_{\vec{i}}(x) = 0$, що неможливо в наслідок умови 2). Тому

$$f(x_1) < f(x_2) \;\; \forall \{x_1; x_2\}: x_1 < x_2 . \blacksquare$$

Наступна Теорема 7 аналогічна і узагальнює відоме твердження, яке формулюється у вигляді:

Нехай функція $f(x)$ диференційована в околі точки x_0, за винятком, можливо, точки x_0, в якій функція $f(x)$ неперервна. Якщо при переході точки x через точку x_0 похідна $f'(x)$ змінює знак, то в точці x_0 існує екстремум функції, причому максимум, якщо похідна $f'(x)$ змінює знак з плюса на мінус, і мінімум, якщо похідна змінює знак з мінуса на плюс (теорема 2 з § 5.4 підручника М.О.Давидова «Курс математичного аналізу» 1 частина).

ТЕОРЕМА 7. Нехай функція $f(x)$ неперервна в точці $x_0 \in D(f) \subset \mathbb{R}$. Якщо існує $O^*_\delta(x_0) \in D(f)$ така, що

$$f'_{\vec{i}}(x) = \lim_{t \to 0+} \frac{f(x + t\vec{i}) - f(x)}{t} < 0$$

$\forall\, x \in O^*_\delta(x_0)$,

$$\left(f'_{\vec{i}}(x) = \lim_{t \to 0+} \frac{f(x + t\vec{i}) - f(x)}{t} > 0 \quad \forall\, x \in O^*_\delta(x_0) \right),$$

де $\vec{i} = \dfrac{x - x_0}{|x - x_0|}$, тоді x_0 – точка локального максимуму (x_0 – точка локального мінімуму).

ТЕОРЕМА 8. Якщо $f'_{\vec{i}}(x) < 0$ $\forall\, x \in (a; b)$, де $\vec{i}_1$ – напрям від точки a до b (або $f'_{-\vec{i}}(x) > 0 \; \forall\, x \in (a; b)$, де $-\vec{i}$ – напрям від точки b до a, тоді функція $y = f(x)$ монотонно спадає на $(a; b)$. Аналогічно для зростання.

□$\forall\, x \in (a; b)\;\; f'_{\vec{i}}(x) = \lim_{t \to 0+} \dfrac{f(x + t\vec{i}) - f(x)}{t} =$

$$= \lim_{\Delta x \to 0+} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} < 0 \;\; \Rightarrow$$

$\Rightarrow \;\; f(x + \Delta x) - f(x) < 0$

$\forall\, x \in (a; b) \; \forall\, x + \Delta x \in (a; b)$

$\Rightarrow \;\; f(x + \Delta x) < f(x)$

$\forall \{x + \Delta x\} \subset (a; b)$, де $\Delta x > 0$

$\Rightarrow f(x)$ спадає на $(a; b)$. ■

Висновки. Встановлено, який вигляд мають основні теореми диференціального числення, якщо в цих теоремах послабити умови диференційованості в точці до умови існування односторонніх похідних в точці. У цих нових теоремах класичні теореми містяться як частинний випадок.

1.Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: підручник. Ч. 1 / А.Я.Дороговцев. – К.: Либідь, 1993. – 319 с.

2.Дороговцев А.Я. Математичний аналіз: підручник. Ч. 2 / А.Я.Дороговцев. – К.: Либідь, 1994.

1994. – 304 с.

3.Давидов М.М. Курс математичного аналізу. Ч. 1. Функції однієї змінної / М.М.Давидов. – К.: Вища школа, 1990. – 383 с.

4.Дринфельд Г.И. Дополнения к общему курсу математического анализа / Г.И.Дринфельд. – Харьков: ХГУ, 1958. – 118 с.

5.Турбин А.Ф. Фрактальные множества, функции, распределения / А.Ф.Турбин, Н.В.Працевитый. – К.: Накова думка, 1992. – 207 с.

6.Білоцький М.М. Про означення похідної за напрямом у курсі математичного аналізу / М.М.Білоцький, І.Я.Субботін, П.П.Баришовець// Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: ДонНУ, 2008. – Вип. 29. – С. 57-64.

7.Білоцький М.М. Похідна за напрямом та диференційність / М.М.Білоцький // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: ДонНУ, 2008. – Вип. 30. – С. 213-218.

Резюме. **Билоцкий Н.Н., Шатило М.А. ПОНЯТИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ.** *Установлено, какой вид имеют теоремы дифференциального исчисления, если в этих теоремах ослабить условия дифференцируемости в точке до условия существования односторонних производных в точке. В этих новых теоремах классические теоремы содержатся как частный случай. Вместе с тем приведён новый вариант обучения понятиям, фактам и теоремам дифференциального исчисления функции одной действительной переменной.*

Ключевые слова: *производная по направлению, односторонняя производная, непрерывная функция.*

Abstract. **Bilotckii M., Shatilo M. CONCEPT OF THE DIRECTIONAL DERIVATIVE OF THE FUNCTION OF ONE VARIABLE AND BASIC THEOREMS OF DIFFERENTIAL CALCULATION.** *The kind of differential calculation theorems was stated, in case these theorems have weakened conditions of differentiability in the point up to the condition of existence of unilateral derivatives in the point was stated. Classical theorems are included into these new theorems as a special case. At the same time the new approach to teaching the concepts, facts and theorems of differential calculation of functions by one real variable is offered.*

Key words: *directional derivative, unilateral derivative, continuous function.*

Стаття представлена професором М.В.Працьовитим.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ФОРМУВАННЯ РОЗУМІННЯ СУТІ ІНСТРУМЕНТАРІЮ ПОХІДНИХ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ФУНКЦІЙ

О.І.Кривовяз,
старший викладач,
Київський національний університет технологій та дизайну,
м. Київ, УКРАЇНА

Аналізуються методичні особливості проведення практичних занять з математичного аналізу, присвячених застосуванню диференціального числення для дослідження особливостей графічного зображення аналітично заданих функцій однієї змінної. Пропонуються способи удосконалення знаково-символічних засобів та відповідних знаково-символічних дій з метою формування у студентів розуміння суті процедур дослідження.

Ключові слова: *знаково-символічні засоби навчання, інструментарій похідних, візуалізація результатів, вузлові точки, графічні «орієнтири», побудова графіків функцій.*

Постановка проблеми. Особливістю математичного знання є абстрактність математичних понять, широке використання спеціальної знаково-символічної системи, універсальність математичного моделювання як методу дослідження оточуючого світу, використання особливої математичної мови тощо.

Розвиток особистості в навчанні багато в чому визначається розумінням навчального матеріалу та його свідомим засвоєнням, але розуміння абстрактного математичного змісту та оперування ним неможливо без певної семіотичної діяльності, оскільки зміст зберігається в деякій знаково-символічній оболонці, а його перетворення пов’язане з певними перетвореннями цієї оболонки, тобто знаково-символічною діяльністю. Лише тоді, коли зміст і форма математичних абстракцій виступає для студентів у діалектичній єдності, можна говорити про свідоме засвоєння змісту [6].

Оскільки навчання математики найтіснішим чином пов'язане з опануванням знаково-символічною системою предмета, то на часі постає проблема дидактично виваженого використання знаково-символічних засобів (ЗСЗ) у процесі навчання математики, яке забезпечить ефективне засвоєння студентами навчального матеріалу. Це спонукає звернути увагу на *необхідність створення методичної системи використання ЗСЗ у навчанні математики* при побудові основних носіїв навчальної математичної інформації. Зауважимо, що науково-методичні дослідження щодо використання ЗСЗ при вивченні математики в середній школі інтенсивно розпочалися ще майже десять років тому і продовжуються в наш час [6]. Відповідні дослідження, пов’язані з методикою використання ЗСЗ при вивченні вищої математики у ВНЗ, носять лише епізодичний характер, хоча потреба в таких дослідженнях відчувається все гостріше.

Мета статті – проаналізувати методичні особливості традиційної організації знаково-символічної діяльності, яка здійснюється в курсі математичного аналізу при отриманні інформації, необхідної для побудови графіка аналітично заданої функції однієї змінної; виявити причини виникнення у студентів утруднень на етапі візуалізації результатів досліджень та запропонувати і обґрунтувати методичні заходи їх подолання.

Виклад основного матеріалу. Використання в процесі навчання математики знаково-символічних засобів, що представляють собою сукупність знаків, які позначають зміст, та символів, які його розкривають, полегшує засвоєння навчального матеріалу і дає можливість більш точно, однозначно і стисло зображати абстрактні об'єкти математичної науки [5, 6]. Виступаючи певними оболонками математичного змісту, знаково-символічні засоби можуть використовуватися в різних модальностях (зоровій, слуховій тощо), проте зорова є домінуючою, оскільки, як стверджують психологи, процес сприйняття і первинної обробки інформації розпочинається саме із зорового упізнавання, тому важливість візуалізації математичного знання безсумнівна.

Дослідження аналітично заданих функцій однієї змінної за їх похідними з метою побудови графіків цих функцій є однією з ключових тем розділу "Диференціальне числення функцій однієї змінної".

Задача побудови графіка функції однієї змінної, заданої в аналітичній формі, фактично є задачею зміни типу знаково-символічної оболонки, в якій подано відомості про задану функцію. Розв'язання цієї задачі є знаково-символічною діяльністю, яка пов'язана з формуванням інформації про скінчену множину графічних фрагментів, послідовне з'єднання яких утворює цілісний графічний образ заданої функції. У математичному аналізі в якості інструментарію дослідження аналітично заданих функцій виступають їх похідні першого та другого порядків. Аналітична оболонка похідних однозначно детермінується аналітичною оболонкою досліджуваної функції, а їх геометричний зміст тісно пов'язаний з основними характеристиками графічного образу функції, тому інструментарій похідних фактично використовується для виведення назовні інформації про особливості графічного образу аналітично заданої функції.

У навчальному процесі традиційно використовується типова схема дослідження функцій, в якій основними є дві процедури. Мета першої з них – визначити послідовність проміжків монотонності заданої функції, з яких складається її ОДЗ, та з'ясувати характер монотонності на кожному з цих проміжків, а також знайти точки її локальних екстремумів. Мета другої процедури – визначити послідовність проміжків, на кожному з яких відповідний фрагмент графіка функції має певний характер "вигнутості" та з'ясувати, опуклим чи вгнутим є фрагмент графіка на кожному з виділених проміжків, а також визначити точки перегину.

Послідовність знаково-символічних дій в обох процедурах є однаковою. На підготовчому етапі в кожній з процедур шляхом диференціювання продукується функція – носій необхідної інформації: це – похідна першого порядку від заданої функції в першій процедурі та похідна другого порядку – в другій. Далі відбувається основна дія – дослідження кожної з похідних на предмет встановлення критичних точок, що є межами проміжків, на яких похідна приймає числові значення одного і того ж знаку (тільки додатні або тільки від'ємні), та визначення для кожного з проміжків, яким саме є цей знак. Операційна сторона цих дій має алгебраїчну форму і зводиться до розв'язання рівнянь та нерівностей. Останній етап кожної з процедур – це інтерпретація отриманих результатів дослідження, яка по суті є дією декодування отриманої інформації. Роль "ключів" при декодуванні відіграють словесно сформульовані при вивченні теоретичного матеріалу правила взаємно однозначної відповідності між знаками певної похідної на проміжках та термінами, що характеризують особливості вигляду графічного фрагмента.

Раніше в підручниках з математичного аналізу результати досліджень, пояснення та висновки про особливості вигляду фрагментів графіка функції подавалися переважно у словесній формі. Візуалізація в цьому випадку потребує достатньо високого рівня сформованості здатності у студентів до абстрактного мислення. Останнім часом у зв'язку з погіршенням рівня шкільної математичної підготовки студентів та слабкої сформованості у них здатності до змістово-графічної діяльності на абстрактному рівні, виникла необхідність у використанні знаково-символічних засобів, які б підсилювали візуальну компоненту результатів дослідження. Тому в підручниках та посібниках з'явилися різні варіанти знаково-символічного представлення результатів дослідження.

Проілюструємо на прикладі функції $y = x^4 - 2x^3 - 1$ (яка визначена на всій числовій осі) найбільш характерні варіанти подання результатів дослідження в кожній з двох основних процедур.

Похідна першого порядку $y' = 2x^2(2x-3)$ заданої функції має дві критичні точки $x_1^* = 0$; $x_2^* = 1,5$, які розбивають ОДЗ на три проміжки:

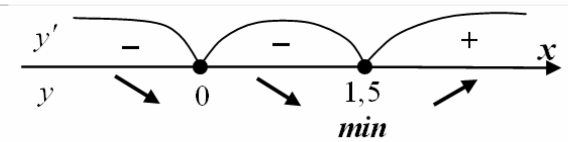
$$(-\infty; 0),\quad (0; 1,5),\quad (1,5; +\infty).$$

У підручниках з математичного аналізу зустрічаються такі варіанти подання результатів дослідження знаків першої похідної на вказаних інтервалах та висновків про характер монотонності функції [1, 2, 3, 7]:

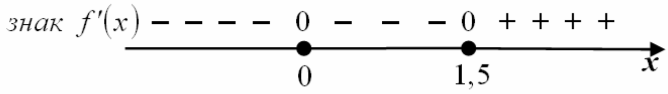
<u>*Варіант 1.1*</u>	$x \in (-\infty;0)$;	$f'(x) < 0 \ \Rightarrow$	функція спадає,	$f(x)\ \searrow$.
	$x \in (0;1,5)$;	$f'(x) < 0 \ \Rightarrow$	функція спадає,	$f(x)\ \searrow$.
	$x \in (1,5;+\infty)$;	$f'(x) > 0 \ \Rightarrow$	функція зростає,	$f(x)\ \nearrow$.

$x_2^* = 1,5$ – точка локального мінімуму; $y_{\min} = f(1,5) = -2\frac{11}{16} \approx -2,7$.

<u>*Варіант 1.2*</u>



<u>*Варіант 1.3*</u>



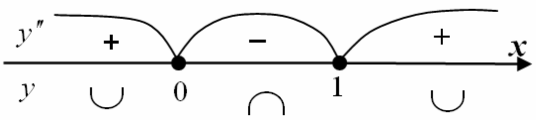
Висновки про характер монотонності функції на проміжках та характер локального екстремуму подаються у словесній формі.

<u>*Варіант 1.4*</u>	x	$(-\infty; 0)$	**0**	$(0;1,5)$	**1,5**	$(1,5;+\infty)$
	$f'(x)$	–	0	–	0	+ + +
	$f(x)$	$\searrow$		$\searrow$	***min*** $y = -2\frac{11}{16}$	$\nearrow$

Похідна другого порядку $y'' = 12x(x-1)$ заданої функції має теж дві критичні точки $x_1^{**} = 0$ та $x_2^{**} = 1$, які розбивають ОДЗ функції на три проміжки: $(-\infty; 0)$, $(0;1)$, $(1;+\infty)$. При поданні результатів дослідження знаків другої похідної на вказаних проміжках та висновків про “вигнутість” відповідних фрагментів графіка зустрічаються такі варіанти:

<u>*Варіант 2.1*</u>	$x \in (-\infty; 0)$;	$f''(x) > 0 \ \Rightarrow$	графік вгнутий;
	$x \in (0;1)$;	$f''(x) < 0 \ \Rightarrow$	графік опуклий;
	$x \in (1;+\infty)$;	$f''(x) > 0 \ \Rightarrow$	графік вгнутий.

Обидві критичні точки є абсцисами точок перегину, відповідні ординати яких є такими: $f(0) = -1$, $f(1) = -2$.

Варіант 2.2	
Варіант 2.3	знак $f''(x)$ + + + + 0 − − − 0 + + + + 0 1 x

Висновки про опуклість чи вгнутість фрагменту графіка та наявність точок перегину подаються у словесній формі.

Варіант 2.4	x	$(-\infty; 0)$	**0**	$(0;1)$	**1**	$(1;+\infty)$
	$f''(x)$	+	0	−	0	+
	$f(x)$	∪	*перег*	∩	*перег*	∪

Зауважимо, що в деяких підручниках замість символів ∪ та ∩ для позначення опуклості чи вгнутості фрагмента графіка використовується відповідний термін.

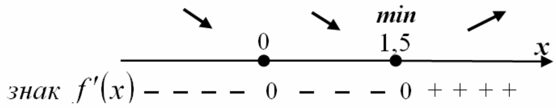
У більшості випадків висновки щодо результатів досліджень, проведених у межах кожної з процедур та їх візуалізація, так і залишаються у вигляді окремих схематичних рисунків або таблиць і тільки інколи зводяться у спільну підсумкову таблицю [3].

Спираючись на власний досвід проведення практичних занять з теми "Дослідження функцій однієї змінної та побудова їх графіків" й експериментуючи з різними варіантами подання результатів дослідження у знаково-символічному вигляді, ми дійшли висновку, що найбільш доцільним є такий порядок знаково-символічної діяльності, пов'язаної з формуванням висновків про результати досліджень.

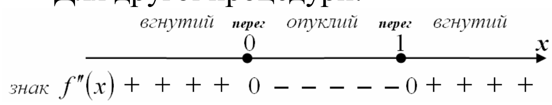
По-перше, при дослідженні знаку кожної з похідних на конкретному проміжку доцільно зразу ж інтерпретувати результат так, як це показано у варіанті 1.1 для першої похідної та варіанті 2.1 для другої похідної.

По-друге, після завершення досліджень у кожній з процедур, отримані результати доцільно схематично подавати у наступному вигляді.

Для першої процедури:



Для другої процедури:



Обов'язковим є завершальний крок – зведення результатів дослідження, отриманих в обох процедурах, у *спільну підсумкову таблицю*, вигляд якої демонструємо для функції $y = x^4 - 2x^3 - 1$ (табл. 1).

Таблиця 1

1	x	$(-\infty; 0)$	**0**	$(0;1)$	**1**	$(1;1{,}5)$	**1,5**	$(1{,}5;+\infty)$
2	y		-1		-2		$\approx -2{,}7$	
3	$f'(x)$	− − −	0	− − −	−	− − −	0	+ + +
4	$f''(x)$	+ + +	0	− − −	0	+ + +	+	+ + +
5	$f(x)$	*спадає вгнутий*	*перег*	*спадає опуклий*	*перег*	*спадає вгнутий*	***min***	*зростає вгнутий*
6								

Повторення знаків ”+” або “–” на проміжках є доцільним, оскільки підсилює розуміння того факту, що відповідний знак стосується значення досліджуваної похідної в будь-якій точці цього проміжку [7].

Традиційно для позначення характеру монотонності функції на проміжку та опуклості чи вгнутості відповідного фрагмента графіка обирають окремі символи, які парою записують у відповідну клітинку таблиці. На наш погляд, такий спосіб візуалізації результату не є прозорим для студентів і не сприяє утворенню єдиного зорового образу, адекватного характеру відповідного фрагмента графіка. Більш вдалими, як нам здається, є символи, утворені на основі композиції кожної пари символів в один, зразки яких наведено у табл. 2 [4].

Таблиця 2

$f(x)$	*зростає опуклий*	*зростає вгнутий*	*спадає опуклий*	*спадає вгнутий*
традиційні позначення	$\nearrow \ \cap$	$\nearrow \ \cup$	$\searrow \ \cap$	$\searrow \ \cup$
композиція символів (графічні «орієнтири»)				

Побудова графіка функції за підсумковою таблицею проходить в два етапи: спочатку в координатній системі xOy за координатами $(x; y)$ будують вузлові точки і з останнього рядка таблиці переносять в ці точки відповідні графічні “орієнтири”; а потім – згідно з характером символьних зображень поведінки графіка функції на проміжках, пунктирною лінією послідовно з’єднують їх та отримують ескіз графіка (рис. 1), за яким остаточно будують графік функції (рис. 2).

Побудова графіка функції $y = x^4 - 2x^3 - 1$

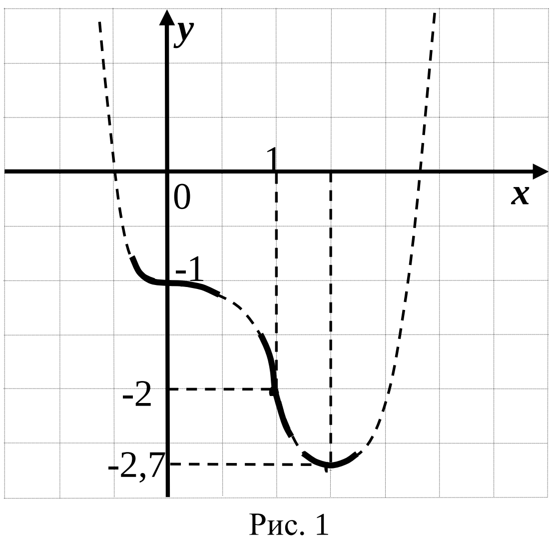


Рис. 1

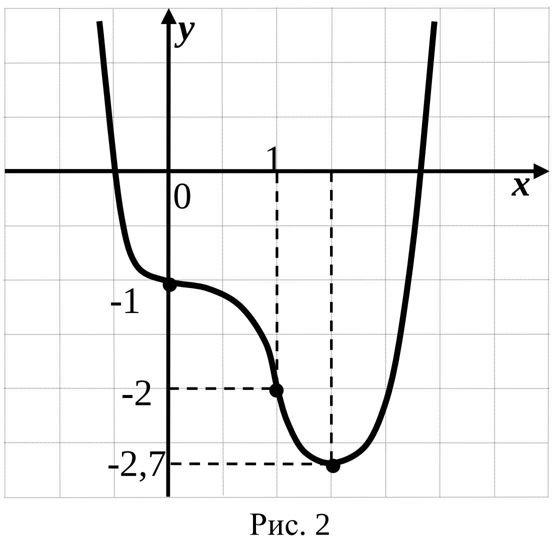


Рис. 2

Зазначимо, що основна частина теоретичного матеріалу, який вивчається в межах розділу “Диференціальне числення функцій однієї змінної”, та переважна більшість вправ і задач, що наводяться в підручниках і розглядаються на практичних заняттях, пов’язані з операціями над виразами, заданими в аналітичній формі, при цьому геометрична інтерпретація надається їм вкрай рідко. Тому у студентів виявляються задовільно сформованими вміння виконувати процедури дослідження функцій, заданих аналітично, але при побудові графіків функцій за отриманими результатами дослідження часто трапляються помилки, особливо коли це пов'язано з графічною інтерпретацією поведінки другої похідної.

Студенти *знають*, яким є геометричний зміст похідної першого порядку в точці та як її знак пов'язаний з характером монотонності на проміжку, але, як правило, не мають чітко сформованого візуального уявлення про геометричну картину цього зв'язку, тобто *не розуміють* його, оскільки не мають досвіду роботи в "графічному ключі". Корисним є ознайомлення з рисунками (рис. 3 та рис. 4), на яких проілюстровано такий зв'язок. Особливістю цих рисунків є те, що фрагменти графіків монотонних функцій складаються з опуклих та вгнутих ділянок, дотична в точці з'єднання яких перетинає графік.

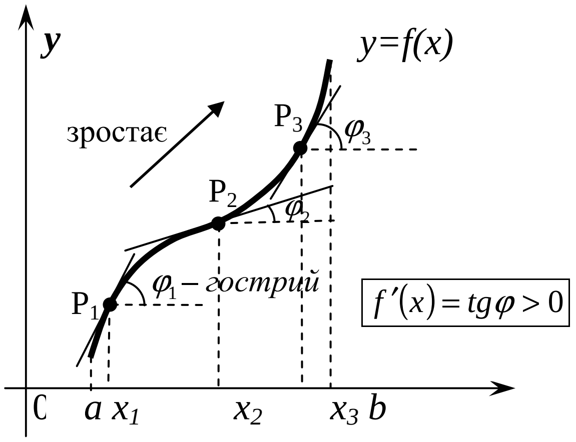


Рис. 3

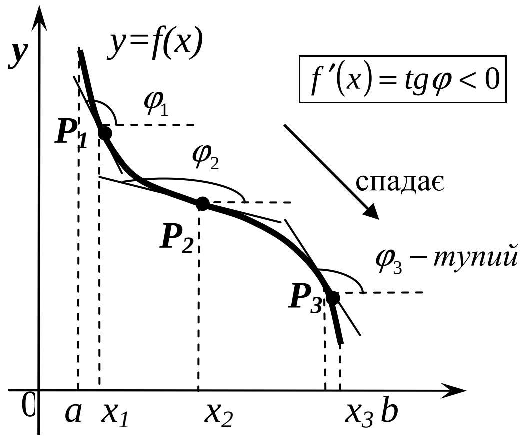


Рис. 4

У шкільному курсі математики такі характеристики графіка функції, як його опуклість або вгнутість, вивчаються тільки в класах з поглибленим вивченням математики. Тому слід більше уваги приділити визначенню цих характеристик та унаочненню їх зв'язку з поведінкою похідних. З цієї точки зору важливими є рисунки (рис.5 та рис. 6), на яких візуалізується поведінка першої похідної на опуклому та вгнутому фрагментах графіків, що обумовлює і пояснює відповідний знак другої похідної для кожного з них.

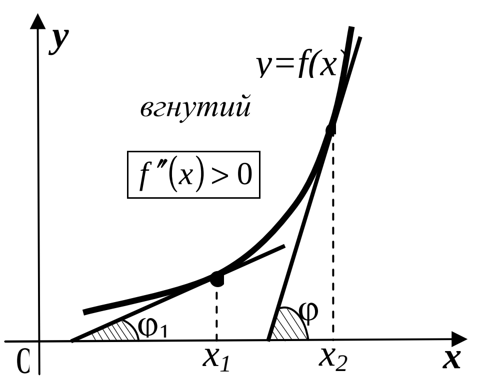


Рис. 5

$x_1 < x_2$; $\varphi_1 < \varphi_2 \Rightarrow$

$f'(x)$ є зростаючою функцією $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left(f'(x)\right)' = f''(x) > 0$

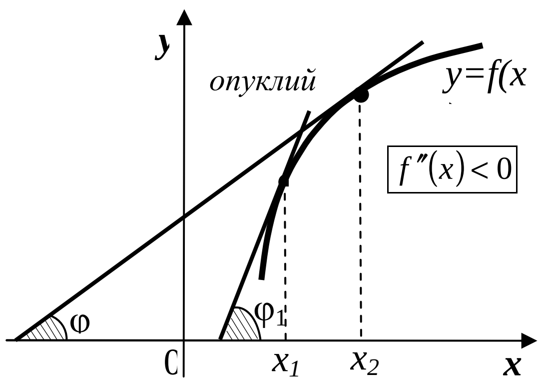


Рис. 6

$x_1 < x_2$; $\varphi_1 > \varphi_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow f'(x)$ є спадною функцією $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left(f'(x)\right)' = f''(x) < 0$

З метою формування у студентів навичок візуального виокремлення ділянок монотонності, опуклих та вгнутих фрагментів графіка та вміння подавати відповідну інформацію у знаково-символічному вигляді, корисним є проведення вправ за готовими рисунками графіків. Один з можливих варіантів такої вправи наводимо нижче.

Завдання. За графіком (рис. 7) функції заповнити таблицю:

- у перший рядок занести абсциси вузлових точок, вказаних на графіку функції, та проміжки між ними;
- у другий – ординати вказаних точок;
- у третій та четвертий рядки занести знаки та значення першої та другої похідних на кожному з проміжків та у вузлових точках;
- в останньому рядку таблиці за даними про знаки і значення похідних у вузлових точках та на проміжках між ними зробити у словесному та символьному вигляді висновки про їх графічні особливості.

Після виконання всіх завдань таблиця набуває вигляду:

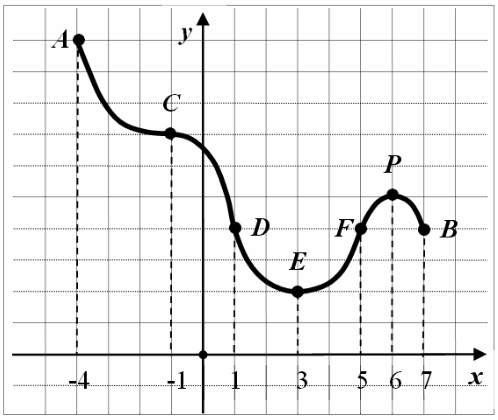


Рис. 7

Таблиця 3

1	x	**-4**	$(-4;1)$	**-1**	$(-1;1)$	**1**	$(1;3)$	**3**	$(3;5)$	**5**	$(5;6)$	**6**	$(6;7)$	**7**
2	y	**10**		**7**		**4**		**2**		**5**		**8**		**4**
3	$f'(x)$		$---$	0	$---$	$-$	$---$	0	$+++$	$+$	$+++$	0	$---$	
4	$f''(x)$		$+++$	0	$---$	0	$+++$	$+$	$+++$	0	$---$	$-$	$---$	
5	$f(x)$		*спадає вгнутий*	*перег*	*спадає опуклий*	*перег*	*спадає вгнутий*	**min**	*зростає вгнутий*	*перег*	*зростає опуклий*	**max**	*спадає опуклий*	

Зауважимо, що можна пропонувати графіки більш складних функцій, зокрема, з кутовими точками, з вертикальними асимптотами тощо. Це залежить від рівня математичної підготовки студентів.

Підготовка до проведення занять у "графічному ключі" вимагає від викладача ретельної методичної роботи. Слід заздалегідь продумати структуру задач, скласти достатню кількість варіантів задач різного рівня складності, щоб їх вистачало для розв'язання на практичних заняттях, для домашніх завдань та для проведення тестувань і контрольних робіт, а також заготувати необхідну кількість карток з умовами цих завдань. Безперечно, це велика методична робота, яка вимагає значних витрат часу, але без неї не обійтись, оскільки в задачниках практично відсутні задачі необхідної спрямованості.

Висновки. Умовами, які сприяють свідомому засвоєнню навчального матеріалу, пов'язаного з формуванням графічного образу функції через дослідження її похідних, є використання різних форм представлення відповідних математичних понять через цілеспрямовану організацію знаково-символічної діяльності студентів. При цьому необхідно акцентувати увагу на формуванні візуальних компонентів розуміння змісту шляхом проведення занять у "графічному ключі". Підкреслимо, що заняття такого плану є важливими, оскільки сприяють розвитку уяви, формують вміння мислити геометричними образами, вимагають від студентів значної розумової напруги, розширюють їх математичний тезаурус, висвітлюючи інший бік математичних об'єктів, та дозволяють піднятися на більш високий рівень розуміння матеріалу, який вивчається в курсі вищої математики.

1. Барковський В.В. Вища математика для економістів / В.В. Барковський, Н.В. Барковська. – К.: ЦУЛ, 2002. – 400 с.

2. Васильченко І.П. Вища математика для економістів: підручник / І.П. Васильченко. – К.: Знання-Прес, 2002. – 454 с.

3. Дюженкова Л.І. Вища математика: Приклади і задачі / посібник / Л.І. Дюженкова, О.Ю. Дюженкова, Г.О. Михалін. – К.: Видавничий центр "Академія", 2002. – 624 с.

4. Маркович Э.С. Курс высшей математики с элементами теории вероятностей и математической статистики. Учеб. пособие для вузов / Э.С. Маркович. – М.: Высшая школа, 1972. – 408 с.

5. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении / Н.Г. Салмина. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 286 с.

6. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики: монографія / Н.А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.

7. Шипачев В.С. Высшая математика. Учеб. для вузов / В.С. Шипачев. – 5-е изд., стер. – М.: Высш. школа, 2001. – 479 с.

Резюме. **Кривовяз Е.И. ФОРМИРОВАНИЕ ПОНИМАНИЯ СУТИ ИНСТРУМЕНТАРИЯ ПРОИЗВОДНЫХ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ФУНКЦИЙ.** *Анализируются методические особенности проведения практических занятий по математическому анализу, посвященных применению дифференциального исчисления при исследовании особенностей графического изображения аналитически заданных функций одной переменной; предлагаются способы совершенствования используемых знаково-символических средств с целью формирования у студентов понимания сути процедур исследования.*

Ключевые слова: *знаково-символические средства обучения, инструментарий производных, визуализация результатов, узловые точки, графические «ориентиры», построение графиков функций.*

Abstract. **Krivoviaz Ye. FORMATION OF UNDERSTANDING THE NOTION OF DERIVATIVES USED WHILE STUDYING FUNCTIONS.** *The article analyzes methods of teaching mathematical analysis, while applying differential calculus to studying peculiarities of graphs of functions of one variable, analytically given. The author offers the ways to improve sign-and-symbol means with the purpose of forming students' understanding the research procedure.*

Key words: *sign-and-symbol means, toolkit of derivatives, visualization of results, key points, graphic "reference points", function graphs construction.*

Стаття представлена професором В.Г. Бевз.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ВЧЕННЯ ПРО ЛІНІЇ ТА ПОВЕРХНІ В КУРСІ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Т.М.Махомета,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розкривається історичний аспект формування поняття лінії і поверхні та особливості формулювання їх означення на різних етапах розвитку геометрії.

Ключові слова: *аналітична геометрія, лінія (крива), поверхня, алгебраїчні і трансцидентні лінії та поверхні, плоскі крива та поверхня.*

Постановка проблеми. Аналітична геометрія як навчальна дисципліна займає чільне місце у підготовці майбутніх вчителів математики, вона є основою для формування нових абстрактних понять, для введення нового математичного апарату, що у свою чергу слугує базою як для подальшого поглибленого вивчення курсу геометрії, так і пізнавальним інструментом у багатьох курсах прикладних природничих наук.

Переважна більшість випускників вищих педагогічних навчальних закладів будуть працювати у школі, тому їм важливо поглиблювати та розширювати знання фактичного матеріалу, пов'язаного зі шкільним курсом математики, вміти встановлювати взаємозв'язок між поняттями, а також мати елементарні уявлення про історію походження основних понять курсу аналітичної геометрії. Як зазначає В.Г.Бевз [2], історія науки є невід'ємною складовою формування фахівців з математики і має багато можливостей для її ефективного навчання.

У шкільному курсі математики вивчають лише деякі лінії та поверхні: пряму, коло, ламані, графіки функцій, плоскі та опуклі многогранники, сферу, конус, кулю. Але сучасні потреби освіти та науки вимагають у підготовці вчителя математики вивчення в курсі аналітичної геометрії різних ліній та поверхонь, відмінних одна від одної за своєю формою і своїми властивостями.

Лінія разом з поверхнею є одними з основних чистих геометричних форм, що мають широке використання в різних галузях математики (математичному аналізі, диференціальній геометрії, в основах геометрії) і її застосуваннях.

Питання вивчення ліній і поверхонь привертало увагу багатьох вчених-математиків, методистів, науковців минулого (Р.Декарта, К.Жордана, Дж.Пеано, Г.Кантора, П.С.Урисона) та сьогодення (М.В.Працьовитий, Г.М.Торбін, О.В.Семеніхіна, М.К.Талюш, О.В.Задкова, О.М.Коломієць та ін.).

Ще з давніх часів учені прагнули точно визначити, що таке лінія та поверхня як математичне поняття. У різних розділах геометрії користуються фактично різними означеннями, розглядаючи певні їх класи. Щоб зрозуміти всю природність і необхідність сучасного визначення лінії та поверхні, ми пропонуємо прослідкувати, як розвивалися ці поняття у зв'язку із загальним розвитком математики.

Мета статті – висвітлити історичний аспект формування поняття лінії і поверхні в процесі розвитку аналітичної геометрії.

Виклад основного матеріалу. Історично склалося, що зародження основних геометричних понять почалося ще в доісторичний період. Перші реальні передумови виникнення наукових знань із геометрії пов'язані з трудовою діяльністю людини, з необхідністю створення знарядь праці та засобів існування. Матеріальні потреби змушували людей виготовляти знаряддя праці, будувати житло, культові споруди, ліпити глиняний посуд. Виконуючи ці операції тисячі разів, поступово дійшли до одного з перших абстрактного геометричного поняття – прямої лінії. Приблизно таким же чином виникли й інші геометричні поняття: точки, поверхні геометричного тіла, тощо. Саме цей початковий період розвитку геометрії характеризується нагромадженням фактів і встановленням перших найпростіших залежностей між геометричними образами та об'єктами. Найбільш давніми писемними джерелами, у яких згадується про геометрію та дається описова класифікація основних геометричних понять, є: єгипетські папіруси Райнда (датується 1800-1600 рр. до н.е., зберігаються в Британському музеї в Лондоні і частково в Нью-Йорку, названі іменем англійського єгиптолога, який їх знайшов) та так званий Московський папірус, який зберігається в Московському музеї образотворчого мистецтва ім. О.С.Пушкіна і датується 1900 р. до н. е., а також численні клинописні керамічні таблички, знайдені на території сучасного Іраку. Їх знайдено близько 500 000. Деякі з них містять тексти і розв'язання задач, інші – числові таблиці.

Порівняно з єгиптянами вавилонські математики зробили крок уперед у розвитку геометрії. Квадрат і трикутник вони сприймали як абстрактні фігури, про прямокутник говорили – це «те, що має довжину й ширину», про трапецію – «лоб бика», про круг – «вигин». Термінів: «точка», «пряма», «лінія», «поверхня», «площина», «паралельність», «перпендикулярність» ще не було [4].

Приблизно в VI ст. до н. е. початкові геометричні відомості з Єгипту та Вавилону були привнесені в Грецію, де вони поступово почали оформлюватися в струнку систему фактів, які строго доводяться, тобто почалося формування геометрії як науки. Саме в стародавній Греції, починаючи з VII ст. до н.е. розпочинається новий етап розвитку геометрії. Вона набуває абстрактного напряму: у ній виникає доведення, робляться перші спроби систематизації геометричних понять. Подальший розвиток основні геометричні поняття набули в працях давньогрецьких математиків Гіппократа Хіоського, Евдокса Кнідського, Феодора Кіренського, Фалеса Мілетського, Архіта Тарентського, Евкліда, Архімеда, Аполлонія та багатьох інших. Греки склали також перші систематичні і доказові праці з геометрії. Так завдяки переходу від набору правил до встановлення загальних закономірностей геометрія почала поступово перетворюватися на науку.

Формування загального означення лінії і поверхні тривало більше 2000 років, від означення Евкліда до строгого внутрішньо геометричного означення П.С.Урисона.

Центральне місце серед праць із геометрії періоду її розвитку займають складені близько 300 років до н. е. «Початки» Евкліда [1]. У фундаментальній науковій праці Евкліда «Початки», геометрія викладена в логічній послідовності на основі чітко сформульованих основних положень – аксіом та основних просторових уявлень, таких як точка, пряма лінія, площина, геометричне тіло. Лінію Евклід означає, як довжину, що позбавлена ширини. Межами лінії є точки. У його розумінні пряма лінія – це лінія, що містить усі свої точки на одному рівні, жодна проміжна точка якої не відхиляється вгору чи вниз. Крива лінія – це така, що може бути частиною кола. Мішана лінія – це така лінія, що не є прямою й не може бути частиною кола. Поверхня – це те, що має довжину й ширину. Межами поверхні є лінії. Плоска поверхня – це така поверхня, всі лінії якої розташовані на одному рівні [3]. Але такі означення не можна вважати не тільки строгим, а навіть конкретним, бо в них одне невідоме (лінія) означається за допомогою інших невідомих (довжина, ширина, край поверхні), які у свою чергу потребують означення.

У XVII столітті значним внеском у розвитку геометрії стало відкриття Р.Декартом (1596–1650) і П.Ферма (1601-1665) координатного методу (1637 р.) та створення на його основі нового напрямку в геометрії – аналітичної геометрії [9]. Рене Декарт, замість геометричного розуміння числа, пропонує використовувати алгебраїчне. За допомогою системи координат вчений виводить науку аналітичної геометрії на новий рівень. Саме цей період слід вважати зародженням аналітичної геометрії як науки. Декарт розробив математичну символіку, яка стала основою для сучасної. Базовим поняттям аналітичної геометрії є поняття системи координат.

Уперше відносно строге і загальне означення лінії він запропонував у першій половині 17 ст., де розглядає лінію як алгебраїчну криву, яка може бути описана рівнянням виду $F(x,y)=0$, степінь многочлена $F(x,y)$ визначає порядок алгебраїчної лінії. Проте таке означення лінії є неповним, оскільки уже навіть у той час були відомі криві, які не можна було описати рівнянням виду $F(x,y)=0$. Прикладом такої кривої може слугувати спіраль Архімеда. Поверхнею, в розумінні Р.Декарта, називається сукупність точок простору, координати яких у деякій афінній системі координат задовольняють рівняння $F(x,y,z)=0$, де $F(x,y,z)$ – математичний вираз, що містить змінні x, y та z.

Більш чітке параметричне означення плоскої лінії запропонував у другій половині XIX ст. французький математик К. Жордан (1838-1922). Лінія – це плоска крива, яка є сукупністю точок площини, координати яких задовольняють параметричним рівняння: $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$, де φ та ψ є неперервними функціями аргументу t на відрізку $0\le t\le 1$. Якщо різним значенням аргументу t з відрізку $[0,1]$ відповідають різні точки площини, то лінія називається простою або лінією (кривою) без крайніх точок. Коли ж значенням 0 та 1 аргументу t відповідає одна й та сама точка площини – то лінія називається замкненою [6].

Але невдовзі в 1890 р. італійський математик Дж.Пеано довів, що жорданове означення лінії може не узгоджуватися зі звичним уявленням про лінію. Зокрема, він показав, що можна так підібрати функції φ та ψ неперервні на відрізку $0\le t\le 1$, що сукупність точок, координати яких задовольняють рівнянням $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$, заповнює цілий квадрат. Тобто, яку б точку $A(x,y)$ з цього квадрата ми не взяли, завжди знайдеться таке значення параметра $0\le t\le 1$, яке буде задовольняти рівняння $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$. Кривою Пеано називають будь-яку криву Жордана, графіком якої є деякий квадрат (рис. 1). Іншими словами, крива Пеано проходить через будь-яку точку деякого квадрата. У зв'язку з цим кажуть також, що крива Пеано заповнює квадрат. А це свідчить про те, що означення Жордана також є загальним. У зв'язку з цим знову постало питання про уточнення поняття лінії.

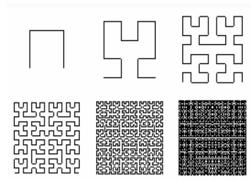


Рис. 1. Крива Пеано

У випадку плоских ліній ця проблема була остаточно розв'язана німецьким математиком Г.Кантором (1845-1918), який означив плоску лінію (криву) як будь-яку зв'язну, компактну множину M точок площини, що не містить у собі ніякої внутрішньої точки. Означення Кантора найбільш строге у випадку плоских кривих, але воно зовсім непридатне у випадку просторових кривих. Тому виникла потреба уточнити означення лінії у випадку просторових кривих [7].

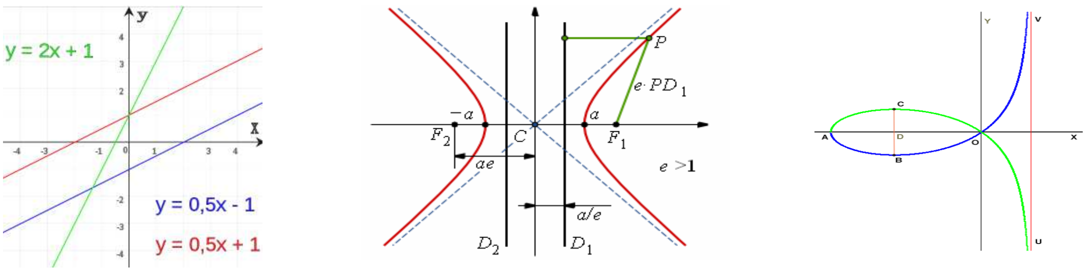
На початку XX ст. розпочинається новий етап у розвитку аналітичної геометрії. Саме в цей період радянським математиком П.С.Уринсоном було дано найбільш загальне визначення лінії (кривої), яким користуються в сучасній топології і яке придатне для будь-якого простору. Лінія – це зв'язний континуум топологічної розмірності 1 [6]. Континуум, що лежить на площині, є лінією у розумінні П.С.Урисона тоді і тільки тоді, коли він не містить внутрішніх точок [5]. Означенням Урисона можна користуватися не тільки у тривимірному просторі, а й у будь-якого n-вимірного просторі.

Означити чималий клас ліній дозволяє метод координат, суть якого полягає в тому, що з введенням системи координат точки на площині ототожнюються з парами дійсних чисел, що дозволяє задавати геометричні об'єкти за допомогою співвідношень між числами і при їх дослідженні використовувати засоби алгебри та аналізу.

В аналітичній геометрії обмежуються розглядом ліній в розумінні Р. Декарта: плоска лінія – це геометричне місце точок площини, координати (x, y) яких в деякій афінній системі координат задовольняють рівняння $F(x, y) = 0$, де $F(x, y)$ – математичний вираз, що містить змінні x та y [8].

На сьогодні лінії класифікують як алгебраїчні та трансцидентні.

У традиційних курсах аналітичної геометрії алгебраїчні лінії є основним об'єктом вивчення. Прикладами таких ліній є: пряма – це алгебраїчна лінія першого порядку (рис. 2. а); еліпс, гіпербола (рис. 2. б), парабола – основні алгебраїчні криві другого порядку; декартів лист (рис. 2. в), цисоїда, кубічна парабола та ін. – криві вищих порядків [8].



а) пряма б) гіпербола в) декартів лист

Рис. 2

Уже математикам стародавньої Греції (Менехм, близько 340 р. до н.е.) було відомо, що ці криві виникають при перерізі прямого колового конуса площиною, яка не проходить через вершину. Саме ці лінії називають конічними перерізами (рис. 3). Найбільш повним твором, присвяченим цим кривим, була робота «Конічні перерізи» Аполонія Перського (близько 200 р. до н.е.). Повне дослідження конічних перерізів стало можливим завдяки появі в 17 ст. проективного і координатного методів. Завдяки потужності методу координат для дослідження ліній стереометричний підхід до означення конічних перерізів був замінений планіметричним.

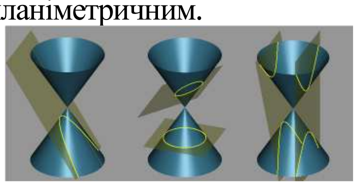


Рис. 3. Конічні перерізи

Лінії в розумінні Декарта, що не є алгебраїчними, називаються трансцидентними. Такі лінії зустрічаються в шкільному курсі математики в якості графіків функцій, зокрема, показникової, логарифмічної, тригонометричних та ін.

У курсі аналітичної геометрії до трансцидентних ліній відносяться такі лінії: ланцюгова лінія, спіраль Архімеда, гіперболічна спіраль (рис. 4), спіраль Галілея, спіраль Ферма та ін.

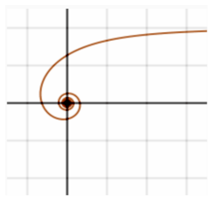


Рис. 4. Гіперболічна спіраль

В елементарній геометрії розглядаються плоскі многогранники, сфера, конус, циліндр, а також деякі криві поверхні. Кожна з таких поверхонь визначається спеціальним способом, але переважно як множина точок, що задовольняють певні умови. Наприклад, поверхня кулі – множина точок, що розташовані на заданій відстані від заданої точки.

Математично строге визначення поверхні, як ми вже наголошували, базується на поняттях топології. З точки зору топології просту поверхню можна уявити як частину площини, що піддається неперервним деформаціям розтягу, стиснення та вигину. Таким чином, простою поверхнею називається образ гомеоморфного відображення внутрішньої частини квадрата. Таке означення може бути описане аналітично, виходячи з певних міркувань. Прикладом простої поверхні є напівсфера.

У курсі аналітичної геометрії поверхні також можна класифікувати на алгебраїчні та трансцидентні. Алгебраїчна поверхня – це геометричне місце точок простору, координати яких у деякій афінній системі координат задовольняють рівняння $F(x, y, z) = 0$, де $F(x, y, z)$ – це многочлен від змінних x, y та z.

До них відносяться сфера, конус, циліндр, поверхні обертання (рис. 5), лінійчаті поверхні.

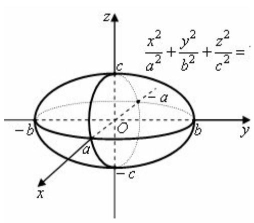


Рис. 5. Еліпсоїд

Поверхня, що не є алгебраїчною, називається трансцидентною (катеноїд, алехоїд та ін.) (рис. 6).

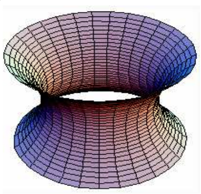


Рис. 6. Трансцидентна поверхня: катеноїд

Отже, незважаючи на відносну простоту поняття лінії та поверхні на інтуїтивному рівні, його загальне означення вимагає ґрунтовної підготовки з використанням, зокрема, топологічних понять, що важко забезпечити при викладанні традиційних курсів аналітичної геометрії.

1. *Ball, W.W. Rouse A Short Account of the History of Mathematics, вид. 4th ed. [Reprint. Original publication: London: Macmillan & Co., 1908], 1960 pp. – С. 50–62.*

2. *Бевз В.Г. Використання історичного матеріалу у навчанні предметів математичного циклу / В.Г.Бевз // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: ДонНУ, 2007. – Вип. 28. – С.43–47.*

3. *Евклид. Начала, том 1-Ш. – М-Л.: Гостехиздат. – 1948-1950.*

4. *Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі / А.Г.Конфорович. – К.: Рад. шк., 1981.*

5. *Макаров И.П. Дополнительные главы математического анализа / И.П.Макаров. – М., 1968. – 319 с*

6. *Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В.Прохоров – М.: Сов. энциклопедия, 1988. – 847 с.*

7. *Пархоменко А.С. Что такое линия / А.С.Пархоменко. – М., 1954. – 140 с.*

8. *Працьовитий М.В. Лінії на евклідовій площині / М.В.Працьовитий, Я.В.Гончаренко. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2006. – 60 с.*

9. *Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики / Д.Я.Стройк. – [3- е изд.]. – М.: Наука, 1978. – 336 с.*

Резюме. **Махомета Т.М. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ УЧЕНИЯ О ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ В КУРСЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.** *В статье раскрывается исторический аспект формирования понятия линии и поверхности. Рассмотрены особенности формулировки их на разных этапах развития геометрии.*

Ключевые слова: *аналитическая геометрия, линия (кривая), поверхность, алгебраические и трансцидентные линии и поверхности, плоская кривая и поверхность.*

Abstract. **Makhometa T. THE HISTORY OF DEVELOPMENT OF STUDYING ABOUT LINES AND SURFACES IN A COURSE OF ANALYTICAL GEOMETRY.** *A historical aspect of forming the concept “line” and “surface”; the peculiarities of their formulation on different stages of geometry development are considered in the article.*

***Key words**: analytical geometry, line (curve), surface, algebraic and transcendent lines and surfaces, flat curve and surface.*

Стаття представлена професором М.В.Працьовитим.
Надійшла до редакції 28.03.2011 р.

ГЕОМЕТРИЧНЕ МІСЦЕ ТОЧОК, РІВНОВІДДАЛЕНИХ ВІД ПАРАБОЛИ І ПРЯМОЇ

О.М.Коломієць,
канд. пед. наук,
О.Г.Демченко,
канд. фіз.-мат. наук, доцент,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Знайдено рівняння лінії, точки якої рівновіддалені від двох кривих. На цій основі досліджено геометричне місце точок, рівновіддалених від параболи і прямої. Окремо досліджено деякі частинні випадки.

Ключові слова: *відстань від точки до лінії, рівновіддаленість, еквідистантна крива.*

Постановка проблеми. Значна частина геометричних понять і тверджень подається в термінах рівновіддаленості: рівновіддаленість від даної точки; від двох заданих точок; від точки і прямої; від двох прямих тощо. Всі вони ґрунтуються на поняттях відстані від точки до множини і відстані між двома множинами [5]. Природно постає задача про знаходження відповідних геометричних місць точок.

Аналіз актуальних досліджень. Геометричне місце точок, рівновіддалених від даної лінії, називають еквідистантою для заданої лінії. Це поняття використовують у геометрії Лобачевського [7]. Застосування еквідистант до теорії автоматичного управління, для моделювання складних технічних систем подано у роботі [2]. Систематичне дослідження деяких геометричних місць точок, які рівновіддалені від точки і заданої лінії, проведено в [3, 4]. З огляду на це є доцільним дослідження геометричного місця точок, рівновіддалених від двох даних ліній.

Мета статті полягає у тому, щоб окреслити спосіб знаходження геометричного місця точок, рівновіддалених від прямої і параболи, та провести дослідження знайденого геометричного місця точок.

Виклад основного матеріалу. Встановлено, що геометричне місце точок, рівновіддалених від прямої $Ax + By + C = 0$ і параболи $y^2 = 2px$, подається параметричними рівняннями

$$\begin{cases} x = -\dfrac{v^2}{2p} + \dfrac{p(A\dfrac{v^2}{2p} + Bv + C)}{Bv - Ap \pm \sqrt{v^2 + p^2}\sqrt{A^2 + B^2}}, \\ y = v - \dfrac{v(A\dfrac{v^2}{2p} + Bv + C)}{Bv - Ap \pm \sqrt{v^2 + p^2}\sqrt{A^2 + B^2}}. \end{cases}$$

Дані рівняння подано і в неявному вигляді

$$\begin{aligned} &-27p^2y^4 + 36py^2x^2(p-x)(y^2+x^2-d^2) - 4(y^2+x^2-d^2)^3 - \\ &-8(y^2+x^2-d^2)^2(p-x)^2 + 4(y^2+x^2-d^2)(p-x)^4 = 0, \end{aligned} \qquad (*)$$

де $d^2 = \dfrac{(Ax+By+C)^2}{A^2+B^2}$.

Доведення проведено на основі наступних міркувань.

Відстань від точки до кривої розуміємо як довжину відповідної нормалі. Нехай $M\,(x,y)$ – довільна точка шуканого геометричного місця точок (рис. 1), $N\,(u,v)$ – основа нормалі з точки M до параболи.

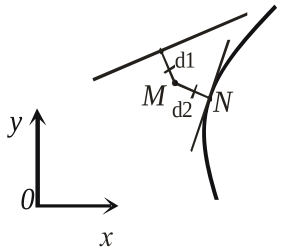


Рис. 1

Тоді координати точки $N\,(u,v)$ знаходимо з умови перпендикулярності дотичної і нормалі до параболи в точці N:

$$k_{дот}\cdot k_{норм} = -1.$$

Оскільки $k_{дот} = \dfrac{p}{v}$, $k_{норм} = \dfrac{y-v}{x-u}$, то $\dfrac{p}{v}\cdot\dfrac{y-v}{x-u} = -1$. Враховуючи, що $u = \dfrac{v^2}{2p}$, з останньої рівності дістаємо

$$v^3 + 2p(p-x)v - 2p^2y = 0. \qquad (1)$$

Довжину нормалі MN знаходимо як відстань між двома точками, заданих своїми координатами:

$$d_1 = \sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}.$$

Відстань від точки $M\,(x,y)$ до прямої $Ax + By + C = 0$ визначаємо за формулою [1]: $d_2 = \dfrac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$. Оскільки $d_1 = d_2$, то

$$(x-u)^2 + (y-v)^2 = \frac{(Ax+By+C)^2}{A^2+B^2}.$$

Нехай $d_1 = d_2 = d$. З останньої рівності отримуємо

$$v^4 + 4pv^2(p-x) - 8p^2yv + \\ +4p^2(x^2+y^2-d^2) = 0. \qquad (2)$$

Щоб дістати рівняння шуканого геометричного місця точок, потрібно виключити параметр v з рівнянь (1) і (2). Процедуру виключення параметра можна здійснити шляхом послідовного зниження степеня рівняння відносно v: якщо рівняння (1) помножити на v і відняти від рівняння (2), то отримаємо рівняння другого степеня відносно v:

$$v^2(p-x) - 3pyv + 2p(x^2+y^2-d^2) = 0. \qquad (3)$$

Проводячи аналогічні перетворення рівнянь (2) і (3), дістанемо два рівняння другого степеня і т.д. Для виключення невідомої змінної v можна скористатися результантом у формі детермінанта [6]. Подаємо його для рівнянь (1) і (3):

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2p(p-x) & -2p^2y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2p(p-x) & -2p^2y \\ p-x & -3py & 2p(x^2+y^2-d^2) & 0 & 0 \\ 0 & p-x & -3py & 2p(x^2+y^2-d^2) & 0 \\ 0 & 0 & p-x & -3py & 2p(x^2+y^2-d^2) \end{vmatrix} = 0$$

Після очевидних перетворень дістанемо рівняння (*).

Деякі частинні випадки.

I. $B = C = 0$. Тоді $x = 0$.

Маємо геометричне місце точок, рівновіддалених від параболи і вісі ординат. У цьому випадку $d^2 = x^2$, а рівняння (*) набуває вигляду

$$y^2(4y^4 - y^2(8x^2 + 20px - p^2) + 4x(x-p)^3) = 0$$

Звідси $y = 0$ або

$$4y^4 - y^2(8x^2 + 20px - p^2) + 4x(x-p)^3 = 0$$

Дискримінант лівої частини останнього рівняння дорівнює

$$D = (8x^2 + 20px - p)^2 - 64x(x-p)^3 =$$
$$= p(8x+p)^3.$$

Якщо $x \geq -\frac{p}{8}$, то

$$y^2 = \frac{1}{8}(8x^2 + 20px - p^2 \pm \sqrt{p(8x+p)^3}).$$

Покладемо

$$f_1 = 8x^2 + 20px - p^2 + \sqrt{p(8x+p)^3},$$

$$f_2 = 8x^2 + 20px - p^2 - \sqrt{p(8x+p)^3}.$$

Відзначимо деякі властивості цих функцій: 1) $f_1(0) = 0$;

2) $f_1' = 16x + 20p +$

$+12\sqrt{p(8x+p)} \geq 16 \cdot (-\frac{p}{8}) + 20p = 18p > 0.$

Отже, f_1 зростає на $[0;+\infty)$, тому її нуль x=0 – єдиний. Додатні значення функція приймає на проміжку $(0;+\infty)$. Таким чином, рівняння $y^2 = \frac{1}{8}f_1$ визначає лінію, яка має дві симетричні відносно *OX* вітки $y = \pm\sqrt{8x^2 + 20px - p^2 + \sqrt{p(8x+p)^3}}$, $x \geq 0$;

3) $f_2(p) = 0$;

4) $f_2' = 16x + 20p - 12\sqrt{p(8x+p)}$.

$x = p$ – єдина критична точка функції f_2. При переході через критичну точку похідна не змінює знак і залишається додатною. Тому функція f_2 зростає на $\left[-\frac{p}{8};+\infty\right)$, маючи єдиний нуль $x = p$ на цьому проміжку. Додатні значення функція приймає на проміжку $(p;+\infty]$. Отже, для $x \geq p$ рівняння $y^2 = \frac{1}{8}f_2$ визначає лінію, що має дві симетричні відносно *OX* вітки.

Загалом, геометричне місце точок, рівновіддалених від параболи $y^2 = 2px$ і осі *OY* має три складові (рис. 2): вісь *OX*; лінію, що визначається для $x \geq 0$ рівнянням $y^2 = \frac{1}{8}f_1$; лінію, що визначається для $x \geq p$ рівнянням $y^2 = \frac{1}{8}f_2$.

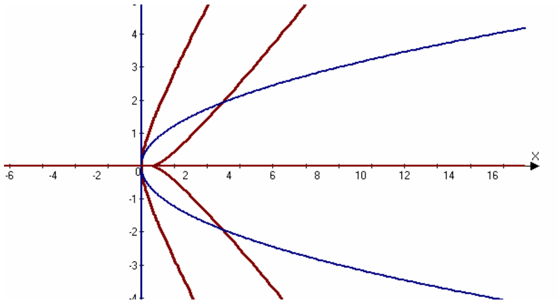


Рис. 2

II. $A = C = 0$. Тоді $y = 0$.

Маємо геометричне місце точок, рівновіддалених від параболи і її вісі. У цьому випадку $d^2 = y^2$, а рівняння (*) набуває вигляду

$$-27p^2y^4 + 4py^2(9x^2 - (p-x)^2)(p-x) +$$
$$+4x^2(x^2 - (p-x)^2)^2 = 0.$$

Це рівняння можна розглянути як біквадратне відносно змінної *y*. Дискримінант даного рівняння

$$D = 16p^2((9x^2 - (p-x)^2)^2 + 27x^2(x^2 - (x-p)^2)^2$$

завжди додатній. Ліва частина рівняння розкладається на два множники. Тому дане рівняння задає лінію, яка складається з двох віток (рис. 3). Встановлено, що ці вітки симетричні відносно вісі параболи і перетинаються у її вершині.

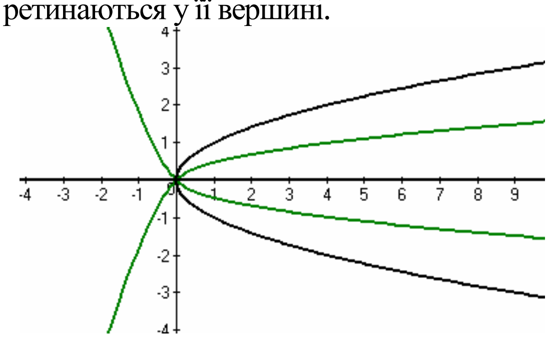


Рис. 3

III. $A = 0$ або $B = 0$ (прямі, паралельні осям координат). Встановлено, що у цих випадках лінія, що є шуканим геометричним місцем точок, має дві точки звороту першого роду (рис. 4-5).

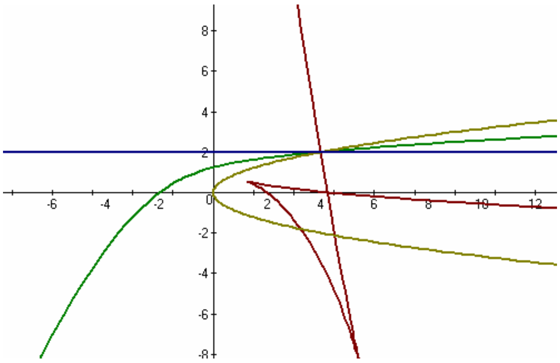


Рис. 4

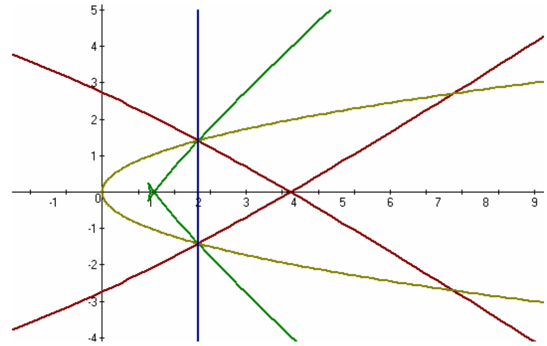


Рис. 5

Окремо досліджено випадок, коли пряма є директрисою параболи (рис. 6).

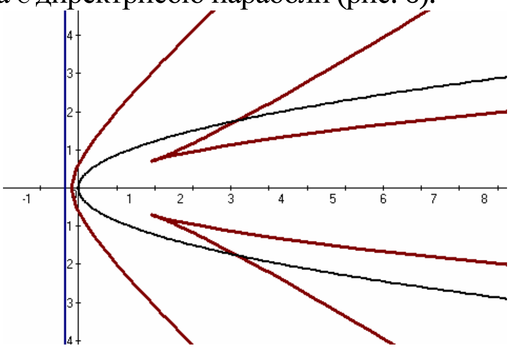


Рис. 6

Висновки. У роботі отримано параметричні рівняння лінії, що є геометричним місцем точок, рівновіддалених від прямої $Ax + By + C = 0$ і параболи $y^2 = 2px$. Лінію подано також у неявному вигляді. Досліджено окремі частинні випадки. Запропоновану методику можна застосувати у подальших дослідженнях геометричного місця точок, рівновіддалених від інших двох заданих ліній.

1. *Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии / П.С.Александров. – М.: Наука, 1968. – 912 с.*
2. *Гозбенко В.Е. Использование эквидистант для решения прикладных задач управления техническими системами / В.Е.Гозбенко, Е.М.Лыткина. – Иркутск : ИрГУПС, 2010. – 188 с.*
3. *Демченко О.Г. Деякі геометричні місця точок, пов’язані з поняттям відстані від точки до множини / О.Г.Демченко //Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. праць. – Вип. 29. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2008. – С. 100-104.*
4. *Демченко О.Г. Еквідистантні криві для ліній другого порядку / О.Г.Демченко // Вісник Черкаського університету. – Серія Педагогічні науки. – Вип. 191, частина I, 2010. – С. 60 – 64.*
5. *Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н.Колмогоров, С.И.Фомин – М.: Наука, 1968. – 496 с.*
6. *Курс высшей алгебры: учебник для студ. вузов / А.Г.Курош. – Изд. 17-е, стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2008. – 431 с.*
7. *Лобачевский Н.И. Геометрические исследования по теории параллельных прямых. / Н.И.Лобачевский. – М., Л.: изд. Академии наук СССР, 1945. – 180 с.*

Резюме. **Коломиец О.Н., Демченко А.Г. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО ТОЧЕК, РАВНОУДАЛЕННЫХ ОТ ПАРАБОЛЫ И ПРЯМОЙ.** *Получено уравнение линии, точки которой равноудалены от двух кривых. На основе этого исследовано геометрическое место точек, равноудаленных от параболы и прямой. Исследованы некоторые частные случаи.*

Ключевые слова: *расстояние от точки до линии, равноудаленность, эквидистантная кривая.*

Abstract. **Kolomiyets O., Demchenko A. THE GEOMETRICAL PLACE OF POINTS, EQUIDISTANT FROM PARABOLA AND STRAIGHT LINE.** *The equation of the line, whose points are equidistant from the line and parabola, was obtained. Some special cases were investigated.*

Key words: *the distance from a point to a line, equidistance, equidistanced curve.*

Стаття представлена професором Н.А. Тарасенковою.

Надійшла до редакції 24.03.2011 р.

ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ ПІД ЧАС ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ВМІНЬ І НАВИЧОК З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Ю.І.Овсієнко,
старший викладач,
Полтавська державна аграрна академія,
м. Полтава, УКРАЇНА

Процес формування практичних навичок і вмінь із навчальної дисципліни “Вища математика (за фаховим спрямуванням)” у вищому навчальному закладі освіти аграрного профілю нероздільно пов’язаний із самостійною навчально-пізнавальною діяльністю студентів і організовується з урахуванням диференціації. У статті розглянуто види та форми самостійної роботи, що мають місце в процесі практичної математичної підготовки аграріїв та безпосередньо залежать від типів практичних занять, їх тематики, змістового наповнення.

Ключові слова: *самостійна робота, практична підготовка з вищої математики, практичні заняття.*

Постановка проблеми. Самостійна робота студентів (СРС) у вищих навчальних закладах (ВНЗ) виступає головним резервом підвищення ефективності підготовки сучасного фахівця. Соціальні зміни диктують нові вимоги до її раціональної організації в умовах особистісно орієнтованої освітньої моделі.

Аналіз досліджень і публікацій свідчить про багатогранність проблеми, пов’язаної із різними підходами до організації СРС ВНЗ. Зокрема, А.Алексюк, С.Архангельський, В.Загвязинський, Р.Нізамов, П.Підкасистий вбачали в СРС основу процесу підготовки фахівця з вищою освітою; В.Буряк, О.Коваленко, І.Лернер, М.Пісоцька та ін. вчені-педагоги вивчали багатоаспектність організації СРС; у працях К.Бабенко, О.Мороза, В.Тесленко основна увага зосереджена на організації СРС молодших курсів ВНЗ.

Метою статті є уточнення видів та організаційних форм СРС агарних ВНЗ у процесі практичної математичної підготовки, визначення її ролі та місця в навчально-виховному процесі майбутнього фахівця-аграрія.

Завдання статті полягає у розробці методики формування знань, умінь і навичок (ЗУН) з дисципліни “Вища математика (за фаховим спрямуванням)” (ВМ) з урахуванням диференціації (Д) на окремих етапах практичних занять (ПЗ) різних типів.

В аграрному ВНЗ СРС за ***місцем*** виконання, під час організації практичної математичної підготовки, поділяється на аудиторну й позааудиторну, за ***організаційними формами*** – на індивідуальну й групову. Щодо ***ступеня самостійності*** студентів, то за характером діяльності СРС диференціюється на репродуктивну, частково-пошукову та творчу. Кожна навчально-пізнавальна діяльність студентів ВНЗ націлена на досягнення конкретної ***дидактичної мети***, в залежності від якої СРС під час формування практичних умінь і навичок має види:

- формування нових умінь і вироблення навичок;
- закріплення ЗУН;

▪ самоконтроль ЗУН; самоосвіта.

За ***видами практичної навчальної діяльності*** студентів у ВНЗ аграрного профілю мають місце наступні прийоми організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності студентів (СНПДС):

- самостійне розв'язування задач під час ПЗ;
- лабораторно-практичні заняття (ЛПЗ); контроль;
- підготовка до ПЗ;
- участь у студентських наукових заходах.

Організація кожного виду СНПДС здійснюється із врахуванням Д, критеріїв її здійснення.

Формувальний експеримент засвідчив ефективність організації практичної математичної підготовки в аграрному ВНЗ на ПЗ наступних типів:

ПЗ-1 – *формування навичок і вмінь*;

ПЗ-2 – *застосування ЗУН*;

комбіновані ПЗ-3 типу:

ПЗ-3.1 – *контролю ЗУН* та *формування навичок і вмінь*;

ПЗ-3.2 – *узагальнення і систематизації знань та контролю, корекції ЗУН*;

ПЗ-3.3 – *застосування ЗУН* та *узагальнення і систематизації знань* [5].

Для кожного типу й відповідного етапу ПЗ характерним є певний вид СРС та відповідні їй організаційні форми. Деталізуємо етапи ПЗ, визначимо відповідні їм типи СНПДС, уточнимо критерії Д.

Структура ПЗ всіх типів з детальною характеристикою кожного із етапів представлена в публікації [2]. Розглянемо ті структурні компоненти ПЗ з дисципліни ВМ, що передбачають організацію відповідного виду СРС із врахуванням *домінуючих* і *допоміжних* критеріїв Д.

Організація першого типу ПЗ-1 – *формування навичок і вмінь* передбачає обов'язковий етап *актуалізації опорних знань і практичного досвіду студентів*, під час якого домінуючими критеріями Д виступають *рівні навченості* та *сформованості навичок СНПДС,* а допоміжними – *научуваність* і *пізнавальні стилі*. Ефективність аудиторної роботи студентів на цьому етапі ПЗ залежить від планування й організації СРС, передбаченої і методично забезпеченої викладачем, націленої на повторення основних понять, формул, означень та алгоритмів, сформованих у шкільному курсі математики (ШКМ). За місцем організації такої СНПДС вона є позааудиторною, випереджальною, індивідуальною або груповою формою роботи студентів під керівництвом викладача, що часто за рівнем самостійності є репродуктивною або частково-пошуковою. Специфічною рисою такого виду випереджальної СНПДС є обов'язкове колективне обговорення результатів її виконання в аудиторії під час ПЗ. *Метою* її організації є формування й закріплення ЗУН у процесі підготовки до ПЗ. Формування змісту такої навчальної діяльності полягає у виділенні в матеріалі тих питань, які в більшій мірі пов'язані зі ШКМ і є його логічним продовженням.

Такий матеріал має дві складові:

1) теоретичні питання;

2) відповідні завдання, розв'язання яких націлене на актуалізацію знань і практичного досвіду студентів, їх формування передбачено загальноосвітніми стандартами підготовки.

Зміст матеріалу, передбаченого на СРС, має пропедевтичний характер у відповідності до тематики ПЗ-1. Він включає підготовчі елементи знань, на основі яких вибудовуються нові алгоритми й способи діяльності студентів під час заняття.

Представлена вище схема організації СРС на етапі актуалізації опорних знань і практичного досвіду студентів може бути подібним чином використана під час організації інших типів ПЗ з дисципліни ВМ, із деякими поправками, в залежності від теми, змістового наповнення, наявних засобів, інших факторів.

Для наступного етапу ПЗ-1 – *первинного застосування набутих знань*, характерною особливістю СРС є організація її в аудиторії у вигляді індивідуальної або групової форм діяльності, що за ступенем самостійності є репродуктивною, націленою на формування і вироблення навичок розв'язування задач під час ПЗ.

Домінуючими критеріями організації Д на цьому етапі ПЗ-1 виступають: *навченість* і *научуваність*, допоміжним – *пізнавальні стилі*.

На практиці під час СРС врахування критеріїв Д здійснюється в процесі формування викладачем вправ різного рівня складності.

Наприклад, підбір системи вправ змістового модуля "Обчислення границь функцій" передбачає формування ЗУН обчислення границь функцій багатьма способами, алгоритми кожного з яких можуть бути як автономними прийомами відшукання границь функцій, так і виступати окремими етапами у загальній схемі. Врахування допоміжних критеріїв організації Д – особливостей пізнавальних стилів, передбачає підготовку доцільних графічних ілюстрацій до завдань. Це дозволить студентам-аудіалам і студентам-кінестетикам сформувати не просто формальне поняття границі функції в точці, а наочне, конкретне, закріплене візуалізацією. Враховуючи специфіку теми, саме такий прийом дозволяє поступово перейти до формування й закріплення понять неперервності, точок розриву й односторонніх границь функції в точці, асимптот, скачка функції в точках розриву. Опора на рівень сформованості здатностей до СНПДС вимагає від викладача розробки карток-підказок (вказівок, інструкцій, схем) обчислення границь функцій різних типів основними методами. До завдань, що передбачають відпрацювання алгоритму обчислення границь функцій доцільно включити такі, в яких обов'язковим етапом є тотожні перетворення виразів із використанням формул скороченого множення, розкладу многочлена на множники, перетворень ірраціональних виразів, дій зі степенями.

Наступний етап, що передбачає організацію СРС під час ПЗ-1 – це *застосування студентами знань і дій у стандартних і нових умовах*. СНПДС за місцем, організаційними формами та видами практичної діяльності студентів аналогічна до попереднього структурного компонента ПЗ. Її *метою* є закріплення ЗУН. Домінуючі критерії СРС у процесі навчання вищої математики – *навченість*, *научуваність*, *рівень* сформованості *самостійності*; допоміжні – *пізнавальні стилі*, *мотивація*.

Окремо відзначимо домінуючий критерій Д, характерний саме для цього етапу ПЗ-1 – ступінь самостійності, що вимагає врахування навченості студентів з математики, в залежності від якої СРС може мати як репродуктивний, так і частково-пошуковий характер. Практично це здійснюється наступним чином:

1) підбір завдань, у яких використовуються результати випереджальної СРС для тих студентів, які мають низькі показники успішності з вищої математики, з метою економії часу на додаткові спрощення, обчислення;

2) підготовка достатньої кількості тренувальних вправ різного рівня складності для розв'язання їх в аудиторії студентами самостійно;

3) включення студентів, які мають низький рівень математичної підготовки, в аналіз та обговорення алгоритмів під час ПЗ.

Останній етап ПЗ-1 – *повідомлення домашнього завдання* передбачає організацію викладачем традиційного виду СРС, знайомого їм ще зі школи. Вона має характер позааудиторної, індивідуальної, або репродуктивної, або частково-пошукової навчальної діяльності, *метою* якої є закріплення ЗУН у процесі підготовки до заняття. Критерії здійснення Д аналогічні до попереднього етапу.

Наступний тип ПЗ, що логічно слідує за попереднім, це – ПЗ-2 – *застосування ЗУН*. Характерною особливістю організації СНПДС для цього ПЗ є те, що всі його компоненти, що передують основному етапу ПЗ-2 – *СНПДС під контролем викладача*, виступають, свого роду, підготовчими до організації індивідуальної СРС в аудиторії, яка є основною формою діяльності на занятті цього типу [4]. Остання націлена на організацію частково-пошукової або творчої діяльності студентів, з метою вироблення та закріплення ЗУН. Вибір форми проведення ПЗ-2 у вигляді ЛПЗ із застосуванням комп'ютерної техніки (КТ) обумовлений необхідністю розв'язання під час ПЗ різноманітних типів задач прикладного змісту, що містять виробничі дані.

Для цього етапу СНПДС ПЗ-2 домінуючими критеріями диференційованого навчання вищої математики є *навченість*, *научуваність* та *рівень* сформованості *навчальної самостійності* студентів-аграріїв. Допоміжні – *пізнавальні стилі*, *мотивація*. Практично, під час ПЗ-2, врахування критеріїв Д реалізується включенням наступних завдань: спрямованих на вироблення навичок та закріплення теоретичних положень; розв'язання яких націлене на поглиблення математичних знань, на формування й розвиток творчого підходу і нестандартності мислення.

Виділимо типи задач, що є складовими СНПДС під час ПЗ-2:

1) *типові* задачі, їх розв'язання передбачає репродуктивну СРС "за зразком", спрямовану на відпрацювання навичок, застосування правил, основних формул, алгоритмів; розв'язання таких завдань націлене на формування обов'язкових результатів навчальної діяльності;

2) *ускладнені* задачі, розв'язання яких вимагає СНПДС, що носить частково-пошуковий характер, із поступовим формуванням досвіду самостійного аналізу, проведення аналогій, узагальнення при перенесенні набутого практичного досвіду в нові умови, або комбінування відомих способів і алгоритмів, що включають матеріали попередніх тем, міжпредметні зв'язки з метою формування ЗУН базового рівня;

3) *проблемні*, *творчі* й *прикладні* задачі, розв'язання яких передбачає володіння евристичними прийомами (різнобічним змістовим аналізом проблеми, аналізом через синтез умови й етапів розв'язання, конкретизацією, абстрагуванням, графічним аналізом, аналогією тощо).

Розв'язання останнього типу задач передбачає сформованість у студентів навчально-пошукової діяльності; розвиток гіпотетичного й інтуїтивного мислення, що є передумовою професійного становлення майбутнього фахівця [1, с.116-121].

Складність процесу сприймання й засвоєння навчального матеріалу (алгоритму) під час ПЗ-2 пов'язана із різними здібностями студентів. Тому викладачеві доцільно підібрати як типові завдання, що передбачають формування одного і того ж самого прийому розв'язування кілька разів, так і більш складні або такі, що дозволяють розширити умову за рахунок додаткових запитань.

Таким чином, наступний структурний елемент ПЗ-2, логічно слідує із попереднього, це – *контроль, самоконтроль* або *взаємоконтроль студентів* у процесі виконання завдань. Цей етап передбачає організацію СРС в аудиторії у вигляді індивідуальної або групової діяльності студентів, що має характер частково-пошуковий або творчий.

Метою СНПДС є вироблення навичок самоконтролю ЗУН за виконанням практичних завдань під час ПЗ, аналіз області існування математичної моделі, доцільності її застосування. Під час ЛПЗ досягнення всіх цільових завдань заняття є можливим за умови розробки викладачем чіткого алгоритму діяльності студентів, завчасного планування й передбачення додаткових завдань, етапів розв'язання, аналізу, зіставлення й самоконтролю результатів СРС. У публікації [4] представлено методичну розробку фрагментів подібного типу ПЗ для студентів-аграріїв на тему "Метод найменших квадратів". Домінуючі критерії Д цього етапу ПЗ – *навченість*, *рівень* сформованості *СНПДС*; допоміжні – *научуваність*, *пізнавальні стилі*, *мотивація*.

Наступні два етапи ПЗ-2 з відповідними формами, видами та критеріями Д СРС, аналогічні до заключних етапів ПЗ-1.

Щодо комбінованих ПЗ-3, то в переважній більшості структурні компоненти кожного з них відповідають розглянутим вище типам ПЗ з відповідними видам СРС на кожному з етапів, критеріям Д.

Відмітимо ті особливості СНПДС, які притаманні лише окремим типам комбінованих ПЗ і їх структурним компонентам.

Зокрема, для ПЗ-3.1 – *контролю ЗУН* та *формування навичок і вмінь*, першим етапом є вхідний контроль, що має характер аудиторної; індивідуальної; репродуктивної СРС, *метою* проведення якої є *діагностика* ЗУН зі ШКМ, рівня їх сформованості, що організовується у вигляді самостійного розв'язування завдань під час ПЗ.

Домінуючий критерій Д – *навченість*, допоміжний – *рівень* сформованості *СНПДС*.

Наступні етапи ПЗ-3.1 повністю відповідають структурі та видам СРС на ПЗ-1, що проаналізовані вище.

Для ПЗ-3.2 – *узагальнення і систематизації знань* та *контролю, корекції ЗУН* серед складових заняття, для яких характерною є організація СРС, відмітимо етап *повторення й узагальнення окремих понять і засвоєння відповідної їм системи знань*. Для цього структурного компонента ПЗ характерною є аудиторна; індивідуальна або групова частково-пошукова, або творча СРС, *метою* організації якої є закріплення ЗУН.

Домінуючими критеріями Д виступають *навченість*, *научуваність*; допоміжними – *пізнавальні стилі*, *мотивація*.

Наступний етап ПЗ-3.2 – *контролю ЗУН*, *рівня їх засвоєння* характеризується аудиторною; індивідуальною; репродуктивною, або частково-пошуковою, або творчою діяльністю, *метою* організації якої є закріплення ЗУН, їх самоконтроль. Остання організовується у вигляді самостійного розв'язування тестових завдань під час ПЗ письмово або за допомогою КТ.

Домінуючий критерій Д – *навченість*, допоміжний – *рівень* сформованості *СНПДС*.

Заключні етапи ПЗ-3.2 організовуються у відповідності до попередніх типів ПЗ, з аналогічними видами СРС, критеріями Д.

Щодо ПЗ-3.3 – *застосування ЗУН* та *узагальнення і систематизації знань*, то всі його структурні компоненти і відповідні види СРС проаналізовано вище, під час розгляду етапів попередніх типів ПЗ з ВМ, детально описаних в публікації [3]. Відмітимо основні вимоги до вибору завдань, націлених на організацію СНПДС саме цього типу комбінованих ПЗ:

1) прикладна спрямованість матеріалу навчальної дисципліни (модуля, розділу);

2) комплексний характер, поєднання елементів знань окремих модулів (розділів, тем);

3) диференційованість за рівнем складності із врахуванням вимог до обов'язкового і поглибленого рівнів підготовки студентів.

Домінуючі критерії Д – *навченість*, *научуваність*, *рівень* сформованості *СНПДС*, допоміжні – *пізнавальні стилі*, *мотивація*.

Висновки. Таким чином, аналіз основних видів СНПДС під час формування практичних вмінь і навичок свідчить про відповідність організації СРС кожному з видів ПЗ, зокрема, конкретним етапам їх проведення. Місце, організаційні форми, ступінь самостійності, дидактичні цілі і види практичної навчальної діяльності під час СРС організовуються відповідно до кожного типу ПЗ, їх структурних компонентів. Своєрідність останніх враховується в процесі Д і залежить від змісту ПЗ, особливостей студентської аудиторії, наявних технічних засобів, методичного забезпечення, тощо.

1. Ванжа Н.В. Самостоятельная работа студентов экономических специальностей в процессе изучения математических дисциплин в высших учебных заведениях: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Ванжа Наталия Владимировна. – К., 2003. – 201 с.

2.Овсієнко Ю.І. Методичні особливості проведення практичних занять в умовах диференціа-

ції / Ю.І.Овсієнко // Вісник Черкаського університету серія «Педагогічні науки». – Вип. 191. – Ч. 5. – Черкаси, 2010. – С. 84-96.

3. Овсієнко Ю.І. Організація самостійної роботи студентів на практичних заняттях з вищої математики у ВНЗ аграрного профілю / Ю.І.Овсієнко // Материалы междунар. научно-метод. конф. "Проблемы математического образования" (ПМО – 2010), г. Черкассы, 24-26 ноября 2010 г. – Черкассы: Изд.отд. ЧНУ им. Б.Хмельницкого, 2010. – С. 360-362.

4.Овсієнко Ю.І. Методика вивчення алгоритму побудови математичних моделей методом найменших квадратів із використанням комп'ютерної техніки / Ю.І.Овсієнко, Л.О.Флегантов // Інформаційні технології і засоби навчання: електронне фахове видання [Електронний ресурс] / Ін-т інформ. технологій і засобів навчання НАПН України, Ун-т менеджменту освіти НАПН України; гол ред.: В.Ю.Биков, 2010. – № 4 (18). – Режим доступу до журн.: http://www.ime.edu-ua.net/ em18/ emg.html.

5. Онищук В.А. Типы, структура и методика урока в школе / В.А.Онищук. – К.: Рад. шк. – 1976. – 184 с.

Резюме. **Овсиенко Ю.И. ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ.** *Процесс формирования практических навыков и умений при изучении дисциплины "Высшая математика (прикладного содержания)" в высших аграрных учебных заведениях нераздельно связаны с самостоятельной учебно-познавательной деятельностью студентов с учётом дифференциации. В статье рассмотрены виды и формы самостоятельной работы, которые имеют место в процессе практической математической подготовки аграриев и непосредственно зависят от типов практических занятий, их тематики, содержания.*

Ключевые слова: *самостоятельная работа, практическая подготовка по высшей математике, практические занятия.*

Abstract. **Ovsiyenko Yu. DIFFERENTIATION IN ORGANIZATING STUDENTS' INDIVIDUAL WORK IN COURSE OF FORMING PRACTICAL ABILITIES AND SKILLS IN HIGHER MATHEMATICS.** *The process of formation of practical abilities and skill in "Higher mathematics (for special purposes)" in agricultural higher educational institution is inseparably connected with individual studying – cognitive activities of the students, taking into account differentiation. In this article we examine types and forms of individual work in the process of practical mathematical training for students of agricultural higher educational establishments and depend on forms of practical training, their themes and content.*

Key words: *individual work, practical training in higher mathematics, practical studies.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ПРОФЕСІЙНА СПРЯМОВАНІСТЬ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ У СИСТЕМІ ЕКОНОМІЧНОЇ ОСВІТИ

Ю.М.Ткач,
канд. пед. наук,
Чернігівський держ. інститут права, соціальних технологій та праці,
м. Чернігів, Україна

Обґрунтовується необхідність професійної спрямованості навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей. Зазначено, що одним зі шляхів реалізації цієї спрямованості у системі економічної освіти є наповнення змісту дисципліни «Вища математика» питаннями, які є професійно значущими для майбутніх економістів та прикладними задачами. Зроблено висновок про те, що професійна спрямованість навчання вищої математики є важливим завданням процесу підготовки майбутніх фахівців у економічній галузі.

Ключові слова: *професійна спрямованість, система економічної освіти, вища математика.*

Постановка проблеми. Ураховуючи вимоги сьогодення і перспективи розвитку вищої освіти, навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей має вийти на якісно новий рівень.

У процесі математичної підготовки студенти мають бути залучені до навчальної діяльності, яка б сприяла формуванню у них умінь та навичок, притаманних майбутній професійній діяльності. Тому, проблема професійної спрямованості навчання вищої математики у системі економічної освіти є актуальною та своєчасною.

Аналіз актуальних досліджень. Загальні проблеми математичної підготовки студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів висвітлені у працях Н.Ванжі, Г.Дутки, Л.Нічуговської, Г.Пастушок, О.Фомкіної та ін. С.Гараєв, Л.Межейникова, В.Монахов та інші досліджували питання розв'язування задач економічного змісту засобами математики. Окремими питаннями професійної спрямованості вивчення математичних дисциплін на рівні вищих навчальних закладів займалися В.Клочко, Т.Крилова, В.Пак та ін.

Метою статті є висвітлення шляхів реалізації професійної спрямованості навчання дисципліни «Вища математика», що викладається студентам економічних спеціальностей.

Виклад основного матеріалу. Курс вищої математики у ВНЗ економічного профілю відноситься до нормативних дисциплін, який є обов'язковим для вивчення. У процесі навчання студенти повинні виконувати навчальну діяльність, яка моделює їхню майбутню професійну діяльність [5, с.95]. Реалізувати такий підхід можливо за рахунок професійної спрямованості предметів природничо-наукової підготовки, вищої математики зокрема. На наше глибоке переконання, саме забезпечення професійної спрямованості є одним із основних завдань навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей у вузах. Професійна спрямованість сприятиме більш ефективному та глибокому вивченню вищої математики, розумінню студентами причинно-наслідкових зв'язків, і як наслідок підвищенню якості підготовки майбутніх економістів як фахівців.

Шляхи забезпечення професійної спрямованості навчання вищої математики вбачаємо у наповненні цього курсу прикладними задачами та окремими питаннями, які є професійно значущими для майбутніх економістів. Ці положення можливо реалізувати, наприклад, якщо під час визначення змісту навчання вищої математики враховувати не тільки знання та вміння, які є важливими для розуміння студентами безпосередньо зазначеного курсу, але й такі, які є важливими для вивчення профільних дисциплін.

Так, наприклад, «Інтегральне числення функції однієї незалежної змінної» є важливим розділом дисципліни «Вища математика» в системі економічної освіти. Проілюструвати зазначене положення майбутнім економістам доцільно на прикладі розгляду питання розподілу багатства у суспільстві.

Приклад 1. Розглянемо розподіл багатства у суспільстві. Його можна зобразити за допомогою кривої Лоренца (рис. 1).

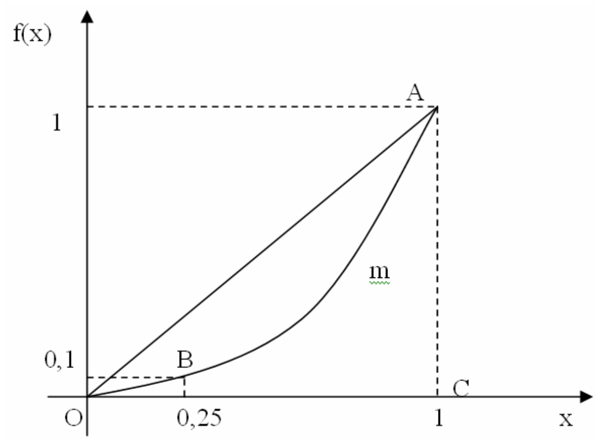


Рис. 1. Крива Лоренца

Нехай функція $f(x)$ описує розподіл доходів в суспільстві ($0 < x < 1$, $0 < f(x) < 1$).

Точка В на кривій Лоренца показує, що $\dfrac{1}{4}$ частині населення припадає лише 0,1 частина всього доходу.

Тобто, чим крутіше вигнута крива Лоренца, тим сильніша нерівність розподілу доходів у суспільстві.

Якщо б крива Лоренца співпала з прямою ОА (абстрактна ситуація), то це означало б, що в суспільстві є абсолютна рівність розподілу доходів.

У своїй практиці економісти використовують не тільки графічне зображення нерівності доходів, але й кількісне вимірювання за допомогою індексу Джині. Індекс Джині являє собою відношення площі, обмеженої фактичною кривою Лоренца і кривою Лоренца для абсолютно рівномірного розподілу доходів до площі трикутника, обмеженого кривою Лоренца для абсолютного рівномірного розподілу і осями координат:

$$k_G = \frac{S_{OAmO}}{S_{OAC}}.$$

Обчислимо відповідні площі:

$$S_{OAmO} = \int_0^1 (x - f(x))dx,\ S_{OAC} = \frac{1}{2}.$$

Отже, $k_G = 2\int_0^1 (x - f(x))dx$.

Якщо $k_G = 0$, то це означає, що у суспільстві існує абсолютна рівність.

Якщо $k_G = 1$, то це означає, що в суспільстві всі доходи належать одній людині.

Ці дві ситуації ($k_G = 0, k_G = 1$) є абстрактними, тому індекс Джині завжди $0 < k_G < 1$.

Якщо $0 < k_G \le 0{,}3$, то спостерігається незначна нерівність розподілу доходів.

Якщо $0{,}3 < k_G \le 0{,}7$, то спостерігається значна нерівність розподілу доходів.

Якщо $0,7 < k_G < 1$, то спостерігається дуже значна нерівність розподілу доходів.

За підрахунками економістів, у розвинених країнах індекс Джині перебуває в інтервалі $0,2 < k_G \leq 0,3$; у країнах з перехідною економікою – $0,3 < k_G \leq 0,7$; у слаборозвинених країнах – $0,7 < k_G \leq 0,9$.

Зрозуміло, що запропонований теоретичний матеріал не вичерпує всіх можливостей застосування визначеного інтегралу в економіці, а є одним із прикладів ефективного застосування математичних методів до розв'язання прикладних задач.

Загалом, поняття прикладної задачі у науково-методичній літературі тлумачиться по-різному. Наприклад, Г.П.Бевз, В.Г.Бевз [2] прикладними задачами називають такі задачі, умови яких містять нематематичні поняття. І.М.Шапіро [8] дає прикладній задачі таке означення – це задача, фабула якої розкриває застосування математики у суміжних навчальних дисциплінах, знайомить з її використанням в організації, технології та економіці сучасного виробництва, у сфері обслуговування та побуту, при виконанні трудових операцій. Ш.А.Музенітов [4] говорить про те, що прикладна задача – це сюжетна задача, запитання якої поставлене так, як воно, як правило, ставиться на практиці, а шукані і дані величини є реальними, теж взятими із практики. П.Т.Апанасов [1] зазначав, що прикладною є задача, яка постановкою і методом розв'язування повинна бути більш близькою до задач, що виникають на практиці. Однак окремі дослідники ототожнюють прикладну задачу з текстовою.

Ми поділяємо думку М.О.Терешина [7], Л.О.Соколенко [6], що під прикладною розуміють задачу, яка поставлена поза межами предмету математики, але розв'язується засобами математики.

Традиційно типи прикладних задач розрізняють за фаховим спрямуванням. Зазвичай виділяють три групи спеціальностей [3]:

- техніко-технологічні (промисловості, зв'язку, транспорту, будівництва та ін.);
- гуманітарні (освіти, культури, права, медицини, мистецтва та ін.);
- економічні (фінансів, побуту, торгівлі та ін).

Відповідно до цих трьох груп спеціальностей виділяють такі типи прикладних задач:

1) техніко-технологічні;
2) гуманітарні;
3) економічні.

Для забезпечення професійної спрямованості навчання вищої математики студентів економічних факультетів доцільно розв'язувати задачі економічного змісту.

Задачі економічного змісту – це задачі, які стосуються фінансів, побуту, торгівлі, грошових розрахунків, вибору оптимального рішення тощо.

Розв'язуючи прикладну задачу засобами математики, спочатку створюють її математичну модель. У своїй роботі Г.П.Бевз, В.Г.Бевз [2, с. 150] дають таке тлумачення моделі, математичної моделі та математичного моделювання: *модель* – це спеціально створений об'єкт, який відображає властивості досліджуваного об'єкта; м*атематична модель* – це система математичних співвідношень, яка наближено в абстрактній формі описує досліджуваний об'єкт, процес або явище; процес побудови математичної моделі та подальше її застосування для розв'язування конкретних задач називається *математичним моделюванням*.

На нашу думку, одним із основних завдань навчання вищої математики під час підготовки студентів економічних спеціальностей є навчання елементам математичного моделювання. З дидактичної точки зору математичне моделювання є сукупністю навчальних дій з розв'язування прикладних задач.

Крім того, математичне моделювання забезпечує як змістовий, так і методологічний зв'язок між дисциплінами математичного та економічного циклу.

Необхідність використання методу

моделювання обумовлюється ще й тим, що багато об'єктів досліджувати безпосередньо або зовсім неможливо, або ж це вимагає значних часових, людських та інших ресурсів. Разом із тим, метод математичного моделювання синтезує у собі цілу низку способів наукового пізнання: аналіз, синтез, узагальнення та спеціалізація, абстрагування і конкретизація, аналогія та ін. Тому, з точки зору прикладної спрямованості вищої математики, він є найбільш доцільним та ефективним для процесу становлення майбутнього спеціаліста.

Наведемо приклад задачі економічного змісту, яку доцільно розв’язати зі студентами після розгляду питання про розподіл багатства у суспільстві (тема «Інтегральне числення функції однієї незалежної змінної»).

Приклад 2. Для країни Х крива Лоренца описується рівнянням: $y = 0{,}3x^2 + 0{,}2x$. Визначте, яку частину сукупного доходу отримує 10% населення з найменшим доходом, знайдіть коефіцієнт розподілу суспільного доходу та зробіть висновок щодо стану економіки.

Розв’язання. Для того, щоб визначити, якою часткою сукупних доходів володіє 10% населення (з найменшим доходом), треба у рівняння кривої Лоренца підставити $x = 0{,}1$:

$$y(0{,}1) = 0{,}3 \cdot 0{,}1^2 + 0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}023.$$

Тобто 10% населення з найменшим доходом отримує 2,3% від сукупного доходу країни.

Обчислимо індекс Джині:

$$k_G = 2\int_0^1 (x - f(x)dx = 2\int_0^1 (x - 0{,}3x^2 - 0{,}2x)dx =$$

$$= 2\int_0^1 (0{,}8x - 0{,}3x^2)dx =$$

$$= 2(0{,}4x^2 - 0{,}1x^3)\Big|_0^1 = 0{,}8 - 0{,}2 = 0{,}6$$

Таким чином, у країні Х має місце значна нерівність розподілу доходів (перехідна економіка).

Висновки. Отже, забезпечення професійної спрямованості є найважливішим завданням навчання вищої математики у системі економічної освіти. Це завдання реалізується шляхом наповнення змісту дисципліни питаннями, які є значущими для майбутньої професії, та навчання студентів застосовувати математичний апарат до розв’язування задач економічного змісту, шляхом побудови та аналізу математичних моделей економічних явищ та процесів за допомогою відповідних рівнянь, нерівностей, їх систем тощо.

Не менш важливим є питання орієнтації форм та методів навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей на формування професійних якостей особистості. Цей аспект професійної спрямованості навчання вищої математики у системі економічної освіти потребує подальшого дослідження.

1.Апанасов П. Т. Построение системы упражнений с экономическим содержанием в курсе математики средних учебных заведений: дисс. … на соиск. учен. степ. канд. пед. наук / Апанасов Павел Терентьевич. – М., 1975. – 197 с.

2.Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П.Бевз, В.Г.Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2009. – 288 с.

3.Дутка Г.Я. Формування вмінь студентів розв'язувати прикладні задачі при навчанні математики в коледжах економічного профілю: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Ганна Яківна Дутка. – К., 1998. – 187 с.

4. Музенитов Ш.А. Воспитание экономической грамотности учащихся средствами математики в общеобразовательной школе и средних ПТУ: дисс. … канд. пед. наук / Музенитов Шота Алексеевич. – Казань, 1986. – 188 с.

5. Прокопенко Н.А. Цілі та зміст навчання векторної алгебри у системі інженерної освіти / Н.А.Прокопенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт, 2009. – № 32. – С. 95-100.

6.Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: навч. посібник для студ. спец. «Педагогіка і методика середньої освіти.

Математика»/ Л.О.Соколенко. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с.

7.Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики / Н.А.Терешин. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

8.Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: кн. для учителя / И.М.Шапиро. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

Резюме. **Ткач Ю.Н. ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ.** *В статье обосновывается необходимость профессиональной направленности обучения высшей математике студентов экономических специальностей. Отмечено, что одним из путей реализации этой направленности в системе экономического образования является наполнение содержания дисциплины «Высшая математика» вопросами, которые являются профессионально значимыми для будущих экономистов и прикладными задачами. Сделан вывод о том, что профессиональная направленность обучения высшей математике является важной задачей процесса подготовки будущих специалистов в сфере экономики.*

Ключевые слова: *профессиональная направленность, система экономического образования, высшая математика.*

Abstract. **Tkach Yu. PROFESSIONALLY-AIMED HIGHER MATHEMATICS TEACHING IN THE SYSTEM OF ECONOMIC EDUCATION.** T*he article studies the necessity of professionally-aimed of higher mathematics teaching for students of economic specialties. It is noted that one of the ways of implementing this direction within the system of economic education is the use of professionally-aimed issues, while teaching the subject of Higher Mathematics . It was concluded that professionally-aimed higher mathematics teaching is an important part of training future professionals in the economic sphere.*

Key words: *professionally-aimed training, the system of economic education, higher mathematics.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 28.02.2011 р.

ОРГАНІЗАЦІЯ КОРЕКЦІЙНОЇ РОБОТИ В ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ Й МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Д.Б.Мехед,
канд. пед. наук,
Чернігівський держ. інститут права, соціальних технологій та праці,
м. Чернігів, УКРАЇНА

У статті висвітлено питання організації корекційної роботи в процесі викладання теорії ймовірності та математичної статистики для студентів економічних спеціальностей. Розглянуто питання впровадження корекційної роботи в процес навчання студентів. Виділено цілі корекції. Сформульовано вимоги до організації корекційної роботи в ході вивчення курсів теорії ймовірності й математичної статистики.

Ключові слова: *корекція, навчальний процес, навчальні досягнення.*

Постановка проблеми. Сучасне суспільство зумовлює появу нових пріоритетів розвитку освіти, які безпосередньо впливають на розвиток освітнього простору та вимагають створення системи освіти, орієнтованої на виховання особистості, спроможної творчо мислити, генерувати нові ідеї, приймати нестандартні рішення. Засвоєння студентами економічних спеціальностей основних понять теорії ймовірностей і математичної статистики (ТІМС) набуває особливої актуальності, у світлі можливості застосування даного напрямку математики в різних галузях науки й виробництва, досягнення яких певною мірою завдячують саме швидкому розвитку теорії ймовірностей [7]. Сьогодні неможливо вказати науку, яка тією чи іншою мірою для свого розвитку не використовувала б сучасні методи теорії ймовірностей. Зокрема вони знайшли своє застосування для обґрунтування математичної та прикладної статистики, яка, у свою чергу, використовується для планування й організації виробництва, аналізу технологічних процесів тощо [3]. Ураховуючи вищезазначене, проблема організації корекційної роботи в процесі навчання студентів економічних спеціальностей ТІМС є своєчасною і актуальною.

Аналіз актуальних досліджень. Питанням математичної підготовки студентів вищих навчальних закладів присвячено чимало робіт провідних математиків-методистів (В.В.Гнеденка, В.І.Клочка, Т.В.Крилової, Л.Д.Кудрявцева, З.І.Слєпкань, В.А.Треногіна, Н. Г. Яруткіна та ін.). Дослідження стосовно контролю і коригування знань та умінь, психолого-педагогічні засади організації цих процесів висвітлено у роботах відомих психологів і педагогів С. І. Архангельського, Ю. К. Бабанського, В.М.Бочарнікової, І.Є.Булах, Н.Д.Карапузової, І.Я.Лернера, М.М.Ржецького, Л.Н.Русанової, Л.М.Фрідмана, В.А.Якуніна та ін. Проте, методика здійснення цілеспрямованої корекції знань та умінь студентів з теорії ймовірності та математичної статистики залишається малодослідженою.

Виклад основного матеріалу. Вступивши до вузу більшість студентів стикаються з проблемами регулювання власної навчальної діяльності. Вони потребують постійного контролю з боку викладачів [1, 2]. Сучасні технології навчання відзначаються інтенсивною подачею матеріалу, активною позицією й самостійністю студентів, постійним самоконтролем і самокорекцією, проблемністю [4, 5]. Підсумовуючи вищезазначене, для одержання кращих результатів керування навчально-пізнавальною діяльністю студентів доцільно здійснювати коригування їх навчальних досягнень на основі результатів контролю.

Термін „коригування” педагоги використовують у двох значеннях.

По-перше, під коригуванням розуміють процес перетворення власного досвіду студента, у результаті якого відбувається усунення недоліків у його знаннях та уміннях, а, отже, підвищення рівня його навчальних досягнень.

По-друге, під коригуванням розуміють діяльність викладача, що спрямована на перетворення власного досвіду студента [6, 10]. Крім того, системна модернізація процесу фахової підготовки студентів, реалізація програми розроблених дій щодо втілення положень Болонської декларації в навчальний процес обумовлюють особливу роль досконало розроблених викладачами навчально-методичних комплексів із дисциплін, а також введення курсів для організації самостійної роботи студентів, контролю та корекції результатів їх діяльності [9].

У зв’язку з вищезазначеним, метою статті є розробка науково обґрунтованого варіанту організації корекційної роботи в процесі навчання майбутнього економіста теорії ймовірності та математичної статистики.

У дослідженнях, присвячених проблемам удосконалення математичної підготовки у вузі [6], можна виділити два напрямки, пов'язаних із питаннями організації корекційної роботи в процесі навчання математичних дисциплін. Перший напрям пов'язаний із вивченням причин виникнення математичних помилок та їх типологізації. Другий напрямок методичних досліджень пов'язаний із вивченням методики подолання помилок і пізнавальних труднощів, розробці навчальних завдань для корекційної роботи, пошуком її найбільш раціональних методів і прийомів. Із метою проектування й упровадження в навчальний процес корекційної роботи навчальних досягнень студентів нами було виділено цілі корекції:

а) зумовлені потребою закриття зон корекції (типові помилки, можливі труднощі, прогалини в базових знаннях);

б) погоджені з цілями вивчення дисципліни;

в) диференційовані за рівнями навчальної діяльності і групами типових помилок із виділенням типів помилок.

У ході роботи сформовано банк навчальних завдань для корекції, диференційованих за рівнями навчальної діяльності й групами типових помилок, адекватних диференційованим цілям корекції, а також здійснено добір відповідних методів, форм і засобів використання навчальних завдань для корекції та контролю її результатів.

На основі аналізу науково-методичної літератури з питань корекційної роботи з математики [6], враховуючи особливості навчання у вузі студентів економічних спеціальностей [11], нами сформульовані вимоги, яких слід додержуватися при організації корекційної роботи в ході вивченні курсів ТІМС:

1. Корекційна робота в процесі навчання має проектуватися як технологія: цілі корекції повинні бути виражені в діях студента або еталонах цих дій, які можна діагностувати; зміст корекції – у навчальних завданнях адекватних цілям; в організації ходу навчального заняття повинен бути акцент на диференційовану самостійну роботу студентів із підготовленим навчальним матеріалом; контроль засвоєння знань і способів діяльності повинен здійснюватися в трьох видах: вхідний, поточний або проміжний і підсумковий; результатом корекції мають бути позитивні зміни рівня навчальних досягнень студентів.

2. Цілі корекції повинні бути:

а) спроектовані за категоріями: знання, розуміння, уміння;

б) узгоджені з цілями вивчення дисципліни;

в) диференційовані за рівнями навчальної діяльності і групами типових помилок та можливими труднощами на кожному з них.

3. Методами організації корекційної роботи в процесі навчання повинні бути:

а) самостійне розв’язання навчальних завдань (колективно, у групі, індивідуально);

б) обговорення результатів виконання навчальних завдань на корекцію (на колективних та індивідуальних заняттях);

в) повторне вивчення теоретичного матеріалу і т. ін.

4. Контроль результатів корекції пови-

нен здійснюватися в наступних формах:

а) контроль викладачем результатів корекції за допомогою навчальних завдань;

б) контроль роботи над помилками і результатами корекції на практичних заняттях, їх аналіз;

в) самоконтроль студентами результатів корекційної роботи з допомогою тестів засобами інформаційно-комунікативних технологій.

5. Для оцінки результатів корекційної роботи за параметром рівня засвоєння матеріалу, що вивчається, використовуються самостійні та контрольні роботи (у тому числі різнорівневого характеру) і тести.

Рівні засвоєння визначаються виділеними рівнями в технології діяльнісного підходу.

Схема організації процесу корекції на основі сформульованих вимог з використанням банку навчальних завдань, адекватних спроектованим цілям, вибору методів, форм і засобів корекційної роботи в навчальному процесі зображена на рис. 1.

Рис. 1. Схема організації корекційної роботи
у процесі навчання студентів теорії ймовірності та математичної статистики.

У процесі викладання курсу ТІМС у студентів економічних спеціальностей нами було виділено основні групи помилок і труднощів, пов'язаних з визначеннями понять або з аналізом структури і доведенням математичних пропозицій.

Кожна з груп помилок у свою чергу складається з підгруп відповідно до рівнів навчальної діяльності. Для кожної виділеної підгрупи вказуються основні причини типових помилок і труднощів та підбираються відповідні завдання для корекції на формування знання, розуміння, умінь і навичок. Особлива увага приділяється конструюванню завдань, спрямованих на осмислення студентами своїх дій, завдань на рефлексію навчальної діяльності. У систему рефлексивних завдань включені задачі на конструювання контрприкладів.

Висновки. Основними напрямами вдосконалення корекційної роботи в процесі навчання ТІМС повинні бути: діяльність викладача з аналізу змісту типових помилок і причин їх виникнення, класифікації помилок; організація діяльності студентів із попередження й ліквідації помилок за допомогою комплексу навчальних завдань, у тому числі на рефлексію. Підвищенню рівня математичної підготовки майбутніх економістів у процесі навчання ТІМС сприяє своєчасна корекційна робота, основними компонентами якої є: цілі корекції, диференційовані за групами типових помилок і рівнями навчальної діяльності; банк навчальних завдань для корекції, адекватних спроектованим цілям корекції; методи, форми і засоби організації корекційної роботи в процесі навчання і контроль її результатів.

Майбутні напрями подальшої теоретичної та практичної роботи полягають у розробці та впровадженні у навчальний процес системи корекції навчальних досягнень студентів, заснованої на використанні сучасних інформаційно-комунікаційних технологій.

1. Алферов А.Д. Психология развития школьника: Учеб. пособие для студентов вузов / А.Д.Алферов. – Ростов н/Д.: Феникс, 2000. – 383 с.

2. Власенко К.В. Формування цілепокладання під час навчання вищої математики майбутніх інженерів-машинобудівників / К.В.Власенко, Л.А.Ісакова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 34. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2010. – С. 7 – 14.

3. Гончаренко Я.В. Система задач з початків теорії ймовірностей та вступу до статистики і методика їх розв'язання / Я.В.Гончаренко, І.Д.Чепорнюк // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2007. – С. 94 – 99.

4. Гуружапов В.А. До питання співвідношення психологічної діагностики і корекції навчальної діяльності на заняттях з математики / В.А.Гуружапов // Психологічна наука і освіта, 2000. - № 2. - С. 62.

5. Ігнатенко М.Я. Методологічні та методичні основи активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів старших класів при вивченні математики: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед. наук: спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / М.Я.Ігнатенко. – К., 1997. – 38 с.

6. Кондратьєва О. М. Методична система контролю і коригування знань та умінь студентів технічних спеціальностей у процесі навчання вищої математики : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / О.М.Кондратьєва. - К., 2006. – 19 с.

7. Корнещук В.В. Использование профессионально ориентированных вероятностных задач в подготовке студентов экономических специальностей / В.В.Корнещук, В.Н.Шинкаренко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 34. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2010. – С. 53 – 57.

8. Полякова Н.М. Підвищення ефективності викладання математики і інформатики як результат поєднання інноваційних і традиційних технологій навчання / Н.М.Полякова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 29. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2008. – С. 70 –75.

9. Скафа О.І. Теоретико-методологічний аспект адаптації студентів до навчання за кредитно-модульною системою /

О.І.Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2007. – С. 21 –24.

10. Шарко В.Д. Методологічні засади сучасного уроку: посібник для студентів, керівників шкіл, вчителів, працівників післядипломної освіти / В.Д.Шарко. – Херсон: Вид-во ХНТУ, 2009. – 120 с.

11. Фомкіна О.Г. Особливості планування занять з математики в економічному вузі // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 15. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2001. – С. 63-68.

Резюме. **Мехед Д.Б. ОРГАНИЗАЦИЯ КОРРЕКЦИОННОЙ РАБОТЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ.** *В статье рассмотрены вопросы организации коррекционной работы в процессе преподавания теории вероятности и математической статистики для студентов экономических специальностей. Рассмотрены вопросы внедрения коррекционной работы в процесс обучения студентов. Выделены цели коррекции. Сформулированы требования к организации коррекционной работы в ходе изучения курсов теории вероятности и математической статистики.*

Ключевые слова: *коррекция, учебный процесс, учебные достижения.*

Abstract. **Mekhed D. ORGANIZATION OF CORRECTION WHILE TEACHING THE THEORY OF PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS TO STUDENTS OF ECONOMICS.** *The article highlights the issues of correction practice in teaching the theory of probability and mathematical statistics to students of economics. The question of implementing correction practice in the process of teaching is considered by the author. The target of correction practice are determined. The requirements to the organization of correction practice during the study course of probability theory and mathematical statistics is stated.*

Key words: *adjustment, learning process, educational attainment.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 27.03.2011 р.

СКЛАДОВІ КУЛЬТУРИ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Н.В.Євтушенко,
старший викладач,
Чернігівський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти ім. К.Д. Ушинського,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Розглядається сутність і складові культури вчителя математики, а саме: «загальна культура», «педагогічна культура», «математична культура», «інформаційна культура».

***Ключові слова**: феномен культури, культура особистості, загальна культура вчителя, професійна культура, інтелектуальна культура.*

Постановка проблеми. Характерною ознакою сьогодення є докорінні зміни у парадигмі й методології освіти. Сучасні тенденції розвитку гуманістичної освіти визначають освіту як привнесення культури у життя суспільства та породження культурних форм, а не просто їх трансляцію. Зміст освіти сьогодні – це не тільки знання, навички й уміння у певній освітній галузі, а загальнолюдська культура, яка знаходить вираження у цій освітній галузі. Відповідно до цього на сучасному етапі розвитку суспільства відбуваються зміни пріоритетів у підготовці вчителів. З'являється новий ідеал фахівця: «людини культури», яка, крім фахової майстерності, є носієм високого рівня загальної культури.

Аналіз актуальних досліджень. Проблему загальної культури особистості розглянуто у дослідженнях Т.Адуло, В.Л.Беніна, В.Біблера, Л.Буєвої, І.О.Зимньої, О.В.Картатих. Методологічні дослідження ідеї культурологічного підходу в освіті досліджували: М.М.Бахтін, В.С.Біблер, Е.В.Бондаревська, М.С.Каган, А.Ф.Лосєв. Питання формування і розвитку загальнокультурної компететності особистості розкривається у наукових працях С.Л.Троянської, Т.В.Єжової, О.В.Єгоршиної, Л.А.Веселової, В.О.Швеця. Складові професійної культури вчителя математики детально схарактеризовані в монографії Г.О.Михаліна.

Мета статті – розглянути окремі складові феномену культури та визначити їх місце у культурі вчителя математики.

Виклад основного матеріалу. Культура – явище складне, багатоаспектне і багатогранне. Слово культура (від лат. *cultura* – догляд, поліпшення) спочатку стосувалося обробки землі і т.ін. Згодом цей термін став позначати виховання, освіченість людини. У словнику В. Даля слово «культура» тлумачиться як «обробка і догляд; освіта розумова і моральна». У сучасній літературі термін «культура» визначається як:

- контент, у якому відбувається становлення особистості [1];
- результат і засіб розвитку особистості та суспільства [7].

У міжнародному словнику Вебстера [9] культура розглядається як:

- загальна сукупність результатів людської діяльності, що відображається у думках, мові, реальних речах і залежить від здатності людини вивчати та передавати знання наступним поколінням за допомогою знарядь, мови й абстрактного мислення;
- комплекс типових видів поведінки чи стандартних соціальних характеристик, притаманних якійсь конкретній групі, роду діяльності, професії, статі, віку, класу.

Кожне з тлумачень має свою методологічну цінність залежно від тих досліджуваних завдань, що ставить дослідник. Для нашого дослідження у розумінні складного феномену «культура» будемо послуговуватися системним, ціннісним, діяльнісним та особистісним підходами:

1. Системний підхід до розуміння культури розглядає її як особливу сферу буття і складне цілісне утворення, що за своєю сутністю являє собою систему систем.

2. Ціннісний підхід визначає культуру як сукупність реальних і духовних ціннісних об'єктів, надбань суспільства, які виражають історично досягнутий рівень розвитку суспільства й людини і виникають у результаті діяльності.

3. Особистісний підхід полягає у тому, що до поняття культури підходять з позиції людської особистості, розуміючи під культурою низку властивостей і якостей, рівень освіченості, вихованості, а також рівень оволодіння якоюсь галуззю знань або діяльністю соціального об'єкта.

4. Діяльнісний підхід до дефініції культури характеризує культуру як сукупність засобів з перетворення особистісних сил і здібностей в об'єктивно значимі цінності.

Як бачимо, кожне з тлумачень розкриває феномен культури через рівень розвитку особистості та оволодіння певною галуззю знань і відповідним видом діяльності. Це означає, що культура конкретної особи залежить від її віку і особистісних надбань протягом життєдіяльності. Дослідники визначають сутність поняття «культура» відповідно до різних вікових категорій (від дошкільного віку до студентів і фахівців).

Стосовно учнів загальноосвітніх навчальних закладів найбільш характерним є твердження, що культура особистості – це дотримання етичних норм поведінки (ввічливість, пристойний зовнішній вигляд тощо). Серед найважливіших рис культури особистості учнів найчастіше відзначають також знання літератури, історії, мистецтва, а останнім часом ще й знання рідної та іноземних мов і комп'ютерну грамотність [1].

До основних характеристик дорослої культурної людини відома російська дослідниця І.О. Зимня [6] відносить:

- повагу до гідності іншої людини і збереження власної гідності у різноманітних ситуаціях соціальної взаємодії (побутової, професійної, суспільної), тобто культура особистості, саморегуляції;
- адекватність людини (зовнішній вигляд, манера поведінки, спілкування) відповідно до ситуацій побутового, професійного, суспільного характеру взаємодії;
- дотримання етно-соціокультурних традицій, звичаїв, норм, етикету, відносин, соціальної взаємодії;
- актуальна готовність використання загальнокультурного індивідуального фонду знань, сформованого змістом повної середньої та вищої освіти в процесі вирішення завдань соціальної взаємодії;
- потреба задоволення і продовження особистісного соціокультурного (морального, інтелектуального, естетичного тощо) розвитку і саморозвитку;
- орієнтування в основних ціннісно-смислових домінантах сучасного світу, суспільства; в основних напрямках історії та збереження культурного життя світу, країни (живопис, музика, література і т.ін.);
- соціальна відповідальність за себе, свою поведінку, відповідальність за благополуччя інших.

Отже, культура – складне, інтегроване, динамічне утворення особистості, що формується під різними впливами і за певних умов протягом усього життя людини. Визначальними для дорослої людини є: культура особистості та особистісного самовизначення; культура життєдіяльності та соціального буття; культура інтелектуальної та предметної діяльності.

Головним чинником становлення культури всього суспільства визначається *загальна культура особистості* – необхідний комплекс загальнокультурних і загальнонаукових знань, ціннісних уявлень, універсальних засобів пізнання, мислення, форм практичної діяльності. Цей комплекс складає духовно-моральний та інтелектуально-діяльнісний зміст особистості, визначає життєві інтереси і переконання людини, сприяє гармонічному включенню особистості у природу і суспільство.

Вважаємо, саме загальна культура є однією з визначальних складових культури вчителя. У повній мірі це стосується і вчителя математики. На підтвердження цієї тези покажемо, як широко тлумачить це поняття, російська дослідниця І.О.Зимня. «Загальна культура людини є єдине ціле, що включає:

а) внутрішню культуру, яка визначається власне особістісними, діяльнісними та інтерактивними особливостями людини, вихованими у сім'ї та системою освіти;

б) освіченість як освоєну сукупність знань, що характеризується системністю, широтою, всебічністю і глибиною» [3].

Учитель завжди діє в межах загальнокультурних цінностей, будучи одночасно об'єктом культурних впливів зовні і суб'єктом – творцем цінностей педагогічної діяльності. Крім загальної культури, яка має бути притаманна кожному члену суспільства, незважаючи на його фахову належність, учитель повинен мати високого рівня професійну культуру і керуватися нею у своїй педагогічній діяльності.

Професійна культура – це той комплекс знань, умінь і навичок, наявність яких робить фахівця кожного виду діяльності майстром своєї справи.

Професійна культура – це складна інтегративна якість особистості, «сукупність інтелектуальних, духовних, творчих здібностей, якостей і властивостей особистості та стилю діяльності, який передбачає усталений спосіб життя, сформовану на основі загальних і специфічних професійних знань загальну культуру, позитивний досвід, що дозволяють особистості ефективно та якісно вирішувати професійні завдання» [6].

Подаючи характеристику *професійної культури вчителя математики*, Г.О.Михалін визначає її основні компоненти (математичну, методичну, педагогічну, психологічну, інформаційну, мовну і моральну складові) та підкреслює, що професійна культура цілком визначається рівнем освіченості і вихованості людини та рівнем володіння галуззю діяльності вчителя математики.

Нескладно помітити, що загальна і професійна культура у конкретної людини можуть бути різними.

Наприклад, учитель математики, який володіє високою професійною культурою у плані загальної культури, може характеризуватися прямо протилежним чином. І навпаки, не кожна людина, яка характеризується високою загальною культурою, має високий рівень професійної культури. Остання має свої особливості, характеристики, компоненти.

Важливою характеристикою вчителя, складовою його професійної підготовки є *педагогічна культура*, яка включає педагогічну майстерність, педагогічні знання і вміння, бажання і потребу до самовдосконалення, педагогічну творчість, педагогічний досвід тощо. До складників педагогічної культури відносять також педагогічну ерудицію та інтелігентність, вміння поєднувати педагогічну і наукову діяльність, систему професійно-педагогічних якостей, педагогічне спілкування і поведінку, вимогливість. Учитель з високим рівнем педагогічної культури має розвинуте педагогічне мислення та свідомість, володіє творчим потенціалом і є осередком світового культурно-історичного досвіду.

Т.Іванова [4] вважає, що педагогічна культура – це інтегральна якість особистості учителя, що проектує його загальну культуру у сферу професії; це синтез високого професіоналізму та внутрішніх властивостей педагога, володіння методикою викладання та наявність культурологічних здібностей.

У педагогічній культурі вчителя вона виокремлює такі компоненти: висока загальна культура, *інтелектуальна культура*, культура зовнішнього вигляду, культура мови, культура почуттів та культура, спілкування, культура безперервного самовдосконалення.

Для вчителя важливо оволодівати певною інтелектуальною культурою або культурою «вияву інтелекту» (у тому числі розуму). На думку О.Я.Митника, *інтелектуальна культура особистості* – це характеристика діяльності людини у сфері мислення, у процесі якої здійснюється взаємодія з навколишнім світом, іншими людьми, а в результаті відбувається створення чогось нового на об’єктивному чи суб’єктивному рівні [5].

Особливості педагогічної культури вчителя визначаються специфікою професійної діяльності та власне самого фахового предмета. Для вчителя математики важливим компонентом культури є *математична культура*. Розглядаючи формування математичної культури в умовах фахової підготовки студентів, Т.Г.Захарова так розкриває зміст цього виду культури: «Математична культура є складною, генетично і соціально детермінованою системою, невід'ємною від загальнолюдської культури, інтеграційним особистісним утворенням кваліфікованого фахівця і характеризується наявністю у нього достатнього запасу математичних знань, переконань, навичок і норм діяльності, поведінки в сукупності» [2].

До найбільш важливих характеристик математичної культури особи, крім власне математичних знань і умінь їх застосовувати, Т.Г.Захарова відносить філософію математики (цілісне усвідомлення математичного знання, світогляд, цінності), рефлексію, готовність до саморозвитку.

На культуру сучасного вчителя, і особливо вчителя математики, суттєвий вплив здійснюють особливості життєдіяльності і підготовки підростаючого покоління в умовах інформаційного суспільства. Саме тому складовою частиною загальної культури вчителя вважають інформаційну культуру, яка орієнтована на інформаційне забезпечення всіх видів професійної діяльності і передбачає знання основних засобів представлення інформації, а також уміння ефективно застосовувати їх на практиці [8].

На основі проведеного аналізу психолого-педагогічної літератури можемо стверджувати, що існує кілька підходів до тлумачення понять «культура», «загальна культура», «професійна культура», «інтелектуальна культура» та співвідношень між ними. Наприклад, Г.О.Михалін розмежовує поняття загальної та інтелектуальної культури і вважає, що професійна культура повністю вичерпується ними.

На нашу думку, співвідношення між змістом понять культура, загальна культура, професійна культура, інтелектуальна культура можна подати у вигляді діаграми, зображеної на рис. 1.

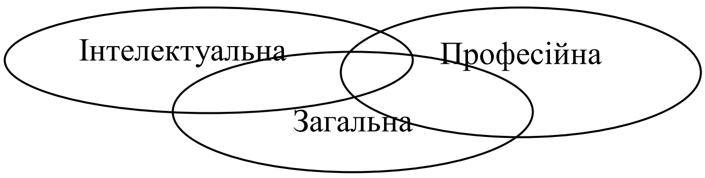


Рис. 1

У контексті нашого дослідження будемо розглядати математичну культуру як складову інтелектуальної, педагогічну як складову професійної, а інформаційну як складову загальної культури.

Висновки. Формування і розвиток культури вчителя математики складний і багатовекторний процес. Він буде проходити успішно в тому випадку, якщо в учителя буде відпрацьована готовність жити за законами культури.

1.Болгарина В.С. Культурологічний підхід до управління школою / В.С.Болгарина. – Х.: Вид. група «Основа», 2006. – 112 с. – (Б-ка журн. «Управління школою»; Вип. 5 (41)). – С. 28

2. Захарова Т.Г. Формирование математической культуры в условиях профессиональной подготовки студентов вуза: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Татьяна Григорьевна Захарова: Саратов, 2005 173 с.

3. Зимняя И.А. Общая культура и социально-профессиональная компетентность человека / И.А.Зимняя. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www. bestreferat.ru / referat – 76663. Html

4. Иванова Т.В. Формирование педагогической культуры будущего учителя (на материале дисциплин педагогического цикла): авто-

реф. дис... канд. пед. наук/ Т.В.Иванова. – Волгоград, 1991. – 18 с.

5. Митник О.Я. Основні завдання та поняттєвий апарат експериментального дослідження Всеукраїнського рівня / О.Я.Митник [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www. ippo.org.ua/files/.

6. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу / Г.О.Михалін. – Київ. НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2003. – 320с.

7. Основы идеологии белорусского государства: учеб. для вузов / под. ред. С.Н.Князева, С.В.Решетникова. – Мн.: Академия управления при Президенте Республики Беларусь, 2004. – 690 с.

8. Тутова О.В. Формування інформаційної культури майбутнього вчителя математики / О.В.Тутова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2007. – Вип. 28. – С. 100 – 104.

9. Webster's Third New International Dictionary of the English Language – Springfield. MA:G&C Merriam Co, 1980. – p. 759.

Резюме. **Евтушенко Н.В. СОСТАВЛЯЮЩИЕ КУЛЬТУРЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ.** *Рассматривается сущность и составляющие культуры учителя математики, а именно: «педагогическая культура», «математическая культура», «информационная культура».*

Ключевые слова: *культура личности, общая культура учителя математики, профессиональная культура, интеллектуальная культура.*

Abstract. **Yevtushenko N. THE COMPONENTS OF THE CULTURE OF A MATHEMATICS TEACHER.** *The essence and constituents of the culture of a Mathematics teacher are presented, namely such components as «professional culture», «pedagogical culture», «mathematical culture», «informative culture».*

Key words: *phenomenon of culture, culture of personality, general culture of a teacher, professional culture, intellectual culture.*

Стаття представлена професором В.Г.Бевз.
Надійшла до редакції 11.03.2011 р.

ЗАСТОСУВАННЯ ІКТ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ ЯК ОДИН ІЗ НАПРЯМІВ ПІДВИЩЕННЯ ПЕДМАЙСТЕРНОСТІ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Л.В.Грамбовська,
канд. пед. наук,
Чернігівський інститут
післядипломної педагогічної освіти ім. К.Д.Ушинського,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Упровадження інформаційно-комунікаційних технологій у навчальний процес є одним із напрямів підвищення фахової кваліфікації вчителів математики. Як приклад розглянуто методику навчання розв'язуванню геометричних задач на побудову із застосуванням динамічної геометрії GRAN 2D.

Ключові слова: *педагогічна майстерність, динамічна геометрія, динамічна модель, навчальне дослідження.*

Постановка проблеми. Одним із важливих напрямів реформування системи освіти залишається створення умов для професійної перекваліфікації та освіти упродовж усього життя [9, с. 16]. Важливою дана теза є і для вчителів загальноосвітніх шкіл, зокрема математики, які у силу фаху повинні не тільки вміти вчити інших, але й самі не втрачати вмінь та навичок самоосвіти та самовдосконалення, систематично підвищувати рівень власної педмайстерності.

Актуальність проблеми. На шляху вирішення поставленої проблеми особливого значення набуває система післядипломної освіти, яка здійснює підвищення фахового рівня вчителів та допомагає їм оволодівати новими вміннями та навичками, відповідно до вимог сьогодення. На сучасному етапі розвитку освіти учитель повинен володіти інформаційними технологіями на професійному рівні, уміти упроваджувати їх у навчальний процес, математики зокрема.

Серед великого розмаїття ППЗ навчального призначення, які доцільно використовувати у процесі вивчення шкільної математики, виділимо ті, що умовно можна віднести до програмних засобів типу «динамічна геометрія», а саме: Cabri, GRAN 2D, DG, Geogebra та інші.

Огляд результатів і публікацій з теми дослідження. Проблемами застосування ППЗ динамічної геометрії у навчальному процесі займалися М.І.Жалдак, Ю.В.Горошко [4], С.А.Раков [10], О.П.Зеленяк [5], Є.Ф.Вінниченко, А.О.Костюченко [7], Т.Г.Крамаренко [8], С.Є.Яценко [2], Л.В.Грамбовська [1-3] та інші. Разом із тим, навчання вчителів застосовуванню ППЗ зазначеного типу у професійній діяльності через систему післядипломної освіти потребує ще свого вирішення.

Мета статі. Висвітлення методики навчання розв'язуванню задач на побудову із застосуванням ППЗ динамічної геометрії як одного із напрямів підвищення фахової кваліфікації вчителів математики.

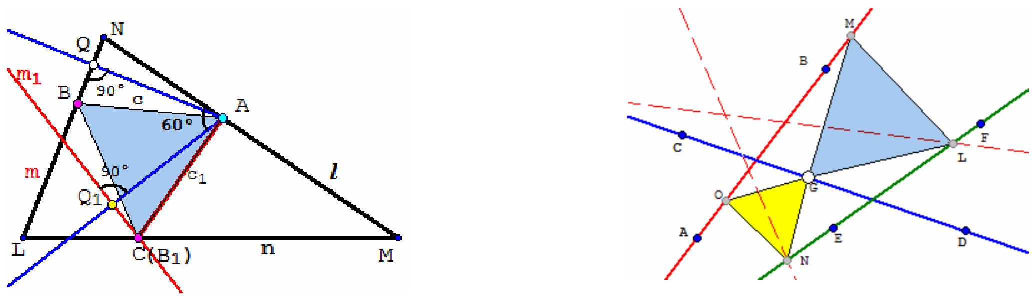
Виклад основного матеріалу. Рівень фахової підготовки вчителя математики, його педмайстерність можна оцінювати як за традиційними критеріями, так і за уміннями заохочувати учнів до вивчення предмету шляхом організації пошуково-дослідницької діяльності. Застосування ППЗ типу «динамічна геометрія» дозволяє вчителю математики відточувати саме такі вміння. Для прикладу розглянемо методику розв'язування планіметричної задачі на побудову із застосуванням зазначених

ППЗ.

Зазвичай, розв'язування задач на побудову є достатньо складним процесом і викликає значні труднощі. Традиційно задачі такого типу розв'язуються у чотири етапи: аналіз, побудова, доведення і дослідження. На кожному з етапів об'єктивно існують певні утруднення. Так на етапі аналізу важливо правильно висунути гіпотезу щодо того, як побудувати шукану фігуру. Крім того, на цьому етапі особливого значення набуває вміння аналізувати умову задачі та виділяти об'єкт або їх сукупності, що підпадають під умову. На другому етапі за знайденим алгоритмом відбувається побудова шуканої фігури. Зазвичай на цьому етапі закінчується розв'язування задачі на побудову. Достатньо часто підхід до розв'язування однієї і тієї самої задачі у різних авторів відрізняється тільки відшуканням іншого алгоритму побудови. Разом із тим, у різних посібниках, якими може користуватися вчитель, досить рідко зустрічаються доведення того, що побудована фігура є шуканою, і лише в окремих випадках здійснюється дослідження отриманого результату та виявлення меж існування розв'язку, якщо такий існує.

Використовуючи у професійній діяльності різноманітні посібники, де висвітлені не всі етапи розв'язування задачі на побудову, у вчителя може скластися враження, що деякі етапи загалом можна опускати. Доводити начебто не потрібно, бо це випливає з алгоритму побудови, а дослідження не потрібне тому, що начебто існування розв'язку є очевидним. Але, чи дійсно це так? Для прикладу розглянемо добре відому задачу на побудову, яка може мати, наприклад, таку фабулу.

Задача 1. *Дано три прямі l, m, n та точка A на прямій l. Побудувати рівносторонній трикутник так, щоб його вершини лежали на трьох заданих прямих, причому одна з них знаходилася в заданій точці A* [6, с. 34-35]. В авторському розв'язку задачі наведені лише етапи аналізу і побудови шуканого трикутника, причому сам розв'язок ілюструється зображенням (див. рис. 1,а).



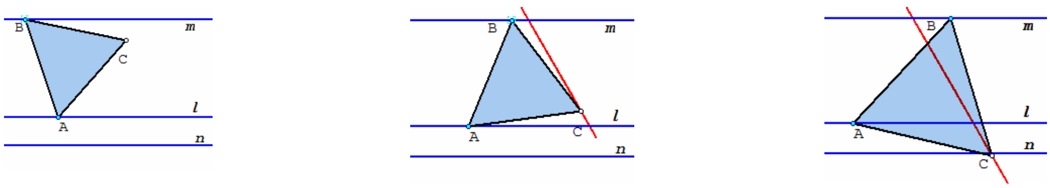
а) б)

Рис. 1

Звернемо увагу на те, що серед усіх можливих (довільних) прямих *l, m, n* автори «вихопили» тільки ті прямі, що попарно перетинаються та й у перетині утворюють гострокутний трикутник. З малюнку «очевидним» є те, що задача 1 має один розв'язок (рис. 1,а). Аналогічну задачу можна знайти у посібнику Т.Г.Крамаренко [8], але розв'язок вже представлений на прямих, що перетинаються довільним чином (дивись рис. 1,б, дані прямі – це *AB, CD, EF*). Науковець також наводить лише алгоритм побудови шуканого трикутника. З рисунку 1,б, який ілюструє авторський розв'язок задачі 1, абсолютно «очевидним» є те, що шуканих трикутника вже буде два, а отже, маємо два розв'язки. Загалом, якщо пригадати, що три довільні прямі можуть бути ще й паралельними, то виникає нова задача, яку разом з оригінальним розв'язком можна знайти, наприклад, у посібнику М.І.Жалдака і Ю.В.Горошка [4] або у статі Л.В.Грамбовської [1].

Наведені інтерпретації задачі 1 говорять про те, що дана добре відома задача вже на етапі аналізу потребує свого більш ретельного дослідження у частині з'ясування, приміром, таких питань: *Чи завжди можна вписати правильний трикутник у три довільні прямі, якщо вони перетинаються довільним чином, або загалом не перетинаються? Можливо, це різні задачі, а тому фабула задачі 1 потребує свого уточнення? Якщо це різновиди однієї і тієї самої задачі, то скільки розв'язків у кожному конкретному випадку може мати задача 1?* Цікавим також є запитання: *Чи впливає розміщення точки A на обраній прямій на існування розв'язку задачі 1?* Для з'ясування поставлених запитань, вчителю доцільно розбити задачу 1 на дві частини: 1) прямі *l, m, n* паралельні і 2) принаймні дві з прямих *l, m, n* непаралельні. Розглянемо випадок, коли прямі паралельні.

Задача 2. *Побувати правильний трикутник так, щоб всі його вершини лежали на трьох заданих паралельних прямих l, m, n, причому одна з них знаходилася в заданій точці* $A \in l$. **Динамічну модель** до задачі вчитель заздалегідь може побудувати у середовищі ППЗ GRAN 2D, наприклад, так. 1) Побудувати три паралельні прямі *l, m, n.* 2) «Прикріпити» точки *A* і *B* до прямих *l, m* відповідно. 3) Використовуючи інструменти ППЗ, на відрізку *AB* як на стороні побудувати правильний трикутник (рис. 2, а). 3) Використовуючи меню ППЗ «властивість точок», вибрати команду «залишати динамічний слід» для точки *C* трикутника *ABC*.

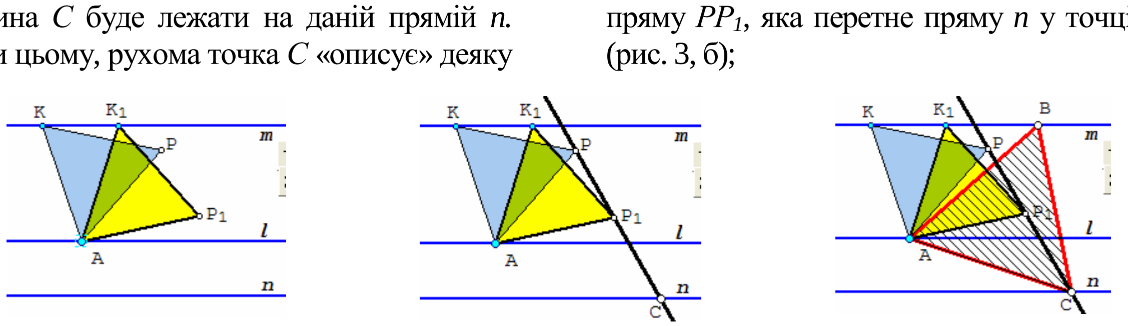


а) б) в)

Рис. 2

Етап аналізу. Для того, щоб розв'язання задачі «з'явилося» прямо на очах учнів, вчителю доцільно поступити так. Використовуючи курсор, почати змінювати положення однієї з «прикріплених» точок, наприклад *B* на прямій *m* (рис. 2, б). У результаті будуть автоматично змінюватися і розміри ΔABC (рис. 2, а-в). Працюючи таким чином з моделлю, вчитель має змогу наочно показати учням, що серед «рухомих» ΔABC знайдеться такий, у якого вершина *C* буде лежати на даній прямій *n.* При цьому, рухома точка *C* «описує» деяку пряму *k*, яка перетинає всі три задані паралельні прямі.

Етап побудови. У результаті подібної роботи, вчитель може наштовхнути учнів на висування гіпотези: щоб побудувати шуканий трикутник, необхідно: 1) на прямій *l* вибрати довільно точку *A*, на прямій *m* вибрати дві довільні точки, *K* і K_1; 2) на відрізках *AK* і AK_1 як на сторонах побудувати два правильних трикутники *AKP* і AK_1P_1 (рис. 3, а); 3) через точки *P* і P_1 провести пряму PP_1, яка перетне пряму *n* у точці *C* (рис. 3, б);



а) б) в)

Рис. 3

4) на відрізку AC, як на стороні, побудувати правильний трикутник вершина якого і буде лежати на заданій прямій m (рис. 3, в).

Перш ніж вчитель перейде до ***доведення*** того, що ΔABC – шуканий, доцільно звернути увагу учнів на такий факт. При розв'язанні задачі 2 запропонованим способом «з'явилася» деяка пряма PP_1, яка перетинає три задані паралельні прямі. Можна зробити припущення, що ця пряма є важливим ланцюжком у пошуку розв'язання як задачі 2, так і задачі 1. Тому: 1) *доведемо, що вершина P* ΔAKP *описує саме пряму; 2) з'ясуємо, під яким кутом пряма* PP_1 *перетинає прямі* l, m, n.

Доведення. 1) Виберемо прямокутну систему координат xOy так: $A(0;0)$, $K(a;m)$, $P(x;y)$. Обчислимо координати векторів: $AK(a;m)$, $AP(x;y)$ (рис. 4, а). Знайдемо:

$$\overline{AK}\cdot\overline{AP}=$$
$$AK\cdot AP\cdot\cos\angle KAP=AK^2\cdot\cos 60^0,$$

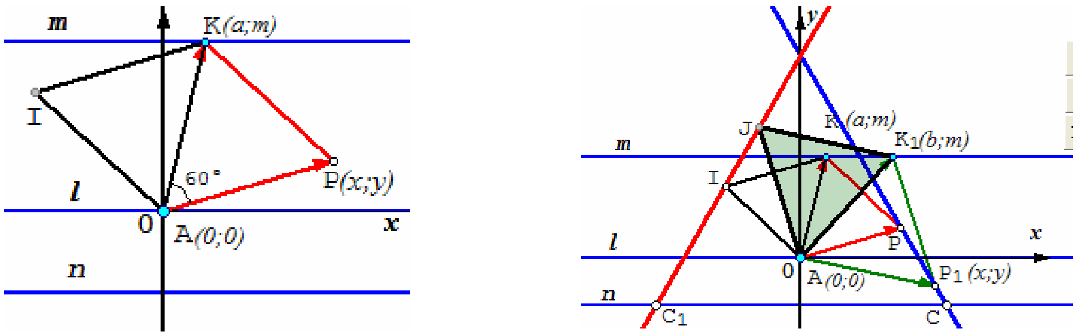
так як $AK=\sqrt{a^2+m^2}$, то

$$\overline{AK}\cdot\overline{AP}=(a^2+m^2)\cdot\frac{1}{2}.$$

Але $\overline{AK}\cdot\overline{AP}=ax+my$.

Маємо: $\frac{1}{2}(a^2+m^2)=ax+my$ (1). Виразимо з (1) змінну y: $y=-\frac{ax}{m}+\frac{a^2+m^2}{2m}$.

Так як $-\frac{a}{m}=const=k$ та $\frac{a^2+m^2}{2m}=const=b$, то отримаємо: $y=kx+b$ – що є рівнянням прямої.



а) б)

Рис. 4

Отже, маємо важливий висновок: при русі вершини B уздовж прямої m правильного ΔABC *(у якого вершина A є фіксованою), вершина C теж рухається по прямій (дивись мал. 3, б).*

2) Розглянемо ΔAKP, $AK=AP$, $AK=\sqrt{a^2+m^2}$, $AP=\sqrt{x^2+y^2}$. Маємо: $\sqrt{a^2+m^2}=\sqrt{x^2+y^2}$ (2). Складемо систему рівнянь з (1) і (2) та розв'яжемо її відносно x, y. $\begin{cases}\frac{1}{2}(a^2+m^2)=ax+my,\\ a^2+m^2=x^2+y^2.\end{cases}$ (3). З (1) виразимо, наприклад, змінну x, підставимо її у (2) та розв'яжемо рівняння відносно y: $y_{1,2}=\frac{m\pm a\sqrt{3}}{2}$. Тоді система (3) має розв'язки: $x_1=\frac{a-m\sqrt{3}}{2}$,

$$y_1=\frac{m+a\sqrt{3}}{2};\ x_2=\frac{a+m\sqrt{3}}{2},$$

$y_2=\frac{m-a\sqrt{3}}{2}$, де $(x_1;y_1)$ та $(x_2;y_2)$ – координати точки P. Тобто, на відрізку AK як на стороні можна побудувати два різних трикутники, наприклад, ΔAKI і ΔAKP з вершинами у точках $I(x_1;y_1)$ та $P(x_2;y_2)$ відповідно (рис. 4, а).

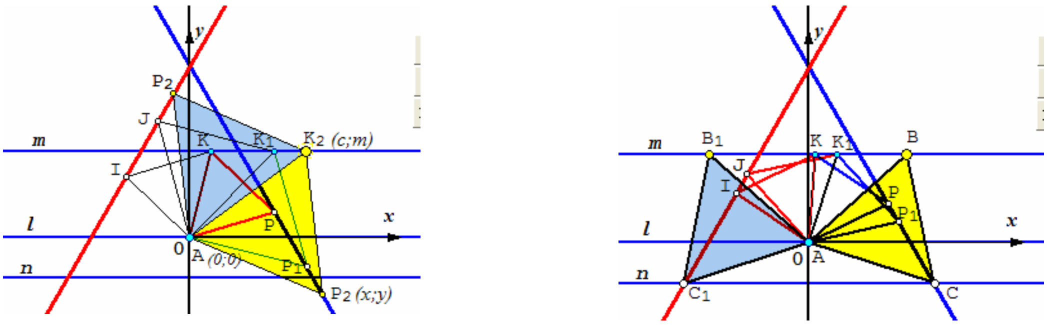
Внесемо в цю саму систему координат ΔAK_1P_1 так: $A(0;0)$, $K_1(b;m)$, $P_1(x;y)$ (рис.4, б). За аналогією з попереднім, на відрізку AK_1, як на стороні можна побудувати два різних правильних трикутники ΔAK_1P_1 та ΔAK_1J, у яких координати вершин $J(x_1^1;y_1^1)$ і $P_1(x_2^1;y_2^1)$ такі: $x_1^1=\frac{b-m\sqrt{3}}{2}$, $y_1^1=\frac{m+b\sqrt{3}}{2}$ та $x_2^1=\frac{b+m\sqrt{3}}{2}$, $y_2^1=\frac{m-b\sqrt{3}}{2}$. Пари точок P,P_1 та I,J задають дві різні прямі (рис.4,б). Знайдемо рівняння прямої PP_1, за формулою: $\frac{x-x_2}{x_2^1-x_2}=\frac{y-y_2}{y_2^1-y_2}$ (4),

де $P(x_2;y_2)$, $P_1(x_2^1;y_2^1)$,

$$\begin{cases} x_2=\frac{a+m\sqrt{3}}{2}, \\ y_2=\frac{m-a\sqrt{3}}{2}, \end{cases} \text{ і } \begin{cases} x_2^1=\frac{b+m\sqrt{3}}{2}, \\ y_2^1=\frac{m-b\sqrt{3}}{2}, \end{cases} \quad (5).$$

Підставимо формули (5) у рівняння (4). Після спрощень рівняння (4) буде мати вигляд: $y=-\sqrt{3}x+2m$, де кутовий коефіцієнт $k=-\sqrt{3} \Rightarrow \alpha=120^0$. Тобто пряма PP_1 перетинає вісь Ox під кутом 120^0. Отже, пряма PP_1 утворює з прямими l, m, n кути 120^0 і 60^0. За аналогією, рівняння прямої IJ буде мати вигляд: $y=\sqrt{3}x+2m$, де $k=\sqrt{3}$. Пряма IJ перетинає прямі l, m, n під кутами 60^0 і 120^0. Зауважимо, що при виведенні рівняння прямих IJ та PP_1 мало значення те, що вершини K, K_1 ΔAKI і ΔAKP або ΔAK_1J і ΔAKP_1 лежали на одній прямій m, при цьому розташування (існування) прямих l і n не мало значення. Цей факт доцільно використати при розв'язанні задачі 1, коли прямі l, m, n розташовані довільно.

Можна також довести, що, якщо у систему xOy, де розташовані правильні ΔAKP та ΔAKP_1 внести третій правильний ΔAK_2P_2 так, що $A(0;0)$, $K_2(c;m)\in m$, $P_2(x;y)$, то вершина P_2 буде належати або прямій PP_1, або прямій IJ (рис. 5, а). Отже, для сімейства правильних трикутників, у яких одна вершина знаходиться у даній точці A, друга – «ковзає» по прямій m, третя – буде «ковзати» або по прямій PP_1 або по прямій IJ, які перетинають пряму m під кутами 120^0 та 60^0 відповідно (рис. 5, а). Серед виділених таким чином правильних трикутників знайдуться і такі, у яких одна з вершин (що ковзає по прямій PP_1 або IJ) буде знаходитися або у точці перетину прямої PP_1 і n, наприклад точці C, або IJ і n, наприклад, точці C_1 (рис. 5, б).



а) б)

Рис. 5

Етап дослідження. У побудованих ΔABC і ΔAB_1C_1 (рис. 5, б) вершина A є спільною і належить прямій l, вершини B і B_1 належать m, а вершини C і C_1 є точкою перетину прямих PP_1 і IJ та прямої n відповідно. Тому ΔABC і ΔAB_1C_1 є шуканими. Отже, задача має два різних розв'язки. Відзначимо також, що вибір точки A на прямій m не впливає на розв'язок задачі 2.

Висновки. Використовуючи у своїй професійній діяльності ППЗ динамічної геометрії, вчитель, крім суто методичних задач, може зробити значні кроки і на шляху вирішення таких складних педагогічних проблем, як організація дослідницької діяльності школярів у процесі вивчення математики, геометрії зокрема. Коректне застосування вчителем у навчальному процесі інформаційних технологій не тільки посилює інтерес учнів до вивчення геометрії, але й підвищує педагогічну майстерність педагога. Щодо розглянутої задачі, то потребують свого дослідження питання: *скільки розв'язків має задача 1 у випадку, коли принаймні дві з даних прямих перетинаються?* Також є цікавим запитання, *чи можна вважати побудовану модель до задачі 2 такою, що є базовою і для випадку, коли прямі перетинаються довільно?*

1. Грамбовская Л.В. Исследовательский подход на базе ИКТ при решении геометрических задач на построение / Л.В.Грамбовская // Проблемы совершенствования качества образования в русле акмеологии: межд. науч.-практ. конф., Гомель, 18-19 ноября 2010 г.: Сб. материалов. – Вып. XII. – Ч. 1. – Гомель: ГОИРО, 2010. – С. 94-96.

2. Грамбовська Л.В. Дослідницька діяльність при вивченні планіметрії як потужне джерело розвитку самобутності учнів / Л.В.Грамбовська, С.Є.Яценко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк, 2007. – С. 169-177.

3. Грамбовська Л.В. Особистісно орієнтоване навчання геометрії в основній школі / Л.В.Грамбовська: дис… канд. пед. наук.: 13.00.02 . – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2009. – 313 с.

4. Жалдак М.І. Математика з комп'ютером / М.І.Жалдак, Ю.В.Горошко та інші. –К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2009. – 282 с.

5. Зеленяк О.П. Три теоремы, связанные с вписанной в прямоугольный треугольник полуокружностью / О.П.Зеленяк // Математика в школах України. – 2007. – № 4 (160). – С.3-5.

6. Коба В.І. Найпростіші геометричні перетворення / В.І.Коба, М.А.Нікулін. – К.: Рад. шк., 1978. – 94 с.

7. Костюченко А.О. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN 2D / А.О.Костюченко, Є.Ф.Вінниченко // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: зб. наук. праць / Педрада. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2007. – № 5 (12). – 114-119.

8. Крамаренко Т.Г. Уроки математики з комп'ютером / Т.Г.Крамаренко; за ред. М.І.Жалдака. – Кр. Ріг: Видавн. Дім, 2008. – 272 с.

9. Послання Президента України В.Януковича до Українського народу / укладач А.В.Єрмолаєв. – К.: НІСД, 2010. – 128 с.

10. Раков С.А. Відкриття геометрії через комп'ютерні експерименти в пакеті DG: посіб. для вчит. матем. / С.А.Раков, В.П.Горох, К.О.Осенков та інші. – Х.: Вікторія. – 2002. – 136 с.

Резюме. **Грамбовская Л.В. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИКТ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ КАК ОДНО ИЗ НАПРАВЛЕНИЙ ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ**. *Внедрение информационно-коммуникационных технологий в учебный процесс является одним из направлений повышения профессиональной квалификации учителей математики. В качестве примера рассмотрена методика обучения решению геометрических задач на построение с применением динамической геометрии GRAN 2D.*

Ключевые слова: *педагогическое мастерство, динамическая геометрия, динамическая модель, учебное исследование.*

Abstract. **Grambovska L. USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN THE TEACHING GEOMETRY AS ONE OF DIRECTIONS TO IMPROVE TEACHING SKILLS OF MATHEMATICS TEACHERS.** *The use of information and communication technologies while teaching geometries is one of directions of professional inprovement of mathematics teachers. The example of the method of teaching how to solve geometrical construction problems using dynamic geometry GRAN 2D is given in the article.*

Key words: *pedagogical skills, dynamic geometry, dynamic model, educational research.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

CHALLENGES OF EXAMINATIONS FOR MATHEMATICS TEACHERS IN CALIFORNIA
(ТРУДНОСТИ ПРИ СДАЧЕ ЛИЦЕНЗИОННЫХ ЭКЗАМЕНОВ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В КАЛИФОРНИИ)

Nina V. Stankous,
Ph.D.
National University
11255 N. Torrey Pines Road
La Jolla, CA 92037
USA

У світлі того, що школярі в США показують низькі результати в математиці, а вчителів математики недостатньо, питання підготовки останніх стає критичним. У даній роботі розглядається кілька важливих питань, пов'язаних з підготовкою вчителів математики, особливо в Каліфорнії. Визначені основні проблеми при підготовці до здачі спеціально тесту для вчителів математики в старших класах (CSET). Також в роботі пропонуються шляхи вирішення цих проблем і розроблена низка рекомендацій для поліпшення якості підготовки майбутніх учителів математики в Каліфорнії.

Ключові слова: *підготовка вчителя математики, концептуальний підхід, логічна аргументація.*

Introduction: Analysis of Mathematics Teachers Preparation in US and California

The first indicator of mathematics education in any country is the student performance. Let's take a look at how achievement of American students compare to students in other countries.

The Program for International Student Assessment (PISA) is a system of international assessments that measures 15-year-olds' capabilities in reading, mathematics, and science every 3 years. PISA was first implemented in 2000 and is carried out by the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD), an intergovernmental organization of industrialized countries.

On the 2006 PISA, the average score of U.S. 15-year-olds in mathematics literacy was 474, which was lower than the OECD average of 498. (Possible scores on PISA assessments range from 0 to 1,000.) The average mathematics literacy score in the United States was lower than the average score in 23 of the other 29 OECD countries for which comparable PISA results were reported, higher than the average score in 4 of the other OECD countries, and not measurably different from the average score in 2 of the OECD countries. Comparable mathematics literacy results were also reported for 27 non-OECD jurisdictions, 8 of which had higher average scores than did the United States (U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. *Digest of Education Statistics, 2009*, Chapter 6, (NCES 2010-013)).

Those results show that mathematics education in US is in need of radical improvement, as is acknowledged by politicians, educators and society in general. To meet these expectations we need to prepare better teachers for schools, yet this problems is quite complicated. In his article :"Strengthen Teacher Quality", Dr. Whitehurst says: "We would not tolerate a system in which airline pilots varied appreciably in their ability to accomplish their tasks successfully, for who would want to be a passenger on the plane with the pilot who is in the 10th percentile of safe landing", and yet, that's unfortunately true about mathematics teachers.

A new report from the Teacher Education Study in Mathematics posted on April 19, 2010, states that U.S. mathematics teachers are not as prepared as their international counterparts. Based on a survey of more than 23,000 future teachers in sixteen countries, including about 3,300 in US, the research found that the top-achieving countries allocated half of their teacher preparation courses for future middle school teachers to the study of formal mathematics, compared to 40 percent in the United States. In the top-performing countries, at least 90 percent of future mathematics teachers took both linear algebra and a basic year-long sequence in calculus – considered core courses in the study of formal mathematics – compared to the 66 percent of teachers who took linear algebra and 55 percent of teachers who took calculus in the U.S.

To address these disappointing results, the authors of the report recommend recruiting teachers with stronger mathematics backgrounds, establishing more rigorous state certification requirements for mathematics teachers, and requiring more demanding mathematics courses in all teacher preparation programs.

The history of research on mathematics teachers' preparation is long and contradictory. In 1966, sociologist James Coleman in his work "Equality of Educational Opportunity" suggested that differences in teachers such as their scores on a vocabulary test, level of education, years of experience etc. did not matter much for students' achievement. The study involved 60,000 teachers in over 3,000 schools.

More recent studies (Brewer & Goldhaber, 2000; Monk, 1994; Monk & King, 1994; Rowan, Chiang, & Miller, 1997) have shown much higher influence of teachers on student academic achievement than reported by Coleman. One of the major characteristics of effective teachers is subject matter knowledge. The effects of teacher preparation on student academic achievement become clearer when the focus of research moved to subject matter knowledge. The research is generally consistent in indicating that high school mathematics and science teachers with a major in their field of instruction have higher achieving students than teachers who are teaching out-of-field (this term means that the teachers may be fully prepared, but are assigned to teach science and mathematics which are out of their area of expertise). These effects become stronger in advanced mathematics and science courses in which the teacher's content knowledge is presumably more critical (Monk, 1994; Chiang, 1996).

The situation with mathematics teachers in California is just a reflection of the national picture. The California Council on Science and Technology issued a report "Critical Path Analysis of California's Science and Mathematics Teacher Preparation System" (2007). The report revealed that more than ten percent of all mathematics and science teachers are underprepared, and lack the training and experience necessary for a teaching credential in the subject they teach. More than one third of novice teachers (those in their first or second year) teaching mathematics or science are underprepared. They call teachers "fully prepared" when they are credentialed and are teaching courses in which they are certified, while the rest of the teachers are considered underprepared. If one takes a look more carefully at the numbers and break them down into the two categories of middle and high schools you will see that the most critical situation is in high school.

According to this report, at the middle school level, 10% of science and mathematics teachers are underprepared, and nearly 30% of novice science and mathematics teachers are underprepared. About 9% of science teachers and 12% of mathematics teachers teach out-of-field.

At the high school level, 9% and 12 % of science and mathematics teachers respectfully, are underprepared; and an even larger percentage (35% and 40% of novice science and mathematics teachers respectfully) are underprepared.

The conclusion of the report is troubling: despite efforts in California to boost the quantity and quality of fully prepared and effective teachers a shortage of these teachers in science and mathematics persists. If the current trends continue, California will remain in the distressing condition of leaving students with underprepared science and math teachers, and out-of-field teachers throughout the entire state school system.

After getting acquainted with the analysis of mathematics teacher preparation one may be tempted to ask a question: What is so difficult about the preparation of mathematics teachers? That is the title of one of the publications devoted to this problem (Wu, 2002). One can also find discussion of this topic in many other publications (Ball, 1991; Cuoco, 2001; MET, 2001) starting in late 1980's through recent times. As stated by H.Wu, "it is generally recognized that the absence of logical reasoning from mathematics classrooms is a main culprit in bringing about the present mathematics education crisis"(Wu, 2002, p.4). At the end of his article, he says that his basic conviction is "In mathematics, content guides pedagogy". It does not mean that the content knowledge is all it takes to be a good teacher, it just means that a solid knowledge of mathematics is crucial to competent mathematical teaching. One cannot discuss pedagogy without reference to mathematical content; pedagogical considerations make sense only after the teachers are comfortable with the content. One of the problems of mathematics teacher preparation is that those perspective teachers already graduated from schools with the existing mathematics education troubles, and bring their fear and anxiety of mathematics to the higher education classroom. To break that vicious circle is the main challenge of mathematics teacher preparation.

Structure and requirements of CSET Single Subject Mathematics examination

There are two alternatives (established by the Ryan Act) for prospective teachers to satisfy the subject matter requirements:

- complete an approved subject matter program, or
- achieve a passing score on an adopted examination.

The California Subject Examinations for Teachers® (CSET®) have been developed by the California Commission on Teacher Credentialing (CTC) for prospective teachers who choose to or are required to meet specific requirements for certification by taking examinations (http://www.cset.nesinc.com). Completion of a Commission-approved program in mathematics, as an alternative way to meet the subject matter requirements, takes on average 3 to 4 years of study in an accredited College or University. This option is designed to provide the opportunity to be exempt from the CSET testing, and only for 50% - 60% of all prospective teachers enroll in such programs. The remaining 40% - 50% of prospective mathematics teachers dare to challenge the CSET examination in mathematics.

The California Commission on Teacher Credentialing (CCTC) has approved the content area examination for Single Subject Areas. Successfully passing the examination is one of the statutory requirements for the California Single Subject Teaching Credential. The tests of the CSET are criterion referenced and based on CCTC- approved subject matter requirements (also called *content specifications*). A criterion-referenced test is designed to measure a candidate's knowledge and skills in relation to an established standard. It is designed to measure domains of subject-matter content knowledge. All subject matter requirements are developed for the CSET program by committees of California educators and approved by the CCTC.

The test questions matching to the subject matter requirements were developed using, in part, textbooks, California curriculum syllabi, teacher education curricula, and teacher credentialing standards. The questions were developed in consultation with and approved by committees of educators, teacher educators, and other content and assessment specialists in California.

Among recommendations given in the report (Critical Path Analysis of California's Science and Mathematics Teacher Preparation System", 2007) regarding of how to improve and fix the situation, there are a few related to the development of programs designed to encourage experienced people from business and industry to enter teaching, especially in the areas of science and mathematics. One of the ways for them to become mathematics teachers is to pass CSET Single Subject Mathematics exam.

Usually, CSET takers are:

- Current California high school teachers.
- Future teachers.
- Teachers who move to California.

- Teachers who want to change their subject and want to teach mathematics.
- People who change their occupations from other industries like engineers, high tech specialists.
- Educators from other countries.

CSET Single Subject Mathematics Preparation classes at National University is one of the initiatives to assist future mathematics teachers in gaining conceptual knowledge in mathematics and problem solving skills which they need to pass the test and, what is more essential, to become good mathematics teachers.

Before describing specific problems related to math teachers preparation using CSET it is instructive to consider the structure of CSET Single Subject Math exam. CSET: Mathematics consists of three separate subtests, each composed of both multiple-choice and constructed-response questions. Each subtest is scored separately. The structure of the examination is shown in the table below (Table 1).

Table 1

CSET structure

CSET: Mathematics			
Subtest	Domain	Number of Multiple-Choice Questions	Number of Constructed- Response Questions
I	Algebra Number Theory	24 6	3 1
	Subtest Total	30	4
II	Geometry Probability and Statistics	22 8	3 1
	Subtest Total	30	4
III	Calculus History of Mathematics	26 4	3 1
	Subtest Total	30	4

Candidates verifying subject matter competence by examination for a credential in Foundational-Level Mathematics are required to take and pass Subtests I and II only.

CSET Single Subject Mathematics Preparation Class Practice

Now when an instructor can see which areas of mathematics are required to be covered, he/she can design how to prepare students to demonstrate masteries in them. Students who come to CSET Single Subject Mathematics Preparation class have practically the same problems as high school students. Even with some math education of a higher level they still have trouble passing the test. Some students attempt CSET Single Subject Mathematics exams 6-7 times without success.

Results of this study are based on observation of 17 groups of students (about 200 people) who came to National University CSET mathematics preparation classes during 2004-2008. The purpose of the research was to determine why CSET exam is so difficult, what are the most critical issues of the test and how to dramatically improve student performance, increase the quantity of students with successful scores on the exam, and overcome math anxiety among examinees.

During this research, the following main concerns of the students have been recognized:

1. They don't understand the questions
2. They hate constructed response questions
3. They don't know how to present proofs with reasoning
4. They don't think they need to know all the things which are asked in the test
5. They have to memorize too much

Let's consider a few typical problems from CSET sample and main difficulties related to them.

Students always say they are frustrated with the way how CSET asks the questions. For example: If f(x) $=-2x^2+8x+16$, then which of the following is the absolute value of the difference between the zeros of f(x)? (and four choices as usual in the test).

Many students don't understand the question. If they were asked to solve a quadratic equation it would not be a problem, so, what is the difference?

A general form of a quadratic equation is $ax^2+bx+c=0$. At the same time, we can write that $ax^2+bx+c=f(x)$, and if $f(x)=0$ it means that we can find zeros of the function $f(x)$, and it is the same thing as solving the quadratic equation

$$f(x)=ax^2+bx+c=0.$$

Students cannot make the link between the zeros of a quadratic function and the roots of a quadratic equation. The reason for that is that don't see the whole picture of functions, equations and their relationships, they don't see the concept.

Very often, students don't understand the whole concept, they just remember how to solve some problems using a rule. For example, If $f(x)=\dfrac{e^{5x}+6}{2}$, and g(f(x)) = x, then which of the following is equivalent to g(x)?

In the most of the cases, students believe that finding an inverse function just means switching variables. They don't understand that it is not enough, and they should also show that for two functions $f(x)$ and $g(x)$ to be inverses of each other they need to satisfy the following conditions: $f(g(x))=x$ and $g(f(x))=x$. In that particular problem, it is not said that $g(x)$ is the inverse of $f(x)$, it is just said $g(f(x))=x$, and if students don't understand the whole concept of inverse functions they don't understand the question because nothing is said about switching variables in the question.

Many students feel very uncomfortable with trigonometry. Even a simple question about $Cos\vartheta$ behavior makes them confused, and questions in CSET about vectors and dot products are among the most complicated for them. One of the first questions they ask when they come to CSET prep class is "Will we cover dot product?"

Also, students don't understand the value of definitions. When they are asked to give a definition of some basic mathematical terms they usually give some features, or examples related to those terms. For example, given any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ such that $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, which of the following statements about the inner product, $\vec{a}\bullet\vec{b}$, must be true?

A. $\vec{a}\bullet\vec{b}=1$

B. $-1\le=\vec{a}\bullet\vec{b}\le1$

C. $1\le\vec{a}\bullet\vec{b}\le2$

D. $1\le\vec{a}\bullet\vec{b}\le2$

To solve this problem, they just need to know the definition of the inner product and behavior of main trigonometric functions. Also, if they need to find an angle between two vectors they need to know two definitions of the dot product,

1. $\vec{u}\bullet\vec{v}=|u|\bullet|v|\bullet Cos\vartheta$
2. $\vec{u}\bullet\vec{v}=u_1v_1+u_2v_2$

and at this point, they are completely lost.

Very often, students mix up definitions and properties. For example, a student may say that "parallel sides of a parallelogram are congruent by definition (!) of a parallelogram.

Another thing the students struggle with is logical reasoning. It's difficult for them to see that there are cornerstone theorems, and their corollaries which help to solve problems. For example, many students don't know the theorem about conjugate roots: if one root is a complex number then, its conjugate must be the second root. Some of them don't know that polynomial of degree *n* always has *n* roots , but all those things come from the Main Theorem of Algebra which should be considered as a main result of algebra.

The issues diseased above are even more critical when it comes to proofs, especially in geometry. Sometimes, they are asked to solve a word problem which requires to sketch a picture first, and then to prove some statement. For example, prove: if two circles are tangent externally, their common internal tangent bisects a common external tangent. The most challenging thing is to create a picture based on words. They are confused about “external” and “internal” tangents, they try to assume that both circles have equal radii, and if the radii are different that it cannot be true.

It is surprising how many students don’t know how to prove that the sum of angles in a triangle is 180˚. For example, given: If a transversal intersects two parallel lines, then the alternate interior angles are congruent. Questions: If the above statement is false, which of the following is also false?

A. If two angles are supplements of congruent angles (or the same angle), then the two angles are congruent.

B. Vertical angles are congruent.

C. The base angles of an isosceles triangle are congruent.

D. The angle sum of every triangle is 180°.

Many students cannot see any connection between the Euclid postulate and the fact that the sum of the angles in a triangle is 180˚.

The hardest part of CSET math exam is the one related to Abstract Algebra. Every time when students come to the prep class they ask: “Will we cover Fields and Rings? And Vectors?” Those topics of Abstract Algebra are the most challenging and confusing for them.

The example below shows how several issues related to definitions and proofs come together just within one problem and make it so complicated:

Which of the following statements refutes the claim that GLR(3), the set of 3 × 3 invertible matrices over the real numbers, is a field?

A. There exist elements A and B of GLR(3) such that $AB \neq BA$.

B. There exist elements A and B of GLR(3) such that det(AB) = det(A)det(B).

C. If A is an element of GLR(3), then there exists a matrix A^{-1}1 such that $A^{-1}A = I$.

D. If A is an element of GLR(3), then there exists a matrix A such that det(A) $\neq$ 1.

Again, the way how the question is asked is unusual. They say: “Which statement refutes…” Students cannot distinguish which properties are not related to the definition of a field at all like det(AB) = det(A)det(B) or det(A) $\neq$ 1. Also, they try to prove that the set of 3x3 invertible matrices is a field, and don’t see that to disprove a statement one needs just to find one contradiction, instead, they check all the properties.

The list of the problems can go on, but the main thing those examples illustrate is that practicing a conceptual approach and logical reasoning, students and future teachers can overcome their fear of math and CSET exam in particular.

The students in CSET mathematics preparation classes complain that mathematics requires memorizing too much. It's very common myth related to the fact that they don't understand a concept and don't know how to apply it. It's getting critical for an advance level of mathematics where the volume of information is practically impossible to memorize, and students' skills in logical reasoning including definitions and proofs determine their success in problem solving.

Some observations from CSET preparation classes show that even when students can see answers, in 90% cases, they cannot do the problems on their own with explanations as a constructed response, but it is required in CSET exam. The reason for that is that if they don’t understand concepts they cannot understand the answers even when they see them.

Although the CSET Single Subject Mathematics preparation classes are short, intensive and require quite strong background in mathematics, the results of that approach are impressive. Over 200 students took those classes during two years 2004-2008, and about 80% of the students passed CSET after the classes(based on their E-mail communication with the author). When they come to the class CSET looks like a puzzle for them with no connection between pieces. Post classes, they say they can finally see the whole picture, and they gain much better understanding of mathematical concepts and reasoning.

Conclusions and Recommendations

Based on our CSET Single Subject

Mathematics preparation classes experience the following critical issues have been recognized:

- Examinees don't understand questions.
- They hate constructed response questions.
- They don't know how to present proofs with reasoning.
- They don't think they need to know all the things which are asked in the test.
- They have to memorize too much.

While practicing the conceptual approach and logical reasoning in CSET preparation classes almost all the students' concerns went away. The idea of understanding mathematical concepts and reasoning is not new, but what is really important for this study that highlighting specific areas of concerns and resolving the most of issues blocking successful passing of CSET examination by that approach demonstrates the effectiveness of critical analysis of typical problems and practical application of the approach.

Main recommendations for CSET Single Subject Mathematics takers can be formulated as following:

- Students need to see the whole picture instead of unrelated fragments.
- Understanding of concepts and reasoning is the key to be successful in CSET examinations and teaching.
- Students should know definitions very well.
- Knowing the difference between definitions and properties is a must , i.e. the student must understand what exactly is to be proven, and what reasoning is needed for this. Recognize the basic postulates and proofs of main theorems, and not to memorize everything.

If examinees follow those recommendations their chance of success in CSET Single Subject Mathematics examination and, more essential, becoming a good mathematics teacher increases dramatically. This is also good recommendations for instructors who want to get involved in mathematics teachers preparation, i.e. college and university professors, professional development experts etc.

Sometimes students who come to the CSET preparation class don't have enough background to capture concepts from those short prep classes. National University offers very high quality Mathematics major program which gives students a waiver for CSET Single Subject Mathematics exams. The program covers all SMR (Subject Matter Requirements) for CSET Single Subject Mathematics exam. In addition, the program gives very solid knowledge of mathematical principles and applications.

1.Ball, D.L (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation, Advances in Research in Teaching, Volume 2, J. Brophy, ed., JAI Press, 1991, 1-48.

2.Brown, C., Smith, M., & Stein M. (1996, April). Linking Teacher Support to Enhanced Classroom Instruction. *Paper presented at the American Educational Research Association, New York, NY.*

3.Coleman, J. et al. (1966). Equality of Educational Opportunity, *Washington D.C.: Government Printing Office.*

4.CSET Single Subject Math (2001), http://www.cset.nesinc.com.

5.Cuoco, Al. (2001) Mathematics for teaching, Notices American Mathematical Society, 48 (2001), 168 -174.

6.Grover J. Whitehurst, G.J. (2010) Strengthen Teacher Quality: Research on Teacher Preparation and Professional Development, White House Conference on Preparing Tomorrow's Teachers, 2010.

7.Monk, D. H. (1994). Subject Area Preparation of Secondary Mathematics and Science Teachers and Student Achievement. Economics of Education Review, *13, 125-145*

8.Monk, D., & King J. (1994) Multilevel Teacher Resource Effects on Pupil Performance in Secondary Mathematics and Science. In Ronald G. Ehrenberg (ed.), Choices and Consequence. *Ithaca NY: ILR Press.*

9.Path Analysis of California's Science and Mathematics Teacher Preparation System (2007), California Council on Science and Technology, Center for the Future Teaching and Learning, report, 2007.

10. Rowan, B., Chiang, F.S., & Miller, R. J. (1997). Using Research on Employee's Performance to Study the Effects of Teacher on Students' Achievement. Sociology of Education, *70, 256-284.*

11. The Mathematical Education of Teachers (2001), CBMS Issues in Mathematics Education, Volume 11, American Mathematical Society

12. U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. Digest of Education Statistics, 2009, Chapter 6, (NCES 2010-013).

13. Wiley, D., & Yoon, B. (1995) Teacher Reports of Opportunity to Learn: Analyses of the 1993 California Learning Assessment System. Educational Evaluation and Policy Analysis, *17, 355-370. Critical*

14. Wu, H. (2002). What Is So Difficult About the Preparation of Mathematics Teachers? - Department of

15. Mathematics #3840, University of California, Berkeley, CA.

Резюме. **Stankous N. ТРУДНОСТИ ПРИ СДАЧЕ ЛИЦЕНЗИОННЫХ ЭКЗАМЕНОВ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В КАЛИФОРНИИ.** *В свете того, что школьники в США показывают низкие результаты в математике, а учителей математики недостаточно, вопрос подготовки последних становится критическим. В данной работе рассматривается несколько важных вопросов, связанных с подготовкой учителей математики, особенно в Калифорнии. Определены основные проблемы при подготовке к сдаче специально теста для учителей математики в старших классах (CSET). Также в работе предлагаются пути решения этих проблем и разработан ряд рекомендаций для улучшения качества подготовки будущих учителей математики в Калифорнии.*

Ключевые слова: *подготовка учителя математики, концептуальный подход, логическая аргументация.*

Abstract. **Stankous N. CHALLENGES OF EXAMINATIONS FOR MATHEMATICS TEACHERS IN CALIFORNIA.** *In the light of low student performance and mathematics teacher shortages, the issue of mathematics teacher preparation becomes critical. This paper addresses a few important issues focused on mathematics teacher preparation, specifically on preparation for California schools. This study identifies problems related to mathematics teacher preparation, and describes the main concerns of CSET Single Subject Math exam takers. The study also offers an effective way to evaluate and address those concerns, and provides a list of recommendations to improve the quality of future mathematics teachers.*

Key words: *mathematics teacher preparation, CSET Single Subject Math, CSET exam challenges, conceptual approach, logical reasoning.*

Стаття представлена професором І.Я.Субботіним.
Надійшла до редакції 12.09.2010 р.

ОРГАНІЗАЦІЯ УСНОГО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Н.А.Тарасенкова,
доктор пед. наук, професор,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розкриваються специфіка усного розв'язування геометричних задач та особливості побудови навчання під час усного розв'язування задач на уроці. На декількох прикладах проілюстровано особливості організації навчання учнів розв'язувати завдання двох типів: задачі на обчислення і задачі на доведення.

Ключові слова: *геометрична задача, усне розв'язування задачі, організація навчання.*

Усне розв'язування будь-якої задачі не передбачає фіксування проміжних результатів цього процесу. Візуальний і змістовий аналіз умови задачі, переосмислення її вимоги, а також усі дії та операції в ході розв'язування мають виконуватися подумки.

Добираючи задачі, призначені для усного розв'язування, треба враховувати те, що обсяг оперативної пам'яті людини є обмеженим. Одночасно людина спроможна опрацьовувати лише 5-7 смислових одиниць (для школярів цей обсяг становить не більше 5 одиниць). Застосовуючи комп'ютерну метафору, можна сказати, що оперативна пам'ять учнів містить 5 „комірок". Якщо аналіз формулювання задачі та хід її розв'язування вимагає більшої кількості „комірок", таку задачу не варто пропонувати для усного розв'язування.

Проте, залежно від багатства візуально-оперативного досвіду, в різних людей смислові одиниці мають не однакову ємність. Розглянемо, наприклад, задачу про знаходження гіпотенузи прямокутного трикутника з катетами 3 і 4. Для вчителя математики аналіз умови та розв'язування цієї задачі потребує лише трьох „комірок" в оперативній пам'яті. Одну з них займає умова задачі цілком, оскільки усі окремі смислові одиниці умови вже давно являють для вчителя цілісну укрупнену смислову одиницю. Другу „комірку" займає вимога задачі, а третю – результат розв'язування „гіпотенуза дорівнює 5".

Для учня на перших етапах вивчення теореми Піфагора умова даної задачі не є цілісною смисловою одиницею. Окремими смисловими одиницями виступають: відомості про те, що даний трикутник є прямокутним; означення прямокутного трикутника; означення катетів і гіпотенузи прямокутного трикутника; відомості про довжини катетів даного трикутника. Крім того, для сприйняття змісту задачі усі ці дані ще треба переосмислити разом. Отже, лише аналіз умови потребує п'яти „комірок" в оперативній пам'яті. До того ж, окремі смислові одиниці утворюють вимога задачі та співвідношення Піфагора. Виходить, що навіть і той учень, який завчив теорему Піфагора, може не подолати усне розв'язування даної задачі, оскільки для таких дій може не вистачити обсягу його оперативної пам'яті. Зрозуміло, що з набуттям певного досвіду в розв'язуванні подібних задач, смислові одиниці, пов'язані з прямокутним трикутником і теоремою Піфагора, перетворяться для учня на смислову єдність. Саме тоді дана задача стане посильною для усного розв'язування.

Формування вмінь учнів усно розв'язувати задачі доцільно проводити поступово, уникаючи стрибкоподібних підходів і не покладаючись на стихійне отримання навчальних результатів. Важливу роль при цьому відіграє дидактично виважений добір задач.

Для усного розв'язування доцільно використовувати задачі на обчислення і задачі на доведення.

Мета статті – проілюструвати на кількох прикладах особливості організації навчання учнів розв'язувати задачі кожного із цих типів.

Задачі на обчислення

Навчання учнів усно розв'язувати задачі за готовими рисунками, в яких вимагається обчислити значення деякої величини доцільно проводити в два етапи.

На першому етапі (коментованого розв'язування) важливо, щоб учитель супроводжував розв'язування задачі запитаннями-орієнтирами. Такі запитання мають допомогти учням проаналізувати умову задачі й обрати стратегію розв'язування. При цьому доцільно дотримувати наступного плану дій:

1) виділити вимогу задачі;

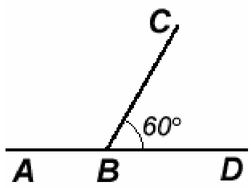
2) пригадати, за яким співвідношенням можна обчислити значення шуканої величини;

3) з'ясувати, чи вказано необхідні дані в умові задачі;

4) провести обчислення.

Запитання бажано формулювати до кожного кроку розв'язування. При цьому важливо, щоб спочатку запитання формулював учитель, а потім й учні. Не всі відповіді доцільно „озвучувати", у багатьох випадках краще відповідати „дією" (показом на рисунку, посиланням на формулу, яка записана на дошці, тощо). Розглянемо приклад.

Задача 1 (тема „Суміжні кути"). *Кути ABC і DBC – суміжні. Знайдіть градусну міру кута ABC.*



Запитання.

- Про який кут запитується в задачі? (*Показуємо на рисунку кут ABC*).

- Якими є два дані кути? (*Суміжними. Прикладаючи лінійку чи указку до зображення, акцентуємо увагу на тому, що промені BA і BD лежать на одній прямій; промінь BC є спільним для двох даних кутів*).

- Чому дорівнює сума градусних мір двох суміжних кутів? (*180°*).

- Яка градусна міра кута *DBC* ? (*60°*).

- Яка градусна міра кута *ABC* ? (*120°*).

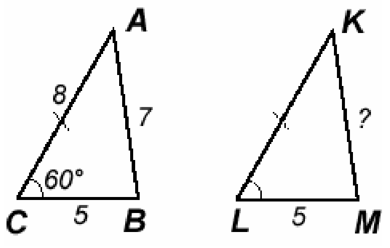
Відповідь: 120°.

До другого етапу навчання (суто усного розв'язування) доцільно переходити тоді, коли учні навчились самостійно формулювати запитання-орієнтири. На цьому етапі запитання не „озвучуються" ні вчителем, ні учнями. Іншими словами, процес розв'язування не розгортається в явному вигляді – слідом за поданням умови задачі через короткий проміжок часу, необхідний учням для отримання результату подумки, проголошується відповідь до задачі.

Була б неправильною думка, що усне розв'язування задачі не може бути керованим процесом. Якщо учні затримуються з відповіддю, тоді вчителю доцільно або повернутися до методичних прийомів, характерних для першого етапу навчання, або звернутися до пластичних підказок-вказівок. У наведеній задачі – це обведення шуканого кута указкою на рисунку; показ того, що даний і шуканий кут є суміжними; написання в повітрі „180° " тощо.

На другому етапі навчання також важливо дозувати обґрунтування, звертаючись до них лише після отримання повної відповіді (або окремих проміжних результатів, якщо задача розв'язується в кілька кроків). Дійсно, вимагаючи обґрунтовувати все абсолютно, можна дістати і негативні наслідки – розв'язування задачі стане громіздким і, можливо, непосильним для учнів, у них може згаснути відчуття успіху, з'явитися невпевненість у своїх діях. Коли ж відповідь уже отримано, тоді обґрунтування виступають своєрідним „доказом правоти", що тільки підсилює позитивні емоції учнів. Головним інструментом учителя при цьому має бути запитання „Чому?". Розглянемо приклад.

Задача 2 (тема „Перша ознака рівності трикутників").



Розв'язання

Учні: $KM = 7$.

Отримавши таку відповідь, можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його, вимагаючи від учнів певних обґрунтувань.

Учитель: Чому?

Учні: $AB = 7$.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Чому з того, що $AB = 7$, слідує, що $KM = 7$?

Учні: Оскільки $AB = KM$.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Чому?

Учні: Оскільки $\Delta ABC = \Delta KML$.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Чому?

Учні: $\Delta\ ABC$ і $\Delta\ KML$ рівні за першою ознакою рівності трикутників.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Чому?

Учні: У даних трикутників відповідно рівні дві сторони й кут між ними.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Чому?

Учні: На рисунку позначено, що $BC = ML = 5$, $AC = KL$, $\angle ACB = \angle KLM = = 60°$.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Звідки відомо, що $BC = ML$?

Учні: На рисунку позначено, що $BC = 5$ і $ML = 5$, отже, $BC = ML$.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Звідки відомо, що $AC = KL$?

Учні: На рисунку відрізки AC і KL позначено однією рискою, отже, вони рівні.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Звідки відомо, що $\angle\ ACB = =\angle KLM$?

Учні: На рисунку ці кути позначено однією дужкою, отже, вони рівні.

Таким обґрунтуванням можна завершити процес розв'язування. Але можна і продовжити його.

Учитель: Чому $\angle\ KLM = 60°$?

Учні: Оскільки $\angle\ ACB = \angle\ KLM$ і $\angle ACB = 60°$.

Відповідь: 7.

Задачі на доведення

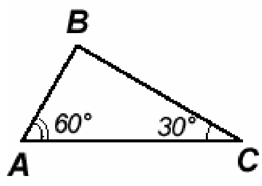
У розв'язуванні задач на доведення, умови яких подано на готовому рисунку, обґрунтування і проміжних, і остаточних висновків є необхідним компонентом розв'язування. Особливо звернемо увагу на те, що перша і передостання фрази розв'язування фактично мають повторювати формулювання вимоги задачі, а остання фраза – містити текст „Що і вимагалося довести".

При цьому можливі дві стратегії оформлення міркувань. За першою стратегією, міркування на кожному кроці розв'язування будуються за схемою „обґрунтування – висновок" („Оскільки ..., то ..."). Відповідно до другої стратегії, міркування будуються за схемою „висновок – обґрунтування". Оскільки в такому випадку висновок, як правило, формулюється у стверджувальній формі, то не виключено, що в учнів виникне бажання не „озвучувати" обґрунтування. Зрозуміло, що такого не бажано допускати. Отже, тут цілком придатним є інструмент „Чому?".

Серед задач на доведення за готовими рисунками доцільно виділити три групи.

До першої групи ми відносимо ті задачі, в яких вимагається довести належність заданої фігури до певного класу (розпізнати фігуру). В таких задачах можливі обидва способи побудови обґрунтувань. Розглянемо приклад.

Задача 3 (тема „Прямокутний трикутник"). *Доведіть, що трикутник ABC – прямокутний.*



Розв'язання

І стратегія

- Оскільки треба довести, що даний трикутник – прямокутний, то можна або скористатися означенням, або довести, що прямі *AB* і *BC* перпендикулярні.

- Оскільки за означенням у прямокутному трикутнику один із кутів – прямий, то можна довести, що в трикутнику *ABC* є прямий кут.

- Оскільки в умові вказано, що $\angle BAC = 60°$ і $\angle BCA = 30°$, то прямим може бути тільки кут *ABC*.

- Оскільки сума кутів трикутника становить 180°, то $\angle ABC = 180° – (60° + 30°) = 90°$.

- Оскільки у трикутнику *ABC* $\angle ABC = 90°$, то даний трикутник – прямокутний.

Що і вимагалося довести.

ІІ стратегія

Учитель: Що вимагається довести у задачі?

Учні: Треба довести, що даний трикутник – прямокутний.

Учитель: Звідки це може випливати?

Учні: $\angle ABC = 90°$.

Учитель: Чому?

Учні: За означенням прямокутним є трикутник, в якого є прямий кут.

Учитель: Чому обрано саме кут *ABC* ?

Учні: $\angle BAC = 60°$ і $\angle BCA = 30°$ за умовою.

Учитель: Чому $\angle ABC = 90°$?

Учні: $\angle ABC = 180° – (60° + 30°) = 90°$.

Учитель: Чому отримаємо градусну міру кута *ABC*, коли суму даних кутів віднімемо від 180° ?

Учні: Сума кутів трикутника дорівнює 180°.

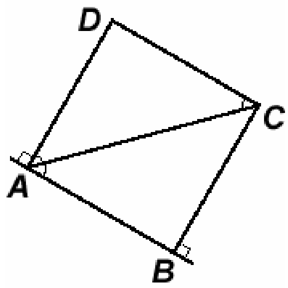
Учитель: Сформулюємо ще раз остаточний висновок задачі.

Учні: У даного трикутника $\angle ABC = 90°$, отже цей трикутник – прямокутний.

Що і вимагалося довести.

У задачах, які ми відносимо до другої групи, вимагається довести, що дані фігури знаходяться у заданому відношенні (наприклад, два трикутники подібні, дві прямі перпендикулярні тощо). Зазначимо, що тут і далі наводимо лише основні моменти розв'язування задачі. Вчителю пропонується власноруч наповнити його необхідними запитаннями-орієнтирами. Розглянемо приклад.

Задача 4 (тема „Ознака паралельності прямих"). *Доведіть, що прямі AD і BC паралельні.*



Розв'язання

- Треба довести, що прямі *AD* і *BC* паралельні.

- $AD \perp AB$ за умовою.

- $BC \perp AB$ за умовою.

- Отже, прямі *AD* і *BC* перпендикулярні до прямої *AB*.

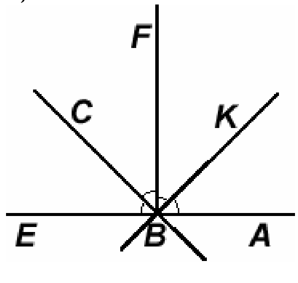
- Якщо дві прямі перпендикулярні до третьої прямої, то вони паралельні.

- Отже, прямі *AD* і *BC* паралельні.

Що і вимагалося довести.

До другої групи можна віднести і такі задачі, в яких вимагається довести певне метричне співвідношення. Розглянемо приклад.

Задача 5 (тема „Перпендикулярні прямі"). *Точки A, B, E лежать на одній прямій. Доведіть, що $\angle KBC = 90°$.*



Розв'язання

- Треба довести, що $\angle KBC = 90°$.

- За умовою точки A, B, E лежать на одній прямій.

- Отже, $\angle ABE = 180°$.

- Кут ABE поділено на чотири рівні кути.

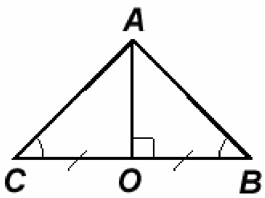
- Отже, однією дужкою на рисунку позначено кут $180° : 4 = 45°$.

- $\angle KBC = 45° \cdot 2 = 90°$.

Що і вимагалося довести.

У задачах третьої групи доведення є складеним, оскільки щонайперше треба встановити належність певної фігури до деякого класу фігур. Нерідко тут можливі кілька способів розв'язування. Розглянемо приклад.

Задача 6 (тема „Рівнобедрений трикутник"). *Доведіть, що* $\angle CAO = \angle BAO$.



Розв'язання

I спосіб

- Треба довести, що $\angle CAO = \angle BAO$.

- ΔCAB – рівнобедрений з основою BC, оскільки $\angle ACO = \angle ABO$.

- Медіана AO є бісектрисою ΔCAB.

- Бісектриса AO ділить $\angle CAB$ навпіл.

- Отже, $\angle CAO = \angle BAO$.

Що і вимагалося довести.

II спосіб

- Треба довести, що $\angle CAO = \angle BAO$.

- $\Delta CAO = \Delta BAO$, оскільки $CO = BO$, $\angle ACO = \angle ABO$, $\angle AOC = \angle AOB = 90°$.

- Отже, $\angle CAO = \angle BAO$.

Що і вимагалося довести.

III спосіб

- Треба довести, що $\angle CAO = \angle BAO$.

- $\Delta CAO = \Delta BAO$, оскільки $CO = BO$, AO – спільна, $\angle AOC = \angle AOB = 90°$.

- Отже, $\angle CAO = \angle BAO$.

Що і вимагалося довести.

Зазначимо, що ми не випадково показали першим той спосіб розв'язування даної задачі, в якому використовуються властивості рівнобедреного трикутника. Оскільки ця задача пропонується при вивченні теми „Рівнобедрений трикутник", то для учнів, як правило, зміст поточного навчання і назва навчальної теми виступають своєрідними акцентами, які спонукають учнів до вибору саме такого ходу міркувань. Тут діє природний принцип – на що налаштовані, те й бачимо. Оскільки в даній задачі перший спосіб розв'язування, можливо, і не є найлегшим, важливо підвести учнів до розв'язування цієї задачі іншими способами.

Загалом, формування вмінь учнів усно розв'язувати задачі, в тому числі за готовими рисунками, доцільно проводити поступово, уникаючи стрибкоподібних ситуацій і не покладаючись на стихійне отримання навчальних результатів. Важливу роль при цьому відіграє дидактично виважений добір вправ і задач.

Резюме. **Тарасенкова Н.А. ОРГАНИЗАЦИЯ УСТНОГО РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ.** *В статье раскрывается специфика устного решения геометрических задач и особенности построения обучения при устном решении задач на уроке. На нескольких примерах проиллюстрированы особенности организации обучения учеников решать задачи двух типов: задачи на вычисления и задачи на доказательство.*

Ключевые слова: *геометрическая задача, устное решение задачи, организация обучения.*

Abstract. **Tarasenkova N. ORGANIZATION OF ORAL SOLUTION OF GEOMETRIC PROBLEMS**. *Specific features of oral solution of geometric problems and peculiarities of the education building solving problems without writing at mathematical lessons are revealed in the article. Several examples of the peculiarities of organization of the teaching pupils how to solve the problems of two types (problems on calculations and problems on proof) are illustrated.*

Key words: *geometric problem, spoken decision of the problem, organization of the learning.*

Надійшла до редакції 2.04.2011 р.

ТЕХНОЛОГІЯ ПОБУДОВИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ОСВІТНІХ ТРАЄКТОРІЙ ПРИ НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ

І.М.Богатирьова,
канд. пед. наук,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розглядається питання побудови індивідуальних освітніх траєкторій для учнів загальноосвітніх навчальних закладів. Наводяться методичні рекомендації для вчителів щодо розробки й впровадження у навчальний процес індивідуальних освітніх траєкторій на прикладі вивчення геометрії.

Ключові слова: *навчання геометрії, індивідуальна освітня траєкторія.*

Постановка проблеми. Останнім часом у системі освіти України відбуваються суттєві зміни. Основна ідея оновлення полягає у тому, що освіта має стати більш індивідуальною, функціональною й ефективною. Одним із напрямків реформування сучасної освіти є розробка й впровадження профільного навчання в старшій школі.

Профільне навчання – це засіб диференціації та індивідуалізації навчання, який дозволяє за рахунок змін у структурі, змісті та організації навчального процесу більш повно враховувати інтереси, нахили й здібності учнів, створювати умови для навчання старшокласників у відповідності до їхніх професійних інтересів і намірів у відношенні до продовження освіти. Кінцева мета профільного навчання – самовизначення, зокрема особистісне і професійне.

Однією з цілей профільного навчання є спрямування навчального процесу на реалізацію особистісно-орієнтованого підходу, який дозволяє вибудовувати для кожного учня індивідуальну освітню траєкторію.

Аналіз актуальних досліджень. Проблему проектування та реалізації індивідуальних освітніх траєкторій розглядали у своїх роботах О.Б.Воронцов, Т.М.Ковальова, К.О.Олександрова, Г.М.Прозумєнтова, Н.В.Рибалкіна, Н.М.Суртаєва, О.Н.Тубельський, А.В.Хуторський, І.С.Якиманська та ін.

А.В.Хуторський визначає індивідуальну освітню траєкторію як персональний шлях реалізації особистісного потенціалу кожного учня в освіті [5]. Під особистісним потенціалом учня розуміють сукупність його здібностей: пізнавальних, творчих, комунікативних тощо. Процес виявлення, реалізації та розвитку здібностей учня відбувається в ході просування учня за власною освітньою траєкторією. Головну роль серед здібностей відводять тим, завдяки яким учень може створювати нові освітні продукти, тобто творчим здібностям. Важливим є те, що під час вивчення теми учень матиме змогу вибору: ознайомче, вибіркове або розширене засвоєння теми. Як наслідок, освітні продукти учнів будуть відрізнятися як за обсягом, так й за змістом.

Н.М.Суртаєва розглядає індивідуальну освітню траєкторію як певну послідовність елементів навчальної діяльності кожного учня щодо реалізації особистісних освітніх цілей, які відповідають їх здібностям, можливостям, мотивації, інтересам. Така діяльність здійснюється за допомогою координуючої, організуючої, консультуючої діяльності вчителя при взаємодії з батьками учнів [2].

Індивідуальні освітні траєкторії можуть бути довгостроковими (на навчальний рік) та короткостроковими (на тему, чверть, семестр).

Зазначимо, що навчання учнів за індивідуальними освітніми траєкторіями в умовах класно-урочної системи є досить складним процесом. На нашу думку, перехід до організації такого навчання під час вивчення математики треба здійснювати поетапно:

1 етап (5-6 класи): внутрішня диференціація навчання;

2 етап (7-9 класи): внутрішня диференціація навчання та створення власних освітніх траєкторій для найбільш встигаючих учнів;

3 етап (10-11 класи): зовнішня диференціація навчання та створення власних освітніх траєкторій для кожного учня.

Робота вчителя на першому етапі (5-6 класи) є найбільш поширеною та передбачає проведення внутрішньої диференціації для учнів як під час проведення уроку, так і під час виконання домашнього завдання.

Мета статті – розглянути технологію побудови індивідуальних освітніх траєкторій для учнів на другому та третьому етапах на прикладі вивчення геометрії.

Виклад основного матеріалу. Зазначимо, що на другому етапі (7-9 класи) індивідуальну освітню траєкторію учня визначає учитель, складає для нього індивідуальну програму вивчення теми та доводить її до відома учня в позаурочний час. Така індивідуальна програма має містити наступні складові: результати, які учень має досягнути; етапи, які учень має пройти для досягнення зазначених результатів, та час на їх проходження; задачі, які учень має розв'язати; рівень сторонньої допомоги та заходи контролю на кожному етапі вивчення теми.

Дослідження, яке ми проводимо на базі спеціалізованої школи № 17 м. Черкаси, свідчить про те, що під час вивчення геометрії в 7-9 класах за підручниками авторів М.І.Бурди і Н.А.Тарасенкової можливо й доцільно складати та впроваджувати в навчальний процес освітні траєкторії для найбільш здібних до математики учнів. Структура даних підручників вигідно вирізняється від інших підручників з геометрії тим, що дозволяє учителю без використання додаткової літератури організувати для учнів навчання за власними освітніми траєкторіями. Кожен розділ розпочинається передмовою з переліком передбачуваних пізнавальних результатів «У розділі дізнайтесь», яких має досягнути учень. Розділ поділено на параграфи. Навчальні тексти параграфів написано так, щоб залучити учнів до співпраці. Виклад теоретичного матеріалу починається з опису практичних дій, виконання або розгляд яких приведуть учнів до нового поняття. У кожному параграфі є також рубрика «Дізнайтеся більше», яка дозволяє учням розширити свої знання з теми та ознайомитися з цікавими історичними відомостями. У тексті міститься типова задача та зразок її розв'язування. Задачі в підручнику представлені в достатній кількості та мають чотири рівні складності. Завершується розділ рубрикою «Перевірте, як засвоїли матеріал розділу», яка містить контрольні запитання узагальнювального характеру і тестові завдання.

Загальний план індивідуальної освітньої траєкторії з геометрії за цим підручником може мати такий вигляд.

1. Опрацювання передмови «У розділі дізнайтесь», визначення результатів, яких необхідно досягнути під час вивчення цієї теми.
2. Ознайомлення з назвами параграфів, які входять до даної теми, та кількістю уроків, що відводяться на їх вивчення.
3. Складання конспекту до кожного параграфа.
4. Обов'язкове розв'язування задач 2 рівня (усно), 3-4 рівня та задач рубрики «Застосуйте на практиці» (письмово).
5. Опрацювання рубрики «Дізнайтеся більше» та виконання творчих завдань.
6. Виконання завдань рубрики «Перевірте, як засвоїли матеріал розділу».
7. Написання контрольної роботи.

Наведемо приклад створення освітньої траєкторії для учня 7 класу за темою «Трикутники» [1]. Дана тема досить велика за обсягом матеріалу, що вивчається. Тому її поділено на дві підтеми, перша з яких «Перша і друга ознаки рівності трикутників». Освітня траєкторія цієї підтеми може мати наступний вигляд.

Урок 1-2. Трикутник і його елементи.

Теоретичне завдання. Опрацюйте рубрику «У розділі дізнаєтесь». Опрацюйте § 10 та складіть конспект за наступним планом.

1. Трикутник. Класифікація трикутників за сторонами та кутами.

2. Нерівність трикутника.

3. Периметр трикутника.

4. Медіана, висота і бісектриса трикутника.

Практичне завдання. Розв'яжіть задачі № 12-28 (усно), № 29-50 та № 51, 52 рубрики «Застосуйте на практиці» (письмово). Виконайте експрес-контролі № 12 і 13 [3].

Творче завдання. Опрацюйте рубрику «Дізнайтеся більше». Підготуйте доповідь на тему «Трикутники навколо нас».

Урок 3-5. Властивості кутів трикутника.

Теоретичне завдання. Опрацюйте § 11 та складіть конспект за наступним планом.

1. Теорема про суму кутів трикутника та наслідки з неї.

2. Зовнішній кут трикутника та його властивості.

Практичне завдання. Розв'яжіть задачі № 6-21 (усно), № 22-50 та № 51-53 рубрики «Застосуйте на практиці» (письмово). Виконайте експрес-контролі № 14 і 15 [3] та самостійну роботу № 3 [4].

Творче завдання. Опрацюйте рубрику «Дізнайтеся більше». Підготуйте доповідь на тему «Етапи математичного дослідження».

Урок 6. Рівність геометричних фігур.

Теоретичне завдання. Опрацюйте § 12 та складіть конспект за планом.

1. Рівні фігури. Приклади рівних фігур.

2. Рівні трикутники.

Практичне завдання. Розв'яжіть задачі № 8-17 (усно), № 18-26 та № 27 рубрики «Застосуйте на практиці» (письмово). Виконайте експрес-контроль 16 [3].

Творче завдання. Опрацюйте рубрику «Дізнайтеся більше». Підготуйте доповідь на тему «Рівні фігури у навколишньому світі».

Урок 7-10. Перша ознака рівності трикутника.

Теоретичне завдання. Опрацюйте § 13 та складіть конспект за планом.

1. Перша ознака рівності трикутників.

2. Друга ознака рівності трикутників.

Практичне завдання. Розв'яжіть задачі № 7-22 (усно), № 23-49 та № 50-52 рубрики «Застосуйте на практиці» (письмово). Виконайте експрес-контролі № 17 і 18 [3] та самостійну роботу № 4 [4]. Дайте відповідь на контрольні запитання, розв'яжіть тестові завдання.

Творче завдання. Опрацюйте рубрику «Дізнайтеся більше». Складіть план розв'язування задач на доведення.

Урок 11. Тематична контрольна робота.

Практичне завдання. Виконайте контрольну роботу № 4 [4].

Творче завдання. Складіть власний варіант контрольної роботи.

Зазначимо, що на третьому етапі (10-11 класи) слід враховувати профіль навчання, обраний учнем. Бажано, щоб у класах природничо-математичного профілю власну освітню траєкторію кожен учень будував для себе самостійно, спираючись або на попередній досвід навчання в 7-9 класах, або на допомогу вчителя математики.

До індивідуальної освітньої траєкторії учнів старших класів необхідно включати також види діяльності, спрямовані на набуття старшокласниками навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності [6]. До таких видів діяльності ми відносимо: 1) вивчення додаткових тем, що не входять до програми з математики, розв'язування задач за даною темою; 2) відвідування елективних курсів математичного спрямування; 3) участь у математичних конкурсах, турнірах, олімпіадах, конкурсах МАН; 4) проведення навчальних дискусій, круглих столів; 5) проведення міні-досліджень (індивідуальних і групових); 6) написання та захист творчих робіт.

Зазначимо, що важливим є постійний контроль з боку вчителя за своєчасним виконанням учнем всіх запланованих завдань. Це дозволяє відслідковувати рух учня за його освітньою траєкторією, оцінювати таке просування та своєчасно його корегувати.

Висновки. У ході нашого дослідження встановлено, що навчання за індивідуальними освітніми траєкторіями сприяє розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення математики й удосконалення їхніх знань, дозволяє залучати учнів до творчого пошуку як в процесі вивчення теоретичного матеріалу, так і в процесі розв'язування задач, пропонуючи кожному учню посильний для нього рівень.

Подальшого дослідження потребує питання розробки навчально-методичних матеріалів, які містять систему диференційованих завдань. Це дозволить вчителю будувати індивідуальні освітні траєкторії та обирати завдання для учнів з урахуванням їхніх можливостей, індивідуальних особливостей та стилю інтелектуально-творчої діяльності.

1. *Бурда М.І. Геометрія 7: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів / М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова. – Київ: «Зодіак-Еко», 2007. – 208 с.*

2. *Суртаева Н.Н. Нетрадиционные образовательные технологи / Н.Н.Суртаева. – Новокузнецк: ИПК, 2003. – 63 с.*

3. *Тарасенкова Н.А. Експрес-контроль з геометрії для 7 класу: [метод. посіб.] / Н.А.Тарасенкова, М.І.Бурда, І.М.Богатирьова, О.М.Коломієць, З.О.Сердюк; за ред. Н.А.Тарасенкової, М.І.Бурди. – К.: Педагогічна преса, 2007. – 64 с.*

4. *Тарасенкова Н.А. Самостійні та контрольні роботи з геометрії для 7 класу: [метод. посіб.] / Н.А.Тарасенкова, М.І.Бурда, І.М.Богатирьова, О.М.Коломієць, З.О.Сердюк; за ред. Н.А.Тарасенкової, М.І.Бурди. – К.: Педагогічна преса, 2007. – 64 с.*

5. *Хуторской А.В. Методика личностно-ориентированного обучения. Как обучать всех по-разному?: пособие для учителя / А.В.Хуторской. – М.: Изд-во ВЛАДОС–ПРЕСС, 2005. – 383 с.*

6. *Цапова С.Г. Застосування методів активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики / С.Г.Цапова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 27. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 75–78.*

Резюме. **Богатырёва И.Н. ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ.** *В статье рассматривается вопрос построения индивидуальных образовательных траекторий для учащихся общеобразовательных учебных заведений. Предлагаются методические рекомендации для учителей по разработке и внедрению в учебный процесс индивидуальных образовательных траекторий на примере изучения геометрии.*

Ключевые слова: *обучение геометрии, индивидуальная образовательная траектория.*

Abstract. **Bogatyreva I. CONSTRUCTION TECHNOLOGY OF INDIVIDUAL EDUCATIONAL TRAJECTORIES WHILE TEACHING GEOMETRY.** *The article discusses the construction of individual educational trajectories for students of general educational establishments. Methodical recommendations for teachers as of the development and implementation of individual educational trajectories in the learning process are illustrated on the example of studying geometry.*

Key words: *teaching geometry, individual educational trajectory.*

Стаття представлена професором Н.А. Тарасенковою.
Надійшла до редакції 28.03.2011 р.

МЕТОД МАТЕМАТИЧНОЇ ІНДУКЦІЇ В ГЕОМЕТРІЇ

Ю.А.Скрипченко,
старший викладач,
Чернігівський державний педуніверситет ім. Т.Шевченка,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Обговорюється роль, місце і значення методу математичної індукції при розв’язанні планіметричних задач, а також методика формування вміння ним користуватися при розв’язанні різних типів геометричних задач. Пропонується добірка задач для самостійного розв’язання.

Ключові слова: *планіметричне завдання, метод математичної індукції, майбутній вчитель математики, позакласна робота, робота в математичному кружку.*

Індукцією називається метод міркувань, який веде від висновків, зроблених в часткових випадках (при розгляді прикладів), до деякого загального висновку. *Inductio* – латинське слово, що означає «наведення». Індуктивні міркування – типове явище для математики. Розрізняють кілька методів, що ґрунтуються на індукції. Метод міркувань, при якому загальний висновок робиться на основі розгляду (розбору) всеможливих випадків, називається *повною індукцією*. Зрозуміло, що його можна застосувати коли число випадків скінченне (і не «надто велике»). Складнішою є ситуація, коли кількість випадків є нескінченною. У цьому випадку іноді (коли випадок залежить від натурального n) буває корисним (продуктивним) метод математичної індукції.

Метод математичної індукції – один з важливих методів доведення математичних тверджень, який ґрунтується на принципі математичної індукції: *якщо твердження T(n), залежне від натурального числа n, істинне для* $n=1$ *і з припущення про те, що воно істинне для* $n=k$ *випливає його істинність і для натурального числа* $n=k+1$, *то це твердження істинне при всіх натуральних значеннях* n. Принцип математичної індукції – одна з аксіом арифметики натуральних чисел (аксіом Пеано [2]). Зауважимо, що він має дві різні, але еквівалентні форми (ми навели першу з них).

Реалізація на практиці цього методу здійснюється за наступною схемою:

1) перевіряється істинність твердження при $n=a$, де a – найменше з допустимих значень; 2) припускається, що воно істинне для $n=k>a$; 3) доводиться, що з пунктів 1) і 2) випливає істинність твердження для $n=k+1$. Робиться висновок про істинність твердження *T(n)* для всіх натуральних значень $n \geq a$.

Іноді цей метод називають методом повної математичної індукції [12]. Він є строгим дедуктивним методом доведення, який включає в себе елемент індукції, а саме: безпосередню перевірку досліджуваного твердження при найменшому допустимому значенні *n*. Раніше метод математичної індукції вивчався в загальноосвітній школі в курсі «Алгебра і початки аналізу» (див. [9], [10]), а зараз лише в класах з поглибленим вивченням математики.

Постановка проблеми. Місце, роль і велике значення методу математичної індукції в математиці загальновідомі. Зрозуміло, що будучи по своїй суті пов'язаним з поняттям натурального числа, він є ефективним в арифметиці, комбінаториці, алгебрі та теорії чисел, хоча застосовується в самих різноманітних галузях математики. На наш погляд, роль методу математичної індукції в геометрії (зокрема, елементарної) є недостатньо вивченою і часто недооцінюється. В завуальованому вигляді він використовується в шкільному курсі геометрії (наприклад, при виведенні формули суми внутрішніх кутів випуклого многокутника). Існують достатньо природні геометричні задачі, чи не єдиним методом розв’язання яких є метод математичної індукції. Застосування методу математичної індукції в геометрії має свою специфіку. В «чистому» вигляді цей метод використовується до доведення тверджень типу: $(\forall n \in N) \quad T(n)$ (тобто до тверджень, які виражають деякі властивості, притаманні будь-якому натуральному числу) або $(\forall n \in N)$ $(n > k \to T(n))$ (будь-якому натуральному числу, яке більше деякого натурального числа k). Лише частина геометричних задач має таку форму вимоги, оскільки існує чотири типи геометричних задач (класифікація «за вимогою»):1) задачі на знаходження величин (зокрема, на обчислення); 2) на доведення; 3)на побудову; 4) на дослідження.

Зауважимо, що вчителю математики було б корисно мати під руками посібник, який містив би велику кількість геометричних задач, які розв'язуються методом математичної індукції як з розв'язками, так і задач для самостійного розв'язання. Але про існування таких автору не відомо. Більше того, існує практично два джерела [6], [16], в яких цьому питанню приділена належна увага. Поодинокі приклади таких задач, можна зустріти в різних джерелах, зокрема [1], [3-5], [7], [8], [11], [14], [15], [17], де вони часто повторюються.

Наведемо приклади використання методу математичної індукції в планіметрії.

Приклади застосування методу в геометрії

***Означення* 1.** *Барицентром (центром мас)* системи точок A_1, A_2, …, A_n називається точка G, для якої має місце векторна рівність

$$\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + \ldots + \overrightarrow{GA_n} = \vec{0}. \qquad (1)$$

Задача 1 ([14]). *Довести, що довільна скінченна множина (система) точок має єдиний барицентр.*

Розв'язання. Доведення існування барицентра проведемо методом математичної індукції.

1. При $n = 2$ барицентром системи A_1A_2 є середина відрізка A_1A_2.

2. Припустимо, що твердження правильне для $n = k$, тобто існує точка G' така, що

$$\overrightarrow{G'A_1} + \overrightarrow{G'A_2} + \ldots + \overrightarrow{G'A_k} = \vec{0}. \qquad (2)$$

Розглянемо точку G, яка ділить направлений відрізок $\overline{A_{k+1}G'}$ у відношенні k, тобто точку, для якої має місце векторна рівність $\overrightarrow{A_{k+1}G} = k\overrightarrow{GG'}$. Останню рівність можна переписати у вигляді

$$\overrightarrow{A_{k+1}G} = \overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{A_1G'} + \overrightarrow{GA_2} + \overrightarrow{A_2G'} + \cdots + \overrightarrow{GA_k} + \overrightarrow{A_kG}$$

$$\overrightarrow{G'A_1} + \overrightarrow{G'A_2} + \cdots + \overrightarrow{G'A_k} = \overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + \cdots + \overrightarrow{GA_k} + \overrightarrow{GA_{k+1}}$$

Але з (2) випливає, що ліва частина останньої рівності дорівнює $\vec{0}$. Тому $\overrightarrow{GA_1} + \overrightarrow{GA_2} + \cdots + \overrightarrow{GA_k} + \overrightarrow{GA_{k+1}} = \vec{0}$.

Отже, точка G є барицентром системи точок $A_1, A_2, \ldots, A_k, A_{k+1}$. Тоді, згідно з принципом математичної індукції, дане твердження правильне для довільної скінченної кількості точок.

Тепер доведемо єдиність. Нехай крім рівності (1) має місце і рівність

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \ldots + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}. \qquad (3)$$

Віднявши від рівності (1) рівність (3), одержимо

$$\left(\overrightarrow{GA_1} - \overrightarrow{OA_1}\right) + \left(\overrightarrow{GA_2} - \overrightarrow{OA_2}\right) + \ldots + \left(\overrightarrow{GA_n} - \overrightarrow{OA_n}\right) = \vec{0}$$

$$n\overrightarrow{GO} = \vec{0}.$$

Звідки $G = O$. Єдиність та все твердження доведено.

Зауваження. Задача 1 може бути використана вчителем в системі гурткової допускає модифікації та переформулювання, зокрема як задача на побудову. Зауважимо, що на обласній олімпіади з математики для школярів Київської області фігурувала задача: чи може барицентр п'яти точок, які лежать на одному колі, співпадати з його центром, якщо п'ятикутник A_1A_2 A_3A_4 A_5 не є правильним?

Задача 2 ([6]). Обчислити довжину a_{2^n} сторони правильного 2^n-кутника, вписаного в коло радіуса R.

Розв'язання. 1. При $n = 2$ правильний 2^n-кутник є квадратом зі стороною $a_4 = R\sqrt{2}$. Використовуючи формулу подвоєння сторін правильного 2^n-кутника

$$a_{2^{n+1}} = \sqrt{2R^2 - 2R^2 \cos\frac{2\pi}{2^n \cdot 2}} =$$

$$= \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_{2^n}^2}{4}}},$$

знаходимо, що сторона правильного восьмикутника $a_8 = R\sqrt{2-\sqrt{2}}$, сторона правильного шістнадцятикутника $a_{16} = R\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$, сторона правильного тридцятидвухкутника $a_{32} = R\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$. Тому можна припустити, що сторона правильного вписаного 2^n-кутника при будь-якому $n \ge 2$ обчислюється за формулою

$$a_{2^n} = R\sqrt{2-\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+...+\sqrt{2}}}}_{n-2\ двійок}}. \qquad (1)$$

2. Припустимо, що сторона правильного вписаного 2^n-кутника виражається формулою (1). За формулою подвоєння

$$a_{2^{n+1}} = \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - R^2\frac{2-\underbrace{\sqrt{2+...+\sqrt{2}}}_{n-2\ äâ³éî ê}}{4}}} =$$

$$= R\sqrt{2-\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+...+\sqrt{2}}}}_{n-1\ äâ³éî ê}},$$

звідки випливає, що формула (1) правильна для всіх натуральних значень n.

Відповідь:

$$a_{2^{n+1}} = R\sqrt{2-\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+...+\sqrt{2}}}}_{n-1\ двійок}}.$$

Зауваження. Дана задача є задачею на виведення формули, яка наперед невідома. При її розв’язанні використовуються індуктивні міркування, які мають допомогти сформулювати гіпотезу. Для доведення висунутої гіпотези і був використаний метод математичної індукції. Такі задачі корисно давати учням для самостійного розв’язання з метою розвитку їх творчих здібностей. При цьому доцільно працювати з задачею в кілька етапів: 1) знаходження виразів для конкретних значень *n=2, 2^2,2^3,2^4,2^5*; 2) формулювання гіпотези; 3) доведення гіпотези.

Задача 3 ([3], [15])**.** Довести, що в опуклому n-кутнику не можна вибрати більш як n діагоналей так, щоб будь-які дві з них мали спільну точку.

Розв’язання. Доведемо більш загальне твердження: в опуклому n-кутнику не можна вибрати більше n сторін та діагоналей так, щоб будь-які дві з них мали спільну точку. При $n=3$ твердження очевидне. Припустимо, що це твердження правильне для довільного опуклого n-кутника та, використовуючи це, доведемо його для довільного $(n+1)$-кутника.

Припустимо, що для $(n+1)$-кутника це твердження неправильне. Якщо з кожної вершини $(n+1)$-кутника виходить не більше двох вибраних сторін чи діагоналей, то всього їх вибрано не більше як $n+1$. Тому з деякої вершини A виходить хоча б три вибраних сторони чи діагоналі AB, AC, AD. Нехай AC лежить між AB і AD. Оскільки будь-яка сторона чи діагональ, яка виходить із точки C і відмінна від CA, не може одночасно перетинати AB і AD, то з C виходить лише одна вибрана діагональ CA.

Відкинувши точку C разом з діагоналлю CA, отримаємо опуклий n-кутник, у якому вибрано більше n сторін та діагоналей, будь-які дві з них мають спільну точку. Отримана суперечність з припущенням.

Отже, для $(n+1)$-кутника це твердження правильне. Згідно з принципом математичної індукції твердження правильне для довільного опуклого n-кутника.

Задача 4 ([4]). Діагоналями, які не перетинаються, опуклий n-кутник поділено на трикутники так, що кожна вершина n-кутника є вершиною непарного числа трикутників. Довести, що n ділиться на 3.

Розв’язання. Застосуємо метод математичної індукції. Для $n=1$ і $n=2$ твердження не має змісту, а для $n=3$, тобто для трикутника, воно очевидне. Припустимо, що твердження задачі справедливе для всіх многокутників з числом сторін $n \le k$, і доведемо, що воно залишається справедливим і для $(k+1)$-кутників.

Нехай P – довільний $(k+1)$-кутник, який задовольняє умову задачі, а LM – довільна його діагональ (рис. 1). Оскільки L є спільною вершиною непарного числа трикутників, то всього з L виходить парне число діагоналей. Кожна з цих діагоналей, відмінна від LM (а таких непарне число), попадає в одну з частин, на які многокутник P розбивається діагоналлю LM. Тому одна з частин (позначимо її P_l) містить парне число таких діагоналей.

Позначимо через s_L кількість діагоналей, проведених в многокутнику P_l з вершини L, через s_M – кількість діагоналей, проведених з вершини M, а через $s_2, s_3, ..., s_{l-1}$ – кількості діагоналей, проведених з вершин многокутника P_l. Тоді сума $s = s_L + s_2 + s_3 + ... + s_{l-1} + s_M$ буде парною, оскільки в цій сумі кожна діагональ многокутника P_l рахується двічі. Парними будуть і число s_L (за побудовою многокутника P_l) і числа $s_2, s_3, ..., s_{l-1}$ (бо з кожної вершини многокутника P проведено парне число діагоналей). Тому число s_M теж мусить бути парним.

Оскільки з кожної вершини многокутника P_l проведено парне число діагоналей, то P_l задовольняє умову задачі. Число його сторін менше k, тому за припущенням індукції l ділиться на 3.

Розглянемо тепер другу частину $P - P_l$ многокутника P. Вона теж розбита діагоналями на трикутники. Відрізок LM буде стороною одного з них (позначимо його третю вершину через N). Оскільки з вершин L і M многокутника $P - P_l$ проведено по непарному числу діагоналей, то відрізки LN і MN мусять бути діагоналями.

Таким чином, діагоналі LM, LN і MN поділяють многокутник P на чотири частини: многокутники P_l, P_s, P_q і трикутник LMN. Неважко довести, що многокутники P_s *і* P_q теж задовольняють умову задачі. Числа сторін s і q цих многокутників менші від k, тому кожне з них ділиться на 3. Але тоді число сторін многокутника P, що дорівнює $k+1 = l+s+q-3$, теж ділиться на 3.

Задача 5. Знайти найбільшу кількість замкнених парканів, які не перетинаються в місті з n будинками (паркан може відгороджувати один чи декілька будинків, а також вже відгородженні ділянки; на території між будь-якими двома парканами повинен знаходитися хоча б один будинок).

Розв'язання. Доведемо, що шукана кількість рівна n. Якщо $n=1$, то можна провести не більше одного паркану. Нехай будь-які n будинків можна відгородити не більше ніж n парканами. Розглянемо $n+1$ будинок, між якими проведена деяка кількість парканів. Викинемо один із парканів. Тоді один з будинків опиниться не відгородженим від деякого іншого будинку, або від зовнішньої частини міста (в протилежному випадку паркан був би проведений не по правилам). Не будемо розглядати цей будинок. Інші n будинків відгороджені не більш ніж n парканами за припущенням. Тобто, всі $n+1$ будинки відгороджуються не більш ніж $n+1$ парканами. Залишилось відмітити, що будь-які n будинки можна відгородити n парканами (навколо кожного будинку побудувати один паркан так, щоб він не перетинався з іншим).

Специфіка більшості планіметричних задач полягає в тому, що, за виключенням найпростіших, вони неалгоритмічні. Успішна робота над задачею вимагає: 1) вміння геометрично тлумачити умову; 2) володіння фактичним матеріалом (співвідношеннями, формулами, теоремами), а також прийомами та методами розв'язання простих задач. У пошуку розв'язання нетривіальну участь бере просторова уява і геометрична інтуїція.

За своїми математичними здібностями школярі поділяються на «геометрів» та «аналітиків». Перші, міркуючи, оперують геометричними образами, а другі — математичними виразами. Гармонізація двох форм математичного мислення — одне з головних завдань вчителя математики і шкільного курсу планіметрії. Однією з форм роботи, що сприяє цьому, є розв'язання планіметричних задач методом математичної індукції.

Добірка задач для самостійного розв'язання

1. Довести, що квадрат можна розділити на n квадратів для будь-якого n, починаючи з шести.

2. Довести, що правильний трикутник можна розрізати на n правильних трикутників для будь-якого n, починаючи з шести.

3. У квадраті 128×128 вирізали одну клітинку 1×1. Довести, що отриману фігуру можна замостити фігурами, що є куточками з трьох клітинок 1×1.

Вказівка: провести індукцію за квадратами $2^n\times2^n$.

4. На площині дано $2n+1$ точок, які є вершинами деякого опуклого $(2n+1)$-кутника. Побудувати $(2n+1)$-кутник, для якого ці точки є серединами сторін.

Вказівка: при доведенні кроку індукції від $2n+1$ точки до $2n+3$ точок $A_1, A_2, ..., A_{2n+1}, A_{2n+2}, A_{2n+3}$ використати припущення індукції стосовно точок $A_1, A_2, ..., A_{2n+1}, A$, де A – четверта вершина паралелограма $A_{2n+1}, A_{2n+2}, A_{2n+3}, A$.

5. Довести, що *n* різних прямих, які лежать у площині і проходять через одну точку, поділяють площину на *2n* частин.

6. Довести, що *n* кіл, які лежать в одній площині, поділяють площину не більш ніж на n^2-n+2 частин.

7. Довести, що *n* попарно не паралельних прямих, які лежать на одній площині і жодні 3 з яких не проходять через одну точку, поділяють площину на $\frac{1}{2}(n^2+n+2)$ частин.

8. Точки $A_1, A_2, ..., A_n$ розташовані на площині так, що кожні 4 з них лежать у вершині опуклого 4-кутника. Довести, що всі точки лежать у вершинах опуклого *n*-кутника.

9. На площині задано набір з *n* векторів, довжина кожного з яких не перевищує 1. Доведіть, що замінивши деякі вектори цього набору на протилежні, можна одержати набір векторів, сума яких має довжину, що:

а) не перевищує $\sqrt{n}$; **б)** не перевищує $\sqrt{2}$.

10. Опуклий многокутник будемо називати «красивим», якщо виконуються такі умови: **а)** кожна його вершина пофарбована в один з трьох кольорів; **б)** будь-які дві сусідні вершини многокутника пофарбовані в різні кольори; **в)** для кожного з трьох даних кольорів знайдеться принаймні одна вершина многокутника, пофарбована в цей колір. Доведіть, що будь-який «красивий» *n*-кутника ($n\ge3$) можна розрізати діагоналями, які не перетинаються, на «красиві» трикутники.

11. Дано *n* довільних квадратів. Доведіть, що їх можна розрізати на частини так, що із одержаних частин можна було б скласти один великий квадрат.

12. На площині дано 2*n*+1 точок, які є вершинами опуклого (2*n*+1)-кутника. Побудуйте (2*n*+1)-кутник, для якого ці точки є серединами його сторін.

13. На прямій вибрали *n* різних точок $A_1, A_2, ..., A_n$. Нехай M – множина середин відрізків $A_iA_j, 1\le i\le j\le n$. З якої найменшої кількості різних точок може складатися множина M?

Вказівка: у випадку, коли координати даних точок утворюють арифметичну прогресію, множина M складається з $2n-3$ різних точок. Доведіть методом математичної індукції, що з меншої кількості точок множина M складатись не може. *Відповідь*: $2n-3$.

14. Дано дві паралельні прямі l і l_1. За допомогою однієї лінійки розділити відрізок *AB* прямої *l* на *n* рівних частин.

15. Користуючись циркулем даного розхилу a та лінійкою, побудувати відрізок, рівний $\frac{a}{n}$.

16 ([5]). Дано точки A, B_1, B_2, …, B_n (n – фіксоване натуральне число), які лежать на одній прямій. Провести через точку A таку пряму l, щоб сума відстаней до неї від точок B_1, B_2 …, B_n дорівнювала відстані між даними точками M і N .

17 [6]. На площині задано точки $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Знайти геометричне місце точок, сума квадратів відстаней яких до заданих точок, є сталою величиною c^2 і більшою квадрата максимальної відстані між двома заданими точками.

18 ([1]). На скільки частин ділять площину *n* прямих «загального положення», тобто таких, що ніякі дві непаралельні і ніякі три не проходять через одну точку?

19 ([1]). Площина поділена на область кількома прямими. Довести, ці області можна розфарбувати в два кольори так, що довільні дві суміжні області були пофарбовані в різні кольори.

20. Вивести формули для обчислення радіусів r_n і R_n вписаного і описаного кіл правильного 2^n-кутника, який має заданий периметр P.

21. Визначити суму внутрішніх кутів n-кутника (не обов'язково випуклого).

22. [6] На площині дано коло і n-точок, вписати в коло n-кутник сторони якого проходять через задані точки.

Вказівка. Розглянути більш загальну задачу про побудову n-кутника, k-суміжних сторін якого проходять через k заданих точок, а решта $n-k$ сторін паралельні заданим прямим. Розглянути індукцію по k. Ця задача співпаде з початковою при $k=n$.

1. *Алфутова Н.Б.. Алгебра и теорія чисел. Сборник задач для математических школ / Н.Б.Алфутова, А.В.Устинов. – М.: МЦНМО, 2002. – 264 с.*
2. *Виленкин Н.Я. Современные основы школьного курса математики / Н.Я.Виленкин, К.И.Дуничев, Л.А.Калужнин, А.А.Столяр. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.*
3. *Вишенський В.А. Українські математичні олімпіади: довідник / В.А.Вишенський, О.Г.Ганюшкін, М.В.Карташов, В.І.Михайловський, Г.Й.Призва, М.Й.Ядренко. – К.: Вища школа, 1993. – 415 с.*
4. *Вишенський В.А. Сборник задач киевских математических олимпиад / В.А.Вишенський, Н.В.Карташов, В.И.Михайловский, М.И.Ядренко. – К.: Вища школа, 1984. – 240 с.*
5. *Вишенський В.А. Дано тільки точки / В.А.Вишенський, В.І.Сущанський. – К.: Вища шк., 1988. – 95 с.*
6. *Головина Л.И. Индукция в геометри / Л.И.Головина, И.М.Яглом. – М.: Наука, 1961. – 99 с.*
7. *Дынкин Е.Б. Математические задачи / Е.Б.Дынкин, С.А.Молчанов, А.Л.Розенталь, А.Н.Толпыго. – М.: Наука, 1971. – 80 с.*
8. *Завало С.Т. Алгебра и теорія чисел. Практикум:В 2-х ч. / С.Т.Завало, С.С.Левищенко, В.В.Пылаев. – К.: Вища школа. Головное изд-во, 1983. – Ч.1. – 232 с.*
9. *Каченовский М.И. Алгебра и начала анализа. Ч.1 / М.И.Каченовский, Ю.М.Колягин, Г.Л.Луканкин, Г.Н.Яковлев. – К.: Вища школа, 1979. – 312 с.*
10. *Колмогоров А.М. Алгебра і початки аналізу: навчальний посібник для учнів 9 класу середньої школи / А.М.Колмогоров, Б.Ю.Вейц, І.Т.Демидов, О.С.Івашов-Мусатов, С.І.Шварцбурд. – К.: Рядянська школа, 1979. – 223 с.*
11. *Конягин С.В. Зарубежные математические олимпиады / С.В.Конягин, Г.А.Тоноян, И.Ф.Шарыгин и др. – М.: Наука, 1987. – 416 с.*
12. *Нікулін О.В. Геометрія: Поглибл. курс: 7-9 кл.: навч. посібник / О.В.Нікулін, О.Г.Кукуш. – К: Ірпінь: ВТФ «Перун», 1999. – 352 с.*
13. *Пойа Д. Как решать задачу / Д.Пойа. – Львов: Квантор, 1991. – 214 с.*
14. *Працьовитий М.В. Барицентрична система координат на прямій, площині, та в просторі / М.В.Працьовитий, Л.Л.Креш. – К.: НПУ ім.М.П.Драгоманова, 2009. – 60 с.*
15. *Сарана О.А. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: навч. посібник / О.А.Сарана. – К.: Видво А.С.К., 2004. – 344 с.*
16. *Соминский И.С. О математической индукции / И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом. – М.: Наука, 1967. – 144 с.*
17. *Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад / В.А.Ясінський. – Тернопіль, 2008.*

Резюме. **Скрипченко Ю.А. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ В ГЕОМЕТРИИ.** *В статье обсуждается роль, место и значение математической индукции при решении планиметрических задач, а также методика формирования умения им пользоваться при решении разных типов геометрических задач. Предлагается подборка задач для самостоятельного решения.*

Ключевые слова: *планиметрическая задача, метод математической индукции, будущий учитель математики, внеклассная работа и работа в математическом кружке.*

Abstract. **Skripchenko Yu. THE METHOD OF MATHEMATICAL INDUCTION IN GEOMETRY.** *In the paper we discuss a role, position and value of the method of mathematical induction for solving of planimetric problems as well as a methodology of formation of skills to use this method for solving of different types of geometric problems. A collection of problems for unaided solving are proposed.*

Key words: *planimetric problem, method of mathematical induction, future teacher of mathematics, out-of-class and workshop work.*

Стаття представлена професором М.В.Працьовитим.

Надійшла до редакції 5.04.2011 р.

УСИЛЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ПОСРЕДСТВОМ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИЕМОВ РАЦИОНАЛЬНЫХ РАССУЖДЕНИЙ

Азатгельды Овезов,
канд. пед. наук,
Туркменский госуниверситет им. Махтумкули,
г. Ашхабад, ТУРКМЕНИСТАН

Аналізується роль і місце прийомів раціональних міркувань у навчанні математики. На конкретних прикладах розкриваються можливості спрощення математичних моделей.

Ключові слова: *навчання математики, прикладна спрямованість, прикладна задача, математична модель, прийоми раціональних міркувань.*

Постановка проблемы. Математика велика. Один человек не в состоянии изучить все ее разветвления. Но в то же время математика – наука единая, хотя многие разделяют ее на чистую и прикладную. Чистая математика, как известно, заботится о логической строгости проводимых рассуждений и выводов. В прикладной математике важна не столько логическая строгость, сколько рациональность и своевременность. Решения производственных и практических задач должны быть экономными по затраченным усилиям, доступными современным вычислительным средствам, удобными для дальнейшего использования, рациональными и т. д.

Анализ актуальных исследований. Вопросы взаимосвязи чистой и прикладной математики рассматривались в работах А.В.Архангельского, И.И.Блехмана, В.М.Глушкова, Б.В.Гнеденко, А.Н.Колмогорова, Л.Д.Кудрявцева, А. Д.Мышкиса, Я.Г.Пановко, О.А.Самарского, А. М. Тихонова, И. М. Яглома и др. Детально особенности прикладной математики рассматриваются в работе [1].

Цель обучения математике в средней школе состоит в том, чтобы ознакомить учеников с теоретическими основами науки и показать ее широкое применение на практике. Таким образом, имеем двойственную направленность обучения математике в средней школе: с одной стороны это формирование умений, связанных с построением формальных логических доказательств, с другой – формирование умений построения разнообразных математических моделей. Сегодня «актуальным становится не столько содержание образования, сколько полноценный учет логики рациональных рассуждений (логики прикладной математики)» [2].

Вопросы прикладной направленности школьного курса математики рассматривали известные математики и методисты: А.М. Астряб, Г.П. Бевз, И. Бекбоев, Г.М. Возняк, Л.И. Гуткин, В.А. Далингер, Н.Я. Игнатенко, Ю.М. Колягин, Л.Л. Панченко, В.В. Пикан, В.А. Петров, А.В. Прус, Л.А. Соколенко, Р.К. Таварткиладзе, Н.А. Терешин, В.В. Фирсов, Б. Хайдаров, З.Я. Хаметова и другие.

Предметом их исследований были:

- прикладные задачи [5], [6], [7];
- математическое моделирование [8];
- прикладная направленность школьного курса математики [3].

Цель статьи – раскрыть пути формирования приемов рациональных рассуждений и прикладных умений учащихся в процессе изучения математики.

Изложение основного материала. Средством обучения практических и теоретических аспектов математики служат прикладные задачи. При решении прикладных задач в сочетании с дедуктивными рассуждениями широко используются так называемые рациональные рассуждения. Рациональные рассуждения свойственны многим наукам. В некотором смысле прикладная математика исполняет роль посредника между различными дисциплинами и чистой математикой.

Рациональными будем называть рассуждения, не всегда приемлемые с точки зрения чистой математики, но приводящие к правильным результатам при разумном их применении. Рациональные рассуждения свойственны многим наукам. В некотором смысле прикладная математика исполняет роль посредника между различными дисциплинами и чистой математикой. В прикладной математике в роли доказательства могут выступить аналогия, физический и количественный эксперименты.

Рациональные рассуждения используются на всех трех этапах применения математики на практике. Этап формализации связан только с рациональными рассуждениями, так как выделение математической сущности исследуемого реального процесса осуществляется не на дедуктивном уровне, а лишь на уровне правдоподобия. Математическая модель, по существу, представляет собой гипотезу: всегда остается возможность описания исследуемой проблемы с различной степенью точности и детализации, поэтому при решении математической задачи могут делаться различные допущения, упрощения и видоизменения.

Адекватность модели проверяется посредством интерпретации полученных с ее помощью результатов, т. е. их сопоставления с исходной реальной ситуацией. Таким образом, на этапе интерпретации также приходится прибегать к рациональным рассуждениям. Они используются и на внутримодельном, т. е. собственно математическом, этапе применения математики. С их помощью добиваются согласованности между степенями точности этапов формализации, внутримодельного решения и интерпретации; осуществляют выбор метода исследования математической модели; производят корректировку уже построенной модели, ее уточнение и т. д.

В процессе применения математики на практике, по различным причинам появляется необходимость использования вместо точных, но сложных математических формул, приближенные, но относительно простые формулы. Если при построении математической модели значительно искажена реальная ситуация, то бессмысленно, т. е. нерационально, добиваться абсолютно точного внутримодельного решения. Эту мысль необходимо пояснить учащимся на таком примере.

Задача 1. С помощью мерной ленты произведено измерение длины окружности предмета круглой формы с точностью до 1 мм и получен результат — 41,8 см. Определите диаметр этого предмета.

При решении этой задачи, т. е. при делении 41,8 на $\pi \approx 3{,}14$, необходимо ограничиться первым десятичным знаком после запятой, т. е. дать ответ 13,3 см.

На внутримодельном этапе с помощью рациональных рассуждений иногда удается исключить из рассмотрения те случаи или подзадачи, которые неадекватны с исходной реальной ситуацией, так как в этих случаях их решения являются ненужными. Например, при решении квадратного уравнения $2x^2 - 37x = 0$, где x означает скорость мотоциклиста, необходимо ограничиться выявлением положительного корня 24,5, так как можно без соответствующего вычисления легко обнаружить, что второй корень будет отрицательным, следовательно, он не будет удовлетворять условию исходной ситуации.

В педагогической литературе описываются рациональные рассуждения, наиболее употребительные в прикладной математике. В их число входят:

а) применение утверждений, справедливых в реальных случаях, хотя и допускающих построение искусственных противоречащих примеров;
б) уточнение по ходу исследования;
в) доводы, основанные на аналогии или эксперименте.

Об этих типах рациональных рассуждений учащимся можно дать представление с помощью примеров, взятых из практики.

1. В процессе применения математики на практике, по различным причинам появляется необходимость использования вместо точных, но сложных математических формул, приближенных, но относительно простых формул.

Если в прямоугольном треугольнике *ABC* один из острых углов (допустим, $\alpha = \angle BAC$ *)* мал (рис. 1, а), то прямоугольный треугольник *ABC* можно заменить сектором круга с радиусом *AC* и соответствующим центральным углом *а* = *B'AC* (рис. 1, б). Такая замена позволяет найти искомый элемент треугольника *ABC* без использования таблицы и вместе с тем добиться практически приемлемой точности результата.

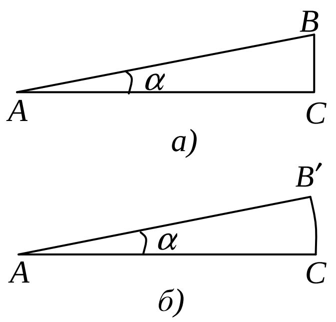


Рис. 1

К примеру, если $\alpha \le 5°$, относительная погрешность не превосходит 0,5%, а если $\alpha = 15°$, относительная погрешность равна 2,3 %, что является вполне пригодным для практических расчетов.

Задача 2. Вершина столба видна с расстояния 200 м от ее основания под углом 5°. Определить высоту столба.

Решение 1 (используем таблицы). Как видно из чертежа (рис. 1, а), $BC = AC \bullet \mathrm{tg}\alpha = 200 \bullet \mathrm{tg}5° \approx 200 \bullet 0{,}0875 = 17{,}5$ (м).

Решение 2 (без таблицы). По формуле $B'C = \dfrac{\pi R \alpha}{180}$, подставляя 200 м вместо *R*, а 5 вместо *а*, получим $B'C = \dfrac{\pi \cdot 200 \cdot 5}{180} \approx 17{,}4\,(m)$.

Как видно, в пределах разумной точности ответы совпадают, т.е. практически равноценны.

2. Мы уже отмечали, что построение математической модели осуществляется не на дедуктивном уровне, а на уровне правдоподобия. Поэтому всегда остается возможность описания исследуемой проблемы с различной степенью точности. В соответствии с требованием исходной реальной проблемы при решении математической задачи могут делаться различные допущения, упрощения и видоизменения.

Процесс применения математики для исследования реальных проблем начинается с построения простейшей (грубой) модели. Иногда точность этой первоначальной модели удовлетворяет требованию исходной реальной проблемы, и в этом случае исследование заканчивается. Но часто по различным причинам возникает необходимость уточнения первоначальной модели.

Задача 3. К причалу под прямым углом подходит канал такой же ширины. Найти наибольшую длину плота, который при сплаве не застрянет на повороте.

Решение 1. Прежде чем начинать решение задачи, вводим следующие допущения. Будем считать, во-первых, берега каналов и стороны плота прямыми; во-вторых, ширину плота равной нулю (второе допущение правдоподобно, когда отношение ширины плота к ширине канала близко к нулю). Второе допущение позволяет в качестве математической модели плота взять отрезок.

Пусть ширина канала *AD* = *BE* = *a* и длина плота *AB* = *l* (рис. 2).

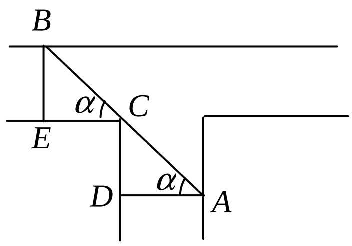


Рис. 2

Тогда

$$AC = \frac{AD}{\cos\alpha} = \frac{a}{\cos\alpha};\ BC = \frac{BE}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

и

$$l = AC + BC = a\left(\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}\right).$$

Поскольку $0 < \alpha < 90°$, то $\sin\alpha > 0$ и $\cos\alpha > 0$.

С помощью аппарата производной найдем значение $\alpha = 45°$, при котором l примет наименьшее значение. Получим $l = 2\sqrt{2}a \approx 2{,}8a$. Значит, для случая, когда отношение ширины плота к ширине канала близко к нулю, наибольшая длина плота, который не застрянет на повороте, должна быть в 2,8 раза больше, чем ширина канала.

Решение 2. Уточняем модель: будем учитывать ширину плота. В качестве математической модели плота возьмем прямоугольник.

Пусть ширина канала $EF = HG = a$, длина плота $AB = l$, ширина его $AD = c$ (рис. 3).

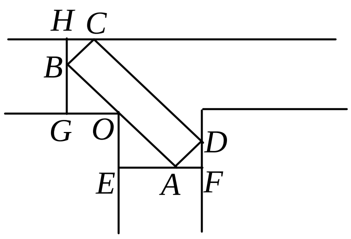


Рис. 3

По аналогии применим результат предыдущего решения к решению уточненной задачи, а именно: буем предполагать, что при $\angle AOE = 45^0$ длина AB будет наибольшей. Это предположение можно доказать следующим образом. Если с помощью параллельного переноса, переводящего точку A в точку D, будем переводить полупрямые OG и OE на расстояние c, то получится первоначальная задача:

$$AF = AD \cdot \cos\angle DAF = c \cdot \cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}c.$$

$$EA = a - AF = a - \frac{\sqrt{2}}{2}c.$$

$$OA = \frac{EA}{\cos\angle AOE} = \sqrt{2}a - c.$$

$$AB = 2 \cdot OA = 2\left(\sqrt{2}a - c\right) \approx 2{,}8a - 2c.$$

Значит, для случая, когда ширина плота равна c, наибольшая длина плота, который не застрянет на повороте, должна быть $2{,}8a - 2c$.

В приведенном примере, в ходе уточнения, в связи с учетом ширины плота была усложнена первоначальная модель. Однако на практике нередко встречаются уточнения, включающие упрощения модели (по ходу исследования выясняется, что можно пренебречь какими-то данными, учтенными в первоначальной модели).

3. В отличие от чистой математики, где аналогия, физический и численный эксперименты доказательной силы не имеют, в прикладной математике они могут выступить в роли доказательства. Эта особенность приближает прикладную математику к экспериментальным наукам.

Например, в задаче 3 результат решения 1 по аналогии перенесли на решение 2. Разумная и к тому же интуитивно убедительная аналогия позволила избежать работы, связанной с нахождением наибольшей длины плота в решении 2. При решении задачи 3 также можно было бы с помощью эксперимента установить, что плот, который не застрянет на повороте, будет иметь наибольшую длину в случае $AC = BC$. Отсюда следует, что углы AOE и BOG, образуемые плотом и берегами каналов, должны быть равны между собой, т. е. $\angle AOE = \angle BOG = 45^0$.

Выводы. Приемы рациональных рассуждений и прикладные умения формируются взаимосвязанно и взаимообусловленно. Такие приемы следует формировать у школьников на уроках и во внеурочное время. Эффективным средством для этого могут служить прикладные задачи и рациональные способы их решения.

1. Блехман И.И., Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов / И.И. Блехман, А.Д. Мышкис, Я.Г. Пановко. – К.: Наукова думка, 1976. – 272 с.

2. Иванов И.А. Исторические предпосылки использования логики рациональных рассуждений в школьном курсе математики для профильных классов естественно-научного направления [Електронний ресурс] / И.А.Иванов / http://www.vestnik.adygnet.ru/files/2010.3/974

/ivanov2010_3.pdf.

3. Лук'янова С.М. Роль прикладної спрямованості в навчанні математики учнів 5 – 6 класів / С.М. Лукьянова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2007. – Вип. 28. – С. 222 – 227.

4. Овезов А. Особенности рассуждений в приложених математики / А. Овезов // Математика в школе. – 1991. – № 4. – С. 45 – 48.

5. Скафа Е.И. Организация эвристической деятельности по решению прикладных задач с параметрами / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2009. – Вип. 32. – С. 161 – 166.

6. Соколенко Л.О. Система прикладних задач природничого характеру як засіб формування евристичної діяльності учнів / Л.О. Соколенко// Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2009. – Вип. 32. – С. 24 – 28.

7. Хайдаров Б. Задачи прикладного характера по математике (на туркменском языке) / Б. Хайдаров // Народное образование Туркменистана. – 1983. – № 6. – С. 34 – 36.

8. Швец В.А. Прикладная направленность школьного курса математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2009. – Вип. 30. – С. 135 – 142.

9. Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики учнів / В.А. Швец // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2009. – Вип. 32. – С. 16 – 23.

Резюме. **Овезов А. УСИЛЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ ФОРМИРОВАНИЯ ПРИЕМОВ РАЦИОНАЛЬНЫХ РАССУЖДЕНИЙ.** *В статье анализируется роль и место приемов рациональных рассуждений в обучении математики. На конкретных примерах демонстрируются возможности упрощения математических моделей.*

Ключевые слова: *изучение математики, прикладная ориентация, прикладная задача, математическая модель, приемы рациональных рассуждений.*

Abstract. **Ovezov A. STRONGER APPLIED APPROACH TO MATHEMATICS TEACHING BY RATIONAL REASONING SKILLS.** *The role and place of rational reasoning in teaching mathematics are analyze in the article. Possibilities of simplification of mathematical models are demonstrated on concrete examples .*

Key words: *studying mathematics, applied approach, applied problem, mathematical model, technique of rational reasoning.*

Стаття представлена професором В.Г. Бевз.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ІСТОРІЯ НАУКИ НА УРОКАХ АЛГЕБРИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

С.М.Шумигай,
аспірантка,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розкрито місце і значення історичного матеріалу для формування та розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи до вивчення алгебри. Побудована система джерел пізнавального інтересу до вивчення математики.

Ключові слова: *пізнавальний інтерес, джерела збудження пізнавального інтересу, способи розвитку пізнавального інтересу, історія алгебри.*

Постановка проблеми. У сьомому класі учні основної школи починають знайомитися з новими розділами математики – з алгеброю та геометрією. На перших етапах вивчення цих шкільних предметів учитель повинен зацікавити учнів ними, показати їх практичне застосування. У подальшому процесі навчання педагогу необхідно підтримувати та розвивати інтерес учнів до вивчення математики. Тут у нагоді вчителю стає історія математики, яка допоможе зацікавити школярів, і підтримувати їх пізнавальний інтерес протягом усього періоду вивчення дисциплін.

Аналіз актуальних досліджень. Аналізуючи дисертаційний фонд різних країн, ми визначили, що окремі аспекти методики використання історизмів при навчанні математиці учнів основної школи висвітлені у дисертаційних роботах Б.В.Болгарського, В.М.Беркутової, К.А.Малигіна, С.М.Набісова, П.В.Мартиросяна, А.Т.Умарової, З.Касаєвої, О.В.Шабашової, Д.В.Смолякової, Л.О.Рупакової, А.Т.Хохлова, Г.І.Глейзера, Ю.С.Свистунової, М.А.Скоробагатої, К.Нурсултанова, У.К.Шерматової, В.О.Алексеєвої, С.С.Мучкаєвої та ін.

Окремим питанням історії математики присвячені роботи Г.П.Бевза, В.Г.Бевз, А.І.Бородіна, Л.М.Вивальнюка, Н.Я.Віленкіна, М.Я.Вигодського, Б.В.Гнеденка, І.Я.Депмана, М.Я.Ігнатенка, Е.Кольмана, А.П.Юшкевича та ін., елементи історії математики в школі розглянуті у роботах Г.І.Глейзера, Л.Я.Зоріної, К.А.Залигіна, В.П.Мишевського, В.Н.Молодшого, В.О.Тадеєва, історія виникнення математичної символіки розглянута В.Г.Коваленком, І.Ф.Слєдзінським, І.Ф.Тесленком та ін., біографії окремих вчених-математиків висвітлені В.Г.Бевз, Е.Т.Беллом, А.Г.Конфоровичем, М.В.Шмигаєвським та ін., підбірки історичних задач різних епох та країн знаходимо у роботах А.Г.Конфоровича, Ю.В.Нестеренка, С.Н.Олехніка, Г.Н.Попова, М.К.Потапова, В.Д.Чистякова та ін.

Сучасні підручники містять у певному обсязі матеріал з історії математики. Так, у підручниках з алгебри для 7 класу в історичних довідках розглянуті питання походження назви науки „Алгебра”, знаків арифметичних дій та математичної мови, понять „функція” та „змінна величина”, показано доведення формул скороченого множення геометричним способом, історію виникнення декартової системи координат та способів розв’язування систем лінійних рівнянь, історію доведення теореми П. Ферма. Також підручники містять портрети визначних учених аль-Хорезмі, Ф.Вієта, Лейбніца, Р.Декарта, Піфагора та ін., біографії вчених-математиків: як Ф.Прокоповича, М.В.Остроградського, Д.О.Граве, М.П.Кравчука та ін.

У підручниках алгебри для 8 класу розглядають історію виникнення дробів зі змінними величинами, степенів з цілими показниками, стародавній вавілонський спосіб обчислення кореня квадратного з довільних додатних чисел

($\sqrt{m} = \sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$) та походження знака $\sqrt{\ }$, історію розширення поняття числа – виникнення множини дійсних чисел та легенду про виникнення ірраціональних чисел, показано еволюцію методів розв'язування квадратних рівнянь, способу розв'язування кубічних рівнянь (метод Дж.Кардано), рівнянь четвертого степеня (Л.Феррарі) та рівнянь степеня вище четвертого. У підручниках надруковані портрети М.П.Кравчука (пам'ятник), Р.Декарта, Піфагора, М.А.Чайковського, Ф.Вієта, Н.Тарталья та ін., біографії – Г.Ф.Вороного, В.М.Глушкова, В.Й.Левицького та ін.

У історичних довідках підручників з алгебри 9 класу висвітлюється історія доведення нерівностей О.Л.Коші, В.Я.Буняковського та коротко подаються біографії цих вчених, історія виникнення понять „функція" та „прогресія", описані етапи розвитку прикладної математики, теорії ймовірностей. Підручники містять портрети Дж.Кардано, Б.Паскаля, В.Буняковського, М.В.Остроградського та ін., а також біографії – М.П.Кравчука, М.В.Остроградського, Я.Бернулі та ін.

Також зазначимо, що всі підручники містять історичні задачі, детальний аналіз яких ми здійснили у статті [5].

У великому інформаційному світі вчитель поставлений перед проблемою відбору матеріалу з історії математики. Ця проблема ускладнюється ще тим, що цей матеріал рекомендований сучасною програмою для використання на уроках математики з метою розвитку пізнавального інтересу учнів, а години на його вивчення не відводяться.

Мета статті – показати місце і значення історизмів в розвитку пізнавального інтересу учнів основної школи при навчанні їх алгебри.

Виклад основного матеріалу. Інтерес учнів основної школи, якщо його постійно не підтримувати, може згасати одразу або поступово. Велике значення при цьому має вік та індивідуальні особливості школярів, які ми більш детально розглянули у статті [7]. У даній статті ми лише зазначимо, що інтерес учнів 7-9 класів стає більш стійким, у порівнянні з 5-6 класами. Учні глибше занурюються у матеріал, що вивчається, збільшується час зосередження їх уваги.

Інтерес *учнів 13-15 років стає спрямованим* ***на зміст предмету***. Школярі більш свідомо прагнуть подолати труднощі, розв'язати більш складні задачі, їх ставлення до навчання стає критичнішим, вони починають висловлювати власні думки та відстоювати їх.

Одним із способів привернення уваги учнів до навчання математики є збудження пізнавального інтересу до предмету. Робити це можна по-різному. До способів розвитку пізнавального інтересу учнів ми будемо відносити використання у навчальному процесі: *дидактичних ігор* (імітаційних, рольових, ситуаційних, ігор-змагань, естафет, математичних турнірів, лото, доміно, конструювання тощо); *зв'язків математики з іншими науками*, (природою, технікою, космосом, виробництвом, мистецтвом тощо); *елементів історії науки* (історичних задач, біографій і портретів учених-математиків, історичних довідок, софізмів, відомостей про історію розвитку математичної мови, тощо); *цікавого матеріалу* (проблемних ситуацій, задач з несподіваною відповіддю, задач-жартів, задач у віршах, задач з цікавим змістом, завдань на увагу, ознайомлення учнів з науково-педагогічною діяльністю авторів підручників тощо).

На основі проведеного аналізу праць психологів, педагогів і методистів, власного досвіду, теоретичних та практичних розробок і педагогічного досвіду, нами розроблено *систему джерел збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики*, яка включає чотири взаємопов'язані компоненти: зміст навчального матеріалу; організацію процесу навчання; особистість вчителя; особистість учня.

Кожне з визначених джерел є акумулятором різноманітних ідей, засобів, способів, прийомів, форм і видів діяльності вчителя і учня, які самі по собі та у єдності своїй створюють вплив на формування, розвиток і збудження пізнавального інтересу учнів до вивчення математики. Проаналізуємо детальніше кожен із компонентів системи.

1. *Зміст навчального матеріалу*. З нього школярі черпають нову, невідому для них інформацію, яка при вдалому її поданні викликає почуття новизни і здивування: наскільки багатий наш світ та як багато всього ще треба пізнати. Набуті знання допомагають учню по-новому сприймати навчальний матеріал, розглядати його під новим кутом зору, пережити почуття задоволення та успіху за власні досягнення.

Зміст навчання буде важливим стимулом для збудження пізнавального інтересу, якщо включатиме: відкриття нового у відомому, цікаві, доказові приклади, розкриття краси математичних закономірностей, історичні довідки, софізми, біографії вчених, історичні, нестандартні задачі та задачі підвищеної складності, практичне значення та застосування матеріалу, внутрішні та міжпредметні зв’язки, зв’язки з природою, з космосом, з технікою, фузіонізм, демонстрацію сучасних досягнень у науці тощо. За цих умов уроки суттєво урізноманітнюються та стають цікавішими.

Включення у навчальний процес відомостей з історії науки допомагає розкрити учням, як розвивалася математика, які потреби людини сприяли цьому розвитку; розв’язування історичних задач та софізмів сприяють розвитку логічного мислення школярів, повідомлення біографій вчених здійснюють виховний вплив на учнів. Історія математики розкриває перед учнями старі забуті способи швидкої лічби, допомагає свідомому і кращому сприйманню та запам’ятовуванню матеріалу, показує її практичне застосування.

У процесі свого розвитку підлітки потребують взірця для наслідування. Вчителі мусять усвідомлювати цю потребу підростаючого покоління і подавати варті того зразки для наслідування. З цією метою бажано використовувати приклади справді видатних особистостей – вчених, які долали перешкоди, самостійно опановували науку, робили помилки і відкривали нові закони тощо. Прикладом для наслідування можуть стати і математики давнини, і сучасні математики.

Справжнім прикладом для наслідування може стати працелюбність і працездатність видатного українського математика Г.Ф.Вороного (1868 –1908). Про його життєвий і творчий шлях бажано повідомити учням у той час, коли вони будуть вивчати розкладання квадратного тричлена на множники. На самому уроці можна повідомити про перше дослідження Г. Вороного, яке він зробив у 16 років, будучи ще гімназистом. У 1884 р. у “Журналі елементарної математики” для дослідження була запропонована тема: “Розклад многочленів на множники, побудований на властивостях коренів квадратного рівняння”. Редакція одержала лише одну роботу, а саме від Г.Вороного. Уже в 1885 р. в журналі була надрукована його перша стаття, в якій, крім розв’язання поставленої задачі, наводилась значна кількість прикладів.

Корисно для учнів ознайомитися з окремими фрагментами щоденника ученого, які свідчать про безмірну відданість обраній справі. Він згадує про те, що колов вночі шпилькою пальці, аби не заснути в час визначений ним самим для навчання. У іншому місці (31 березня 1887 року) він пише: “Я вот уже второй день сижу над вычислением солнечного затмения 7-го августа. Вчера работал 10 часов, сегодня часов 7. Работа значительно двинулась вперед, но я чувствую себя страшно утомленным, тем более, что целых два дня не выходил на свежий воздух. Цифры, цифры и т.д. Я вчера так ими набил себе голову, что они меня мучили всю ночь, так что даже я вынужден был встать и облить себе голову водой. Точно так же и сегодня придется прибегнуть к этому средству”.

2. *Способи організації пізнавальної діяльності.* У першу чергу, організовувати пізнавальну діяльність необхідно так, щоб забезпечувалося виконання та раціональне

поєднання всіх дидактичних принципів, а саме: спрямованості навчання на реалізацію мети освіти; науковості; доступності; врахування індивідуальних та вікових особливостей; зв'язку теорії з практикою, з життям; свідомості й активності; наочності; систематичності та послідовності, емоційності, міцності знань, умінь та навичок, індивідуального підходу до учнів, історизму та паралелізму Хекла. Усі ці принципи взаємопов'язані та утворюють певну систему, яка визначає структуру основних положень організації навчального процесу, що призводить у кінцевому результаті до реалізації головної мети навчання – розвитку всебічно розвинутої особистості із сформованими та розвиненими інтересами, в тому числі і пізнавальним.

Принцип історизму – це розгляд предметів та явищ в їхньому історичному розвитку. *Принцип паралелізму Хекла* полягає у тому, що поряд з розкриттям основ науки, зокрема, математики, необхідно здійснювати певні кроки в історію її розвитку. Його у свій час підтримували Ф.Клейн, А.Пуанкаре, Д.Пойа, Р.Том, Х.Фройденталь.

Виходячи з позиції принципу історизму та паралелізму основні математичні поняття, ідеї повинні включатися у зміст навчального матеріалу не в „завершеному" вигляді, а в динаміці свого розвитку. Найкращою ілюстрацією реалізації цього принципу в процесі вивчення математики є введення і розширення поняття числа.

3. *Особистість учителя*. Дуже часто особистість учителя і бажання її наслідувати визначають ставлення учнів до вивчення конкретного предмету і навчання взагалі. Учнівська аудиторія достатньо різнопланова як за психологічними характеристиками, так і за інтелектуальним розвитком, а особливо за інтересами. Тому, щоб зацікавити учнів своїм предметом, вчитель повинен бути всебічно розвинутою, ерудованою особистістю, володіти загальнокультурними, психологічними, педагогічними знаннями та знаннями з предмету та методики його викладання тощо, тобто мати високий рівень професійної культури.

4. *Особистість учня*. У психології особистість розглядається як складна системy психічних властивостей, які розвиваються в індивіді під впливом багатьох факторів під час діяльності та спілкування з іншими людьми. Модель системної психологічної структури особистості (за В.В.Рибалком) подається у вигляді трьох ортогональних базових вимірів, які задають: *генетичні особливості суб'єкта навчання та їх вікові прояви* (здібності і задатки); *соціально-психолого-індивідуальні особливості суб'єкта навчання* (спілкування, спрямованість, характер, самосвідомість, досвід, інтелектуальні процеси, психофізіологічні якості); *компоненти діяльності суб'єкта навчання* (потребнісно-мотиваційні, інформаційно-пізнавальні, цілеутворюючі, результативні, емоційно-почуттєві).

Лише за умови врахування вікових особливостей підлітків, їх здібностей та задатків можливо справді ефективно формувати пізнавальний інтерес учнів до математики. Використання історії науки під час навчання математики забезпечує і формує когнітивну, емоційно-почуттєву, потребнісно-мотиваційну, інформаційно-пізнавальну та інші сфери діяльності учнів.

Враховуючи вище зазначені способи та джерела розвитку пізнавального інтересу учнів 7-9 класів, пропонуємо при роботі з історичним матеріалом залучати їх до таких творчих робіт, як написання доповідей та рефератів, математичних творів, листів, ведення довідника з історії науки, проведення інтерв'ю, створення математичних газет, альбомів та альманахів, кросвордів, ребусів та головоломок на історичну тематику, оформлення у класі куточка математики. Також необхідно учнів залучати до виступів на батьківських зборах з невеликими повідомленнями на теми з історії математики.

Враховуючи вище означений матеріал, покажемо на прикладі вивчення теми „Квадратні рівняння", яка вивчається у курсі „Алгебра, 8 кл." протягом 9 год., використання матеріалу з історії науки на уроках математики.

Вивчення теми: “Квадратні рівняння” пропонуємо розпочати з розв’язування стародавньої єгипетської задачі, яка міститься у Московському папірусі під номером 6 (див. рис.1). Спочатку можна запропонувати учням розв’язати її самостійно, а потім показати їм спосіб, яким була розв’язана задача у папірусі. Так, учні зможуть оцінити переваги сучасного методу розв’язування, дізнатися, що саме єгиптяни були одними із перших, хто почав відшуковувати методи розв’язування квадратних рівнянь та в черговий раз переконатися, що математика виникла з потреб людини. Як бачимо, необхідність знаходити довжини сторін плоских фігур за відомою площею спонукала людей до знаходження методів розв’язування квадратних рівнянь.

Рис. 1

На наступних уроках вивчення квадратних рівнянь необхідно з учнями розглянути подальше дослідження та виведення формул коренів квадратних рівнянь. Ці повідомлення можуть бути підготовлені як вчителем, так і учнями у формі презентацій чи рефератів.

При розгляді історичного матеріалу необхідно звернути увагу на те, що математики Вавилону, вміли розв’язувати квадратні й біквадратні рівняння, системи рівнянь з двома невідомими і навіть найпростіші кубічні рівняння. При цьому вавілоняни не використовували буквених позначень, а наводили розв’язки типових задач, зводячи розв’язання аналогічних задач до заміни числових значень. Якщо при розв’язанні рівняння треба було знайти число $\sqrt{a}$, яке не є точним квадратом, наближене значення кореня x знаходили як середнє арифметичне чисел x і a/x. Грецькі математики віддавали перевагу геометричним способам знаходження коренів квадратних рівнянь. Формули знаходження коренів квадратних рівнянь неодноразово перевідкривалися індійськими та китайськими вченими (Аріабхатта, Брахмагупта – правила, якого співпадають з сучасними, Бхаскара та ін.). Алгебраїчний трактат аль-Хорезмі містить класифікацію та способи розв'язання квадратних рівнянь. Вагомий вклад європейських вчених у даній галузі. Загальне правило розв'язування квадратних рівнянь сформулював у 1544 р. М.Штіфель. Ввівши буквену символіку, Ф.Вієт довів формули коренів квадратних рівнянь у загальному вигляді, але він не визнавав від'ємних їх значень. Сучасного вигляду формули набувають у працях А.Жірара, Р.Декарта, І.Ньютона.

Висновки. Розгляд вище означеного матеріалу бажано супроводжувати коротким оглядом біографій вчених, які зробили вагомий вклад у даному напрямку, та закріплювати розв'язуванням історичних задач, які містяться у сучасних підручниках. За цим матеріалом учні можуть складати кросворди, готувати інтерв'ю, писати твори, вести записи у довіднику з історії науки, складати запитання до проведення інтелектуальних ігор (перший мільйон, поле чудес, брейн-ринг та ін.), проводити математичні вечори, конференції на задану тематику. З даним матеріалом школярі можуть виступити і на батьківських зборах. З додатковим матеріалом з історії розв'язування квадратних рівнянь можна ознайомитися у таких літературних джерелах, як [1, 2, 3, 4 і ін.] та сайтах всесвітньої мережі „Інтернет". Зазначені форми роботи сприяють розвитку пізнавального інтересу учнів до вивчення алгебри.

1. *Бевз В.Г. Використання історичного матеріалу у навчанні елементарної математики майбутніх вчителів / В.Г.Бевз // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 22. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2004. – С. 62–68.*
2. *Глейзер Г.И. История математики в школе VII-VIII кл. Пособие для учителей / Г.И.Глейзер. – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.*
3. *Енциклопедія для дітей. Т.1. Математика / Ред. Колегія: М. Аксьонова, В. Володін та ін. – М.: Аванта+, К., Школа, 2007. – 624 с.*
4. *История математики. Т.1. С древнейших времен до начала нового времени / под ред. А.П.Юшкевича. – М.: Изд-во «Наука», 1970. – 352 с.*
5. *Шумигай С.М. Відображення історії науки у шкільних підручниках/ С.М.Шумигай // Математика в школі, 2010. – № 7-8. – С. 49-55.*
6. *Шумигай С.М. Розвиток пізнавального інтересу учнів / С.М.Шумигай // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 33. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 76-82.*
7. *Шумигай С.М. Творчі роботи з використанням історичного матеріалу як засіб розвитку пізнавального інтересу / С.М.Шумигай // МНК «ПМО» Черкаси, 2011.*

Резюме. **Шумигай С. ИСТОРИЯ НАУКИ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ.** *В данной статье раскрыто место и значение исторического материала для формирования и развития познавательного интереса учеников основной школы при изучении курса алгебры. Построена система источников возбуждения познавательного интереса учеников к изучению математики.*

***Ключевые слова**: познавательный интерес, источники возбуждения познавательного интереса, способы развития познавательного интереса, история алгебры.*

Abtract. **Shumigay S. SCIENCE HISTORY AT THE LESSONS OF ALGEBRA AT BASIC SCHOOL.** *The article studies place and meaning of historical material for forming and development of cognitive interest of basic school pupils to the course of algebra. The system of sources evoking pupils' cognitive interest to studying mathematics is built.*

***Key words:** cognitive interest, sources of evoking cognitive interest, methods of development of cognitive interest, history of algebra.*

Стаття представлена професором В.Г.Бевз.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ПОМИЛКИ УЧНІВ У НАВЧАННІ АЛГЕБРИ: ПРАКТИЧНИЙ АСПЕКТ

Л.А.Благодир,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядається стан проблеми дослідження математичних помилок учнів у практиці навчання алгебри в основній школі. Проаналізовані причини з'явлення помилок у знаннях учнів з математики.

***Ключові слова**: проблема, математичні помилки учнів, навчання в основній школі.*

Постановка проблеми. Процес опанування навчальним матеріалом з алгебри в системі шкільної освіти має форму концентричної спіралі. У навчанні, як і в багатьох інших сферах практичної діяльності людини, підвищення ефективності роботи, досягненнях більш високих результатів, визначається, як правило, не одноразовим використанням будь-якого методичного прийому чи дидактичного засобу, а цілеспрямованим багаторазовим їх застосуванням протягом певного часу і в визначеній методичній системі. Це, в певній мірі, стосується і роботи з математичними помилками школярів. Якщо вона проводиться епізодично, безсистемно, тоді користь від такої роботи буде незначною. Зовсім інших результатів можна досягти, якщо всі складові методичної системи роботи над помилками органічно поєднати в процесі організації навчальної діяльності школярів.

Оновлення змісту освіти, створення нових освітніх стандартів, особливості психологічного та розумового розвитку сучасного підлітка, зміна критеріїв оцінювання знань, навичок та вмінь учнів, введення нових форм та засобів контролю потребують нового підходу як до формування особистості учня, організації його навчально-пізнавальної діяльності, так і до роботи над помилками, які він допускає, зокрема, під час вивчення алгебри в основній школі.

Аналіз досліджень. Деякі аспекти дослідження математичних помилок учнів у практичній діяльності знаходимо в роботах Г.П.Бевза, Г.М.Возняка, Я.І.Грудьонова, Я.С.Бродського, П.С.Моденова, В.С.Павловича, З.І.Слєпкань, Н.О.Тарасенкової та ін.

Мета даної статті - розглянути стан проблеми дослідження математичних помилок учнів у практиці навчання алгебри в основній школі.

Виклад основного матеріалу. У процесі реалізації ідей демократизації, гуманізації та гуманітаризації освіти спостерігається тенденція в скороченні кількості годин на вивчення предметів природничо-математичного циклу. А тому, саме на сучасному етапі оновлення змісту освіти, особливо гостро постало питання необхідності підготовки сучасного висококваліфікованого вчителя-предметника, який міг би адекватно оцінювати все, що відбувається, ефективно і якісно реагувати на всі зміни, можливі труднощі в організації навчальної діяльності школярів, вчасно виявляти та виправляти помилки учнів.

На нашу думку, зменшення кількості годин на вивчення математики, зокрема алгебри, відсутність ефективної методичної системи роботи над помилками, розробленої для практичного застосування вчителями шкіл у сучасних умовах, відсутність спецкурсу з методики навчання математики з метою поглиблення знань про помилки та організацію навчальної діяльності учнів з їх ліквідації для студентів педагогічних університетів є вагомими причинами наявності та «живучості» математичних помилок учнів.

Середня школа не тільки передає своїм вихованцям певну суму знань з математики, передбачену Державним стандартом та програмою. Протягом усього шкільного життя школа вчить своїх учнів логічно мислити, застосовувати одержані знання на практиці до розв’язування певних завдань. Уміння мислити, розмірковувати особливо високо цінується вчителями та фахівцями тих навчальних закладів, де будуть продовжувати навчання випускники.

Аналізуючи помилки, що допускають абітурієнти на усних та письмових екзаменах з математики, В.С.Павлович відзначав, що «далеко не всі знання абітурієнтів відповідають вузівським вимогам. Багато з них навіть не підозрюють про це і тільки на вступних іспитах починають самі бачити свої прогалини в знаннях та навичках, що визначили ті помилки, які не дозволили їм набрати необхідний прохідний бал» [7].

Очевидно, успішна робота вчителя математики в школі значною мірою залежить від того, наскільки свідомо і безпомилково учні володіють матеріалом, що вивчається. Дуже часто, допущені учнями помилки, виправляються без аналізу, не з'ясовуються причини їх виникнення, не намічаються шляхи усунення. У планах багатьох вчителів не передбачена цілеспрямована робота організації навчальної діяльності, яка була б спрямована на виявлення, дослідження та виправлення математичних помилок самими учнями, на розвиток їх логічного мислення та ряду його показників (критичність, доказовість та ін.).

Під час вивчення нового матеріалу окремі помилки в процесі пізнавальної діяльності учнів - неминучі. Вони можуть бути наслідком неправильного сприйняття учнями пояснення вчителя чи тексту підручника. Саме тому важливо своєчасно і детально виявляти їх виникнення та вдало організовувати роботу з попередження. Цього можна досягти, якщо в класі створюються сприятливі умови, за яких учні ставлять запитання вчителю, висловлюють свої, навіть, помилкові думки. Виправлення кожної помилки учня відразу сприятиме підвищенню якості навчання. Коли корекція знань не відбувається чи відбувається частково, помилка вкорінюється. Тоді потрібно «перевчати» школярів, починаючи з початку. Як наслідок, порушується структура навчального процесу, постійно відчувається брак часу, незаповнені прогалини в знаннях переходять від теми до теми, із класу в клас, знижується рівень успішності.

Не можна не погодитися, що прогалини та помилки в знаннях учнів є наслідком недосконалості методів викладання математики.

Суттєвою причиною появи помилок у знаннях учнів є те, що багато вчителів слабо забезпечують внутрішній логічний зв'язок між окремими темами та розділами навчального матеріалу, не слідкують за формуванням важливих знань та вмінь, які б сприяли подальшому засвоєнню навчального матеріалу. Математика, як будь-яка інша наука, є системою фактів, закономірностей, ідей. Неможливо оволодіти окремими поняттями і фактами, якщо вони не скріплені основними ідеями і положеннями теорії. Якщо це положення не дотримується, то математичні факти сприймаються формально, запам’ятовуються тимчасово і неміцно, їх використання в подальшому малоефективне.

Дехто з учителів, хоч і домагається виправлення учнівських алогізмів, все ж, по суті, не веде помітної роботи з виховання логічного мислення. В цій ситуації основний недолік полягає в тому, що, поперше, помилки виправляються без чіткої системи запитань, які б змушували учнів рухатися в певному напрямі. По-друге, вчителі не акцентують уваги на тих логічних прогалинах, які є причиною появи помилкових суджень, не пояснюють їх природи.

Тим самим не розкривають можливості логічного мислення.

Причини неуспішності з математики обумовлені невідповідністю між рівнем розвитку учня та рівнем вимог, що пред'являються навчанням. Ці вимоги визначаються змістом матеріалу і методами навчання. Учителі математики в середніх класах часто недооцінюють роль конкретно-образного мислення школярів, переоцінюють їх можливості до абстрактного мислення; поспішають з переходом від індуктивного викладу матеріалу до дедуктивного, вимагаючи мислити учня ще не сформованими категоріями.

Аналізуючи контрольні роботи студентів з методики навчання математики, елементарної математики, математичного аналізу, ми прийшли до висновку, що однією з причин допущення помилок є низький рівень сформованості мислення. Вважаємо це наслідком недостатньої уваги до його розвитку в період навчання у школі. Навчаючи правильному розв'язанню завдань, значна частина вчителів зовсім не акцентує увагу на виробленні вмінь аналізувати, контролювати та здійснювати самоперевірку виконаних завдань. Дуже важливо привчати учнів після закінчення розв'язування задачі повернутися до її умови та осмислити одержаний результат. Якщо учні звикли формально відноситися до одержаних результатів, не привчені зіставляти їх з вихідними даними, то в подальшому в їх роботах з'являються безглузді помилки (наприклад, дробова відповідь під час знаходження кількості людей, від'ємне значення маси та ін.).

Для того, щоб активізувати мисленнєву діяльність учнів під час вивчення ними теоретичного матеріалу вчителю під час підготовки до уроку слід продумувати систему питань, що дозволить спрямувати мислення учнів у потрібне русло, зробити їх активними учасниками у відкритті нових положень, зв'язків та закономірностей.

Якість навчання в значній мірі залежить від методичної системи навчання, від уміння вчителя застосовувати її таким чином, щоб вона сприяла активізації мисленнєвої діяльності учнів, розвивала їх творчий потенціал, підвищувала самостійність, сприяла формуванню загальнонавчальних та спеціальних умінь, встановленню міжпредметних зв'язків, забезпечувала нормалізацію навчального навантаження школярів.

Однією з причин наявності прогалин у знаннях учнів та появи помилок, що наявні в роботах школярів, є невикорінений до кінця прояв формалізму в роботі вчителя та формалізм у знаннях учнів з математики.

Можливості вдосконалення методики роботи вчителя математики суттєво залежать від його уміння цілеспрямовано керувати мисленнєвою діяльністю учнів, активізувати її. Здійснювати таке керівництво учитель зможе, спираючись на психолого-педагогічні знання, тобто на систему закономірностей, у якій буде сконцентровано відомості з психології та дидактики, і відповідну методику використання цієї системи під час навчання математики. Зокрема, йдеться про систему психолого-дидактичних закономірностей, запропоновану Я.І.Грудьоновим [1]. Знаючи ці закономірності, володіючи методикою їх використання, учитель зможе цілеспрямовано керувати мисленнєвою діяльністю учнів, їх увагою, процесами запам'ятовування навчального матеріалу. На жаль, мало хто з працюючих учителів математики знайомий з цими закономірностями. І причину цього ми вбачаємо перш за все, у відсутності спеціального курсу «Математичні помилки учнів та методика їх попередження» для студентів фізико-математичного факультету педагогічного вузу.

Для виявлення та розробки можливих аспектів методичної роботи над помилками учнів нами був проведений констатуючий експеримент, у якому брали участь 178 вчителів математики Черкаської, Одеської та Кіровоградської областей. Серед них 10% учителів мали педагогічний стаж до 10 років, 43% − від 10 до 20 років, 47% − більше 20-ти років. Щодо категорій, то серед них «спеціалісти» та ті, хто мав другу кваліфікаційну категорію - 12% учителів, перша кваліфікаційна категорія – 39%, вища – 49% учителів.

З метою вивчення практичного досвіду з питання аналізу, виявлення та попередження математичних помилок учнів у процесі вивчення ними алгебри в основній школі здійснювалися цілеспрямовані педагогічні спостереження:

- обговорювалися уроки у світлі питань розглядуваної проблеми,
- проводилися порівняльні аналізи контрольних робіт учнів різних класів,
- бесіди, анкетування, інтерв'ювання директорів, завучів, учителів, учнів, студентів-практикантів.

Результати анкетування показали, що 70% опитаних вчителів проводять постійно роботу над помилками, і в основному під час виконання учнями завдань біля дошки та за результатами контрольних робіт. Тільки 15% з них відмітили, що організовують цю роботу за певною системою з урахуванням науково-обґрунтованих рекомендацій. Що стосується останніх 30% опитаних вчителів, то вони проводять роботу з помилками епізодично і тільки в разі необхідності.

У якості основних напрямів роботи з математичними помилками учнів вчителі називали:

1) виправлення помилок, допущених під час виконання контрольних, самостійних, домашніх робіт, а також під час усних відповідей;

2) попередження помилок шляхом їх демонстрації вчителем;

3) застереження учнів під час пояснення нового матеріалу. На жаль, облік помилок не ввійшов до цього переліку.

Для виправлення допущених математичних помилок більшість учителів надають перевагу індивідуальним заняттям і заняттям в групах по декілька учнів (32%) та індивідуальним домашнім завданням (41%). Також були відмічені такі види робіт як актуалізація вивченого матеріалу та колективна робота за результатами тематичного контролю.

З метою попередження помилок вчителі надають перевагу поясненню домашніх завдань (32,4%) та повторенню вивченого матеріалу (24,2%).

У зв'язку з відсутністю адекватного сучасним вимогам методичного забезпечення роботи з математичними помилками школярів, учителі у своїй діяльності, головним чином, керуються особистим досвідом та власною інтуїцією.

За даними анкетування та узагальненням відомостей, одержаних внаслідок бесід з учителями, систему методичної роботи вчителів з математичними помилками учнів можна змоделювати таким чином:

виявлення помилок →
виправлення помилок →
попередження помилок.

Очевидно, що недоліком такої системи є орієнтування лише на виявлення помилок, тобто помилок уже допущених учнями.

На наш погляд, основною в організації роботи з помилками учнів є вдало спланована та організована навчальна діяльність учителя та пізнавальна діяльність учня з попередження та недопущення помилок. Зокрема, система поточного контролю повинна бути налаштована на усунення локальних прогалин у знаннях учнів.

Це дозволить розв'язати два завдання:

1) ліквідувати прогалини в знаннях учнів;

2) забезпечити якісне засвоєння програмового матеріалу.

Слід зауважити, що в останній час МОН України не розроблено нових методичних рекомендацій на допомогу вчителеві математики з питань організації роботи з ліквідації та профілактики прогалин у знаннях учнів у сучасних, змінених умовах розвитку освіти. Останні практичні розробки з даної проблеми та аналіз результатів вступних іспитів були зроблені ще в XX столітті.

Так, у кінці вісімдесятих на початку дев'яностих років Міністерством народної освіти України були випущені посібники, що містять методичні рекомендації [2, 8, 9] для вчителів шкіл. У них визначені основні типові помилки під час вивчення планіметрії та стереометрії, розроблені методичні прийоми їх запобігання та усунення. У посібнику [2] проаналізовано типові учнівські помилки в письмових роботах і усних відповідях під час вивчення алгебри в неповній середній школі, з'ясовано причини їх виникнення та рекомендовано можливі шляхи запобігання їм.

Аналіз помилок, яких припускалися абітурієнти на усних і письмових екзаменах здійснили П.С.Моденов [6], В.С.Павлович [7], В.О.Тупіков [10]. Автори посібників розглянули приклади найбільш поширених типових помилок, запропонували вправи для самостійної роботи та рекомендації абітурієнтам.

Багато ВНЗ у своїх аналітичних висновках про результати вступних іспитів підкреслювали, що абітурієнти не мають навичок критичного оцінювання результатів своєї роботи, не відчувають потреби у встановленні відповідності одержаної відповіді умові задачі і оцінювання її практичної значимості. Мало розмірковують над прийомами розв'язання, поставленого перед ними завдання, не вміють узагальнювати ці прийоми та не вміють виділяти з них найбільш прості і раціональні. Як правило, на письмовому екзамені абітурієнт, що розв'язав приклад чи задачу, не аналізує відповідь, не виконує перевірку одержаного результату, що свідчить про формалізм у знаннях учнів.

На сучасному етапі розвитку освіти в умовах зміненого підходу до оцінювання знань помилки учнів майже не досліджуються. Відмінено усні та письмові екзамени в школі. Контрольні роботи проводяться у тестовій формі, виконання яких не завжди відтворюють реальну картину знань на певному рівні вивчення матеріалу. Аналізуючи виконання тестових завдань, учителю складно простежити, на якому саме етапі навчання учень не засвоїв програмний матеріал.

Інформацію про характер найбільш поширених помилок учнів, які навчаються за новими програмами та підручниками, можна знайти в аналітичних матеріалах - оглядах ЗНО, що друкуються в журналах «Математика в школі» та «Математика в школах України», в інших комплексних виданнях, автори яких брали участь у перевірці тестів ЗНО.

Спілкуючись з учителями математики, методистами відділів освіти, знайомлячись з аналізами контрольних робіт учнів, ми прийшли до висновку, що як і раніше, в знаннях випускників шкіл спостерігаються серйозні недоліки. Одним із них є розрив між теоретичними знаннями та вмінням застосовувати їх до розв'язування задач. Школярі не володіють необхідними уміннями розкривати внутрішні зв'язки між поняттями, що вивчаються, встановлювати найпростіші види функціональних залежностей, не вміють робити висновки і узагальнювати накопичені ними математичні факти, не володіють належним рівнем математичної культури.

У Концепції [3] однією з причин виникнення проблеми визначено: «учителі традиційно орієнтовані на запам'ятовування учнями певних абстрактних алгоритмів дій, а не на організацію пошукової діяльності, розвиток самостійного мислення, формування відповідних компетенцій. Результати участі учнів 4-х і 8-х класів у міжнародних порівняльних дослідженнях якості шкільної природничо-математичної освіти підтверджують нездатність українських школярів використовувати здобуті знання та вміння у реальних ситуаціях повсякденного життя. Такі недоліки зберігаються до закінчення школи, про що свідчать результати аналізу виконання випускниками завдань незалежного оцінювання з природничо-математичних предметів».

Висновки. Якщо говорити про роботу над помилками учнів під час вивчення алгебри, то слід зазначити, що на практиці ця проблема розв'язується досить неефективно. Основною причиною такого явища, на наш погляд, є те, що значна частина вчителів або не володіє ефективною науково-обґрунтованою методикою організації та проведення роботи з виявлення, запобігання та усунення помилок учнів, або в їх арсеналі така методика відсутня взагалі.

1. *Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя / Я.И.Груденов. – М.: Педагогика, 1990. – 132 с.*

2. *Запобігання математичним помилкам учнів: метод. рек. /уклад. Г.М.Возняк. – К.: Радянська школа, 1989. – 88 с.*

3. *Концепція Державної цільової програми підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року // Математика в шк., 2010. - № 11. – С.3,4.*

4. *Кузьмінський А.І. Технологія і техніка шкільного уроку: навч. посіб / А.І.Кузьмінський, С.В.Омельяненко. – К.: Знання, 2010. – 335 с.*

5. *Математика. Комплексне видання: довідник з математики. 5-11 класи. Аналіз найпоширеніших помилок. Типові тестові завдання / О.С.Будна, С.М.Будна, А.Р.Гальперіна та ін. – Х.: «Літера» ЛТД, 2010. – 320 с.*

6. *Моденов П.С. Экзаменационные задачи по математике с анализом их решения / П.С.Моденов. – М.: Просвещение, 1969. - 351 с.*

7. *Павлович В.С. Анализ ошибок абитуриентов по математике / В.С.Павлович. – К.: Вища школа, 1975. – 232 с.*

8. *Прогалини в знаннях учнів з планіметрії та запобігання їм: Метод. рек. /уклад. Г.М.Возняк. – К.: Освіта, 1991. – 65с.*

9. *Прогалини в знаннях учнів із стереометрії та їх запобігання: метод. рек. /уклад. Г.М.Возняк – К.: Освіта, 1993. – 69 с.*

10. *Тупиков В.А. Ошибки в решении конкурсных задач на вступительных экзаменах по математике. – 3-е изд. Стереотип / В.А.Тупиков. – Минск: Вышэйшая шк., 1972. - 88 с.*

Резюме. **Благодыр Л. А. ОШИБКИ УЧЕНИКОВ В ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ: ПРАКТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ.** *В статье рассматривается состояние проблемы исследования математических ошибок учащихся в практике обучения алгебре в основной школе. Проанализированы причины появления ошибок в знаниях учеников по математике.*

***Ключевые слова*:** *проблема, математические ошибки учащихся, обучение в основной школе.*

Abstract. **Blagodyr L. PRACTICAL ASPECT OF PUPIL'S ERRORS IN TEACHING ALGEBRA.** *The state of the scientific problem is considered on in the article on the example of teaching algebra to secondary school pupils. The reasons for pupils' errors in mathematics are analyzed.*

Key words: *problem, pupils' mathematical errors, training at secondary school.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

НАВЧАННЯ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ ЕЛЕМЕНТАМ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

М.О.Філімонова,
аспірант,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, УКРАЇНА

Окреслюються етапи навчання математичного моделювання учнів основної школи, детально розглядається пропедевтичний етап. Пропонуються методичні рекомендації з прикладами щодо ознайомлення учнів 5-6 класів з деякими видами моделей.

Ключові слова: *математичне моделювання, знако-символьні моделі, образні моделі.*

Постановка проблеми. Моделювання як метод пізнання в наукових дослідженнях застосовується давно і незалежно розвивається в різних галузях знань. Однак, тривалий час відсутньою була єдина система понять та єдина термінологія. Зламним моментом у розвитку моделювання виявилася середина XX ст. Саме в цей час розширилось коло дослідницьких і прикладних задач, які розв’язувалися науковими методами, а це спричинило необхідність побудови їх моделей. Відтоді моделювання стало невід’ємним інструментом в діяльності науковців, освітян, інженерів та інших громадян [13].

Аналіз актуальних досліджень. Питання необхідності застосування елементів математичного моделювання (ММ) у навчально-виховному процесі порушувалося у багатьох наукових дослідженнях, зокрема Ю.А.Кусого [5], Л.Г.Петерсон [8], В.С.Білкова [3], Є.В.Величка [4], Л.О.Соколенко [10], Л.Л.Панченко [7], А.В.Прус [9], І.Г.Обойщикової [6] та ін. Ними доведено необхідність і можливість засвоєння учнями понять «модель», «моделювання», «математичне моделювання»; виділено основні етапи побудови математичної моделі, їх операційний склад; описано функції моделювання у навчально-виховному процесі; визначено зміст навчання школярів методу ММ; розроблено методичні системи навчання учнів методу ММ засобами курсів алгебри (7 – 9 класи), алгебри і початків аналізу (10 – 11 класи), стереометрії (10 – 11 класи); частково розкрито питання пропедевтичного навчання методу ММ учнів 1 – 6 класів; запропоновано шляхи використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання школярів ММ.

Мета статті полягає у виділенні етапів навчання учнів основної школи ММ і аналізі першого пропедевтичного етапу.

Виклад основного матеріалу. Для набуття учнями відповідного рівня умінь застосовувати метод ММ його навчання має бути наскрізним [11]. Ми пропонуємо організувати навчально-виховний процес за такими етапами:

1). Пропедевтичний етап (5 – 6 класи), який передбачає формування уявлень про математичну модель, її види, деякі властивості; уміння будувати математичну модель до задачі або складати задачу за даною математичною моделлю.

2). Початковий етап (7 – 8 класи), який передбачає формування поняття про математичну модель, її види, етапи ММ; уміння будувати доцільні математичні моделі до задачі.

3). Основний етап (9 клас), який передбачає узагальнення знань про математичну модель, її види, етапи ММ; формування уміння використовувати інформаційно-комунікаційні технології при створенні та дослідженні математичної моделі.

4). Дослідницький етап (9 – 11 класи), який передбачає більш глибоке вивчення ММ на гуртках, факультативах; написання наукових робіт в системі діяльності МАН.

Зупинимося детальніше на пропедевтичному етапі навчання учнів ММ.

Аналіз діючих підручників [1, 2, 14, 15] з математики показав, що школярі 5 – 6 класів знайомляться з різними видами моделей, починаючи від *знако-символьних* (числовий і буквений вираз, рівняння) і закінчуючи *образними* (схеми, таблиці, малюнки, рисунки геометричних фігур та тіл, діаграми).

Формування уявлення про числовий вираз як математичну модель відбувається в процесі складання до прикладної задачі виразу, результат обчислення якого задовольняє вимогу задачі. Наприклад:

Задача 1. З двох пунктів одночасно назустріч один одному виїхали два мотоциклісти. Швидкість одного з них дорівнює 56 км/год, а другого – на 13 км/год більша. Знайди відстань між пунктами, якщо через 4 год відстань між мотоциклістами була 15 км [1, С. 106].

Звичайно, слід скласти графічний запис задачі (рис. 1).

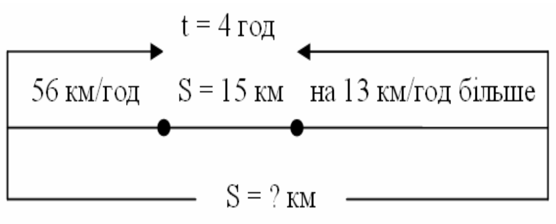


Рис. 1

Потім, проаналізувавши її умову і вимоги, скласти план розв’язання:

1. Знайти шлях, який подолав перший мотоцикліст.

2. Знайти швидкість другого мотоцикліста.

3. Знайти шлях, який подолав другий мотоцикліст.

4. Знайти загальну відстань між пунктами, просумувавши відстані, подолані обома мотоциклістами, і 15 км.

Далі згідно з вище зазначеним планом розв’язати задачу.

1. 56·4 – шлях, подоланий першим мотоциклістом.

2. 56+13 – швидкість другого мотоцикліста.

3. (56+13)·4 – шлях, подоланий другим мотоциклістом.

4. 56·4+(56+13)·4+15 – відстань між пунктами.

Варто наголосити учням, що складений числовий вираз 56·4+(56+13)·4+15 є *знако-символьною* моделлю задачі, а побудований на початку її графічний запис є *образною* моделлю. Обчисливши значення виразу, можна знайти, що відстань між пунктами дорівнює 515 км.

Подібне розв’язування задач не лише формує у школярів уявлення про модель та її види, а одночасно є пропедевтикою застосування в майбутньому алгебраїчного способу і значно спрощує роботу вчителя у цьому напрямку.

Методика вивчення теми «Числові і буквені вирази. Рівняння» у контексті математичного моделювання, на нашу думку, має складатися з двох етапів:

1. Формування уявлення про буквений вираз як *знако-символьну* модель.

2. Формування уявлення про рівняння як *знако-символьну* модель.

На першому етапі важливо сформувати в учнів уміння складати буквені вирази за умовою задачі і знаходити компоненти дій за результатом та іншими компонентами. Причому варто наголосити, що арифметична дія та її результат можуть мати тотожне знакове вираження.

Також слід звернути увагу на те, що буквений вираз, зокрема формула, дозволяє узагальнити розв’язання різних типів задач і скласти певні правила-орієнтири.

Зазначена вище робота дозволяє спростити процес навчання учнів розв’язуванню прикладних задач за допомогою рівнянь. Наприклад:

Задача 2. У трьох ящиках було 70 кг яблук. У другому ящику – вдвічі більше, ніж у першому, а в третьому – на 5 кг менше, ніж у другому. Скільки кілограмів яблук було у кожному ящику? [1, С.132]

Слід скласти до задачі *образну* модель – схему (рис. 2).

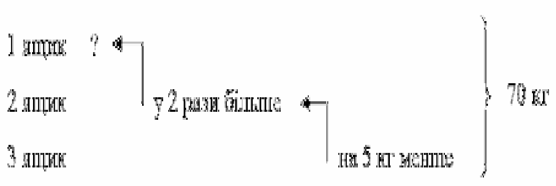
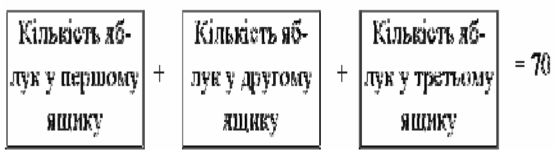


Рис. 2

Хід розв’язання задачі може бути таким:

1. Позначимо за x – кількість яблук у першому ящику.
2. Тоді у другому ящику буде $2x$ яблук, а у третьому $(2x–5)$ яблук.
3. За умовою задачі у всіх ящиках разом було 70 кг яблук, тому:



Маємо $x+2x+(2x–5) = 70$ – *знако-символьну* модель задачі.

4. Розв’язавши рівняння, отримаємо, що $x = 15$.
5. Тоді $2x = 2\cdot15 = 30$; $2x–5 = 2\cdot15–5 = 25$.
6. Отже, у першому ящику було 15 кг яблук, у другому – 30 кг, а у третьому – 25 кг. Здійснимо перевірку 15+30+25 = 70, 30:2 = 15, 25+5 = 30, що відповідає умові задачі.

На основі розв’язання подібних задач учитель має запропонувати учням пам’ятку (правило-орієнтир) для застосування алгебраїчного способу.

Також, враховуючи психолого-педагогічні особливості учнів 5 – 6 класів [12], при розв’язуванні прикладних задач за допомогою рівнянь, слід використовувати комп’ютерні презентації, оскільки наочне представлення умови задачі допомагає навіть найслабшим школярам правильно здійснити побудову математичної моделі.

Що стосується геометричного матеріалу, то процес його викладання має специфічні риси:

1). Зміст курсу і методи його викладання мають опиратися на життєвий досвід і попередні знання школярів, причому основою курсу повинно бути максимальне використання наочності (моделі геометричних об’єктів, комп’ютерні презентації тощо). Тому при вивченні тієї чи іншої геометричної фігури варто пропонувати учням знайти у класі і поза ним предмети, моделями яких вона може бути, вказати випадки у повсякденному житті, коли необхідно побудувати, наприклад, прямі (у процесі побудови будівель, доріг, насадженні дерев тощо), знайти периметр прямокутника (при визначенні довжини огорожі, розмірів пришкільної ділянки, футбольного поля і т.ін.) тощо.

2). Значна увага повинна приділятися формуванню усного і писемного мовлення учнів, їх грамотності.

3). Знайомство з новими поняттями, властивостями геометричних об’єктів має відбуватися під час проведення практичних робіт з елементами конструювання та вимірювальних робіт на місцевості. Адже вимірювальні роботи дають учням можливість ознайомитися з будовою і способами використання найпростіших землемірних приладів, із методами розв’язування певних практичних задач, унаочнюють деякі геометричні поняття, властивості фігур тощо, є ілюстрацією застосування методу математичного моделювання.

4). Система вправ має бути спрямована з одного боку на розвиток просторової уяви та абстрактного мислення, а з іншого – сприяти формуванню навичок виконання найпростіших логічних операцій.

5). Система вправ має включати значну частку прикладних задач, завдань на розвиток уміння бачити в навколишній дійсності геометричні фігури, здійснювати вимірювання «на око».

Дотримання вище зазначених вимог забезпечить цілісність і неперервність вивчення систематичного курсу геометрії в основній та старшій школах.

Слід звернути увагу і на той факт, що великі труднощі у школярів при розв'язуванні прикладних задач викликає процес заміни об'єктів, які описані в умові задачі, геометричними фігурами і термінами, оскільки для цього має бути добре розвинене абстрактне мислення, що для 10 – 11-річних підлітків не є характерним.

Тому на початкових етапах необхідно робити акцент на завданнях, в яких поряд із вихідним об'єктом зазначається його математичний еквівалент. Наприклад:

Задача 3. Щоб зробити льох, викопали яму у вигляді прямокутного паралелепіпеда з вимірами 2, 3 і 3 м. Скільки кубометрів землі вийняли? [1, С. 164]

Задача 4. Каністра має форму прямокутного паралелепіпеда, виміри якого 2, 3 і 4 дм. Скільки літрів бензину вміщується в ній? (1 л = 1 дм^3) [1, С. 165]

Такі задачі сприяють формуванню і закріпленню в уяві дітей предметів, які мають і можуть мати форму певної геометричної фігури чи тіла. Тому задачі, в яких немає прямого співставлення об'єкта і його математичного еквівалента, в подальшому будуть розв'язуватися значно легше.

Формування навичок побудови діаграм у 6 класі може відбуватися у такій послідовності:

1). Побудова лінійних або стовпчастих діаграм, в яких певне значення величини чи визначена кількість об'єктів позначається однією клітинкою.

2). Побудова лінійних або стовпчастих діаграм з використанням масштабу.

3). Побудова кругових діаграм.

4). Побудова діаграм за допомогою комп'ютера.

Варто продемонструвати школярам весь цикл роботи від отримання повідомлення до його дослідження шляхом побудови різних діаграм, так як вони слугують одним із засобів зв'язку математики з життям, оскільки відображають дані, взяті із повсякденного життя. Діаграми є не лише зручним засобом унаочнення, дозволяючи в простій і доступній для сприймання формі показати співвідношення між величинами та виразити характер зміни тієї чи іншої величини, а й допомагають на пропедевтичному рівні ознайомити учнів з прямокутною системою координат і графіками функцій.

Висновки. Таким чином, навчання учнів 5 – 6 класів математики із врахуванням вище зазначених методичних рекомендацій сприятиме формуванню у них:

- уявлення про числовий і буквений вираз, рівняння як *знако-символьну* модель;
- уявлення про кілька видів *образних* моделей: схеми, таблиці, малюнки, зображення геометричних фігур та діаграми;
- уявлення про деякі властивості моделі;
- елементарні навички застосування методу математичного моделювання.

1. Бевз Г.П. Математика: Підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Г.П.Бевз, В.Г.Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2005. – 352 с.

2. Бевз Г.П. Математика: Підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П.Бевз, В.Г.Бевз. – К.: Зодіак-ЕКО, 2005. – 352 с.

3.Былков В.С. Формирование понятий о математическом моделировании средствами курса алгебры и начал анализа 9 и 10 классов: дисс. … канд. пед. наук / В.С.Былков. – М., 1986. – 195 с.

4. Величко Є.В. Реализация прикладной направленности курса алгебры неполной средней школы: дисс. … канд. пед. наук/ Є.В.Величко. – М., 1987. – 228 с.

5. Кусый Ю.А. Методы и приемы применения моделирования в процессе усвоения учащимися новых знаний /на материале предметов естественно-математического цикла IX – X классов: дисс. … канд. пед. наук/ Ю.А.Кусый. – К., 1978. – 205 с.

6. Обойщикова И.Г. Обучение моделированию учащихся 5-6 классов при изучении математики: дисс. … канд. пед. наук/ И.Г.Обойщикова. – Пенза, 2002. – 167 с.

7. Панченко Л.Л. Формування вмінь математичного моделювання в процесі навчання майбутніх вчителів математики: дис…канд. пед. наук: 13.00.02./ Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова / Л.Л.Панченко. – К., 2006. – 260 с.

8. Петерсон Л.Г. Моделирование как средство формирования представлений о понятии функции в 4-6 классах средней школы: дисс. …

канд. пед. наук/ Л.Г.Петерсон. – М., 1984. – 201 с.

9. Прус А.В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02/ Укр. держ. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова / А.В.Прус. – К., 1997. – 245 с.

10. Соколенко Л.О. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільної алгебри і початків аналізу: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02/ Укр. держ. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова / Л.О.Соколенко. – К., 1997. – 245 с.

11. Філімонова М.О. Математичне моделювання в курсі математики основної школи: зміст і вимоги до підготовки учнів / М.О.Філімонова, В.О.Швець // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 34. – Донецьк: Вид-во ДонНу, 2010. – С. 72 – 76.

12. Філімонова М.О. Психолого-педагогічні особливості навчання підлітків методу математичного моделювання / М.О.Філімонова, В.О.Швець // Математика в школі, 2010. – №10. – С. 21 – 25.

13. Швець В.О. Еволюція математичного моделювання як методу пізнання і навчання/ В.О.Швець, М.О.Філімонова // Математика в школі, 2010. – №4. – С. 22 – 25.

14. Янченко Г.М. Математика: підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Г.М.Янченко, В.Р.Кравчук. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2005. – 254 с.

15. Янченко Г.М. Математика: підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закл./ Г.М.Янченко, В.Р.Кравчук. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. – 278 с.

Резюме. **Филимонова М.А. ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ ЭЛЕМЕНТАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.** *В статье предлагаются этапы обучения математическому моделированию учащихся основной школы, детально рассматривается пропедевтический этап. Предлагаются методические рекомендации с примерами по ознакомлению учащихся 5-6 классов с некоторыми видами моделей.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, знако-символьные модели, образные модели.*

Abstract. **Filimonova M. TEACHING MATHEMATICAL MODELING TO PUPILS OF 5TH - 6TH FORMS**. *The stages of teaching mathematical modeling to pupils of a secondary school are observed in the article. A detailed study of propaedeutic stage is provided. Recommendations and methods of introducing some types of models to pupils of the 5th-6th yeats are suggested.*

Key words: *mathematical modeling, sign models, graphic models.*

Стаття представлена професором В.О. Швецем.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

АКТИВІЗАЦІЯ РОБОТИ МАТЕМАТИЧНОГО ГУРТКА ЕВРИСТИЧНОГО СПРЯМУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ НАВЧАННЯ

І.В.Гончарова,
канд. пед. наук,
О.С.Бірюкова,
студентка,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Розглянуто інтерактивні методи навчання, які сприяють активізації роботи математичного гуртка евристичного спрямування, а також є ефективним засобом у вирішенні проблеми формування прийомів евристичної діяльності учнів основної школи. Для кожного етапу заняття гуртка запропоновані певні інтерактивні прийоми.

Ключові слова: *гурткові заняття з математики, інтерактивні методи навчання, евристичні прийоми.*

Постановка проблеми. Розвиток суспільства, тенденції до глобалізації суспільного розвитку вимагають динамічних змін у роботі вчителя математики. Сучасний життєвий простір вимагає вливання в суспільство високоосвічених, думаючих і творчих особистостей, які могли б застосовувати і вдосконалювати свої знання у процесі будь-якої діяльності [6]. Сучасні соціальні умови підвищують вимоги до професійного рівня особистості, націлюють на формування людини ініціативної, самостійної, наділеної творчим мисленням. Гостро стоїть проблема розвитку творчих здібностей особистості, творчої уяви, інтуїтивного мислення, оригінальних способів дій, відходу від шаблонів тощо [7]. Важливою умовою вирішення цього завдання є формування в учнів евристичних умінь, ефективному формуванню яких сприяє інтерактивне навчання математики.

Аналіз актуальних досліджень. Формуванню евристичних прийомів у навчанні математики приділяли увагу такі науковці, як В.І.Андрєєв, А.К.Артемов, Г.Д.Балк, К.В.Власенко, І.А.Горчакова, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.С.Максимова, Т.М.Міракова, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Дж.Пойа, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, З.І.Слєпкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман та інші. Серед них питання, пов’язані з формуванням евристичних прийомів на факультативних заняттях розглядалися І.В.Гончаровою.

Більшість досліджень присвячена переважно формуванню прийомів евристичної діяльності на уроках та факультативних заняттях з математики. Водночас залишається поза увагою науковців проблема формування прийомів евристичної діяльності учнів основної школи у позакласній роботі з математики, зокрема на гурткових заняттях, які мають не гірші можливості в реалізації означеної проблеми.

Для організації ефективної навчально-виховної роботи вчителю потрібно звернутися до застосування інноваційної діяльності, яка насамперед передбачає застосування ефективних методів навчання, зокрема інтерактивних.

Термін інтерактивна педагогіка відносно новий: його ввів у 1975 році німецький дослідник Ганс Фріц. Лінгвістичне тлумачення слова, що представлено в іншомовних словниках, свідчить, що поняття «інтерактивність», «інтерактив» прийшли до нас з англійської мови: *inter* – поміж-, серед-, взаємо-, *act* – діяти, отже, *interact* – взаємодіяти. Інтерактивність у навчанні можна пояснити як взаємодію учнів, знаходження їх у режимі бесіди, діалогу, спільної дії. Відповідно, у дослівному розумінні інтерактивним може бути названо метод, у якому учень є учасником, який здійснює щось: говорить, моделює, розв'язує тощо, тобто не виступає тільки слухачем, спостерігачем, а бере активну участь у тому, що відбувається [8].

Інтерактивним методам навчання присвятили свої роботи такі науковці, як А.М.Адамова, Г.В.Бєлєнька, О.А.Комар, І.С.Маркова, Л.В.Пироженко, О.І.Пометун, Л.В.Тополя та ін. Більшість робіт присвячена застосовуванню інтерактивних методів на уроках та заняттях з математики основної, старшої та вищої школи. Але на сьогодні недостатньо розглянуто питання щодо використання інтерактивних методів у позакласній роботі з математики, зокрема на гурткових заняттях.

Метою статті є розгляд інтерактивних методів навчання, які сприяють активізації роботи математичного гуртка евристичного спрямування, а також є ефективним засобом у вирішенні проблеми формування прийомів евристичної діяльності учнів основної школи.

Виклад основного матеріалу. Інтерактивні методи навчання відповідають особистісно-зорієнтованому підходу до навчання, оскільки їх суть полягає у тому, що навчання відбувається у процесі взаємодії вчителя і учнів. За допомогою них легко змоделювати реальні життєві та створити проблемні ситуації, вихід з яких будуть шукати всі учасники процесу [10].

Використання інтерактивних методів дозволяє реалізувати ідею співробітництва учителя і учнів, сприяє оздоровленню психологічного клімату на занятті, конструктивній взаємодії, створенню доброзичливої атмосфери [8].

Для того, щоб ініціювати евристичну діяльність, вчителю необхідно спланувати заняття математичного гуртка так, щоб активізувати творчу та пізнавальну діяльність учнів. Тому серед великої кількості інтерактивних методів ми обрали ті, які, на нашу думку, сприяють, як активізації роботи математичного гуртка, так і формуванню прийомів евристичної діяльності учнів. Ці методи ми класифікували за організаційними формами занять математичного гуртка (табл. 1).

Таблиця 1

Інтерактивні методи навчання на гурткових заняттях з математики

Структура заняття	*% часу*	*Методичні цілі*	*Інтерактивні методи*
І. Організаційний момент. Мотивація	5%	Концентрація уваги, зацікавлення у вивченні матеріалу, ознайомлення з цілями заняття	«Світлофор», «Лірична сторінка», Анаграми, «Чорна скриня», «Ярмарок головоломок», «Проста арифметика», «Розшифруй», «Практичність» [11]
ІІ. Виклад основного матеріалу (евристичне занурення)	45 %	Ознайомлення з певним евристичним прийомом	«Мозковий штурм» [4;9], «Коло ідей» [9], «Керована лекція» [8], «Заміна», «Підводний човен», «Експромт», Трійка, «Своє місце», «Детектив», «Базовий лист», «Ланцюжок думок», «Зрозумій мене», «Аналітик», «Руське лото», «Доміно», «Аукціон», «Холодно-гаряче», «За» і «проти», «Переслідування», «Ромашка», «Критик», «Право вибору» [11], «Упізнай евристику», «Шифрування», «Відповідність»
ІІІ. Десятихвилинка	15 %	Зняття напруги, відпочинок	«Автор», Азбука, «Найкраща пам'ять», «Оратор», «Як це було…», «Інформ-

Структура заняття	*% часу*	*Методичні цілі*	*Інтерактивні методи*
			дайджест», «Безлюдний острів», «Рецензія» [11], «Лірична сторінка», «Редакція», «Спонтанність», «Запитували-відповідаємо!», «Напівжарт»
IV. Тренінг особистісних якостей	20 %	Розвиток в учнів формалізованого сприйняття матеріалу, гнучкості, раціональності мислення, узагальнення	«Фристайл», «Знайди помилку» [4;5], «Так-ні», «Подорож», «Кватирка», «Порівняй», «Партнери», Анаграми, «Аналітик», «Ярмарок головоломок», «Відновлення», «Клисифікатор», «Пошуки спільного», «Біла ворона» [11], «Зайвий об'єкт»
V. Підведення підсумків заняття	10 %	Обговорення з метою закріплення матеріалу	«Розкажи сусіду», Винахідник, «Мікрофон» [9], «Квітка» [4], «Світлофор», «Ключові слова», «Добре-погано!» [11]
VI. Рефлексія	5%	З'ясування емоційного стану учнів, зацікавленості у занятті	«Смайлік», «Автограф на пам'ять», «Замітки», «Болото», «Місце на дереві», «Узагальни сказане» [11]

Розглянемо на конкретних прикладах, як застосування інтерактивних методів активізує заняття математичного гуртка евристичного спрямування.

На першому етапі заняття математичного гуртка для підведення учнів до формулювання певного евристичного прийому пошуку розв'язання задач можна запропонувати, наприклад, розгадати ребус (рис. 1) за допомогою інтерактивного прийому ***«Розшифруй»*** (відповідь: переформулювання).

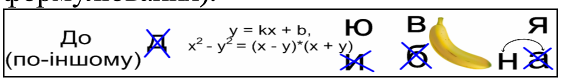


Рис. 1

Така інтерактивна технологія як ***«Практичність»*** на цьому етапі заняття може бути використана для мотивації необхідності розглядання евристичного прийому. Необхідно показати його практичне застосування.

Другий етап заняття гуртка передбачає формулювання евристики, оволодіння її змістом. Наведемо приклади використання інтерактивних методів на цьому етапі. Доцільним буде використання інтерактивного прийому ***«Керована лекція»*** [8]. Учитель попереджає учнів, щоб вони спочатку уважно слухали вчителя, а потім після невеликої паузи занотували до своїх зошитів те, що запам'ятали.

Для відпрацювання дій, що входять до складу оволодіння евристичним прийомом використовується ***«Мозковий штурм»*** [4; 9]: *на дошці пропонуються задачі; кожний учень записує свої пропозиції стосовно їх розв'язання; робляться певні висновки й записується кінцевий результат.*

На етапі самостійного застосування евристичного прийому на гуртковому занятті евристичного спрямування мають місце наступні інтерактивні методи [3].

«Упізнай евристику»: *за наведеним розв'язанням задачі учні мають упізнати евристичний прийом (один чи кілька), за допомогою якого вона була розв'язана.* Наприклад, укажіть, яку евристику застосував Петрик Мошкін під час розв'язування такої задачі: «Розв'язати нерівність $\left|\frac{2x-3}{2x+5}\right|>1$».

Розв'язання Петрика Мошкіна: «Скориставшись властивістю модуля $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$, перепишемо дану нерівність так $|2x-3|>|2x+5|$, $2x+5\neq 0$ і сформулюємо задачу в такий спосіб: знайти точки x, для яких $2x$ знаходиться ближче до –5, ніж до 3, причому $x \neq -2{,}5$. Ця умова рівносильна тому, що $2x < -1,\ x \neq -2{,}5$, тобто $x \in (-\infty; -2{,}5) \cup (-2{,}5; -0{,}5)$. Це і є розв'язанням заданої нерівності».

Передбачуваний варіант відповіді. Петрик застосував таку евристику, як «переформулювання задачі».

«Шифрування»: *для однієї евристики (або кількох) дібрати (придумати, скласти) задачу, пошук розв'язання якої ґрунтувався б на ній (них).*

«Відповідність»: *учням пропонується таблиця із задачами та евристиками. Потрібно вказати відповідність між задачами та евристичними прийомами, за допомогою яких розв'язується та чи інша задача.* Наприклад, у табл. 2 пропонується ряд задач та набір евристик. Потрібно вказати, яка евристика може бути застосована під час розв'язання кожної задачі.

Таблиця 2

Інтерактивне завдання «Знайди відповідність»

Набір задач	Набір евристик
1. Найшвидше й найраціональніше перевірте рівність $1023^2 + 64^2 = 1025^2$. 2. Чи правильно, що при будь-якому натуральному n число $n^5 + 5n - 1$ є простим? 3. Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 18, \\ xy = 9. \end{cases}$ 4. Розв'яжіть у натуральних числах рівняння $x(x+y) + \sqrt{x^2 + xy + 4} = 52$. 5. Побудуйте графік функції $y = \frac{\lvert x+1 \rvert}{x+1} + \frac{x-1}{\lvert x-1 \rvert} - \lvert x \rvert x$. 6. Знайдіть x, якщо у записі $(x - (x - (x - ... - (x-1)...))) = 1$ міститься 200 пар дужок. 7. Уставте пропущені слова, малюнки, числа або вирази замість знака питання. 1, 4, 9, 16, 25, … $y = x^2$ 1, 8, 27, 64, 125, … ? 8. Розв'яжіть рівняння $(x+2)(x-3)(x+1)(x+6) = -96$.	1. Розбиття «цілого на частини». 2. Переформулювання задачі. 3. Перебір варіантів. 4. Наведення контрприкладу. 5. Побудова геометричної моделі задачі. 6. Використання симетрії. 7. Уведення допоміжної змінної. 8. Розбиття задачі на кілька підзадач (виділення підзадач). 9. Індукція. 10. Аналогія. 11. Інверсія. 12. Аналіз умови задачі.

Третій етап математичного гуртка десятихвилинка – невелике повідомлення (або розповідь) учителя або учня тривалістю 8-15 хвилин. Її темою може бути: 1) коротка біографія видатного математика; 2) цікаве питання (або факт) з історії математики; 3) повідомлення про будь-яку математичну книгу, статтю, огляд журналу; 4) короткий виклад будь-якого математичного питання тощо [1].

Десятихвилинка не містить громіздких викладок, легко та з інтересом сприймається гуртківцями. Вона нерідко носить характер огляду, повідомлення фактів без детальних доведень, тому найбільш сприятливими для цієї форми гурткового заняття будуть, на нашу думку, такі інтерактивні методи.

«Оратор». *До дошки виходять двоє учнів – оратори. Вони змагаються у тому,* *хто краще розповість матеріал теми. Кожному учневі дається своє питання за однією чи різними темами.*

«Азбука». *Учням потрібно на певну букву алфавіту назвати евристичні прийоми пошуку розв'язання математичних задач.* Наприклад, на букву «в»: вираз однієї змінної через іншу, введення допоміжної змінної, введення додаткового елемента, виділення цілої частини дробу.

«Як це було …». *Учні отримують завдання, пов'язане з історичними відомостями, фактами.* Цей прийом використовується як засіб збільшення інтересу до додаткових занять з математики.

«Редакція». Учні діляться на групи і готують стінгазету чи журнал математичного гуртка.

На <u>*четвертому етапі*</u> заняття математичного гуртка «Тренінг особистісних якостей» можна запропонувати такі інтерактивні методи.

«Знайди помилку». Учням для розвитку гнучкості мислення пропонується розв'язати задачу-софізм.

«Зайвий об'єкт». Для розвитку узагальнення математичного матеріалу можна запропонувати таке інтерактивне завдання: «На рис. 2 пропонуються п'ять геометричних об'єктів, чотири з них об'єднані однією спільною властивістю. Знайдіть зайвий об'єкт» [2].

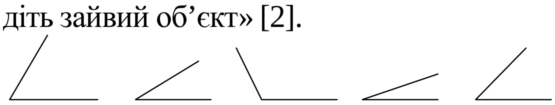


Рис. 2

Розв'язання. Розглянемо запропоновані геометричні об'єкти – кути. Перший кут гострий, другий теж гострий, третій – тупий, четвертий і п'ятий – гострі кути. Отже, чотири кути з п'яти об'єднані спільною властивістю – вони всі гострі. Виходить, зайвий геометричний об'єкт – третій кут, оскільки він тупий.

Відповідь: третій.

«Класифікатор» *– це учень або група учнів, які мають розподілити запропоновані об'єкти на групи* [11]. Наприклад, учні виконують таке інтерактивне завдання: «Поділіть математичні об'єкти на групи за своїм розсудом» [2].

1) $2a^2-3a=5$; 2) $-6k^2+3k-7$;

3) $-3x+9$; 4) $-3x^2+x-2=0$;

5) $5x+3=0$; 6) $5x^2-6x$.

На <u>*п'ятому етапі*</u> заняття математичного гуртка «Підведення підсумків» можна запропонувати наступні інтерактивні методи.

«Ключові слова». *Учні виділяють та записують ключові слова за темою заняття, які потім порівнюються із ключовими словами вчителя.*

«Добре-погано!». *Учні по черзі висловлюють по репліці, починаючи словами «добре …», «погано …».*

«Мікрофон». *Учень отримує якийсь предмет замість мікрофона і висловлюється на тему «Що я зрозумів на занятті» за схемою: я дізнався …; я навчився …; мені сподобалася … .*

На <u>*шостому етапі*</u> гурткового заняття розкрити свій настрій учні зможуть за допомогою смайліків: ☺, 😐, ☹ (інтерактивний прийом ***«Смайлік»***).

«Автограф напам'ять». *Учні записують свої враження на спільному плакаті (дошці) чи індивідуально на окремих аркушах паперу.*

«Замітки». *Після заняття учні здають вчителю записки із питаннями, порадами, які у них з'явилися на занятті.* Крім рефлексії, це спосіб інформування для корекції знань, умінь та навичок учнів та діяльності вчителя [11].

«Болото». Метою такого інтерактивного методу є виявлення учнів, які «зав'язли у болоті», тобто не справилися із завданням, не відповіли на запитання. Визначити таких учнів можна за допомогою анкети, опитування тощо. Наприклад, після самостійного розв'язання задач можна запропонувати такі питання: 1) яку оцінку ти поставив би собі за роботу?; 2) із якими завданнями ти не справився?, чому?; 3) на яку допомогу від учнів (учителя) ти розраховуєш?

Висновки. Сьогоднішні учні є продуктом інформаційного суспільства, що відрізняється різноманітністю, рухливістю, мінливістю. До того ж кожен зі школярів є яскравою особистістю, яка характеризується же й особливим індивідуальним рівнем інтелектуального розвитку, стилем учіння (сприйняття, запам'ятовування, дослідження тощо). Інтерактивне навчання необхідне насамперед для забезпечення саме індивідуальних потреб учня у навчанні [8]. Воно сприяє формуванню навичок та умінь як предметних, так і загально навчальних; виробленню життєвих цінностей; створенню атмосфери співробітництва, взаємодії; розвитку комунікативних якостей.

1. *Балк М.Б. Математика после уроков. пособие для учителей / М.Б.Балк, Г.Д.Балк. – М.: Просвещение, 1971. – 463 с.*
2. *Гончарова И.В. Система коррекционных эвристических упражнений по математике: пособие для учащихся. – изд.2 / И.В.Гончарова, Е.И.Скафа, В.А.Цапов. – Донецк: ДонНУ, 2005. – 44 с.*
3. *Гончарова І.В. Методика формування евристичних умінь учнів основної школи на факультативних заняттях з математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Гончарова Ірина Володимирівна. – Черкаси, 2009. – 274 с.*
4. *Енциклопедія педагогічних технологій та інновацій / автор-укладач Н.П.Наволокова. – Х.: Вид. група «Основа», 2009. – 176 с. – (Серія «Золота педагогічна скарбниця»).*
5. *Інтерактивні технології на уроках математики / упорядн. І.С.Маркова. – Х.: вид. група «Основа», 2007. – 128 с. – (Б-ка журн. «Математика в школах України»; Вип. 3 (51)).*
6. *Комар О.А. Модернізація сучасного навчально-виховного процесу: зб. наукових праць. Частина II / О.А.Комар. – К.: Міленіум, 2005. – С. 159-166.*
7. *Комар О.А. Навчання школярів за інтерактивними методами / О.А.Комар // Рідна школа, 2006. – №5. – С.57-60.*
8. *Пометун О. Інтерактивні методики та система навчання / О.Пометун. – К.: шк. світ, 2007. – 112 с. – (Б-ка «Шк. світу»).*
9. *Пометун О.І. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: наук.-метод. посібник / О.І.Пометун, Л.В.Пироженко. За ред. О.І.Пометун. – К.: Вид-во А.С.К., 2004. – 192 с.*
10. *Тополя Л.В. Про інтерактивні прийоми навчання під час академічної лекції / Л.В.Тополя // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 24, 2005. – С.52-57.*
11. *Шилина И.С. Интерактивные приемы обучения по информационным технологиям / И.С.Шилина [Электронный ресурс] / http://www.rusedu.ru/ detail_2633.html.*

Резюме. **Гончарова И.В., Бирюкова Е.С. АКТИВИЗАЦИЯ РАБОТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА ЭВРИСТИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ННТЕРАКТИВНЫХ МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ.** *Рассмотрены интерактивные методы обучения, способствующие активизации работы математического кружка эвристического направления, и являющиеся эффективным средством в решении проблемы формирования приемов эвристической деятельности учащихся основной школы. Для каждого этапа занятия кружка предложены определенные интерактивные приемы.*

Ключевые слова: *кружковые занятия по математике, интерактивные методы обучения, эвристические приемы.*

Abstract. **Goncharova I., Biryukova H. ACTIVATION OF WORK ON HEURISTIC MATHEMATICAL CLUB BY MEANS OF INTERACTIVE METHODS OF TEACHING.** *Interactive methods of teaching, which activate the work of heuristic mathematical club, are considered. They are an efficient means of solving the problem of forming heuristic techniques while teaching mathematics to pupils' of secondary school. Certain interactive techniques are offered for every stage of mathematical club.*

Key words: *mathematical clubs, interactive methods, heuristic methods.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 2.04.2011 р.

СПЕЦИФІКА ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ФАКТІВ У КЛАСАХ СУСПІЛЬНО-ГУМАНІТАРНОГО НАПРЯМУ

З.О.Сердюк,
канд. пед. наук,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Черкаси, УКРАЇНА

Розглядаються деякі особливості вивчення математичних теорем і формул. Пропонується система вправ для поетапного формування в учнів знань, вмінь та навичок для їх засвоєння.

Ключові слова: *математичні факти, класи суспільно-гуманітарного напряму.*

Постановка проблеми. Аналіз цілей, змісту і завдань навчання математики в профільних класах та змін, що відбулися протягом останніх років, свідчить про те, що реформування освітньої системи змінило пріоритети шкільної освіти в навчанні математики: основним завданням курсу математики став загальний і математичний розвиток особистості кожного учня. У зв'язку з цим останнім часом інтенсивно досліджують питання про організацію процесу навчання математики, що сприятиме такому розвиткові, однією з важливих складників якого є формування в учнів прийомів розумової діяльності, зокрема під час вивчення математичних фактів.

Однією з причин виникнення труднощів учнями класів суспільно-гуманітарного напряму (СГН) у вивченні математики є складність у засвоєнні теоретичного матеріалу з математики, зокрема аксіом, теорем, формул тощо, особливо стереометрії; відсутність зв'язку між теоретичним матеріалом та його практичним застосуванням тощо. Анкетування вчителів математики та учнів старших класів, результати ЗНО свідчать про те, що якість навчання математики в класах СГН щороку знижується [5].

Аналіз актуальних досліджень. Основні дидактичні положення методики вивчення математичних фактів описані в працях Г.П.Бевза, М.І.Бурди, В.О.Гусєва, П.М.Ерднієва, Ю.М.Колягіна, Г.Л.Луканкіна, М.В.Метельського, В.М.Осинської, Г.І.Саранцева, О.І.Скафи, З.І.Слєпкань, І.М.Смирнової, Н.А.Тарасенкової та ін. Проте не досить дослідженим залишається питання методики вивчення математичних понять у класах суспільно-гуманітарного напряму, пов'язаної зі специфікою змісту, цілей та завдань вивчення математики, програмовими вимогами до вивчення математики в таких класах.

Мета статті – визначити специфіку вивчення математичних фактів у класах суспільно-гуманітарного напряму.

Виклад основного матеріалу. Структура курсу алгебри та початків аналізу, що відповідає програмі з математики для класів СГН (рівень стандарту) [2; 4] наступна. У курсі алгебри та початків аналізу продовжується вивчення однієї з головних змістових ліній – функціональної лінії. Учні вивчають тригонометричні, степеневі, показникові й логарифмічні функції та їхні властивості; операції диференціювання та інтегрування; засвоюють також такі змістові лінії: числа й обчислення, вирази і перетворення, рівняння і нерівності. З'являється нова змістова лінія – елементи теорії ймовірностей та математичної статистики.

Систему аксіом у курсі алгебри та початків аналізу введено неявно [1; 4]. Більшість властивостей функцій сформульовано у вигляді теорем. Проте доведення цих теорем у підручниках для класів СГН переважно або не запропоновано взагалі, або, за програмою, від учнів не вимагають таких знань.

Курс алгебри та початків аналізу містить велику кількість нових, складних математичних формул. За нашими спостереженнями, засвоєння та, найголовніше, застосування цих формул у процесі розв'язування задач часто зумовлюють появу труднощів в учнів класів СГН. Тому методика вивчення формул у класах СГН має будуватися як специфічна для такої категорії учнів.

Вивчення курсу геометрії на рівні стандарту в класах СГН суттєво відрізняється від аналогічного курсу, що вивчають на академічному чи на профільному рівнях [2]. Курс стереометрії в класах СГН побудований на інтуїтивно-дедуктивному рівні (за класифікацією Г.П.Бевза). Його вивчення починається з уведення системи аксіом стереометрії. Основні факти курсу стереометрії введено як теореми. Базовий набір теорем та вимоги до їх засвоєння учнями класів СГН передбачені програмою з математики (рівень стандарту). Значну кількість теорем на рівні стандарту запропоновано для засвоєння без доведень, або ж доведення представлено тільки для ознайомлення учнів – їх не вимагають засвоїти. Наприклад, теореми про обчислення площ поверхонь, об'ємів геометричних тіл тощо в курсі математики для класів СГН запропоновано учням без доведення. Деякі властивості та ознаки математичних об'єктів учні з'ясовують у процесі розв'язування задач. Здебільшого використовують не часто, і тому учням не ставлять вимоги до їх запам'ятовування.

До математичних фактів, що вивчають у курсі математики старших класів, належать: аксіоми, зокрема стереометрії, теореми, формули тощо.

Відповідно до програми з математики на рівні стандарту [4], до засвоєння математичних фактів висувають такі вимоги:

1) знати формули (тригонометричні; площ поверхонь та об'ємів призми, правильної піраміди, циліндра, конуса і кулі);

2) знати аксіоми стереометрії;

3) знати властивості й ознаки паралельних і перпендикулярних прямих та площин; властивості многогранників, тіл обертання;

4) знати основні властивості логарифмів, основні правила диференціювання та інтегрування функцій, ознаки зростання (спадання) функцій.

У курсі математики класів СГН учням необхідно засвоїти велику кількість складних математичних формул, аксіом, теорем, та, головне, навчитися правильно їх використовувати під час розв'язування різноманітних завдань.

Саме тут у школярів часто виникають труднощі через те, що вони:

1) нечітко запам'ятали зміст аксіоми, теореми, формули;

2) замінюють правильну формулу насхожу за формою;

3) неправильно використовують зміст аксіоми, теореми, формули;

4) не вміють правильно (раціонально) обирати потрібну теорему чи формулу відповідно до змісту завдання.

Дуже часто під час вивчення різних математичних формул в учнів класів СГН зорове упізнавання формули та розпізнавання її змісту не збігається.

Тобто один із складників змістового аналізу – візуальний або смисловий – залишається для учнів нерозкритим зовсім або розкритим частково, що призводить, зокрема, до утворення так спайки між формою і змістом. Лише за умови повноцінного візуального та смислового аналізу певної математичної формули учні зможуть не просто запам'ятати її, але й правильно використовувати в різних завданнях.

Для запобігання появі помилок й утворенню спайок між змістом і формою доцільно запропонувати учням усні та письмові вправи з візуальними акцентами на тому чи на тому елементі формули, яку необхідно засвоїти. На етапі засвоєння нового матеріалу важливо пропонувати учням класів СГН спочатку завдання на упізнавання, а потім – на розпізнавання формул. У завданнях на упізнавання формул варто використовувати візуальні аналогії, що допоможе учням в подальшому не зупинятися на етапі візуального аналізу, а поступово переходити і до змістового аналізу.

Доцільно пропонувати учням завдання, що передбачають:

1) кількісний аналіз формули (у цих завданнях варіюється кількісний склад формули);

2) покомпонентний аналіз формули (у таких завданнях кількість елементів формули залишається незмінною, а варіюється значення одного чи кількох компонентів формули);

3) зіставний аналіз принаймні двох формул, які є різними за змістом, але мають схожі оболонки.

Для роботи з теоремами варто запропонувати учням класів СГН систему усних запитань та вправ, що спрямована на засвоєння теореми. Наприклад, під час вивчення теореми про відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами, слід подавати учням запитання та завдання на зразок представлених нижче.

Завдання 1. У наведеному формулюванні теореми про відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами, є помилка. Яке слово уможливить її виправлення?

1) Відрізки будь-яких прямих, які лежать між двома паралельними площинами, рівні.

2) Відрізки паралельних прямих, які лежать між двома площинами, рівні.

3) Відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами, різні.

Завдання 1 запропоновано учням для кращого засвоєння формулювання теореми.

Завдання 2. Учні по-своєму сформулювали теорему про відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами. Чи правильне твердження вони подали?

1) Відрізки паралельних прямих, які лежать між будь-якими двома площинами, рівні.

2) Відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами, рівні.

3) Відрізки будь-яких двох прямих, які лежать між двома паралельними площинами, рівні.

Завдання 2 перевіряє здатність учнів оперувати різними оболонками формулювання теореми та визначати при цьому їхнє змістове наповнення. Тобто учні повинні виявити, які зміни оболонки приводять до зміни змістового наповнення теореми, а які – ні.

Завдання 3. Яка умова теореми про відрізки паралельних прямих, що лежать між двома паралельними площинами?

Завдання 4. Яка вимога теореми про відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами?

Завдання 5. Що дано і що треба довести в теоремі про відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами?

Завдання 3-5 доцільно пропонувати учням для засвоєння ними основних компонентів теореми.

Завдання 6. Чи правильно, що відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами: 1) різні; 2) рівні?

Завдання 7. Чи можуть відрізки паралельних прямих, які лежать між двома паралельними площинами, дорівнювати:
1) 5 см і 7 см; 2) 5 см і 5 см; 3) 7 см і 7 см?

Завдання 6-7 сформульовано для відпрацювання навичок і вмінь застосування теореми до розв’язування задач.

Під час вивчення нових математичних фактів (теорем, формул) для учнів класів СГН особливо важливим є закріплення та застосування цих фактів. Для успішного їх використання необхідно створити систему задач, спрямованих на відпрацювання засвоєних знань, навичок і вмінь [3].

Система задач повинна задовольняти такі вимоги:

1) відпрацювання певного математич-

ного факту (формули, теореми) в прямому формулюванні;

2) відпрацювання певного математичного факту (формули, теореми) в непрямому формулюванні;

3) кожна задача повинна містити щонайменше три ідентичні набори числових значень;

4) систему задач потрібно будувати в напрямі ускладнення.

Наприклад, під час вивчення теми «Паралелепіпед» (геометрія, 11 клас) учням пропонується для засвоєння теорему: «Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів» [1, с. 230].

У підручнику для застосування цієї теореми подано всього одну задачу. Звичайно, для успішного засвоєння матеріалу школярами класів СГН цього недостатньо. Тому для закріплення теореми пропонуємо систему задач.

Задача 1. У прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$, $A_1C = d$. Визначте його діагональ, якщо: 1) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 3$ см; 2) $a = 5$ см, $b = 6$ см, $c = 8$ см; 3) $a = 2$ см, $b = 3$ см, $c = 4$ см.

Задача 2. У прямокутному паралелепіпеді виміри дорівнюють a, b, c. Визначте квадрат його діагоналі, якщо:

1) $a = 2$ см, $b = 4$ см, $c = 6$ см; 2) $a = 1$ см, $b = 4$ см, $c = 8$ см; 3) $a = 5$ см, $b = 2$ см, $c = 3$ см.

Задачі 1-2 розраховані на безпосереднє застосування теореми про квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда. Для роботи на уроці доцільно запропонувати учням пункти 1), 2) з кожної задачі, а пункт 3) зарахувати до домашньої роботи.

Задачі 3-5 запропоновано учням для відпрацювання цієї ж теореми, однак вони передбачають не безпосереднє її застосування.

Задача 3. У прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$, $A_1C = d$. Знайдіть квадрат його бічного ребра, якщо:

1) $a = 2$ см, $b = 3$ см, $d = 8$ см; 2) $a = 5$ см, $b = 6$ см, $d = 10$ см; 3) $a = 1$ см, $b = 2$ см, $d = 3$ см.

Задача 4. У прямокутному паралелепіпеді діагональ дорівнює d, а сторони основи – a і b. Визначте його бічне ребро, якщо:

1) $a = 3$ см, $b = 4$ см, $d = 10$ см; 2) $a = 5$ см, $b = 5$ см, $d = 5\sqrt{3}$ см; 3) $a = 4\sqrt{3}$ см, $b = 4\sqrt{6}$ см, $d = 13$ см.

Задача 5. У прямокутному паралелепіпеді діагональ дорівнює d, сторона основи a, бічне ребро – c. Визначте іншу сторону основи, якщо:

1) $a = 2$ см, $c = 3$ см, $d = 6$ см; 2) $a = 4$ см, $c = 4$ см, $d = 4\sqrt{3}$ см; 3) $a = 2\sqrt{3}$ см, $c = 2\sqrt{6}$ см, $d = 10$ см.

У задачах 6-9 учні повинні знайти певний елемент паралелепіпеда, використавши теорему про квадрат діагоналі паралелепіпеда як допоміжний засіб для пошуку цього елемента.

Задача 6. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює d, а його висота – h. Визначте діагональ основи, якщо:

1) $d = 13$ см, $h = 12$ см; 2) $d = 10$ см, $h = 8$ см; 3) $d = 17$ см, $h = 5$ см.

Задача 7. Діагональ паралелепіпеда дорівнює d. Визначте довжини трьох його ребер, які виходять з однієї вершини, якщо їхні довжини відносяться як 4 : 5 : 6:

1) $d = \sqrt{77}$ см; 2) $d = 7\sqrt{11}$ см; 3) $d = 11\sqrt{7}$ см.

Задача 8. Діагональ паралелепіпеда дорівнює d. Визначте найменше з трьох його ребер, які виходять з однієї вершини, якщо їхні довжини відносяться як 2 : 3 : $3\sqrt{3}$:

1) $d = 2\sqrt{10}$ см; 2) $d = 4\sqrt{10}$ см; 3) $d = 10\sqrt{2}$ см.

Задача 9. Діагоналі граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють d_1, d_2, d_3. Запишіть формулу для обчислення діагоналі паралелепіпеда та визначте її, якщо:

1) $d_1 = 11$ см, $d_2 = 19$ см, $d_3 = 20$ см; 2) $d_1 = 5$ см, $d_2 = 6$ см, $d_3 = 8$ см; 3) $d_1 = 6$ см, $d_2 = 8$ см, $d_3 = 10$ см.

Запропонована система задач сприяє цілеспрямованому відпрацюванню даної теореми не лише в межах кожної окремої задачі, а й у їх сукупності. При цьому учень аналізує, порівнює, узагальнює способи розв'язування задач у цілому.

Висновки. Отже, особливої уваги дослідників потребує проблема розробки методики вивчення математичних фактів (аксіом, теорем, формул) у класах різних напрямів профілізації. При цьому необхідно враховувати особливості контингенту таких класів, особливості змісту та вимог до засвоєння математичних фактів, аналіз типових помилок учнів тощо.

1. Бурда М.І. Математика, 10-11: Навчальний посібник для шкіл, ліцеїв та гімназій гуманіт. профілю / М.І.Бурда, О.С.Дубинчук, Ю.І.Мальований. – К.: Освіта, 2006. – 287 с.

2. Концепція профільного навчання у старшій школі // Математика в школі, 2006. – № 1. – С. 2–7.

3. Лосева Н.М. Розвиток особистості учня в процесі вивчення геометрії / Н.М.Лосєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 145-148.

4. Математика. 5-12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: «Перун», 2005. – 64 с.

5. Сердюк З.О. Порівняльний аналіз навчальних досягнень учнів гуманітарних та загальноосвітніх класів / З.О.Сердюк // Вісник Черкаського університету: Серія «Педагогічні науки». – Вип. 93. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б.Хмельницького, 2006. – С. 131-136.

Резюме. **Сердюк З.А. СПЕЦИФИКА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФАКТОВ В КЛАССАХ ОБЩЕСТВЕННО-ГУМАНИТАРНОГО НАПРАВЛЕНИЯ.** *Рассматриваются некоторые особенности изучения изучения математических фактов в классах общественно-гуманитарного направления. Предлагается система упражнений для поэтапного формирования в учеников знаний, умений и навыков по их усвоению.*

Ключевые слова: *математические факты, классы общественно-гуманитаного направления.*

Abstract. **Serdyuk Z. SPECIFIC FEATURES OF STUDYING MATHEMATICAL FACTS AT SOCIAL AND HUMANITARIAN CLASSES.** *The features of studying mathematical facts at social and humanitarian classes are examined. The system of exercises for step- by- step formation in the students the knowledge, skills and habits in their learning-system of exercises for mastering them is offered.*

Key words: *mathematical facts, social and humanities classes.*

Стаття представлена професором Н.А. Тарасенковою.
Надійшла до редакції 2.04.2011 р.

ОРГАНІЗАЦІЯ ПРОЕКТНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ КЛАСІВ ГУМАНІТАРНОГО НАПРЯМУ

В.С.Прач,
аспірант,
Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Стаття присвячена питанням особливостей застосування методу проектів у навчанні математики учнів гуманітарного напряму старшої ланки школи. У змісті подається аналітичний огляд наукових доробок учених, розглядаються питання формування в учнів евристичних умінь при застосуванні методу проектів.

Ключові слова: *метод проектів, евристичне навчання, компетентність.*

Постановка проблеми. Сучасну практичну діяльність людства, науково-технічний та культурний прогрес у різних сферах суспільного буття неможливо представити без проектування і проектів. У XX столітті до традиційних різновидів проектування (архітектурно-будівельного, машинно-будівельного, технологічного) додалися нові напрями — інженерно-психологічне, екологічне, генетичне, проектування трудових процесів**,** організацій, соціальне проектування та ін. Широко розповсюджуються політичні, мистецькі, освітні проекти.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Питанням упровадження методу проектів у навчанні на сьогодні приділяли увагу такі науковці, як І.Г. Єрмаков, І.Д. Бех, О.І. Пометун, Дж. К. Джонсон та інші.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. Конкретних досліджень, які б розкривали проблеми застосування методу проектів у навчанні математики учнів старшої ланки школи гуманітарного напряму, недостатньо. Саме цьому питанню й присвячена дана стаття.

Мета статті – наукове-методичне розкриття сутності застосування методу проектів у навчанні математики учнів суспільно-гуманітарного профілю.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розмаїття тлумачень поняття "проект" свідчить про нерівнозначність підходів до його визначення. Аналіз підходів до поняття «проект» деяких авторів відображений у таблиці 1.

Таблиця 1

Аналіз підходів до поняття «проект»

Автор	***Підходи до поняття «проект»***
О.Пометун, Л.Пироженко	Цільовий акт діяльності, в основу якого покладено інтереси людини [10, с. 19].
А.Цимбалару	Низка спланованих заздалегідь послідовних дій, спрямованих на досягнення результату проектування [15, с. 9].
С.Кримський	Систематична форма організації діяльності у взаємозв'язку її теоретичних та практичних аспектів [7, с. 13].
І.Єрмаков	Результативна дія, прототип, прообраз передбачуваного або можливого об'єкта, стану [5, с. 57].

А.Самохіна	Цілісна, складна робота, яка включає різні види діяльності, де оцінюється кінцевий продукт [12, с. 23].
І.Зимня	Творча діяльність, проблемна за формою представлення матеріалу, практична за формою його застосування, інтелектуально насичена за змістом, яка відбувається в умовах постійного конкурсу думок [11, с. 16].
П.Архангельський	Організація і виконання певного цільового завдання [1, с. 50].
Л.Гур'є	Змістовно обґрунтована і документально оформлена ініціатива, яка спрямована на досягнення освітніх цілей у межах певного часу [3, с. 51].
В.Бурков, Д.Новиков	Обмежена в часі цілеспрямована зміна окремої системи з установленими вимогами до якості результатів, можливими рамками витрат засобів і ресурсів та специфічною організацією [3].
І.Чечель	Дидактичний засіб пізнавальної діяльності, розвитку креативності мислення і водночас формування певних особистісних якостей [16, с. 11].
Є.Полат	Узагальнена модель визначення способу досягнення поставленої мети, алгоритму пізнавальної діяльності [9, с. 15].

Проект включає:

- систему сформованих «проектних» цілей;
- фізичні об'єкти, системи, соціальні процеси, які створюються та/або оптимізуються для практичної реалізації проектних цілей;
- розроблені і затверджені проектні документи – програми, плани, розрахунки, кошторис тощо;
- необхідні ресурси – матеріальні, фінансові, трудові, часові;
- комплекс управлінських рішень, заходів, спрямованих на практичну реалізацію цілей проекту.

У педагогічному процесі багатьох навчальних закладів гідне місце посідає метод проектів. Ми вважаємо, що цей метод є одним із провідних засобів перетворення школи навчання в школу життя, оволодіння учнями навичками планування власної діяльності, вибором засобів та шляхів її здійснення, формування та актуалізації життєвого досвіду учнів.

Доречною є думка І.Г.Єрмакова [5] про те, що велике, а іноді вирішальне значення методу проектів для розвитку життєвої компетентності учня, становлення ключових життєвих компетенцій у процесі його навчання в 11-річній школі зумовлено перевагами, які надає педагогу застосування саме методу проектів, тобто:

- метод проектів дозволяє перевірити та закріпити на практиці теоретичні знання;
- проект забезпечує продуктивний зв'язок теорії та практики у процесі навчання;
- життєвим результатом проекту є продукт (що забезпечує цілісність проекту, адже оцінюється завершений продукт), а умовами, інструментами його досягнення є компетенції учня;
- даний метод сприяє набуттю учнем життєвого досвіду;
- участь вихованця в проектній діяльності сприяє формуванню вмінь та навичок, становленню життєвих принципів та цінностей, які в подальшому позитивно впливатимуть на його життєдіяльність.

Участь у проектній діяльності сприяє розвитку ключових компетенцій учня, життєвої компетентності в цілому, однак найважливішими напрямами застосування методу проектів є формування в учнів евристичних умінь. Тобто одним із найважливіших моментів удосконалення методики навчання математики у школярів суспільно-гуманітарного профілю, як зазначає О.І.Скафа [13], є формування прийомів евристичної діяльності, бо така діяльність в більш повній мірі готує майбутнього випускника середньої школи до сучасного сприйняття світу та надає можливість через формування евристичних умінь побудувати модель гармонійно розвинутої особистості.

Ми вважаємо, що оптимальний результат реалізації методу проектів у процесі евристичного навчання в профільній школі можна досягнути лише за виконання наступних умов:

1. Метод проектів повинен розглядатися як одна з провідних технологій у процесі евристичного навчання.
2. Інтегровані проекти, в яких беруть участь групи учнів, мають, як правило, міжпредметний характер, тому повинні супроводжуватися не одним вчителем, а командою вчителів, які викладають відповідні предмети.
3. Бажано, аби учнівський проект корелювався з навчальною програмою з математики, індивідуальним навчальним планом учня. Але не варто, в межах розумного, обмежувати творчий пошук та пізнавальний інтерес учня.
4. Кожен учень повинен мати право на участь у проекті. Проектна діяльність має добровільний характер.

Ураховуючи вищесказане, ми вважаємо, що *проект – це інноваційна форма організації індивідуальної, групової, колективної роботи, спрямованої на створення певного творчого продукту, реального об'єкта, що узгоджується з методологією евристичного навчання.*

У навчальному процесі при введенні інноваційної форми будується навчально-пізнавальна діяльність учнів. У нашому випадку в рамках навчально-пізнавальної діяльності організується проектна діяльність.

Отже, під *проектною діяльністю ми розуміємо систему різних практичних дій особистості (групи, колективу), спрямованих на створення певного творчого продукту.*

Як відзначає академік І.Бех, головна установка та спрямованість особистості в ранній юності полягає саме в діяльному самовизначенні, виборі власного життєвого шляху і пошуку рівноправних взаємин із дорослими [2, с. 101]. Тому проектне навчання не тільки спонукає до розумно вмотивованої діяльності відповідно до вікових і навчальних інтересів старшокласників, а й створює умови для формування евристичних умінь.

У розробці проектів використовуються наступні *форми проектної роботи*:

- ✓ індивідуальна,
- ✓ групова,
- ✓ колективна.

Індивідуальний проект – це теоретична і практична діяльність, у результаті якої учнем створюється авторська ідея (програм), що характеризується суб'єктивною, а іноді й об'єктивною новизною.

Групові (колективні) проекти передбачають розв'язання комплексного завдання, що охоплює організаційну, практичну, дослідницьку, творчу діяльність групи чи колективу учнів, спрямовану на одержання певного результату.

М.Запрудський зауважує, що проектна діяльність передбачає використання учителем при здійсненні освітнього процесу особистісно зорієнтованого підходу, який сприяє реалізації дидактичних принципів [6, с. 145]. Беручи до уваги думку дослідника, ми визначили наступні принципи організації процесу формування евристичної діяльності учнів у класах гуманітарного напряму засобами проектної діяльності:

- принцип дитиноцентризму: у центрі творчої діяльності знаходиться учень, який проявляє свою активність;
- принцип кооперації: у процесі роботи над проектом здійснюється широка взаємодія учнів з учителями і між собою у проектних групах, можливе залучення консультантів із різних сфер діяльності;
- принцип опори на суб'єктивний досвід учнів; кожний школяр, працюючи над проектом, має можливість застосувати власний досвід і знання;
- принцип урахування індивідуальності учнів, урахування інтересів, темпу роботи, ділових якостей;
- принцип вільного вибору: тем про-

екту, підтем, партнерів у розробці проекту джерел і способів отримання інформації, методу дослідження, форм презентації результатів;

- принцип зв'язку дослідження з реальним життям: відбувається органічне поєднання теорії з практикою;
- акмеологічний принцип: педагог будує освітній процес так, щоб вихованець засвоїв найвищі цінності, створює умови для оптимальної самореалізації підростаючої особистості, розвитку її індивідуальних можливостей і здібностей.

Організація проектної діяльності прямо залежить від того, якого типу проект вибирається його учасниками для роботи. З огляду на різні підходи до класифікації проектів у педагогічній літературі визначено кілька ознак, за якими розрізняють проекти.

Ми обираємо класифікацію проектів, яка була представлена Є.Полат [9] (табл. 2).

Таблиця 2

Класифікація проектів за Є.Полат

№	Типологічна знака	Тип проекту
1.	Домінантна діяльність	1. Дослідницькі. 2. Пошукові. 3. Творчі. 4. Прикладні (практично орієнтовані). 5. Рольові. 6. Інформаційні. 7. Соціальні.
2.	Предметно-змістова галузь знань	1. Монопроект (у межах однієї галузі знань). 2. Міжпредметний проект.
3.	Характер координації проекту	1. Безпосередній (жорсткий, гнучкий). 2. Опосередкований (імітує учасника проекту).
4.	Характер контактів	1. Серед учасників однієї школи, класу, міста, регіону, країни. 2. Серед учасників різних країн світу.
5.	Кількість учасників проекту	1. Особистісні.2. Парні. 3. Групові.
6.	Тривалість виконання проекту	1.Короткотермінові. 2. Середньої тривалості. 3. Довготривалі.

Зміст проектної діяльності припускає використовування в загальноосвітньому навчальному закладі найрізноманітніших шляхів її застосування.

На думку Л.Мартинець, можна умовно згрупувати засоби проектної діяльності таким чином [8, с. 85]:

- ***теоретичне навчання:*** засвоєння основ проектної діяльності через факультативні (авторські) спецкурси, консультації, індивідуальну роботу, виховну роботу;

- ***учнівський досвід:*** створення учнями портфоліо проектної діяльності;

- ***практичне навчання:*** створення проектів на уроках, факультативних заняттях.

І.Г.Єрмаков пропонує характеристику різновидів навчальних проектів [5, с. 39]. На основі цього матеріалу ми вибираємо ті з них, які доцільно впроваджувати у старшій школі саме гуманітаріям і ті, які пов'язані з дисципліною «математика»:

1. ***Творчі проекти*** – пов'язані з проектуванням та втіленням інноваційних ідей (у галузі мистецтв, навчальних і соціальних процесах).

2. ***Ігрові проекти*** – це навчальні проекти, пов'язані з організацією та розвитком ігрової діяльності школярів. Вони можуть здійснюватися у сфері спорту, рольових, інтелектуальних ігор тощо.

3. ***Пізнавальні проекти*** – проекти,

пов'язані з пізнанням певних природних та соціальних процесів і явищ у польових умовах, що передбачено змістом освіти.

4. ***Дослідницькі проекти*** спрямовані на формування в учнів умінь та навичок науково-дослідницької діяльності, навчальну імітацію елементів дослідницької діяльності вчених у процесі навчання.

5. ***Інформаційні проекти*** покликані сформувати інформаційну культуру учнів, сприяти практичному застосуванню та перевірці навичок роботи з інформаційною технікою, інформаційною мережею Інтернет.

6. ***Практико-зорієнтовані проекти*** – проекти, які передбачають вироблення конкретних проектних продуктів, які характеризують ступінь сформованості функціональної грамотності учня.

7. ***Гуманітарні проекти,*** учнівські проекти, пов'язані з вивченням людини та суспільства, формуванням здатностей і навичок, пов'язаних із соціальною компетенцією.

8. ***Профільні проекти*** – проекти старшої школи, які спрямовані на вивчення та осмислення специфіки майбутньої професійної діяльності, її моделювання, виконання її елементів у проектній діяльності.

Одним із найважливіших моментів створення проекту є визначення основних етапів роботи над ним.

Аналіз науково-педагогічної літератури показує, що вчені (Дж.К.Джонсон, І.Єрмаков, О.Новиков, Є.Полат та ін.) виділяють різні етапи роботи над проектом. Спираючись на наукові дослідження названих учених, зазначимо, що робота над проектом складається з наступних *етапів:*

- організаційно-підготовчого,
- технологічного,
- підсумкового.

У проектній діяльності весь процес орієнтований на учня: тут, насамперед, враховуються його інтереси, життєвий досвід і його здатності.

Роль учителя змінюється: замість контролера він стає повноцінним партнером і консультантом. Так, на організаційно-підготовчому етапі вирішальна роль належить учителеві, який допомагає учням у виборі обґрунтованого проекту, розробці плану дій, процесу конструювання виробів, формування конструкцій, визначення джерел інформації, способів її збору й аналізу. Під час дослідження учні вибирають оптимальний варіант об'єкта праці, розробляють послідовність технологічного процесу, а вчитель спостерігає, радить і керує діяльністю.

На технологічному етапі виконуються трудові операції, передбачені технологічним процесом. Учителеві на цьому етапі відводиться роль консультанта. На заключному етапі здійснюється остаточний контроль і демонстрація виробу. Учні представляють до захисту обґрунтування проекту, технічну документацію самого виробу, а також беруть участь в обговоренні, самооцінці й оцінці проектів. Для оцінювання проектної діяльності учнів визначаються певні критерії, в оцінюванні доцільно користуватися рейтинговою шкалою.

Висновки. Таким чином, упроваджуючи проектні технології, можна перетворити важкі і не завжди зрозумілі для учнів теми з математики у простіші, доступніші і цікавіші. Важливо створити у навчанні математики такі умови для учнів-гуманітаріїв, які б сприяли формуванню пізнавальних інтересів, розвитку творчих здібностей та креативності.

1. *Архангельский П. Проектная система организации работ в трудовой школе / П.Архангельский // На путях к новой школе, 1931. – № 2. – С. 50-56.*
2. *Бех І. Особистісно зорієнтоване виховання: наук.-метод. посібник / І.Д.Бех. – К.: ІЗМН, 1998. – 204 с.*
3. *Бурков В. Как управлять проектами / В.Бурков, Д.Новиков. – М.: Синтег-ГЕО, 1997.*
4. *Гурье Л. Проектирование педагогических систем: учеб. пособие. / Л.Гурье. – Казань, 2004. – 212 с.*
5. *Єрмаков І. Проектне бачення компетентнісно спрямованої 12-річної середньої школи / І.Г.Єрмаков, Д.О.Пузіков. – Запоріжжя: Видавництво Хортицького навчально-реабілітаційного центру, 2005. – 112 с.*
6. *Запрудский Н. Современные школьные*

технологии: пособие для учителей. / Н.Запрудский. – 3-є изд. – Минск, 2006.

7. Кримський С. Проект і проектування в сучасній цивілізації // Метод проектів: традиції, перспективи, життєві результати / С.Кримський. – К.: Департамент, 2003. – 500 с.

8. Мартинець Л.А. Формування ділових якостей старшокласників: від теорії до практики: метод. рекомендації. – Донецьк: Каштан, 2010. – 124 с.

9. Полат Е. Что такое проект? Типология проектов / Е.Полат, А.Петров // Відкритий урок, 2004. – № 5-6. – С. 10-17.

10. Пометун О. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід / О.Пометун, Л.Пироженко. – К.: А.П.Н., 2002. – 136 с.

11. Проектна діяльність у школі / упоряд. М.Голубенко. – К.:Шкільний світ, 2007. – 128 с.

12. Самохина А. Обучение через делание / А.Самохина // Учитель, 2003. – № 4. – С. 23.

13. Скафа Е.И. О методологи диалогического преподавания / Е.И.Скафа /// // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 25, 2006. – С.38-44..

14. Смирнов В. Общая педагогика в тезисах, дефинициях, иллюстрациях / В.Смирнов. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 416с.

15. Цимбалрау А. До поняття «проектно-технологічна діяльність учителя» / А.Цимбалрау // Рідна школа, 2008. – № 1-2. – С. 8-10

16. Чечель И. Метод проектов, или Попытка избавить учителя от обязанности всезнающего оракула / И.Чечель // Директор, 1998. – № 3. – С. 11.

Резюме. **Прач В.С. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ КЛАССОВ ГУМАНИТАРНОГО НАПРАВЛЕНИЯ.** *Статья посвящена вопросам особенностей применения метода проектов в обучении математики учеников старшей школы гуманитарного направления. В содержании раскрывается аналитический обзор научных разработок ученых, рассматриваются вопросы формирования у учеников эвристических умений при применении метода проектов.*

Ключевые слова: *метод проектов, эвристическое обучение, компетентность.*

Abstract. **Prach V. ORGANIZATION OF PUPILS' PROJECT ACTIVITY IN CLASSES OF HUMANITARIAN TRAINING DIRECTION.** *The article is devoted to particularities of a project method in teaching mathematics to secondary school pupils in classes with humanitarian training direction. It contains the analytical review of the latest scientific results. The authors consider the questions of forming pupils' heuristic skills when the project method is applied.*

Key words: *method of projects, heuristic teaching, competence.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 26.02.2011 р.

ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ СТОХАСТИЧНОЇ ЗМІСТОВНО-МЕТОДИЧНОЇ ЛІНІЇ В СТАРШИХ КЛАСАХ СОЦІАЛЬНО-ГУМАНІТАРНОГО НАПРЯМУ

К.Д.Воробйова,
аспірант,
Республіканський вищий навчальний заклад
„Кримський гуманітарний університет” (м. Ялта),
м. Ялта, УКРАЇНА

Здійснений аналіз наукової та методичної літератури та практики показав, що в даний час існує ряд суперечностей, пов’язаних з математичною підготовкою учнів старших класів, зокрема з формуванням у них стохастичних уявлень. У зв'язку з вищезазначеним виникла необхідність пошуку і розробки принципів побудови стохастичної змістовно-методичної лінії, зокрема в старших класах соціально-гуманітарного напряму. Сформовані принципи, якими необхідно користуватися для досягнення поставленої мети.

Ключові слова: *комбінаторні знання та вміння, розвиток мислення, вивчення математики в старшій школі, принципи побудови, профільна диференціація.*

Постановка проблеми. За багато років склалася визначена традиція навчання теорії ймовірностей, відправним моментом якої є зв'язок із комбінаторними поняттями і твердженнями. Цей підхід природно приводить до схеми рівно можливих випадків і до класичного визначення ймовірності. При такому підході виявляється поза полем зору той світоглядний аспект теорії ймовірностей, що визначає мету формування статистичного мислення учнів. Дійсно, переважний розгляд теоретичних ймовірнісних понять, формул та правил не приводить до формування методологічно правильних поглядів на природу та суспільство, що відповідають сучасній науковій картині світу. Вивчення математичних моделей випадкових явищ у чистому виді, у відриві від практичних додатків не сприяє усвідомленню учнями статистичних закономірностей навколишнього світу.

Аналіз досліджень і публікацій. Питання формування ймовірнісно-статистичних уявлень у учнів, плануванням навчального матеріалу в класах гуманітарного напряму, формуванням статистичних уявлень в учнів у середовищі взаємодії шкільних предметів, методологічними основами 12-річної освіти та інші представлені працями Л.О.Бичкової, Ю.М.Калягіна, К.М.Куриндіна, А.Плоцкі, А.В.Хуторського, В.В.Фірсова та ін.

Метою статті є дослідження основних принципів побудови стохастичної змістовно-методичної лінії в старших класах соціально-гуманітарного напряму.

Виклад основного матеріалу. Сучасна теорія ймовірностей являє собою галузь метричної теорії функцій, своєрідну не за методами математичного дослідження, а за постановкою завдань. Ймовірнісна модель власне кажучи нічим не відрізняється від інших математичних структур, отже, навчання, засноване переважно на вивченні ймовірнісної моделі, не може привести до досягнення поставленої мети – формування статистичного мислення учнів.

У зв'язку з цим усе більшого визнання одержує ідея необхідності прикладної орієнтації навчання теорії ймовірностей. Проблемі виявлення специфіки прикладного напряму в математиці, як необхідної умови досягнення мети навчання теорії ймовірностей у школі, присвячена дисертація В.В.Фірсова [5].

Прикладна спрямованість навчання математики полягає в здійсненні цілеспрямованого змістовного та методологічного зв'язку математичної освітньої області з практикою. Здійснення прикладної спрямованості навчання математики припускає *три* основних *етапи* практичного використання математичного апарату:

1). *Формалізація* – створення математичної моделі досліджуваної вихідної ситуації. На цьому етапі відбувається перехід з мови, що характеризує реальну ситуацію, на математичну мову.

2). *Внутрімодельне розв’язання* – математичне розв’язання задачі й одержання відповіді математичною мовою.

3). *Інтерпретація* – переклад відповіді з математичної мови на мову вихідної ситуації. На цьому етапі виробляється аналіз результатів розв’язання, їхнє трактування в термінах вихідної ситуації та ухвалення рішення з проблем даної реальної поза математичної ситуації. Як приклад, що ілюструє всі три етапи практичного застосування математики, можна навести текстові задачі на складання рівнянь. Такі задачі відбивають різні галузі діяльності людей. Аналізуючи реальну ситуацію, описувану в тексті умови задачі, учні складають рівняння. Складене рівняння є математичною моделлю вихідної ситуації. Потім вони здійснюють розв’язання усередині моделі, тобто вирішують саме це рівняння та знаходять його корені.

На третьому етапі учні аналізують відповідь, відкидають сторонні корені.

Однак такого виду задачі поки ще представлені лише в деяких розділах шкільної математики. У більшості випадків учні вирішують готові рівняння, нерівності, їхні системи, а виходить, не виходять за рамки внутрімодельного етапу. «Ніхто не пояснює учневі, хто, яким чином і навіщо побудував цю модель, хто й у яких обставинах таке завдання сформулював, хто і навіщо має потребу в її розв’язанні» [2, С.28]. Це аж ніяк не сприяє виробленню умінь, пов'язаних з пізнанням навколишнього світу засобами математики.

Подібне положення посилюється при вивченні основ науки про випадковий процес. Уже класична ймовірність, яка базується на гіпотезі рівноможливості ісходів, є математичною моделлю, відсіченої від етапів формалізації та інтерпретації. Обчислення ймовірностей за допомогою комбінаторних правил, їхній непрямий підрахунок на основі заданих, невідомо звідки узятих, ймовірностей – усе це являє собою оперування усередині математичних моделей.

При такому навчанні деякі поняття (ймовірність, математичне очікування й т.ін.) сприймаються як штучні та сторонні з відношення як до самої математики, так і до життя. Не випадково багато учнів випробують внутрішній психологічний опір цій науці.

Вирішити дану проблему можна тільки шляхом зміни методології навчання за допомогою первісного завдання учням як освітні об'єкти реальних, а не ідеальних об'єктів пізнання. Для досягнення цілей формування статистичного уявлення учнів теорія ймовірностей повинна вивчатися не як чиста математична, а як прикладна дисципліна при явному залученні етапів формалізації й інтерпретації в процес розв’язання задач, зміст яких відбиває реальні ситуації, що зустрічаються людині в повсякденному житті.

При такому вивченні виробляються уміння вирішувати статистичні задачі, висунуті практикою, що є критерієм досягнення поставлених цілей [5, С. 86]. «Вивчаючи об'єкт реального світу, учень відшукує і створює знання про нього, тобто відкриває ідеальні теоретичні конструкти – факти, поняття, закономірності. Усвідомлюючи створені ними знання і способи пізнання, учень фіксує їх у вигляді особистого освітнього продукту, що дозволяє потім застосовувати їх для наступного пізнання реального світу. Освітня діяльність учня виступає сполучною ланкою ідеального і реального світу – рівноправних атрибутів гармонічної людини» [7, С. 50].

Усе це дає підставу розглядати прикладну спрямованість навчання стохастики не тільки як необхідну умову досягнення поставлених цілей, але і як одного з принципів побудови нової змістовно-методичної лінії шкільного курсу математики. Цей принцип будемо називати принципом *прикладної спрямованості* навчання стохастики.

Розгляд багатьох статистико-ймовірнісних понять сприяє закріпленню вивченого матеріалу «звичайних» тем математики. Наприклад, використання різних засобів перебування середніх характеристик і показників розкиду даних допомагає розвитку обчислювальних навичок; перебування геометричних ймовірностей сприяє засвоєнню поняття площі; розгляд стохастичних залежностей розширює уявлення про сферу застосувань досліджуваних функцій і т.п.

Введення в шкільну математику ймовірнісно-статистичної змістовно-методичної лінії створює нові сприятливі можливості для посилення внутріпредметних зв'язків.

Звідси ми виводимо принцип *інтегративності* побудови стохастичної змістовно-методичної лінії, що виражає необхідність інтегрувати шкільну математику за допомогою стохастичного змісту. Відповідно до цього принципу, нова лінія, яка є однією з рівноправних самостійних змістовно-методичних ліній шкільного курсу математики, таких як лінія числа, функціональна лінія або лінія тотожних перетворень і т.ін., повинна благотворно впливати на зміцнення внутріпредметних зв'язків.

При вивченні стохастики велику роль грають не тільки внутріпредметні, але і міжпредметні зв’язки, оскільки ймовірнісно-статистичні методи проникають в усі галузі людського знання. Завдяки їм удалося побудувати наукову картину світу. Тому введення в шкільну математику ймовірнісно-статистичної змістовно-методичної лінії сприяє виникненню нових, глибоко обґрунтованих міжпредметніх зв'язків. З однієї сторони ці зв'язки забезпечують багатий запас завдань стосовно збору даних, представленню й обробці інформації, проведенню експериментів тощо. З іншого боку вони сприяють більш глибокому розумінню матеріалу різних предметів.

Особливе значення має зв'язок стохастики з інформатикою. Використання комп'ютера полегшує розв’язання багатьох ймовірнісно-статистичних задач. Він забезпечує доступ до інформації, є діючим засобом для збереження, представлення й обробки введених у нього статистичних даних. Комп'ютер можна використовувати і для генерації випадкових даних, і для побудови моделей реальних ситуацій з елементами випадковості, і для перевірки статистичних гіпотез. Комп'ютерна візуалізація статистичних закономірностей, зіставлення графів, діаграм та графіків знімає багато рутинних труднощів технічного характеру, дозволяючи зосередити увагу учнів на ідейній суті досліджуваних методів аналізу стохастичних ситуацій.

З іншого боку, крім загальних цілей світоглядного характеру, знайомство з елементами стохастики створює можливість для більш глибокого вивчення матеріалу різних предметів. Тут часто виникає необхідність у використанні математичних методів аналізу результатів спостережень. При виконанні лабораторних і практичних робіт з фізики, хімії, біології учень повинний вміти оформити результати спостережень і досвідів на уроках географії, історії, суспільствознавства, йому необхідно користуватися таблицями і довідниками, сприймати інформацію, представлену в графічній формі. Виклад багатьох тем суспільно-гуманітарних освітніх областей особливо має потребу в залученні ймовірнісно-статистичних уявлень.

Діяльність, зв'язана зі збором інформацій, систематизацією й оформленням даних, у багатьох випадках може здійснюватися при вивченні відповідних предметів. На уроках математики учні довідаються, як ці зведення можна представити геометрично, як обчислити основні характеристики, який їхній зміст тощо. Інтерпретувати стохастичні моделі, робити висновки і приймати рішення вони учаться при вивченні як математики, так і інших дисциплін.

Єдиний статистичний підхід до навчання школярів різним дисциплінам розглядається в дослідженні К.М.Куриндіної [1, С.5] як новий шлях здійснення глибоких міжпредметних зв'язків. Завдяки стохастиці, ці зв'язки допомагають вирішувати задачу формування статистичного мислення учнів класів гуманітарної спрямованості комплексно, в умовах взаємодії різних освітніх галузей.

Звідси ми виводимо принцип *міжнауковості* побудови стохастичної змістовно-методичної лінії, що виражає необхідність максимально реалізовувати міжпредметні зв'язки для взаємозбагачення математики із суміжними дисциплінами і формування єдиної наукової картини світу. Цей принцип тісно зв'язаний із принципом інтегративності, тому що стохастика розширює сфери інтеграції на багато шкільних дисциплін.

Принцип *перманентності* – принцип побудови ймовірнісно-статистичної лінії шкільного курсу математики, що виражає необхідність тривалого цілеспрямованого періоду формування статистичного досвіду дітей, їх ймовірнісної інтуїції. Досягнення необхідного розвиваючого ефекту навчання стохастики можливе на базі реалізації діяльнісного підходу, що сприяє інтенсифікації навчального процесу. Цей підхід припускає навчання не тільки готовим знанням, але і діяльності з набуття знань, засобами міркувань, створення педагогічних ситуацій, що стимулюють самостійні відкриття учнями математичних фактів, їхніх доказів, розв’язань задач.

Неприпустимо розглядати процес навчання школярів стохастики як трансляцію та наступну інтеріоризацію індивідові готового змісту, спеціально для цього відібраного. На жаль, у практиці навчання елементам теорії ймовірностей у класах гуманітарної спрямованості так і відбувається: спочатку учень «одержує знання», а потім застосовує їх, у тому числі і творчо.

«Продуктивна ж освіта припускає, що діяльність учня заснована на реалізації його особистісного потенціалу і приводить до створення ним освітніх продуктів, адекватних досліджуваним предметам та галузям. Такий тип освіти приводить до зміни (утворення) внутрішньої субстанції самого учня і появі його власного досвіду і знання» [7, С. 51]. Відповідно до цього навчанню стохастики в школі необхідно додати креативної спрямованості. Більш того, специфіка ймовірнісно-статистичних методів саме на це цілком націлює. Як стверджує А.Плоцкі, «через свою специфіку стохастика може бути математикою, що розуміється кожним учнем, як математика, відкрита ним самим»[3, С. 42].

Фактично автором висунутий важливий принцип, що у ряді інших принципів побудови стохастичної змістовно-методичної лінії ми будемо називати принципом *творення.*

Зазначений принцип виражає необхідність «становлення і відкриття знань заново»[2, С. 176], тобто інспірування математичного відкриття понять і методів стохастики в ході керованої вчителем самостійної творчої діяльності учнів. Дотримання цього принципу зовсім не означає, що креативна спрямованість навчання стохастики виключає нетворчі види діяльності. Одночасно з творчою діяльністю учень природно буде виконувати і деяку репродуктивну діяльність. У цьому контексті варто підкреслити також важливість робіт А.Енгеля, Г.Фройденталя, Т.Варги та інших.

Джерелом більшості шкільних стохастичних задач повинні стати поза математичні ситуації. Конкретні об'єкти спочатку можуть виступати в якості «сировини» для побудови статистико-ймовірнісних моделей, що потім, у свою чергу, повинні використовуватися для дослідження фрагментів дійсності, що містять подібну «сировину».

Звідси ми виводимо ще один принцип – принцип *світорозуміння,* що виражає необхідність світоглядної спрямованості навчання стохастики в старшій школі, формування ймовірнісного сприйняття навколишньої дійсності, наукової картини світу. Цей принцип тісно пов'язаний із принципом прикладної спрямованості навчання стохастики.

Висновки. Таким чином, нами сформульовані наступні основні принципи побудови стохастичної змістовно-методичної лінії шкільної математики: 1) принцип *прикладної спрямованості;* 2) принцип *інтегративності;* 3) принцип *міжнауковості;* 4) принцип *перманентності;* 5) принцип *творення;* 6) принцип *світорозуміння.* Реалізація даних принципів забезпечує досягнення поставлених цілей навчання стохастики учнів старших класів соціально-гуманітарного напряму.

1. Курындина К.Н. Формирование статистических представлений у учащихся в условиях взаимодействия школьных предметов: Автореф. дис. ... канд. пед. наук / К.Н.Курындина. – М., 1980. – 24 с.

2. Плоцки А. Вероятность в задачах для школьников: Кн.для учащихся / А.Плоцки. – М.: Просвещение, 1996. – 191с.

3. Плоцки А. Стохастика в школе как математика в стадии созидания и как новый элемент математического и общего образования: дис. ... д-ра пед. наук в форме науч. докл. / А.Плоцки. – С.-Петербург, 1992. – 52 с.

4. Трунова О.В. Методика структурування і вивчення теоретичного матеріалу з початків теорії ймовірностей і вступу до статистики в умовах диференційованого навчання / О.В.Трунова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 25. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2006. – С. 164-169.

5. Фирсов В.В. Некоторые проблемы обучения теории вероятностей как прикладной дисциплине: Автореф. дис. ... канд. пед. наук / В.В.Фирсов. – М., 1974. – 27 с.

6. Хаджинов В.И. Об одном подходе к формированию основных понятий теории вероятностей / В.И.Хаджинов // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 18. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. – С. 74-81.

7. Хуторской А.В. Методологические основы 12-летнего образования/ А.В.Хуторской //12-летняя школа. Проблемы и перспективы развития общего среднего образования / под ред. В.С.Леднева, Ю.А.Дика, А.В.Хуторского. – М.: ИОСО РАО, 1999. – С. 50-70.

Резюме. **Воробьева Е.Д. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В СТАРШИХ КЛАССАХ СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНОГО НАПРАВЛЕНИЯ.** *Проведенный нами анализ научной и методической литературы и практики показал, что в настоящее время существует ряд противоречий, связанных с подготовкой учащихся старших классов, в частности с формированием у них стохастических представлений. В связи с вышеуказанным возникла необходимость поиска и разработки принципов построения стохастической содержательно-методической линии, в частности в старших классах социально-гуманитарного направления. Сформулированы принципы, которыми необходимо пользоваться для поставленной цели.*

Ключевые слова: *комбинаторные знания и умения, развитие мышления, изучение математики в старшей школе, принципы построения, профильная дифференциация.*

Abstract. **Vorobjeva Ye. PRINCIPLES OF STOCHASTIC CONCEPTUAL- EDUCATIONAL LINE CONSTRUCTION IN THE SENIOR CLASSES OF THE SOCIAL-HUMANITARIAN TRAINING DIRECTION.** *The analysis of scientific and educational literature and practice has shown, that there are a number of contradictions in training pupils of senior classes, in particular in forming stochastic concepts in their mind. The above-stated caused the necessity to seek and develop the principles of stochastic conceptual-educational line construction, namely in senior classes of social-humanitarian training direction. The principles to reach the aim are formulated.*

Key words: *combinatory knowledge and skills, development of thinking, studying mathematics at senior school, construction principles, profile differentiation.*

Стаття представлена професором М.Я. Ігнатенком.
Надійшла до редакції 25.02.2011 р.

НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ФІЗИКИ У 7 КЛАСІ

В.О.Швець,
канд. пед. наук, професор,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
Кліндухова В.М.,
канд. пед. наук,
Київська держ. академія водного транспорту
ім. гетьмана П. Конашевича-Сагайдачного,
м. Київ, УКРАЇНА

Порушується проблема взаємоузгодженості вивчення наближених обчислень у курсах математики та фізики основної школи. Наводяться конкретні методичні рекомендації щодо виконання лабораторних робіт та розв'язування задач у курсі фізики 7 класу.

Ключові слова: *наближені обчислення, навчання математики, навчання фізики, основна школа.*

Постановка проблеми. Фізика є фундаментальною наукою, яка вивчає загальні закономірності перебігу природних явищ, закладає основи світорозуміння на різних рівнях пізнання природи і дає загальне обґрунтування природничо-наукової картини світу. Основними методами фізичного пізнання є спостереження, вимірювання та експеримент [6, с.10]. Зупинимо увагу на вимірюваннях. Так як формування вмінь проводити вимірювання різних фізичних величин, робити узагальнення й висновки, а також ознайомлення учнів із різними способами і методами вимірювань *є одними із основних завдань курсу фізики основної школи*.

Відомо, що вимірювання фізичної величини – це її порівняння з деякою мірою, зі зразком для порівняння. Їх виконують за допомогою технічних засобів, які зберігають цю міру або відтворюють відповідну шкалу фізичної величини [4, с.3], [9]. Зрозуміло, що на практиці ніяка міра і ніякий вимірювальний засіб не бувають абсолютно точними. Вони вносять у процес вимірювання деяку неточність – похибку, внаслідок чого *результати практичних вимірювань стають лише наближеними значеннями фізичної величини*.

Як правило, даними задач та лабораторних робіт зі шкільної фізики є результати вимірювань фізичних величин, також вони містяться у різних таблицях, що наведені у підручниках. Таким чином учні, починаючи у 7 класі вивчати фізику, не просто часто зустрічаються із наближеними значеннями, а попадають у «середовище», де наближені значення домінують. Яким чином враховувати їх наближений характер і чи враховувати його взагалі? Нагадаємо, що в курсі математики, починаючи з 5 класу, в учнів формується думка про те, що дії з наближеними значеннями, зокрема із результатами практичних вимірювань, слід виконувати за правилами наближених обчислень, тому ця думка має віднайти своє логічне продовження (а скоріше застосування) і у курсі фізики.

Аналіз актуальних досліджень. Про наближений характер результатів практичних вимірювань йдеться як у діючих підручниках [1, с.194], [5, с.23], так і у підручниках, що їм передували [4, с.16]. Але, на жаль, в них не йдеться про те, яким чином цю думку використовувати під час розв'язування учнями задач та виконання лабораторних робіт. Зрозуміло, що існують і методичні вказівки, і навчальні посібники, присвячені обробці результатів практичних вимірювань (наприклад [2]), але вони не розраховані на учнів основної школи. Відсутність конкретних вказівок з цього приводу не лише для семикласників, а і для учнів інших класів основної школи, на наш погляд, зумовлена нерозробленістю відповідних питань у шкільному курсі математики, на який спирається навчання фізики. Зокрема, йдеться про не розробленість методичної системи вивчення наближених обчислень. Актуальність цієї проблеми висвітлена у статті З.І.Слєпкань [3], а пропозиції щодо її розв’язання (як узагальнення результатів проведення педагогічного експерименту) у статті [6].

Мета статті – на основі розробленої та експериментально перевіреної методики вивчення наближених обчислень в основній школі представити пропозиції щодо їх використання під час навчання фізики у 7 класі.

Виклад основного матеріалу. В основу пропонованої методики вивчення наближених обчислень ми поклали ідею про те, що основним методом наближених обчислень в основній школі має бути метод меж, а опанування ним учнями має розпочатись у 5 класі. Внаслідок її реалізації на практиці учні по завершенню 6 класу повинні:

• *навчитися розпізнавати та наводити приклади наближених значень; записувати та читати їх у вигляді подвійних нерівностей; володіти навичками знаходження та відповідного позначення наближених значень на координатному промені та прямій;*

• *вміти аналізувати ступінь близькості наближеного значення до точного; порівнювати їх для кількох наближених значень і в окремих випадках знаходити;*

• *володіти навичками додавання, віднімання, множення та ділення наближених значень.*

На початку 7 класу учні мають систематизувати уявлення про основні джерела наближених знань, а також ознайомитися з їх записом у вигляді умовної рівності. Протягом подальшого навчання у 7 класі учні оволодівають навичками піднесення наближених значень до степеня з цілим показником. Тут же вони знайомляться із поняттям про кількісні та якісні числові характеристики наближених значень (точність та відносна точність), а також навичками їх знаходження та застосування під час розв’язування практичних та прикладних задач з математики. Зокрема йдеться про точність та відносну точність наближених значень, а також їх частинні випадки: абсолютну та відносну похибки. Часто у навчально-методичній літературі їх скорочено називають похибками.

Позиціонування результатів практичних вимірювань, як одного із джерел наближених значень, а також їх запис у вигляді подвійних нерівностей та умовних рівностей, цілком узгоджується з твердженнями, що наведені у навчально-методичній літературі з фізики. Зокрема там вказується, що результатом вимірювання є ***оцінка істинного значення фізичної величини***. При цьому і саме істинне значення фізичної величини і його похибку прийнято характеризувати так званим довірчим інтервалом, в якому з певною мірою достовірності міститься істинне значення фізичної величини.

Врахування усіх похибок (систематичної, випадкової, методичної, інструментальної та інших) під час практичних вимірювань є складним процесом. Відповідними питаннями займається метрологія. Під час же навчання у 7 класі за граничне значення абсолютної похибки, яке у шкільному курсі математики називають точністю, спрощено приймають ціну поділки приладу, яким виконують вимірювання, а для приладів з цифровим відліком – половину останнього цифрового розряду індикатора [2].

Наведемо приклади того, як виходячи з таких міркувань, учні 7 класу мають враховувати наближений характер значень фізичних величин (отриманих внаслідок практичних вимірювань) під час виконання лабораторних робіт. Лабораторні роботи узяті із чинних підручників [1], [5].

*Тема лабораторної роботи**: Вимірю-***

вання об'ємів твердих тіл

Учитель знайомить учнів із темою, метою, обладнанням до лабораторної роботи, а також відповідними теоретичними відомостями.

Хід роботи

Перший етап: ***Вимірювання об'ємів тіл неправильної геометричної форми***

1. Учні вимірюють об'єми двох різних тіл неправильної геометричної форми за допомогою мірних циліндрів із різною ціною поділки (рис. 1) та заносять результати вимірювань до таблиці (табл.1).

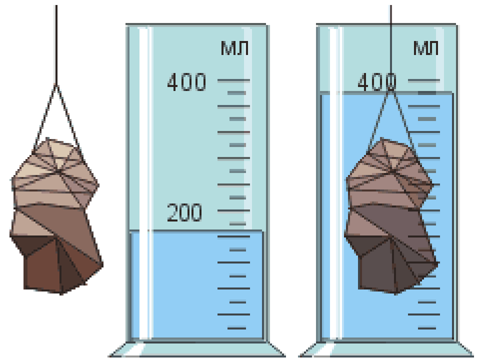


Рис. 1

Таблиця 1

Ціна поділки мірного циліндра	*Початковий об'єм води V_1, мл*	*Об'єм води й тіла V_2, мл*	*Об'єм тіла $V=V_2-V_1$, мл (у вигляді подвійної нерівності)*	*Об'єм тіла V, мл (у вигляді умовної рівності)*
20 мл	$160 \le V_1 \le 180$	$380 \le V_2 \le 400$	$200 \le V \le 240$	$V = 220 \pm 20мл$
1 мл	$48 \le V_1^* \le 49$	$57 \le V_2^* \le 58$	$8 \le V^* \le 10$	$V^* = 9 \pm 1мл$

2. Для заповнення двох останніх стовпців табл. 1 учні виконують додаткові обчислення. Навички таких обчислень за відповідними правилами та схемами-орієнтирами вони отримали під час вивчення математики в 5-6 класах [8].

3. Після заповнення учнями табл. 1 вчитель має звернути їх увагу на процес накопичення похибок, який відбувається під час виконання дій над наближеними значеннями (у тому числі і результатами практичних вимірювань):
$V_1 = 170мл \pm 10мл$, $V_2 = 390мл \pm 10мл$, а $V = 220мл \pm 20мл$.

Це може слугувати пропедевтикою можливого вивчення та застосування методу меж похибок у старшій школі (наші дослідження обмежуються лише основною школою).

Другий етап: ***Вимірювання об'ємів тіл правильної геометричної форми***

4. Учні вимірюють об'єми однакових тіл правильної геометричної форми (прямокутного паралелепіпеда та циліндра) за допомогою різних мірних циліндрів (ціна поділки 20мл та 1мл).

5. Учні визначають об'єми тих самих тіл правильної геометричної форми (прямокутного паралелепіпеда і циліндра) за допомогою лінійки та заносять результати вимірювань до таблиць 3-4.

6. Під час заповнення останніх стовпців таблиць 2, 3 доцільно нагадати учням правила округлення меж наближених значень [8].

7. Учні виписують усі отримані результати вимірювань окремо для кожного тіла правильної геометричної форми (табл. 5).

8. Під час виконання лабораторної роботи учні отримують різні результати. Їх необхідно порівняти та проаналізувати.

9. Порівнюючи результати вимірювань однієї й ті тієї ж самої фізичної величини, керуються наступним правилом [4, с.5]: *якщо довірчі інтервали перетинаються, то кажуть, що різниця між результатами незначна і результати вимірювань узгоджуються. У іншому випадку – різницю вважають значною, а про результати вимірювань кажуть, що вони не узгоджуються.*

Таблиця 2

Вид тіла	*Ціна поділки мірного циліндра*	*Початковий об'єм води V_1, мл*	*Об'єм води й тіла V_2, мл*	*Об'єм тіла $V=V_2-V_1$, мл (у вигляді подвійної нерівності)*	*Об'єм тіла V, мл (у вигляді умовної рівності)*
Прямокутний паралелепіпед	*20 мл*	$320 \le V_1 \le 340$	$340 \le V_2 \le 360$	$0 \le V \le 40$	$V = 20 \pm 20 мл$
	1 мл	$23 \le V_1 \le 24$	$38 \le V_2 \le 39$	$14 \le V \le 16$	$V = 15 \pm 1 мл$
Циліндр	*20 мл*	$330 \le V_1 \le 350$	$360 \le V_2 \le 380$	$10 \le V \le 50$	$V = 30 \pm 20 мл$
	1 мл	$20 \le V_1 \le 21$	$49 \le V_2 \le 50$	$28 \le V \le 30$	$V = 29 \pm 1 мл$

Таблиця 3

Вид тіла	*Довжина тіла l, см*	*Ширина тіла d, см*	*Висота тіла h, см*	*Об'єм тіла V, $см^3$ (у вигляді подвійної нерівності)*	*Об'єм тіла V, $см^3$ (у вигляді умовної рівності)*
Прямокутний паралелепіпед	$2{,}0 \le l \le 2{,}1$	$2{,}0 \le d \le 2{,}1$	$3{,}9 \le h \le 4{,}0$	$15{,}60 \le V \le 17{,}64$	$V = 16{,}62 \pm 1{,}02 мл$

Таблиця 4

Вид тіла	*Радіус основи R, см*	*Висота тіла h, см*	*Об'єм тіла V, $см^3$ (у вигляді подвійної нерівності)*	*Об'єм тіла V, $см^3$ (у вигляді умовної рівності)*
Циліндр	$1{,}5 \le R \le 1{,}6$	$4{,}0 \le h \le 4{,}1$	$28{,}26 \le V \le 32{,}96$	$V = 30{,}61 \pm 2{,}35 мл$

Таблиця 5

Вимірювальний засіб	*Ціна поділки*	*Прямокутний паралелепіпед*	*Циліндр*
Мірний циліндр	20 мл	$V = 20 \pm 20 мл$	$V = 30 \pm 20 мл$
Мірний циліндр	1 мл	$V = 15 \pm 1 мл$	$V = 29 \pm 1 мл$
Лінійка	0,1 см	$V = 16{,}62 \pm 1{,}02 см^3$	$V = 30{,}61 \pm 2{,}35 см^3$

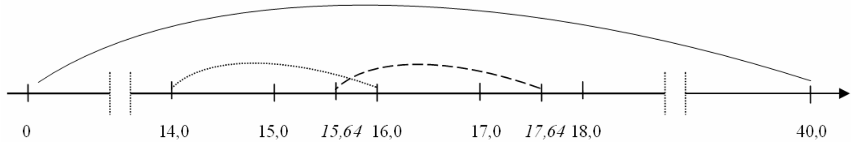


Рис.2. Об'єм прямокутного паралелепіпеда

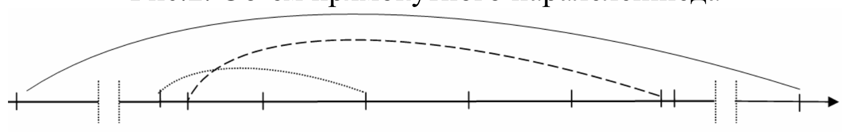


Рис. 3. Об'єм циліндра

10. Учні наносять на координатну пряму довірчі інтервали, отриманих ними результатів вимірювань (рис. 2, 3) і роблять висновок, що вони узгоджуються між собою.

11. Аналіз результатів проведеного експерименту доцільно провести так, як це пропонується у одному з чинних підручників [7]. Зокрема, проаналізувати різні спо-

соби вимірювання об’ємів твердих тіл; з’ясувати, який із способів є універсальним і чому; дослідити, які чинники впливають на точність одержаних даних.

Тема лабораторної роботи: ***Вивчення законів відбивання світла за допомогою плоского дзеркала***

Вчитель знайомить учнів із темою, метою, обладнанням до лабораторної роботи, відповідними теоретичними відомостями.

Хід роботи

1. Учні розташовують на листі паперу обладнання (екран зі щілиною, плоске дзеркало, джерело світла) [1, с.200] та виконують відповідні побудови, зокрема хід променів (того, що падає, і відбитого) та перпендикуляр до дзеркала в точці падіння пучка світла (рис. 4).

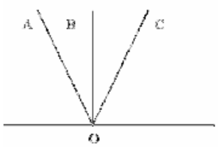


Рис. 4

2. За допомогою транспортира учні вимірюють кути падіння (АОВ) та відбивання (СОВ) світла та записують їх у таблицю, враховуючи ціну поділки транспортира (1^0) (□ерпе. 6). Дослід повторюється п’ять разів.

3. Для кожного досліду учні порівнюють кут падіння і кут відбивання. Відомості про перетин відповідних довірчих інтервалів заносять у таблицю та роблять висновок.

Учні виконують аналіз результатів проведеного експерименту. Самостійно або за допомогою вчителя вони приходять до висновку, що під час виконання побудов було припущено ряд неточностей, зокрема відхилення при побудові прямої на місці ширшого за неї променя світла тощо. У третьому та четвертому дослідах вказані неточності були незначними, тому отримані результати узгоджуються. У п’ятому досліді – вони більш значні, тобто побудови виконано «грубіше». Тому отримані результати не слід брати до уваги. Необхідно повторити дослід, ретельніше виконуючи побудови та вимірювання.

Таблиця 6

	Кут падіння, ^{0}	Кут відбивання, ^{0}	Порівняння кутів падіння та відбивання	Висновки
1	$25^0 \pm 1^0$	$25^0 \pm 1^0$	$\angle AOB = \angle BOC$	Закон відбивання світла виконується: кут падіння дорівнює куту відбивання.
2	$35^0 \pm 1^0$	$35^0 \pm 1^0$	$\angle AOB = \angle BOC$	
3	$55^0 \pm 1^0$	$56^0 \pm 1^0$	$\angle AOB \approx \angle BOC$	Різниця між кутом падіння та кутом відбивання є незначною; вважаємо їх наближено рівними, тобто закон відбивання світла виконується.
4	$47^0 \pm 1^0$	$46^0 \pm 1^0$	$\angle AOB \approx \angle BOC$	
5	$35^0 \pm 1^0$	$38^0 \pm 1^0$	$\angle AOB \neq \angle BOC$	Різниця між кутом падіння та кутом відбивання є значною.

Дані задач з фізики, що розв’язують учні в 7 класі та в інших класах основної школи, переважно є наближеними. Однак їх наближений характер є не таким очевидним, як результати вимірювань під час лабораторних робіт. Традиційно, за умов позиціонування правил підрахунку правильних цифр у якості провідного методу наближених обчислень у шкільному курсі математики, у задачах не вказувалась точність наближених даних. Говорячи ж про метод меж, як провідний метод наближених обчислень під час вивчення математики, числове значення точності наближених значень має бути вказаним у задачах. Досліджуючи ефективність пропонованої методики вивчення наближених обчислень в основній школі, на уроках фізики під час розв’язування задач, ми аналізували дані умови та доповнювали їх відомостями про точність. Наведемо приклад розв'язування таких задач із підручника [7].

Задача. *Довжина сталевої залізничної рейки за температури 0^0C дорівнює 8 м. На скільки збільшиться її довжина спекотного літнього дня за температури 40^0C?*

***Коментарі з розв'язування задачі*.** Згідно з аналізом умови задачі, а також внаслідок пошуку відповідної математичної моделі [7] приходять до висновку про необхідність використання формули $\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta t} \Rightarrow \Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ (визначення температурного коефіцієнта лінійного розширення). Під час виконання відповідних обчислень враховуємо, що температура повітря вимірюється термометром із ціною поділки 1^0C, тому $t_0=0^0C\pm1^0C$, $t=40^0C\pm1^0C$, а $\Delta t = 40^0 C \pm 2^0 C$.

Числове значення коефіцієнта лінійного розширення α знаходять у відповідній таблиці, однак зрозуміло, що воно отримано експериментально, тобто округлене з доповненням, тому

$$\alpha = 0{,}000012 \pm 0{,}0000005.$$

Оскільки в умові задачі не сказано, з якою точністю виміряли довжину рейки, то можна припустити, що її довжину виміряли із точністю до 1 см, тобто $l_0=8м\pm0{,}01м$.

Виконавши відповідні обчислення, знаходимо, що

$$0{,}00349163 \le \Delta l \le 0{,}00420525.$$

Отриманий результат округлюють $0{,}0034м \le \Delta l \le 0{,}0043м$ та роблять висновок, що довжина рейки збільшиться на 3,4 – 4,3 мм.

Висновки. Матеріали статті мають дискурсивний характер. Ми лише порушуємо цю проблему і вносимо певні пропозиції. Їх критичний аналіз, а також можливе втілення у шкільну практику є предметом окремого дослідження фахівців з методики навчання фізики.

1. *Генденштейн Л.Е. Фізика, 7 кл.: Підручник для середніх загальноосвітніх шкіл / Л.Е.Генденштейн. – Х.: Гімназія, 2007. – 208 с.*
2. *Демкович В.П. Приближенные вычисления в школьном курсе физики: Книга для учителя / В.П.Демкович, Н.Я.Прайсман. – М.: Просвещение, 1983. – 112 с.*
3. *Нестеренко Ф.П. Математика в шкільному курсі фізики: Посібник для вчителів / Ф.П.Нестеренко. – К.: Рад школа, 1981. – 103с.*
4. *Савчук В.П. Обработка результатов измерений. Физическая лаборатория: Уч. пособие для студ. вузов / В.П.Савчук. – Одесса: ОНПУ, 2002. – 54с.*
5. *Слєпкань З.І. До проблеми вивчення наближених обчислень у школі / З.І.Слєпкань // Математика в школі, 2006. – №10. – С8-10.*
6. *Фізика, 7 кл.: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів / Є.В.Коршак, О.І.Ляшенко, В.Ф.Савченко. – Київ; Ірпінь: Перун, 2002. – 168 с.*
7. *Фізика, 7 клас: підручник / Ф.Я.Божинова, М.М.Кірюхін, О.О.Кірюхіна. – Х.: Видво «Ранок», 2007. – 192 с.*
8. *Швець В.О. Наближені обчислення на уроках математики / В.О.Швець, В.М.Кліндухова. – К.: Шкільний світ, 2010. – 128 с.*
9. *http://www.fizika.ru.*

Резюме. **Швец В.А., Клиндухова В.Н. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВО ВРЕМЯ ИЗУЧЕНИЯ ФИЗИКИ В 7 КЛАСЕ.** *В статье поднимается проблема взаимной согласованности изучения приближенных вычислений в курсах математики и физики основной школы. Приводятся конкретные методические рекомендации к выполнению лабораторных работ и решению задач по курсу физики 7 класса.*

Ключевые слова: *приближенные вычисления, обучение математике, обучение физике, основная школа.*

Abstract. **Shvets V., Klindukhova V. APPROXIMATE CALCULATIONS IN STUDYING PHYSICS IN 7th YEAR OF SECONDARY SCHOOL.** *The problem of studying approximate calculations in the courses of mathematics and physics of secondary school are investigated in the article. Concrete methods and recommendations of doing laboratory works and solution of problems in the course of physics for the 7th year are given.*

Key words: *approximate calculations, studying mathematics, studying physics, basic school.*

Надійшла до редакції 22.03.2011 р.

УРОКИ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ З ВИКОРИСТАННЯМ НІТН

Д.В.Васильєва,
учитель математики,
ліцей «Престиж»,
м. Київ, УКРАЇНА

Розглядаються окремі аспекти проведення уроків формування вмінь і навичок з математики в 5-6 класах з використанням нових інформаційно-комунікаційних технологій навчання. При проведенні уроків ураховується особистісно орієнтований підхід до навчання і активне використання мультимедійної дошки.

Ключові слова: *особистісно орієнтований підхід до навчання, урок математики, урок формування вмінь і навичок, мультимедійна дошка.*

Постановка проблеми. Сучасний розвиток суспільства і особистості висувають високі вимоги до організації процесу навчання і його результатів. У педагогічній науці та практиці на цей час накопичилася велика кількість теоретичних і практичних здобутків, які стосуються організації системи освіти. І все ж основною організаційною формою навчання в сучасній школі залишається урок. Основні положення, що визначають урок як головний елемент навчальної архітектури, закладені в XVII – XIX ст. у працях педагогів Я.А.Коменського, І.Ф.Гербарта, А.Дистервега, К.Д.Ушинського. Тривалий час ці положення, як і діяльність усіх учасників навчального процесу, регламентувалися нормативними документами. Останнім часом, який характеризується переходом до інформаційного суспільства, загальною потребою стає удосконалення всіх компонентів процесу навчання, а особливо методики проведення уроків. В умовах прискорення процесів оновлення інформації, інтеграції і диференціації наукових знань актуальною стає проблема інтенсифікації навчального процесу на основі його комп'ютеризації.

Головною метою комп'ютеризації освіти є створення інноваційних методик навчання з окремих дисциплін, наповнення їх новим інформаційним змістом, створення такого навчального середовища, яке сприяє активізації розвитку інтелектуальних можливостей та особистісних потреб учнів. Все це стосується і уроку математики.

Аналіз актуальних досліджень. Урок як педагогічну проблему досліджували відомі педагоги і психологи: С.М.Бондаренко, Г.Д.Кирилова, Б.І.Коротяєв, В.В.Котов, Х.Й.Лийметс, М.І.Махмутов, В.О.Онищук, П.І.Підкасистий, І.П.Підласий, Л.І.Соболєв, А.М.Сохор, Н.М.Яковлєв та інші.

Окремі види уроків з математики, їх структурні компоненти та шляхи підвищення ефективності розглядалися в роботах Г.П.Бевза, А.В.Грохольської, О.С.Дубинчук, Ю.І.Мальованого, З.І.Слєпкань, А.А.Столяра, Р.С.Черкасова та інших математиків-методистів.

Наприклад, З.І.Слєпкань у роботі "Шляхи підвищення ефективності уроків з математики" [5] дала тлумачення ефективного уроку: "Ефективним, на нашу думку, слід вважати такий урок з математики, побудова і проведення якого максимально сприяє досягненню поставлених перед уроком цілей. Ефективно проведений урок дає можливість вчителю досягти оптимальних результатів навчання". У цій же роботі визначено основні шляхи підвищення ефективності уроків.

1. Раціональний вибір мети уроку, його змісту і структури.

2. Застосування методів і прийомів ро-

боти, що активізують пізнавальну діяльність учнів, розвивають їх творчі здібності й інтерес до математики.

3. Уміле поєднання колективних, групових та індивідуальних форм навчання. Використання різних форм самостійної роботи учнів.

4. Удосконалення системи вправ.

5. Раціональне використання наочних посібників та технічних засобів навчання.

6. Удосконалення форм контролю успішності учнів.

7. Поєднання теорії з практичною діяльністю учнів.

8. Вдосконалення міжпредметних зв'язків.

9. Підвищення інтересу учнів до математики.

10. Посилення органічного зв'язку навчання та виховання на уроках математики.

Окремі проблеми навчання математики учнів 5-6 класів розглядалися в дисертаційних роботах І.А.Акуленко, І.М.Богатирьової, Т.В.Дубової, Н.В.Гібалової, В.Я.Забранского, О.П.Кисіль, В.В.Коваля, С.М.Лук'янової, Т.Д.Чабанової та інших. Серед цих робіт не було таких, що безпосередньо стосуються методики проведення уроків, але окремі результати цих досліджень є корисними для організації навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках математики.

Безпосередньо уроку математики присвячені публікації [1], [2], [4], [6] та деякі наші.

На методику проведення уроків у школі суттєвий вплив мають індивідуальні та вікові особливості учнів, а також характер навчальної дисципліни. Особливо це стосується навчання математики учнів 5-6 класів, які нелегко переходять від навчання у початковій школі до основної. Існують об'єктивні причини, які викликають певні труднощі у засвоєнні учнями математичних знань. Вони пов'язані з абстрактним характером математики. Інші причини пов'язані з психологічними особливостями учнів: типом темпераменту учнів (холерики, флегматики, сангвініки, меланхоліки); реакцією на навчальні завдання (активісти, теоретики, прагматики, рефлектори); типом репрезентативної системи (аудіали, візували, кінестетики) тощо.

Мета статті – розкрити окремі аспекти проведення уроків формування вмінь і навичок з математики в умовах використання НІТН.

Виклад основного матеріалу. Існують різні підходи до встановлення типів уроків для загальноосвітньої школи. Сьогодні науковці і вчителі-практики надають перевагу поділу уроків на типи відповідно до провідних цілей уроку. Розрізняють 6 таких типів уроків: 1) засвоєння нових знань; 2) формування вмінь і навичок; 3) застосування знань; 4) узагальнення та систематизації знань; 5) контролю й оцінювання навчальних досягнень; 6) комбінований [3]. Серед системи усіх уроків у 5-6 класах найбільша кількість припадає на уроки формування вмінь і навичок та комбіновані уроки. Багато вчителів проводять уроки цих типів шляхом безпосереднього розв'язування задач і вправ з підручника. В інших учителів ці уроки викликають найбільше труднощів у процесі підготовки і проведення, оскільки потребують урізноманітнення форм і методів навчання, ретельного відбору вправ для учнів конкретного класу.

Кожний урок математики є частиною загального навчального процесу і методичної системи навчання математики. У той же час сам урок має складну структуру (складається з цільового, змістового, стимуляційно-мотиваційного, операційно-діяльнісного, контрольно-регулювального та оцінно-результативного компонентів) і здійснюється в кілька етапів (актуалізація опорних знань, мотивація навчання, сприйняття і усвідомлення завдань, підсумок, тощо). На структуру уроку і його результативність впливають багато різноманітних факторів. До основних слід віднести: особистість учителя і рівень його фахової підготовки, вікові та індивідуальні особливості учнів класу і стан їх математичних знань, а також методологічний підхід до навчання, в межах якого відбувається навчальний процес. Слід також зауважити, що зміна одного з компонентів чи етапів уроку спричинює вплив на всю систему «урок», його організацію та методику проведення.

Будемо розглядати урок математики в 5-6 класах за умови дотримання особистісно орієнтованого підходу до навчання і активного використання мультимедійної дошки. Тут і надалі маємо на увазі мультимедійний комплекс: комп’ютер, проектор і сенсорна дошка.

Основна сутність особистісно орієнтованого навчання полягає у визнанні людської суб’єктності, самобутності та самоцінності, активізації у розвитку учня свідомості, ціннісно-смислової сфери, самооцінки, а також формуванні особистісних властивостей – активності, цілеспрямованості, відповідальності, винахідливості, самостійності, наполегливості, тощо.

Якість і результативність уроків підвищується завдяки гармонійному поєднанню традиційних та інноваційних форм, засобів і методів подання нового матеріалу та формування знань та навичок в учнів. Використання на уроках математики мультимедійної дошки створює значний ефект на педагогічну діяльність вчителя і навчально-пізнавальну діяльність учнів.

На уроці формування знань, умінь і навичок важливу роль відіграє етап актуалізації опорних знань, який складається з повторення теоретичного матеріалу та розв’язування усних вправ. Якщо при цьому задіяти мультимедійну дошку, то учень зможе не лише чути запитання, а й бачити його. Це зручно, оскільки в одному класі навчаються учні з різним типом репрезентативної системи. Крім цього, після відповіді на дошці може з’явитися правильна відповідь, що дає можливість учню порівняти свою думку з правильною і самому пояснити, де він припустився неточності чи помилки. За таких умов він буде почуватися комфортніше, ніж коли правильну відповідь дає однокласник.

Сучасні підручники містять значну кількість усних вправ і саме їх може пропонувати вчитель, використовуючи підручник. Але в цьому випадку учні одразу бачать весь обсяг вправ і кожен намагається розв’язати все, ще до того, як його викликали. Використання мультимедійної дошки під час розв’язування усних вправ інтенсифікує навчальний процес і урізноманітнює його. Завдання можуть з’являтися поступово, що дає можливість вчителю з’ясувати швидкість реакції та швидкість мисленнєвих процесів учня. Використання різних фабул та форм подання завдань для усного рахунку допомагає вчителю утримувати увагу учнів довший час. Наприклад, під час вивчення десяткових дробів учням можна запропонувати такі вправи для усного рахунку.

1. *При переписуванні прикладів з дошки Аня пропустила деякі коми. Допоможіть їй виправити помилки*!

1) 14,7 – 44 = 10; 2) 5,8 + 2 = 78;
3) 305 + 1,04 = 4,09; 4) 1,5 + 15 = 3;
5) 9,8 + 2 = 11 8; 6) 4,2 – 19 = 2,3;
7) 1,5 + 4,5 = 60; 8) 9,4 – 1 ,4 = 80;
9) 7,05 + 3,95 = 1100.

2. *У кожному квадраті (рис. 1) знайдіть стовпчик, рядок чи діагональ, сума чисел у яких дорівнює числу над квадратом.*

	1,5			5,6			21	
0,4	0,9	0,6	3,2	1,4	0,2	6,9	8,2	4,3
0,5	0,8	0,3	1,5	2,6	2,8	8,4	5,6	7,6
0,1	0,5	0,2	0,4	4,9	0,3	3,7	9,1	8,5

Рис. 1

Зрозуміло, що періодично усні вправи мають просто озвучуватися вчителем. Це привчає учнів слухати.

Як відомо, суть уроку формування умінь і навичок полягає в тому, що в результаті своєї практичної діяльності учні приходять до чітко сформованого алгоритму розв'язування того чи іншого завдання. Звісно, досягти цього можна лише за рахунок розв’язання великої кількості однотипних задач чи прикладів. Тож, щоб підтримати інтерес учня до уроку, однотипні завдання мають подаватися різними способами. Наприклад, за правильне розв'язання завдання може повідомлятися цікава інформація чи відкриватись якась частинка картинки. Правильні відповіді можуть використовуватися для розшифровування певного слова чи фрази. На дошці можуть подаватися завдання з частковими розв'язаннями, де потрібно заповнити лише пропуски або виправити помилки. Без мультимедійної дошки все це вимагає тривалої підготовки вчителя до уроку і невиправданих затрат часу на самому уроці.

Можливості мультимедійного комплексу: переміщувати об'єкти по дошці, створювати звуковий супровід, висвітлювати лише частину написаного на ній, запам'ятовувати написане, можливість виходу в Інтернет розширює і урізноманітнює клас задач, які можуть розв'язуватися на уроці формування знань, умінь і навичок.

Для учнів 5-6-х класів важливим етапом уроку є фізкультхвилинка. Вона існує для того, щоб переключити увагу учнів, уникнути стомлюваності. За допомогою мультимедійної дошки її можна провести яскравіше (під музику) і цікавіше. Наприклад, на дошці можуть з'являтись різні предмети, коли учні побачать плоску геометричну фігуру – мають присісти, коли побачать об'ємну просторову фігуру – стрибнути. Іноді для переключення уваги і перепочинку можна використовувати не фізкультхвилинку, а демонстрацію мультфільму, сюжетом до якого слугуватиме історична задача.

Для того, щоб урок формування вмінь і навичок видався цікавим, він має містити як абстрактні, так і прикладні задачі. Останні є ефективним засобом створення та підтримування мотивації до навчання математики. У процесі їх розв'язування виникають додаткові можливості показати учням, як математика застосовується в різних сферах діяльності людини. Під час розв'язування прикладних задач учні стикаються з проблемою, яка полягає у недостатній інформації про певні процеси чи явища. Ще однією проблемою є недостатній рівень сформованості образного мислення, тобто учні просто не можуть уявити собі, про що йдеться в задачі, а відповідно не можуть скласти алгоритм дій. За допомогою мультимедійної дошки можна наочно пояснити суть процесу, про який йдеться в задачі, використовуючи відео ролики, фотографії, малюнки, звук.

Розглянемо приклад, аналізуючи появу нової інформації на мультимедійній дошці.

I. З'являється умова задачі.

Задача. *Швидкість звуку у воді 1500 м/с. Час проходження звуку, виміряний ехолотом, дорівнює 1,8 с. Яка глибина моря в цьому місці?*

II. Учитель запитує учнів, чи всі слова в умові задачі зрозумілі. З'ясовується зміст слова «ехолот» (пояснює учень чи вчитель).

На дошці з'являється текст.

Эхолот – пристрій, за допомогою якого вимірюють глибину моря.

III. Учням пропонується розв'язати задачу.

Якщо учні називають число вдвічі більше, ніж потрібно, то на екрані з'являється зображення (рис. 2), яке допомагає учням зрозуміти, що за час, визначений ехолотом, звук проходить подвоєну відстань.

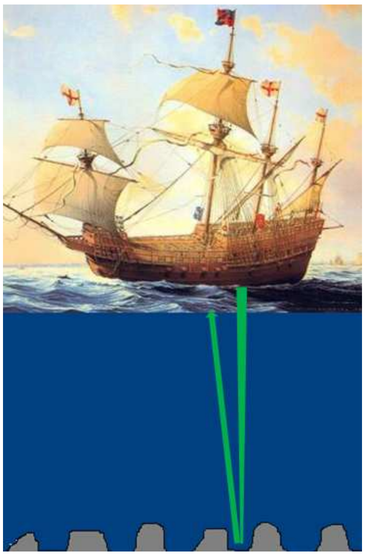


Рис. 2

Урок формування знань, умінь і навичок може містити самостійну роботу навчального характеру на 2 варіанти. Якщо завдання подати з використанням мультимедійної дошки, то вони з'являться одночасно для обох варіантів, одразу в повному обсязі. Це дає можливість учителю не затрачати час на написання умов на уроці, а учням – починати розв'язувати завдання в довільному порядку.

Звичайно, мультимедійна дошка не є самодостатньою, принаймні на уроці формування знань, умінь і навичок. Такий урок не може обійтися без розв'язування задач біля дошки чи за дошкою. Мультимедійна дошка кріпиться до стіни, тож зробити непомітним те, що учень пише біля дошки, маючи в арсеналі лише комп'ютер, проектор і мультимедійну дошку, неможливо. Крім того, писати по такій дошці не досить зручно (тінь від руки може заважати), а швидкість писання по такій дошці є значно меншою, ніж швидкість писання по класичній дошці. Тож, доцільним є використання обох дошок – класичної та мультимедійної.

1. *Богатирьова І.М. Застосування проблемного навчання на уроках математики в 5-6 класах / І.М.Богатирьова // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 29. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2008. – С. 139 – 143.*

2. *Коваленко Д.В. Математика та природознавство (інтегровані уроки в 5-6 класах) / Д.В.Коваленко // Математика в школі, 2009. – № 5. – С. 20 – 23.*

3. *Онищук В.А. Урок в современной школе: Пособ. для учителей / В.А.Онищук. – М.: Просвещение. 1981. – 191 с.*

4. *Скафа О.І. Комп'ютерно -орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики / О.І.Скафа, О.В.Тутова. – Донецьк: «Вебер», 2009. – 320 с.*

5. *Слєпкань З.І. Шляхи підвищення ефективності уроків з математики/ З.І.Слєпкань // Урок математики в школі. – К..: Рад. шк. – 1977. – С. 27 – 52.*

6. *Тимко Ю.Г. Використання прийомів педагогічної техніки при конструюванні уроку математики / Ю.Г.Тимко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 29. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2008. – С. 119 – 123.*

Резюме. **Васильева Д.В. УРОКИ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАССАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ.** *Рассматриваются отдельные аспекты проведения уроков формирования умений и навыков по математике в 5-6 классах с использованием новых информационных технологий обучения. При проведении уроков учитывается личностно ориентированный поход к обучению и активное использование мультимедийной доски.*

Ключевые слова*: личностно ориентированный подход к обучению, урок математики, урок формирования умений и навыков, мультимедийная доска.*

Abstract. **Vasylieva D. LESSONS IN MATHEMATIC AT 5-6 YEARS WITH THE USE OF NEW EDUCATIONAL INFORMATION TECHNOLOGIES.** *Some aspects of mathematics lessons directed at forming abilities and skills in 5-6 years using new educational information technologies are examined in this article. The author takes into account personal approach to studies and active use of multimedia board.*

Key words*: personal approach to studies, lesson in mathematics, lesson of forming abilities and skills, multimedia board.*

Стаття представлена професором М.І.Бурдою.
Надійшла до редакції 22.02.2011 р.

ПРИЙОМИ ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНИХ ЗАСОБІВ У НАВЧАННІ ТЕМИ «ПОХІДНА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ»

О.В.Павліна,
канд. пед. наук,
С.Б.Павлова,
студентка,
Донецький національний університет,
м. Донецьк, УКРАЇНА

Запропоновано прийоми використання комп'ютерно-орієнтованих програмних засобів у навчанні теми "Похідна та її застосування". Це дозволяє формувати навчально-пізнавальну евристичну діяльність учнів, пізнавальний інтерес до математики, підвищує їх активність у процесі навчання.

Ключові слова: *комп'ютерно-орієнтовані засоби навчання, похідна та її застосування, навчально-пізнавальна евристична діяльність учнів.*

Постановка проблеми. Похідною як елементом математичного апарату широко послуговуються в різних науках. В алгебрі її здебільшого застосовують для дослідження функцій та побудови їх графіків, у геометрії – для знаходження рівняння дотичної. Похідну використовують у наближених обчисленнях, для наближеного розв'язування рівнянь, дослідження і виокремлення коренів рівнянь, спрощення виразів, доведення тотожностей і нерівностей тощо. У фізиці за допомогою похідної обчислюють швидкість і прискорення, досліджуючи різні фізичні явища, наприклад, явища резонансу.

У шкільному курсі алгебри і початків аналізу на рівні стандарту в рамках 14 год. обмежуються застосуванням похідної для дослідження функцій і побудови графіків, у геометрії – знаходженням рівняння дотичної, прикладами застосування похідної у фізиці та розв'язанням певної кількості прикладних задач на знаходження найбільшого і найменшого значення функції [1].

Широкі можливості для істотного зменшення навчального навантаження і інтенсифікації навчального процесу розкривають інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ), надаючи навчально-пізнавальній діяльності творчого, дослідницького спрямування, що природно приваблює учнів і спрямовує до пошуку нових знань [2].

Як зазначає Ю.В.Триус, інформаційно-комунікаційні технології проникають у глибини математики, впливають на стиль, зміст і методи математичної роботи, збагачують її та розширюють сфери застосування [3].

Ми згодні з автором і вважаємо актуальним використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні теми "Похідна та її застосування". Це сприятиме розвиткові геометричної інтуїції, графічних навичок учнів, допоможе вчителю враховувати їх індивідуальні здібності та формувати прийоми навчально-пізнавальної евристичної діяльності школярів при вивченні цієї теми.

Аналіз актуальних досліджень та публікацій. Психолого-педагогічним проблемам використання комп'ютерів у навчальному процесі присвячені праці М.І.Жалдака, О.М.Легкого, В.М.Монахова, Н.В.Морзе, Л.І.Павлюк, Е.С.Полат, О.В.Співаковського та ін.

Питанням використання інформаційно-комунікаційних технологій у процесі навчання математики присвячено роботи Є.Ф.Вінниченка, О.В.Вітюка, Ю.В.Горошка, В.В.Дровозюк, М.І.Жалдака, О.Б.Жильцова, Т.В.Зайцевої, В.І.Клочка, Т.Г.Крамаренко, І.В.Лупан, С.А.Ракова, С.О.Семерікова, О.І.Скафи, О.В.Співаковського, Ю.В.Триуса та ін.

Аналіз робіт авторів дозволяє зробити висновок, що застосування ІКТ при вивченні математики, в тому числі теми “Похідна та її застосування”, дозволяє [4]:

- ✓ посилити мотивацію, активізувати навчально-пізнавальну евристичну діяльність, формувати евристичні вміння, розвивати інтуїцію й творчі здібності учнів;
- ✓ давати наочну геометричну інтерпретацію абстрактних понять на основі використання інформаційних моделей у навчанні для з'ясування логічної структури понять і осмислення функціональних зв'язків;
- ✓ розширити коло завдань, завдяки тому, що вчитель може вилучити, за потреби, ті питання, які пов'язані зі складністю обчислень, побудовою графіків, апробацією даних;
- ✓ формувати глибокі й міцні знання учнів на основі свідомого засвоєння навчального матеріалу;
- ✓ використовувати різні методики для різних груп учнів на основі індивідуалізації навчання;
- ✓ поєднати високі обчислювальні можливості в процесі дослідження різних функціональних залежностей, звільнивши учнів від рутинних обчислень, з перевагами графічного подання інформації.

Метою статті є демонстрація деяких прийомів застосування комп’ютерно-орієнтованих засобів у навчанні теми “Похідна та її застосування” та детальний розгляд можливостей кожного засобу для використання на основних етапах уроків цієї теми.

Виклад основного матеріалу. О.В.Хорольська зазначає, що використання педагогічних програмних засобів дає позитивний результат тільки при вмілому їх використанні в організації навчально-пізнавальної діяльності учнів [5]. Ми згодні з авторкою, бо в іншому випадку результат може виявитися і негативним. Тому розглянемо приклади використання комп’ютерно-орієнтованих засобів у навчанні теми “Похідна та її застосування”, які дозволяють зробити процес навчання більш ефективним у порівнянні з традиційним навчанням математики.

Для повторення теми “Функції, їхні властивості та графіки” перед вивченням теми “Похідна та її застосування” за один або два тижні до вступного уроку доречно запропонувати учням у якості ***домашнього завдання*** попрацювати з програмою зі складу евристико-дидактичних конструкцій «Функции, их свойства, графики. Эвристический тренажёр. Часть 1» (рис. 1). Учням необхідно виконати не менше, ніж 20 завдань з тренажеру.

Евристичний тренажер містить завдання із запропонованими варіантами відповідей. Після розв’язання задачі учні записують букву правильної, на їх думку, відповіді напроти номера завдання. Програмний засіб дозволяє формувати в учнів рефлексію своєї діяльності завдяки можливості миттєвої перевірки правильності обраної ними відповіді: введена буква варіанта виділяється зеленим кольором, якщо відповідь обрано правильно, і червоним – якщо неправильно.

Крім того, в тренажері для кожної групи завдань відводиться певна кількість спільних варіантів відповідей, за допомогою чого можна запобігти “вгадуванню” учнями відповідей.

На вступному занятті з теми “Похідна та її застосування” вчитель може провести перевірку домашнього завдання – розв’язання завдань тренажера біля дошки.

На етапі ***актуалізації знань і вмінь*** для повторення основних понять теми “Функції, їхні властивості і графіки” можна, користуючись інтерактивною дошкою, організувати роботу учнів з розгадування кросворда на тему “Властивості функцій” (рис. 2).

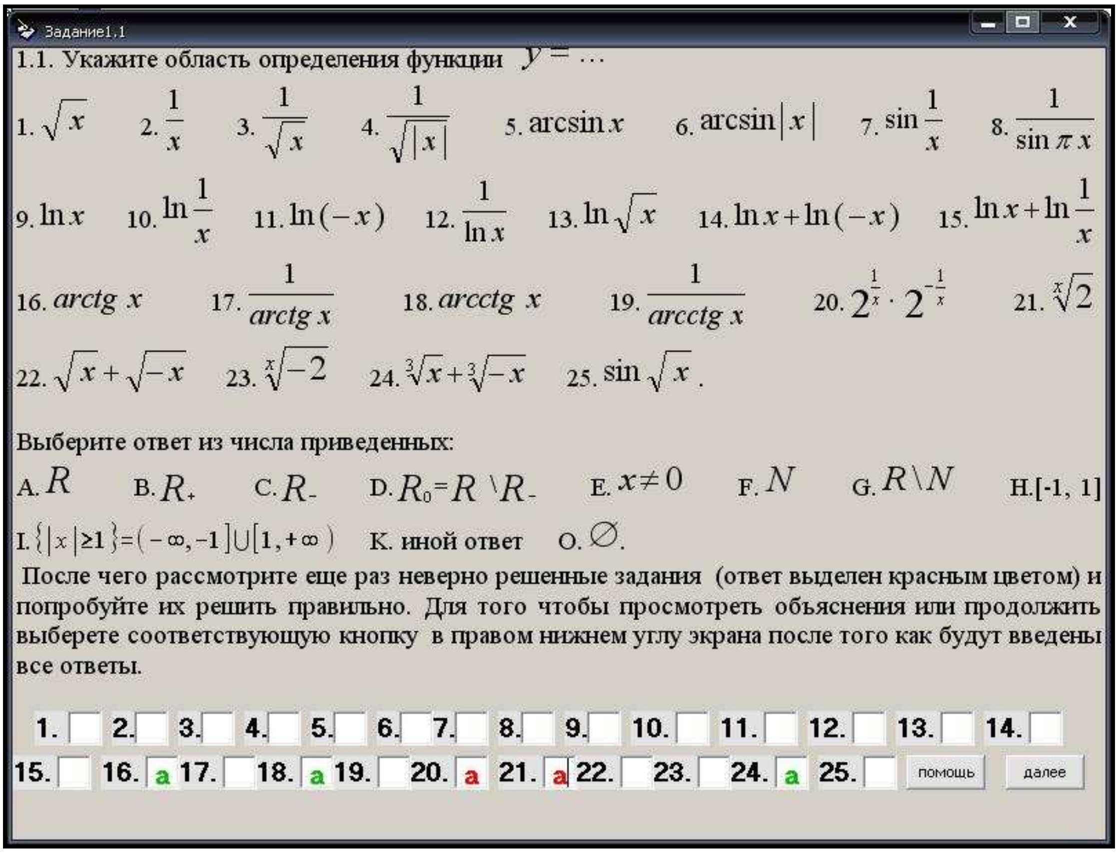


Рис. 1. Фрагмент програмного засобу «Функции, их свойства, графики. Эвристический тренажёр. Часть 1»

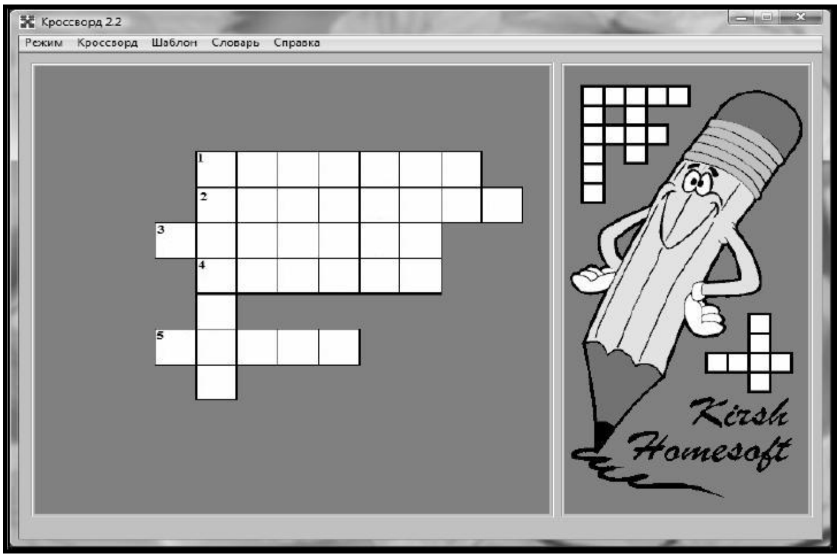


Рис. 2. Кросворд з теми "Властивості функцій", оформлений у програмі "Кросворд 2.2"

Завдання до кросворда:

По горизонталі.

1. Множина чисел, які може приймати функція – це множина …

2. Як називається функція, якщо хоча б в одній з її точок порушується неперервність?

3. Яка знакосталість у функції $y = |\sin x|$ на проміжку $(0;\pi)$?

4. Монотонність функції. На проміжку $x \in (0,+\infty)$ функція $y = -5x - 1$...

5. Як називається функція, яка задовольняє умову $f(-x) = f(x)$?

По вертикалі.

1. Монотонність функції. На проміжку $x \in (-\infty, 0)$ функція $y = -x^2$ …

До кожного завдання вчитель пропонує учням питання для обговорення. Наприклад:

- Що таке область визначення функції? Як її знайти?
- Що таке область значення функції? Як її знайти?
- Яка функція називається неперервною?
- Яка функція називається розривною?
- Що таке знакосталість функції? Як дізнатися: функція додатна чи від'ємна?
- Як проаналізувати функцію на парність-непарність?
- Що таке монотонність функції?
- Як дізнатися, чи монотонна функція на проміжку?
- Як дізнатися: функція неперервна чи розривна?

Учні відповідають на запитання вчителя і розгадують кросворд.

Актуалізація знань і вмінь учнів до теми "Похідна та її застосування", якщо її організувати в ігровій формі, дозволяє підсилити мотивацію школярів до вивчення нової теми.

Ми вважаємо доцільним у навчанні теми "Похідна та її застосування" використовувати електронний навчально-методичний комплект "Алгебра, 11 клас" (УкрПриборСервіс) (рис. 3).

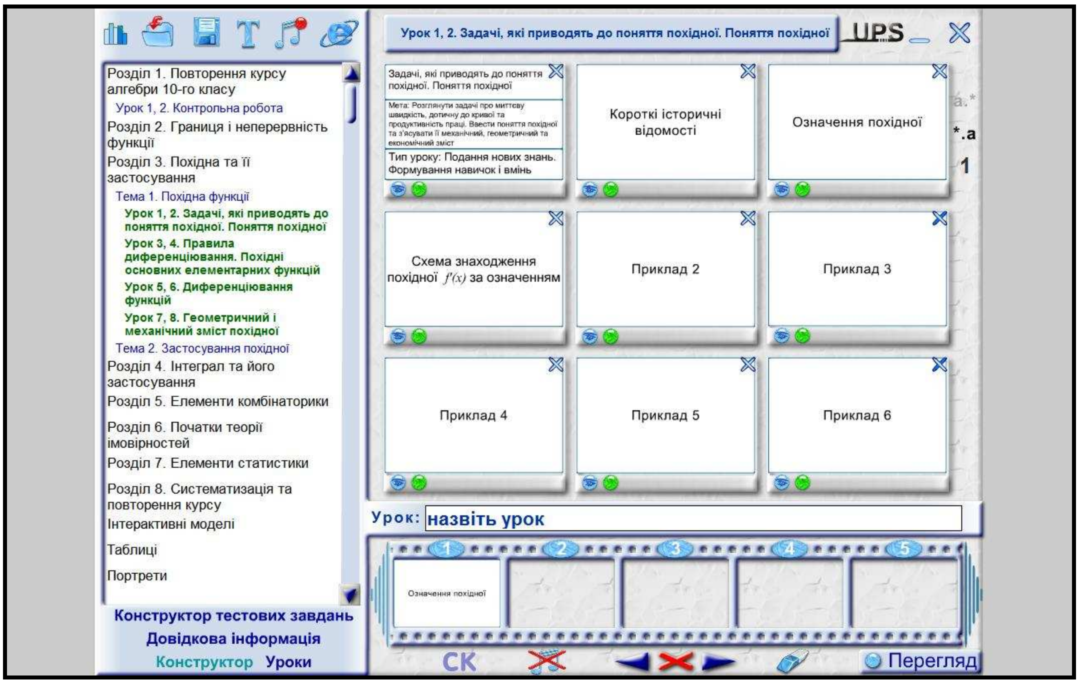


Рис. 3. Головне вікно ППЗ "Алгебра, 11 клас".

Як зазначають автори [6], програмний засіб «Алгебра, 11 клас» призначений допомогти вчителю в організації продуктивної навчально-пізнавальної діяльності учнів у засвоєнні математичних знань, у виробленні стійких механізмів самонавчання, самовиховання і саморозвитку.

Цей засіб містить навчальні таблиці, портрети вчених-математиків з деякими відомостями про них, тести для перевірки засвоєних тем, конструктор тестових завдань для створення власних тестових програм за вивченими темами тощо.

Так, наприклад, для проведення етапу ***ознайомлення з новим матеріалом*** з теми "Задачі, які приводять до поняття похідної. Поняття похідної" учитель може скористатися уроком з бібліотеки ППЗ "Алгебра, 11 клас”, який має таку схему: постановка мети та завдань уроку, короткі історичні відомості, означення похідної, схема знаходження похідної за означенням, приклади, завдання для розв’язання тощо.

Але існуючу схему уроку можна удосконалювати – вилучати слайди, доповнювати їх новими наочностями, додавати до них коментарі. Це дуже зручно при створенні комп’ютерно-орієнтованих уроків для класів з різною математичною підготовкою.

Для ***закріплення нового матеріалу*** з теми “Правила диференціювання. Похідна елементарних функцій” пропонуємо використовувати гру “Знайди похідну”, призначену для закріплення таблиці похідних. У лівому стовпці діалогового вікна цього програмного засобу знаходяться функції, у правому – їх похідні у довільному порядку. Потрібно з’єднати функції з їх похідними (рис. 4).

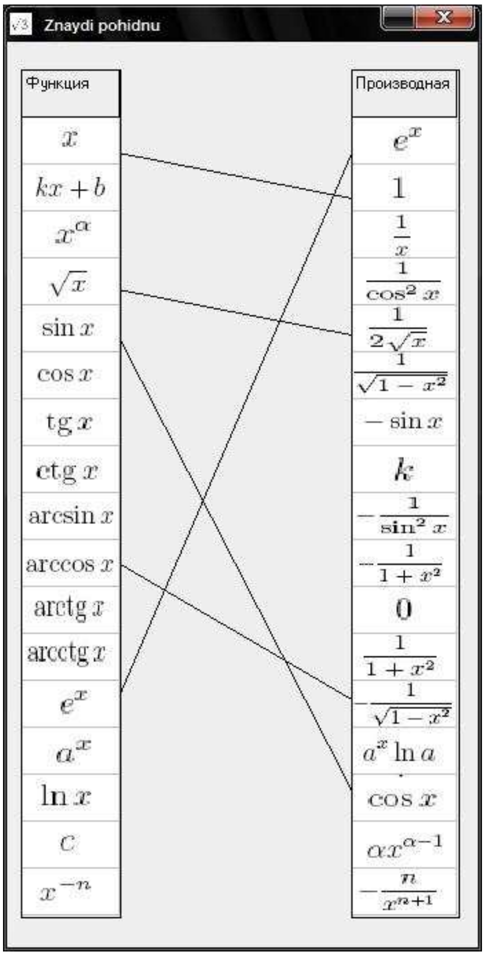


Рис. 4. Гра «Pohidna 2.0»

Учитель демонструє гру на інтерактивній дошці. Учні ланцюжком з’єднують обрану ними функцію з її похідною. Якщо похідну обрано неправильно, то перед учнем, який відповідає, з’являється повідомлення про помилку. Він виправляється та обирає ще одну функцію.

Учням можна запропонувати також попрацювати з програмою “Знайди похідну” вдома, де кожен з них має можливість за окремим комп’ютером самостійно з’єднувати функції з їх похідними, перевіряючи свої знання таблиці похідних.

Закріплення нового матеріалу з теми “Похідна складеної функції” пропонуємо проводити за допомогою програми “Евристики та пошук розв’язання” (рис. 5), розробленої нами за допомогою MS Power Point.

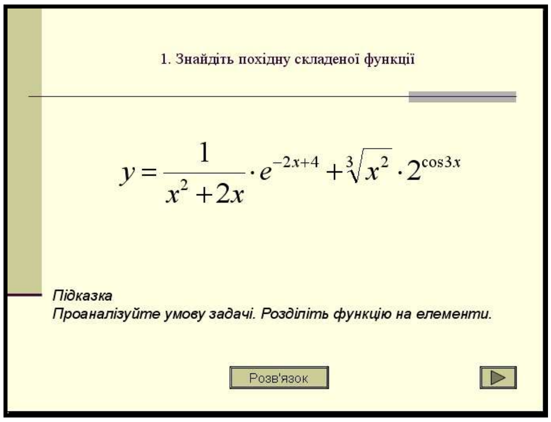


Рис. 5. Тест на базі MS Office PowerPoint до уроку “Похідна складеної функції” з евристичними підказками

Текст програми “Евристики та пошук розв’язання” представляє собою систему евристичних завдань, які учень розв’язує самостійно. Якщо у нього в процесі розв’язання виникають проблеми, він має змогу звернутися до підказки. У випадку правильного самостійного розв’язання, учень має можливість отримати відповідь до завдання або переглянути наявне у програмі розв’язання та порівняти його зі своїм власним.

Ефективним способом організації розв’язання таких евристичних задач ми вважаємо усну роботу з використанням евристичної бесіди [4]. На уроці за допомогою інтерактивної дошки демонструються завдання з розробленої нами програми. Організація усного обговорення розв'язування задачі дає можливість кожному учню висловитися й у результаті вільної дискусії "народжується" розв'язання. Часто пропонуються евристичні задачі з великою часткою визначеності змісту, тому за 10 – 15 хвилин уроку вдається розв'язати 5 – 6 таких задач, причому щоразу нових.

Висновки. Дослідження науковців і наші спостереження свідчать про цілком доцільне використання таких програм у комплексі із традиційними методами навчання, що дає змогу ефективно використовувати час без перевантаження учнів [2 – 6].

Позитивна дидактична функція використання педагогічних програмних засобів у навчальному процесі з математики полягає ще й у тому, що вони створюють умови для формування навчально-пізнавальної евристичної діяльності.

1. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підручник для студ. мат. спец. ВНЗ. – 2-ге вид., переробл. / З.І. Слєпкань. – К.: Вища шк., 2006. – 582с.

2. Жалдак М. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання в загальноосвітній середній школі / М. Жалдак // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах, 2008. – № 5. – С.4 – 9.

3. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: монографія. / Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

4. Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навч.-метод. посібник / О.І. Скафа, О.В. Тутова; [Донецький національний університет]. – Донецьк: вид-во "Вебер" (Донецька філія), 2009. – 320 с.

5. Хорольская Е.В. Компьютерная поддержка уроков в эвристическом обучении алгебре и началам анализа / Е.В. Хорольская // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 24. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2005. – С. 254 – 260.

6. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчальний посібник / В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк; наук. редактор академік АПН України, д. пед. н., проф. М.І. Жалдак. – Кривий Ріг: Книжкове вид-во Кирєєвського, 2009. – 324 с.

***Резюме.* Павлина О.В., Павлова С.Б. ПРИЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СРЕДСТВ В ОБУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ».** *В статье предложены приемы использования компьютерно-ориентированных программных средств в обучении темы «Производная и ее приложения». Это позволяет формировать учебно-познавательную эвристическую деятельность учащихся, познавательный интерес к математике, повышает их активность в процессе обучения.*

Ключевые слова: *компьютерно-ориентированные средства обучения, производная те ее приложения, учебно-познавательная эвристическая деятельность учащихся.*

***Abstract.* Pavlina O., Pavlova S. TECHNIQUES OF THE USE OF COMPUTER-ORIENTED TOOLS IN TEACHING THE THEME OF "DERIVATIVE AND ITS APPLICATION".** *In the article the techniques of the use of computer-oriented tools in teaching the theme of "Derivative and its using" are offered. It allows to form pupils' educational-cognitive heuristic activity, cognitive interest to mathematics and raises their activity in the educational process.*

Key words: *computer-oriented tools in learning, derivative and its use, educational-cognitive heuristic activity.*

Стаття представлена професором О.І. Скафою.
Надійшла до редакції 3.04.2011 р.

ДІАГНОСТИКА ЗНАНЬ І ВМІНЬ АБІТУРІЄНТІВ У ДИСТАНЦІЙНОМУ КУРСІ З МАТЕМАТИКИ

О.М.Хара,
канд. пед. наук,
Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова,
м. Київ, Україна

Розглянуто основні методи діагностики навчальних досягнень учнів у дистанційному курсі «Математика для абітурієнтів». Подано детальний опис корекційно-контрольного блоку моделі дистанційного курсу з математики, наведено приклади тестових завдань.

Ключові слова: *математика, дистанційне навчання, методична система навчання математики абітурієнтів, комп'ютерне тестування, модель.*

Постановка проблеми. У навчанні завжди важливу роль відігравав зворотній зв'язок: вчителю він дозволяє діагностувати навчальний процес, оцінити результати, скорегувати свої дії, побудувати наступний етап навчання на основі результатів попередніх, здійснити диференціацію навчання; учень з його допомогою бачить свої досягнення і невдачі, отримує оцінку власної діяльності. З метою створення ефективного зворотного зв'язку обов'язковою складовою загальної моделі дистанційного курсу є корекційно-контрольний блок, який містить тести різного призначення та виду, запитання до заліків та іспитів, критерії оцінювання; результати діагностики навчально-пізнавальної діяльності, аналіз результатів різних видів контролю. Цей блок забезпечує виконання контролюючої, корегуючої, організаційної та рефлексивної функцій дистанційного навчання. Організація повноцінної діагностики у дистанційному навчанні дещо ускладнюється порівняно з традиційним навчанням, оскільки переважна частина контролів проводиться і перевіряється з використанням комп'ютера, що, з одного боку, забезпечує високий рівень об'єктивності, а з іншого – ставить більш жорсткі умови до змісту та форми контрольних заходів.

Аналіз актуальних досліджень. Дослідженню проблеми діагностики процесу та результатів навчання присвятили свої роботи провідні українські та зарубіжні вчені: Ш.А.Амонашвілі, Ю.К.Бабанський, І.Я.Лернер, Л.М.Фрідман, З.І.Слєпкань. Організація ефективного зворотного зв'язку за умов комп'ютеризованого навчання описана у роботах Ю.І.Машбиця, Н.В.Морзе, О.І.Скафи, А.П.Кудіна, Є.М.Смирнової-Трибульської. Аналіз цих досліджень, теорії та практики дистанційної освіти в Україні та закордоном, виявив, що одним із перспективних напрямків є дослідження організації повноцінної діагностики навчальних досягнень учнів та ефективного зворотного зв'язку в умовах дистанційного навчання.

Мета статті – систематизувати основні методи діагностики навчальних досягнень у дистанційних курсах та описати їх практичну реалізацію в дистанційному курсі «Математика для абітурієнтів».

Виклад основного матеріалу. Згідно зі своєю загальнодидактичною природою діагностика знань і вмінь слухачів у дистанційному курсі передбачає контроль, збір статистичних даних, аналіз, виявлення динаміки та тенденцій. Вона носить систематичний характер і будується на основі оперативного зворотного зв'язку з викладачем (консультантом), автоматичного (через системи комп'ютерного тестування) або безпосереднього контролю. У системі Moodle реалізацію частини діагностичних функцій забезпечує послуга Оцінки на панелі Управління. Викладач може переглянути у гіпертекстовому вигляді оцінки всіх слухачів або кожного окремо за завдання, контрольні роботи, відповіді на семінарах тощо, які оцінюються в автоматичному режимі через внутрішню систему Moodle, провести аналіз та виявити динаміку.

Найбільш популярними методами діагностики навчальних досягнень у дистанційних курсах на сьогодні є: комп'ютерне тестування, метод рейтингових оцінок, проектно-комунікаційні методи. Контроль є важливою складовою кожного з цих методів. Згідно з принципом систематичності він має бути присутній на всіх етапах засвоєння знань та формування вмінь – від початкового сприймання до практичного застосування.

На вибір форм контролю в дистанційному курсі впливають такі фактори: мета і зміст навчання; педагогічні технології, які використано в курсі; кількість і тривалість контрольних заходів; оперативність зворотного зв'язку викладач-слухач; доступність технічних засобів і програмного забезпечення; можливість ідентифікації слухачів. Всі форми і засоби контролю в дистанційному курсі мають бути підпорядковані одній дидактичній меті і використовуватися у тісному взаємозв'язку. В дистанційному курсі «Математика для абітурієнтів» контроль відбувається на трьох рівнях: проміжний, поточний, модульний.

Розглянемо кожен із них детальніше. Проміжний контроль передбачено в усіх активних елементах курсу. В електронних лекціях – у вигляді прикладів для інтерактивного навчання. Управління навчальною діяльністю в дистанційному курсі передбачає збір і опрацювання інформації зворотного зв'язку для підготовки корегуючих дій. Тому після кожної теми, незалежно від форми її подачі, запропоновано навчальні тестові завдання. Таким чином, використовуємо тести не лише як елемент контролю, але як засіб навчання та педагогічної діагностики.

У навчальних тестах потрібно чітко формулювати задачі, які має навчитися розв'язувати учень. Основна мета цих тестів – виявлення розуміння учнями того навчального матеріалу, який вони опрацювали. Нова інформація зберігається в оперативній пам'яті людини в середньому хвилин 10-20. Тому робота з новим матеріалом відразу після вивчення дозволить його закріпити. Тестові завдання після вивчення нової теми мають бути розраховані приблизно на 15-20 хвилин. Передусім потрібно створити умови для з'ясування і виправлення своїх помилок. Усвідомлення слухачем власних помилок дозволить скорегувати його суб'єктивну модель знань. Створення тестів у системі Moodle надає можливість відразу коментувати відповіді, які обирає слухач. Так, після теми 1.1. «Дійсні числа та дії над ними» слухачам пропонується дати відповідь на питання про ознаки подільності, прості та складені числа, розклад чисел на прості множники, причому кожна відповідь має власний коментар. Тест не має обмежень у часі та кількості спроб. Взагалі доступ до завдань проміжних контролів необмежений. Слухач може повертатися до них протягом всього навчального періоду.

Поточний контроль у дистанційному курсі – письмові контрольні роботи. Це зумовлено двома причинами. По-перше, письмові контрольні роботи з математики привчають до точності, лаконічності, логічного і аргументованого викладу власної думки, сприяють розвитку культури математичної мови. По-друге, дистанційний курс з математики передбачає підготовку до проходження випускних та вступних випробувань (зокрема, зовнішнє незалежне оцінювання), в яких може бути передбачено завдання, в яких оцінюється хід розв'язання. Тому в кожному модулі передбачено один поточний контроль, який слухачі мають виконати у письмовій формі (оформити розв'язання у вигляді файлу) і надіслати його викладачу на перевірку у чітко визначений термін. Завдання поточних контролів аналогічні до завдань Зовнішнього незалежного оцінювання другого рівня. Доступ до цих завдань обмежений і відкривається лише після вивчення відповідних тем модуля на короткий період. За цей час слухач повинен завантажити завдання свого варіанту і розв'язати їх у вказаний термін, розв'язання відправити викладачу електронним листом. Поточні контролі можна скласти лише один раз. Приклад завдань поточного контролю 1.1 наведено в табл. 1.

Таблиця 1

ПОТОЧНИЙ КОНТРОЛЬ 1.1			
Прізвище, ім'я			
МЕТА	перевірити знання, вміння і навички з тем *„Дійсні числа та дії над ними”*, *„Тотожні перетворення алгебраїчних виразів”*, *„Алгебраїчні рівняння і нерівності”*, *„Текстові задачі”*.		
ВАРІАНТ І		**КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ**	
		Макс	Отримана
1. Знайдіть **найбільший спільний дільник** чисел 1800, 756, 3960.		1	
2. **Спростіть** вирази:			
a) $\left(\frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right):\left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$;		1	
b) $\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3-2\sqrt{2}}$.		1	
3. **Розв'яжіть** рівняння.			
a) $\left\|x-\|6-x\|\right\|-3x=7$;		2	
b) $\sqrt{2x-4}=\sqrt{x-3}+\sqrt{3x-11}$.		2	
4. **Розв'яжіть** нерівність: $(x^2+3x+1)(x^2+3x-3)\geq 5$		2	
5. Є два сплави з цинку, міді й олова. Відомо, що І сплав містить 40% олова, а ІІ – 26% міді. Процентне співвідношення цинку в обох сплавах однакове. Сплавивши 300 кг І сплаву і 500 кг ІІ сплаву, отримали новий сплав, в якому 30% цинку. Визначте скільки кг олова міститься у новому сплаві.		4	
ЗАГАЛЬНА КІЛЬКІСТЬ БАЛІВ		13 / 6,5 % рейтингу/	

Модульний контроль у дистанційному курсі з математики представлено у вигляді комп'ютерного тестування на сервері Інституту дистанційного навчання НПУ ім. М.П.Драгоманова. Мережева система комп'ютерного тестування була створена спеціалістами Інституту дистанційного навчання спеціально для автоматизованого контролю знань слухачів навчально-підготовчого відділення як очної, так і дистанційної форм навчання. Основні можливості цієї системи дозволяють підтримувати різні типи тестових завдань (закриті, відкриті) та способи їх представлення (текст, графіка, аудіо, відео); задавати та за потреби неодноразово змінювати вихідні параметри тесту (часові обмеження, кількість завдань та рівнів, способи оцінювання); генерувати набори тестових завдань випадковим чином (варіанти тестів не повторюються); здійснювати тестування в мережі Інтернет.

Для того, щоб спростити роботу з системою та дозволити її використовувати в роботі всім бажаючим незалежно від рівня володіння комп'ютером, було розроблено спеціальну програмну оболонку – конструктор тестів, який має дружній інтерфейс і надає можливість створювати електронну базу тестових завдань та задавати параметри тестування безпосередньо самому викладачу-предметнику без будь-якої сторонньої допомоги. Детально характеристику та особливості функціонування мережевої системи комп'ютерного тестування та конструктора тестів висвітлено у роботі [2]. Описані можливості дозволяють стверджувати, що мережева система комп'ютерного тестування є універсальною і за всіма параметрами підходить до використання в дистанційному курсі з математики.

Комп’ютерне тестування в дистанційному навчанні забезпечує універсальність і єдність вимог в рамках прийнятого стандарту знань, дозволяє розширити можливості індивідуального підходу до кожного слухача, стимулює особисту ініціативу і зацікавленість в ефективних формах навчання. Тестові завдання повинні відповідати цілям навчання і отримані відповіді мають дозволити однозначно визначити рівень сформованості в учня необхідних знань і вмінь.

Відповідно до 4 модулів дистанційного курсу з математики – «Рівняння, нерівності та їх системи», «Функції та початки математичного аналізу. Елементи стохастики», «Планіметрія», «Стереометрія» – маємо 4 модульні тестування. Кожне тестування містить декілька рівнів складності, кількість яких залежить від змісту модуля та типів використаних тестових завдань.

У літературі [3], [4], традиційно тестові завдання поділяють на закритого типу (ідентифікація, вибір однієї правильної відповіді, множинний вибір правильних відповідей, встановлення відповідності між елементами двох множин, встановлення правильної послідовності на множині заданих елементів) і відкритого типу (з короткою відповіддю, з розгорнутою відповіддю). У кожному модульному тестуванні використовуються як завдання відкритого, так і закритого типу. Розглянемо структуру тестування на прикладі окремого модуля.

Друге модульне тестування з розділу «Функції та початки математичного аналізу» має чотири рівні. Перший та другий рівні повністю присвячені функціям та їх властивостям. У першому рівні – тестові завдання закритого типу на вибір однієї відповіді. На відміну від інших модулів, тут переважають завдання з рисунками, оскільки слухачі повинні вміти визначати властивості функцій за графіком і, навпаки, будувати графік функції із заданими властивостями (табл. 2).

У другому рівні – завдання закритого типу з множинним вибором правильних відповідей. У цьому рівні теж перевіряються знання властивостей функцій, але вже на конкретних прикладах (табл. 3).

У третьому і четвертому рівні підібрано завдання на диференціювання та інтегрування функцій, дослідження функцій за допомогою похідної (табл. 4).

У четвертому рівні пропонуємо використовувати завдання відкритого типу з розгорнутою відповіддю, які вимагають нестандартного підходу до розв'язування (табл. 5).

Система тестування, яка використовується в дистанційному курсі, дозволяє оновлювати базу задач, за необхідності корегувати кількість завдань у кожному тесті та час на їх виконання.

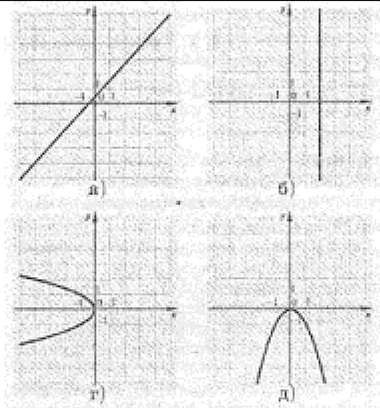
Досвід організації навчального процесу на навчально-підготовчому відділенні (дистанційна форма навчання) Інституту дистанційного навчання НПУ ім. М.П.Драгоманова показує такі позитивні характеристики впровадження модульного комп’ютерного тестування:

- ефективний контроль часу тестування залежно від кількості питань та рівня їх складності;
- зменшення часу на проведення контролю;

- індивідуальне тестування у зручний для слухача час;
- об’єктивне оцінювання рівня знань слухачів;
- миттєві результати тестування у вигляді друкованих протоколів.

Таблиця 2

Завдання першого рівня складності (модуль 2)

	Завдання	Варіанти відповіді
1.	Які з графіків на рисунку не є графіками функції?	
2.	Графіку парної функції належить точка А(–3; 4). Яка з точок теж належить графіку функції?	a) В (–3; –4); b) С (3; –4); c) М (3; 4).
3.	Яка з прямих пропорційностей є спадною?	$a) y = 17x,$ $b) y = 0{,}4x,$ $c) y = -20x,$ $d) y = \frac{x}{8}.$
4.	Графік квадратичної функції перетинає вісь Оx у двох точках, якщо...	$a) b^2 - 4ac > 0,$ $b) b^2 - 4ac < 0,$ $c) a^2 - 4ac > 0,$ $d) c^2 - 4ab < 0.$

Таблиця 3

Завдання другого рівня (модуль 2)

	Завдання	Варіанти відповіді
1.	Дано функцію $y = ax + b$. Які з тверджень правильні для заданої функції?	a) $Д(y) = Q$. b) $y(x)$ непарна. c) Якщо $a > 0$, $y(x)$ зростає. d) Графік $y(x)$ – пряма.
2.	Дано функцію $y = cos\ x$. Які з тверджень правильні для заданої функції?	a) $Д(y) = R$, $E(y) = [-1; 1]$. b) $y(x)$ непарна. c) Період $y(x)$ – 2π. d) Найбільше значення $y(x)$ набуває в точці з абсцисою 1.
3.	Дано функцію $y = log_a x$. Які з тверджень правильні для заданої функ-	e) $Д(y) = R$. f) $E(y) = R$.

	ції?	g) Графік *y(x)* не перетинає вісь абсцис. h) *y(x)* зростає при $a > 1$ i) *y(x)* є оберненою до степеневої функції $y = x^a$.

Таблиця 4

Завдання третього рівня (модуль 2)

	Завдання
1.	Знайти значення похідної функції при заданому значенні аргументу: $f(x) = \sqrt{x^2+3} + \dfrac{2x}{x+1}, \quad x_0 = 1$.
2.	Знайти критичні точки функції $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.
3.	Знайти значення функції в точці максимуму $f(x) = \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{3}{4}x^2 - 5x + \dfrac{25}{12}$.
4.	Визначити кутовий коефіцієнт дотичної до параболи $y = x^2$ в точці (1; 1).
5.	Обчислити інтеграл $\int_1^2 3x^2 dx$
6.	Обчислити площу фігури, обмежену лініями $y = x^3, \quad y = 0, \quad x = 2$

Таблиця 5

Завдання четвертого рівня (модуль 2)

	Завдання
1.	Використовуючи геометричний зміст інтеграла, обчисліть: $I_1 = \int_{-1}^{1} \arccos x dx.$
2.	Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 12t - t^2$ (м/с). Знайдіть довжину шляху, пройденого тілом від початку руху до його зупинки.
3.	При яких значеннях параметра *n* функція $y = nx^3 - 3x^2$ в точці $x = 1$ має мінімум?

Проте не всі вимоги освітнього стандарту можуть бути сформульовані у вигляді тестових завдань. Значним недоліком тестових завдань, зокрема з математики, є те, що тестування не дозволяє з'ясувати, чи пов'язані знання і вміння у свідомості слухача в систему, без чого не можливо обґрунтувати власне розв'язання або розв'язати нестандартне завдання. Певною мірою цей недолік може виправити рейтингова система. Рейтинг слухача складається не тільки з результатів тестувань, але й результатів інших видів контролю: письмових контрольних робіт, рефератів, дискусій тощо, тобто враховується активність слухачів протягом вивчення усього курсу

Актуальною проблемою діагностики в

дистанційному курсі є ідентифікація співрозмовника. На сьогодні впевненість викладача в тому, що контрольні заходи проходить саме той, хто зареєстрований на курсі, може забезпечити лише безпосереднє проведення всіх тестувань у закладі, який надає освітні послуги. Із впровадженням зовнішнього незалежного оцінювання підвищується мотивація абітурієнтів до навчання, оскільки результатом успішного проходження дистанційного курсу з математики стає не зарахування на 1 курс, а система математичних знань і вмінь, яка дозволить скласти вступні випробування. Зміна ставлення до навчання прискорить впровадження дистанційних технологій контролю у навчальний процес.

Висновки. У дистанційному курсі з математики система діагностики забезпечує перевірку знань і вмінь слухачів, їх оцінку, ефективне управління навчальної діяльності та ідентифікацію особи кожного слухача. Завдяки цьому навчально-пізнавальна діяльність учнів є детально спланованою, зворотній зв'язок учень-вчитель підтримується протягом усього навчального періоду.

1. *Дистанційний курс «Математика» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.dn.npu.edu.ua/login/index.php. – Заголовок з екрана, 2009.*
2. *Комп'ютерні системи контролю знань у дистанційному навчанні / А.П.Кудін, Г.В.Жабєєв, Ю.А.Свистун, Л.В.Харченко // Вісник Академії дистанційної освіти, 2004. – №2. – С. 68-72.*
3. *Майоров А. Н.Теория и практика создания тестов для системы образования. (Как выбирать, создавать и использовать тесты для целей образования) / А.Н.Майоров. – М.: «Интеллект-центр», 2001. – 296 с.*
4. *Булах І.Є. Створюємо якісний тест: навч. посіб. / І.Є.Булах, М.Р.Мруга. – К.: Майстер-клас, 2009. – 176 с.*
5. *Скафа Е.И. Автоматизированное рецензирование решения математических задач: Алгебра 7-11 [Текст]: учеб. пособие / Е.И.Скафа [и др.]; междунар. программа «Эвристика и дидактика точных наук». – Донецк: Донецкая фирма наукоемких технологий НАН Украины (Фирма ТЕАН), 2004. – 72 с.*
6. *Коваленко Н.В. Психолого-педагогические основы дистанционного обучения стереометрии / Н.В.Коваленко, Л.И.Докиенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 33. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2010. – С. 87-91.*
7. *Білянін Г.І. Використання тестів при педагогічному оцінюванні під час вивчення курсу математики в коледжах / Г.І.Білянін //Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт. – Вип. 28. – Донецьк: Вид-во ДонНУ, 2007 – С. 125-133.*

Резюме. **Хара А. ДИАГНОСТИКА ЗНАНИЙ И УМЕНИЙ АБИТУРИЕНТОВ В ДИСТАНЦИОННОМ КУРСЕ ПО МАТЕМАТИКЕ.** *В статье описано основные методы диагностики учебных достижений абитуриентов в дистанционном курсе «Математика для абитуриентов». Подано детальное описание коррекционно-контрольного блока модели дистанционного курса по математике, приведено примеры тестовых заданий.*

Ключевые слова: *математика, дистанционное обучение, методическая система обучения математике абитуриентов, компьютерное тестирование, модель.*

Abstract. **Khara O. ASSESSMENT OF KNOWLEDGE AND SKILLS OF APPLICANTS OF MATHEMATICS DISTANCE LEARNING.** *The article is devoted to the basic methods of assessing knowledge and skills in Mathematics distance learning of applicants in pre-higher education system. It describes correction and control block in the Mathematics distance learning of applicants. The examples of test tasks are given in the article.*

Key words: *Mathematics, Distance Learning, methodical system of teaching mathematics applicants, computer testing, model.*

Стаття представлена професором В.Г. Бевз.
Надійшла до редакції 22.04.2011 р.

ДО ВІДОМОСТІ АВТОРІВ

У збірнику **«Дидактика математики: проблеми і дослідження»** публікуються науково-методичні роботи з дидактики математики, розвивального навчання, евристичного навчання, застосування математичних ідей та методів у навчанні у середній та вищій школі.

ВИМОГИ ДО ЗМІСТУ

Наукові статті, що подаються до друку, повинні містити матеріал, не опублікований раніше. Відповідно до вимог ВАК України (Постанова №7-06 від 15 січня 2003р.) необхідно дотримуватися таких елементів написання статей:

- ***постановка проблеми*** у загальному вигляді та її зв`язок із важливими науковими чи практичними завданнями;
- ***аналіз актуальних досліджень*** і публікацій, в яких започатковано розв`язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується дана стаття;
- ***формулювання цілей статті***;
- **виклад основного матеріалу** дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів;
- ***висновки*** з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

З метою дотримання зазначених вище вимог до наукової статті слід жирним шрифтом виділити такі елементи статті: **постановка проблеми, аналіз актуальних досліджень, мета статті, виклад основного матеріалу, висновки.**

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ

- Спочатку по центру друкується ***назва статті*** прописними жирними літерами симетрично.
- Нижче (на другому рядку) – ***ініціали та прізвище автора***(-ів), нижче – науковий ступінь, вчене звання, на наступному рядку – місце роботи автора (-ів) (організація), місто, країна.
- Через один інтервал друкується ***анотація роботи українською мовою*** (4-5 речень).
- На наступному рядку друкуються ***ключові слова українською мовою.***
- Після цього йде ***початок тексту роботи*** з обов'язковим дотриманням вимог до змісту.
- Після викладу матеріалу статті через один інтервал пропуску друкується **література (обов'язкове посилання на статтю зі збірника «Дидактика математики: проблеми і дослідження»).**
- Потім друкується ***резюме й ключові слова російською мовою*** та ***резюме і ключові слова англійською мовою.***

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ

Мова: українська, російська, англійська.
Обсяг статті: (включно зі списком цитованої літератури) від 7 до 15 сторінок. Посилання на вітчизняні та закордонні літературні джерела (не менш 10 джерел) обов`язково.
Поля: верхнє – 25 мм, нижнє – 25 мм, ліве – 25 мм, праве – 25 мм.
Шрифт: Times New Roman, розмір 14 п**.**
Міжрядковий інтервал полуторний.
Відступ першої строки: 1,25 см.
Оформлення формул: використовувати Microsoft Word з вбудованим редактором формул Microsoft Equation, розмір 12.
Оформлення таблиць: таблиці розміщуються у тексті статті, шрифт у таблицях і малюнках 12.
Оформлення літератури: список літератури розміщується у кінці статті під назвою «**Література**» (нумерація джерел за алфавітом). Посилання на літературу по тексту подаються у квадратних дужках. ***Обов'язкове посилання на наукові статті, надруковані у збірнику «Дидактика математики: проблеми і дослідження».***
Резюме пишеться українською, російською та англійською мовами. Воно містить прізвище та ім`я автора(-ів), назву статті та текст на 4-5 речень.
Ключові слова українською, російською та англійською мовами надаються у кінці статті після резюме.

АВТОРИ НЕСУТЬ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЬ ЗА ЗМІСТ І ДОСТОВІРНІСТЬ ПОДАНИХ МАТЕРІАЛІВ

Матеріали пересилати на адреси:
goncharovairina710@rambler.ru або
tutova-olga@rambler.ru

контактні телефони:
050 233 14 99 Гончарова Ірина Володимирівна
050 82 33 599 Тутова Ольга Василівна

РОБОТИ, ЯКІ НЕ ВІДПОВІДАЮТЬ ВКАЗАНИМ ВИМОГАМ, ПУБЛІКУВАТИСЯ НЕ БУДУТЬ!

Редколегія зберігає за собою право відхиляти роботи без обговорення та рецензування.

АВТОРИ НАДАЮТЬ:

електронний варіант статті (стаття має бути ретельно перевірена і повністю відредагована); відгук члена редакційної колегії збірника; довідку про автора(-ів).

УВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ!

Теперь ваши публикации доступны в электронном виде в глобальной сети интернет по адресам

www.dm.donnu.edu.ua или ***www.donnu.edu.ua/journals/dm***

Дидактика математики: проблеми і дослідження. Про збірник - Windows Internet Explorer

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: *проблеми і дослідження*

міжнародний збірник наукових робіт

Про збірник | Авторам | Історія збірника | Архів номерів | Видавничій колектив | Поточний випуск

Про нас...

ШАНОВНІ КОЛЕГИ,
редакція міжнародного збірника наукових робіт "ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ" вітає вас на сторінках нашого сайту.

У 2010 році Міжнародному збірнику наукових робіт виповнилось 17 років. За цей час відбулася істотна трансформація збірника від науково-методичного видання Донецького регіону до широко відомого науково-методичного видання міжнародного рівня. Проблематика збірника об'єднала науковців України, Росії, Біларусі, Польщі, Болгарії, США, Грузії, Ізраїлю.

Запрошуємо дослідників у галузі теорії та методики навчання математики до плідного співробітництва, бажаємо всім творчого натхнення, наукових відкриттів і "легкого пера" на сторінках збірника.

науковий редактор Олена Скафа

ІНФОРМАЦІЯ ПРО ЗБІРНИК

Рік заснування: 1993

Проблематика: висвітлення нових підходів до деяких питань методики навчання математики, використання евристичних методів навчання, стимулювання творчої діяльності учнів і студентів

Свідоцтво про державну реєстрацію: КВ № 15209-3781 Р від 30.04.2009

№ ISSN 2079-9152

Фахова реєстрація у ВАК України: Постанова № 3-05/11 від 10.11.1999

Галузь науки: педагогічні науки

Періодичність: 2 рази на рік

Мова видання: українська, російська, англійська (змішаними мовами)

Засновники: Донецький національний університет;
Інститут педагогіки Академії педагогічних наук України;
Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова

Головний редактор: **Скафа Олена Іванівна**, доктор педагогічних наук

Відповідальний секретар: **Тимошенко Олена Вікторівна**

Члени редколегії:
Г.В.Горр, док. фіз.-мат. наук, проф.,
О.Г.Кучерявий, док. пед. наук, проф.,
Н.М.Лосєва, док. пед. наук, доцент,
І.В.Гончарова, канд. пед. наук,
(Донецький національний університет),

М.В.Працьовитий, док. фіз.-мат. наук, проф.,
В.Г.Бевз, док. пед. наук, проф.,
В.О.Швець, канд. пед. наук, проф.
(Національний педуніверситет ім. М.П.Драгоманова м. Київ),

М.І.Бурда, чл.-кор. АПН України, док. пед. наук, проф.,
Ю.І.Мальований, чл.-кор. АПН України, канд. пед. наук,
Т.М.Хмара, канд. пед. наук, ст. наук. співроб.
(Інститут педагогіки АПН України, Київ),

М.Я.Ігнатенко, док. пед. наук, проф.
(Республіканський ВНЗ *„Кримський гуманітарний університет", м. Ялта),*

В.І.Клочко, док. пед. наук, проф.
(Вінницький національний технічний університет),

Н.А.Тарасенкова, док. пед. наук, проф.
(Черкаський національний університет).

Члени редакційної ради:
В.О.Гусєв, док. пед. наук, проф.
(Московський державний педуніверситет, **РОСІЯ**),

І.О.Новік, дійсний член БАО, док. пед. наук, проф.
(Державний педуніверситет, Мінськ, **БЄЛАРУСЬ**),

Й.Іванов, доцент, док.,
(Шуменський університет ім. Епископа К.Преславського, **БОЛГАРІЯ**),

І.Субботін, док. фіз.-мат. наук, проф.
(Національний університет, Лос-Анджелес, **США**),

П.Самовол, *канд. пед. наук, проф.*
(Бен-Гуріонський університет, Беєр-Шева, **ІЗРАЇЛЬ**).

Адреса редакції: Донецький національний університет,
Кафедра вищої математики і методики викладання математики
вул. Університетська, 24,
Донецьк,
Україна,
83055 Тел.: (0622) 335-70-85
E-mail: e.skafa@p.donnu.edu.ua

Ви можете опублікувати свої статті в нашому збірнику.
Із правилами оформлення статей для публікації можна ознайомитися в рубриці "Авторам".

Мой компьютер 100%

Наукове видання

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМИ І ДОСЛІДЖЕННЯ

МІЖНАРОДНИЙ ЗБІРНИК НАУКОВИХ РОБІТ

Випуск 35, 2011 рік

Рекомендовано до друку вченою радою Донецького національного *університету 29.04.2011 (протокол № 4).*

Редакція збірника:

Науковий редактор – доктор педагог. наук, проф. Скафа Олена Іванівна
Тел.: (38)-(0622)-302 92 44 (р.) E-mail: e.skafa@ukr.net

Технічні редактори – Гончарова І.В.
Тутова О.В.
Комп'ютерна верстка – Гончарова І.В.
Художнє оформлення – Абраменкова Ю.В.

Відповідальний секретар – ст. викл. Тимошенко Олена Вікторівна
Тел.: (38)-(062)-3052375 (р.),
(38)-(062)-3378985 (д.).
E-mail: elenabiomk@mail.ru

Адреса редакції збірника: Кафедра вищої математики і методики викладання математики, Донецький національний університет, вул. Університетська, 24, Донецьк, 83055, Україна

Узгоджені матеріали надсилати за адресою:

Тимошенко О.В., пр.Миру, 29/63, Донецьк-15, 83015, Україна

Збірник розповсюджується безкоштовно

Підписано до друку 29.04.2011 р. Формат 60х84/8. Папір типографський.
Друк офсетний. Умовн. друк. арк. 18,75. Тираж 300 прим. Замовлення № 109

Видавництво Донецького національного університету
Україна, 83055, Донецьк, вул. Університетська, 24

Надруковано в типографії ООО "Цифрова типографія" на цифрових лазерних видавничих комплексах Rank Xerox DocuTech 135 і DocuColor 2060.
Адреса: Донецьк, вул. Челюскінців, 291а. Тел. (062) 388 07 31