выпуск 4(68)

ISSN 2079-9152

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ:

проблемы и исследования

международный научный журнал

2025

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: проблемы и исследования

ISSN 2079-9152

Основан в 1993 г.

ВЫПУСК 4 (68)

2025

Международный научный журнал

Журнал размещен

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU

CYBERLENINKA

Индексация журнала

РОССИЙСКИЙ ИНДЕКС НАУЧНОГО ЦИТИРОВАНИЯ Science Index

Google Академия

INDEX COPERNICUS INTERNATIONAL

ВЫСШАЯ АТТЕСТАЦИОННАЯ КОМИССИЯ (ВАК РФ)

Адрес редакции:
283001, г. Донецк,
ул. Университетская, 24,
ДонГУ, кафедра высшей математики и методики преподавания математики
e-mail:
kf.vmimpm.dongu@mail.ru
сайты: **http://donnu.ru/dmpi**
https://dongu-dmpi.ru

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

Журнал основан профессором Юрием Александровичем Палантом в 1993 году

Рекомендован к печати Ученым советом
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» 29.12.2025 (протокол № 13)

Д44 **Дидактика математики: проблемы и исследования.** – 2025. – Вып. 4 (68). – 113 с.

ISSN 2079-9152

В периодическом международном научном журнале публикуются статьи по двум научным специальностям: 5.8.2. Методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования: математика) и 5.8.7. Методология и технология профессионального образования. В нем представлены различные проблемы в области методологии и технологии профессионального образования, а также исследования, связанные с современными тенденциями развития теории и методики обучения математике и информатике, как в системе высшего, так и общего образования. Особое место занимают публикации по использованию и разработке эвристических приемов в обучении, стимулированию профессионально-ориентированной деятельности студентов в процессе обучения математическим дисциплинам. Отдельным направлением статей, издаваемых в журнале, являются работы, посвященные вопросам формирования методической компетентности будущих учителей, в том числе и учителей математики, то есть готовности и способности работать, используя разнообразные современные дидактические системы и технологии обучения. Кроме того, большим блоком выделяются частные методические проблемы преподавания математики, как в среднем профессиональном образовании, так и общеобразовательной, и профильной школе.

Основные направления опубликованных статей представлены в рубриках:

1) методология и технология профессионального образования;
2) современные тенденции развития методики обучения математике и информатике в высшей школе;
3) научные основы подготовки будущего учителя;
4) методическая наука – учителю математики и информатики;
5) история математики и математического образования.

Журнал входит в перечень рецензируемых научных изданий ВАК РФ (категория К 2), статьи в журнале с сентября 2025 г. включены в ЕГПНИ (уровень 4)

Издание индексируется:
Лицензионный договор с библиографической базой данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ) № 230-11/2025 от 17.11.2025.
Лицензионный договор с ООО «Итеос» (КиберЛенинка) № 33518-01 от 16.06.2021.
Google scholar (https://scholar.google.ru/citations?user=COtB_MkAAAAJ&hl=ru).
Index Copernicus (https://journals.indexcopernicus.com/search/reportList/45840).

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р

DIDACTICS of MATHEMATICS: Problems and Investigations

ISSN 2079-9152

Founded on 1993

2025

ISSUE No. 4 (68)

International Scientific Journal

Founder: Donetsk State University (DonSU)

Journal posted

НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА eLIBRARY.RU

CYBERLENINKA

Journal indexing

РОССИЙСКИЙ ИНДЕКС НАУЧНОГО ЦИТИРОВАНИЯ Science Index

Google Академия

INDEX COPERNICUS INTERNATIONAL

ВЫСШАЯ АТТЕСТАЦИОННАЯ КОМИССИЯ (ВАК РФ)

Editorial office address:
283001, Donetsk,
24, Universitetskaya st.,
Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics
DonSU
e-mail:
kf.vmimpm.dongu@mail.ru

site: http://donnu.ru/dmpi
https://dongu-dmpi.ru

УДК 51(07)+53(07)
ББК В1 р
Д44

The journal was founded by Professor Yuri Alexandrovich Palant in 1993

Recommended for publication by Scientific Council of Donetsk State University on 29.12.2025 *(protokol No. 13)*

Д44 **Didactics of mathematics: Problems and Investigations.** 2025. No. 4 (68). 113 p.

ISSN 2079-9152

The periodic International Scientific Journal publishes articles on two scientific specialties: 5.8.2. Methods of teaching and upbringing (by fields and levels of education: mathematics) and 5.8.7. Methodology and technology of vocational education. It presents various research problems in the field of methodology and technology of vocational education, issues related to the consideration of current trends in the development of theory and methods of teaching mathematics, both in higher and secondary educational institutions. A special place is occupied by publications on the use and development of heuristic techniques in teaching, stimulating professionally oriented activities of students in the process of teaching mathematical disciplines. A separate area of articles published in the collection are works devoted to the formation of methodological competence of future teachers, including teachers of mathematics, that is, readiness and ability to work, using a variety of modern didactic systems and learning technologies. In addition, a large block in the Journal highlights private methodological problems of teaching mathematics, both in secondary vocational education and in general education and specialized schools.

In the Journal articles are grouped by headings:
1) methodology of technology of professional education;
2) modern trends in the development of mathematics and informatics teaching methods in higher school;
3) scientific bases of future teacher preparation;
4) methodical science to a teacher of mathematics and informatics;
5) history of mathematics and mathematical education.

Mass media state registration AAA № 000061от 04.11.2016

The journal is included in the list of peer-reviewed scientific publications of the Higher Attestation Commission of the Russian Federation

The license agreement with the bibliographic database of the Russian Science Citation Index data № 230-11/2025 dated 17.11.2025.
License agreement with LLC Iteos (CyberLeninka) No. 33518-01 dated 16.06.2021.
Google scholar (https://scholar.google.ru/citations?user=COtB_MkAAAAJ&hl=ru).
Index Copernicus (https://journals.indexcopernicus.com/search/reportList/45840).

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Редакция оставляет за собой право на редактирование и сокращение статей. Мысли авторов не всегда совпадают с точкой зрения редакции. За достоверность фактов, цитат, имен, названий и других сведений несут ответственность авторы.

CONTENT

МЕТОДОЛОГИЯ И ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 378.015.31:316.642.3
EDN OEWPNP DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-7-15

ОСОБЕННОСТИ КОГНИТИВНОЙ СОЦИАЛИЗАЦИИ ПОКОЛЕНИЯ Z В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Тесленко Александр Николаевич,
доктор педагогических наук (РК),
доктор социологических наук (РФ), профессор,
e-mail: teslan@rambler.ru,
Кокшетауский университет им. А.Мырзахметова,
ОФ «Центр ювенологических исследований»,
г. Астана, Республика Казахстан

Аннотация. *Статья посвящена анализу социально-психологических особенностей поколения «зумеров» («цифровых аборигенов») и особенности их когнитивной социализации. Цель данной статьи – выявить особенности когнитивной социализации представителей поколения Z, анализируя их базовые социально-психологические маркеры: «техническая подкованность», гиперподключенность к интернету, смешанная реальность, «клиповое сознание», «виртуальное мышление» и «эмоциональный интеллект». Адаптация образовательного процесса к когнитивным особенностям «зумеров» и требованиям современной социотехнологической среды должна быть направлена на разработку и внедрение эффективных образовательных программ.*

Делается вывод, что инновационные методы и средства обучения способны не только заинтересовать «зумеров» в новых знаниях и компетенциях, но и послужить основой для разработки эффективных образовательных программ. Наиболее эффективной моделью построения образования для поколения Z является реально-виртуальное совместное конструирование знания на основе сократического метода. Дигилизация образовательного пространства и закрепление интерактивного характера педагогического взаимодействия способствует обновлению высшей школы и успешной социализации новых поколений.

Ключевые слова: *когнитивная социализация, поколение Z, техническая подкованность, клиповое сознание, виртуальное мышление, эмоциональный интеллект, трансактивная память, цифровизация образования.*

Для цитирования: Тесленко, А.Н. Особенности когнитивной социализации поколения Z в условиях цифровизации образования / А.Н. Тесленко. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-7-15 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С.7–15. – EDN OEWPNP.

Введение. Глобальные изменения в технике, технологии, природной среде, общественной жизни и их взаимодействие в условиях системной и структурной трансформации, изменения пространства социальной нормативности стимулировали интерес исследователей к проблеме социализации подрастающих поколений. За четверть века сущности, условиям и механизмам социализации было посвящено большое количество научных работ зарубежных и отечественных ученых, разработаны разные подходы и концепции социализации [3, с.16]. В классических социологических теориях (социальный детерминизм, интеракционизм и др.) социализация – это процесс и результат воздействия общества (субъекта) на человека (объекта). Позднее модель «личность как объект социализации» сменила парадигма взаимодействия, субъект-субъектных отношений между человеком и обществом (символический интеракционизм, ролевая теория, теория интернализации и др.) [9, с.16]. Следовательно, позитивно социализированная личность – это социально-активная и ответственная личность, действующая на основе социальных норм и общественных интересов.

В конце XX века американский социолог Дж. Арнетт предложил новый взгляд на условия социализации: вместо традиционной классификации на первичную и вторичную он выделяет узкую и широкую социализацию. Если узкая социализация направлена на контроль и формирование сознательности, поддержание социальной нормативности поведения, то широкая – поощряет обеспечение независимости, индивидуальности, самовыражения [8].

В XXI веке особый интерес исследователей привлекает появление новых агентов социализации (интернет, социальные сети, диджитал-технологии), ослабление влияния традиционных институтов социализации (семья, власть, образование, культура) и усиление воздействия СМИ и неформальных сообществ. Процесс трансляции и освоения культурных норм и ценностей в условиях медиа-среды определяется, с точки зрения современных исследований, как «*киберсоциализация*», которая не представляет собой новую форму социализации, однако вносит существенные изменения в классическое понимание процесса социализации [6].

Современная молодежь, родившиеся в XXI веке, т.н. поколение Z, обладает не похожими на предыдущие поколения мировосприятием, мышлением, ценностно-мотивационными и поведенческими установками. Исследования показали, что головной мозг детей поколения Z, сформировавшийся в двух реальностях (офлайн / онлайн) при постоянном использовании гаджетов и смарт-инструментов, выстраивает нейтронные связи отличные от предыдущих поколений [1; 7; 15]. Когнитивная нагрузка на развивающийся мозг, создаваемая при обращении к многочисленным гаджетам и информационным ресурсам отрицательно сказывается на устойчивости внимания обучающихся. Они теряют способность к кропотливой работе, ориентированной на сколь-нибудь сложную задачу.

Родившись «с кнопкой на пальце», они стали «рабами интернета / Digital Natives», воспринимая социальную реальность через призму «красивых картинок и мотивационных лозунгов псевдоэкспертов, которые молодые люди ввиду отсутствия достаточного жизненного опыта и психологической зрелости воспринимают как истину в последней инстанции, искажают восприятие их реальной жизни» [5, с. 26]. При всей тенденциозности подобных оценок перед современной социально-педагогической практикой остро встаёт вопрос рисках и перспективах когнитивной социализации подрастающего поколения

Цель статьи – *выявить особенности когнитивной социализации поколения Z, рассматривая их как вектор развития новой педагогической культуры и образовательной технологии в условиях динамично меняющегося мира.*

Изложение основного материала. Феномен поколений – безусловный объект ювенологических исследований, независимо от идеологических и теоретико-методологических позиций исследователей. В XX веке сложился социоцентрический подход, рассматривающий поколение как большую социально-демографическую группу, социальную страту – главный фактор динамики исторического развитии и инструмент ее интерпретации (К.Манхейм, Х. Ортега-и-Гассет).

В конце XX века широкое распространение получила теория поколений американских ученых Нейла Хоува (*Neil Howe*) и Уильяма Штрауса (*William Strauss*), предложивших оперировать не возрастными параметрами при исследовании поколенческой проблематики, а глубинными ценностями той или иной эпохи [12].

В результате появились четыре архетипа поколений XX-го, а позднее XXI века, идущих друг за другом, – так называемых *пророков, странников, героев, художников* и поколенческих когорт, составляющих современное общество: Беби-Бумеров (родившихся во второй половине 1940-х – первой половине 1960-х гг.), поколения X (вторая половина 1960-х - первая половина 1980 гг.), поколения Y (вторая половина 1980-х - конец 1990-х гг.) и поколения Z (с начала 2000-х гг.) (рис.1).

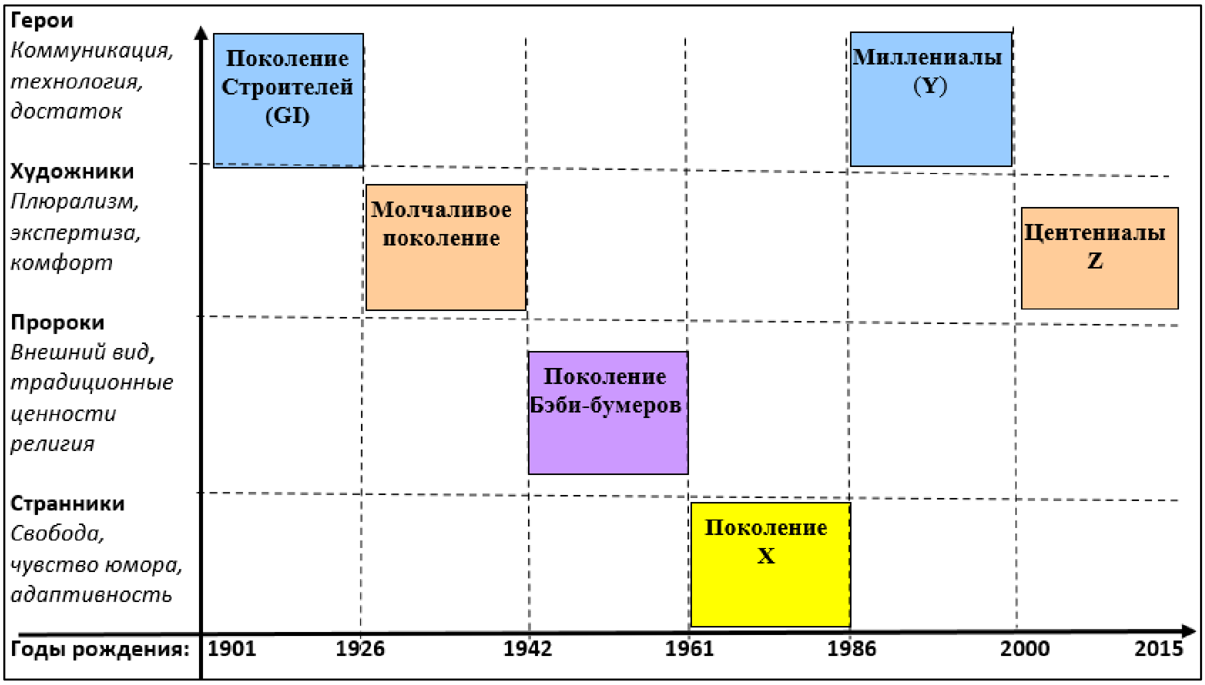

Рисунок 1 – Архитектура поколений по теории Н. Хоува и У. Штрауса [14]

Не смотря на критику подобных обобщений в научной среде, их условности теории Хоува-Штрауса в научном дискурсе сформировались два методологических подхода для описания социально-психологических характеристик поколения Z: первое – это признание поколения «зуммеров» как Digital Natives («аборигенов цифрового мира»), «носителей цифрового языка компьютеров, видеоигр и Интернета», которые не только отличаются высоким уровнем e-skills, но и используют цифровую среду как новую сферу социального активизма [14]. И такая характеристика относилась к представителям поколения Y («Миллениалам»), которые создавали и «обживали» мир цифровых технологий. Поэтому ряд ученых рассматривает поколение Z не как «цифровое», именно «сетевое поколение»: они «живут в Сети в придуманных мирках, ... сутками сидят в социальных сетях, играют в онлайновые игры, постоянно рассказывают о своей жизни в блогах» [16]. «Поколение Сети» воспринимает жизненное пространство и виртуальную реальность в рамках целостной когнитивной архитектуры, которую можно описать в понятиях «техническая подкованность», «клиповое сознание», «виртуальное мышление» и «эмоциональный интеллект».

В условиях широчайшего использования новейших IT-технологий, главной социально-психологической характеристикой поколения становиться «*техническая подкованность*» (*tech savvy*) [11]. Современный Z-пользователь в онлайн свои мобильные устройства находиться не менее 10 часов, что обеспечивает 30 и более мобильных приложений, не считая предустановочных. Chrome, Google, YouTube, Instagram, Telegram – наиболее популярные у молодежи приложения, здесь пользователи проводят 80% времени, а в целом, за сутки молодой человек в среднем использует около 10-12 приложений. При этом важнейшими факторами в выборе Z-пользователей приложения или платформы социальной сети являются скорость интернета и надежность, в частности выявлена тенденция использования анонимных платформ для социальных сетей, таких как Snapchat и Tinder [4]. Постоянный переход по веб-ссылкам (*web surfing*) обеспечивает молодым интернет-пользователям, с несформировавшейся еще нервной системой, информационный поток, провоцирующий характерные черты поколение Z: повышенную возбудимость, впечатлительность, гиперактивность, многозадачность.

Перенасыщенность интерактивными социальными практиками парадоксально сочетается у них с погружённостью в себя, созданием собственного жизненного пространства, неслучайно Н. Хоув и В. Штраус назвали это поколение «хоумлендрами» (“Homelander”), акцентируя внимание на их личностном самоопределении и самовыражении, стремлении к защите собственного мироощущения: «это свободолюбивые молодые люди, не доверяющие никому, в том числе обычным авторитетам и власти» [12, с. 98]. Более того, по данным кросс-культурного исследования, 64% «зумеров» не доверяют и Интернету, считая его «сложным и суровым местом», но вынуждены в нем «обитать» [10]. В тоже время они открыты к конструктивному общению, сотрудничеству и взаимопомощи, не забывая при этом об личном комфорте как условии саморазвития и личной независимости.

Поколение Z не умеет выстраивать долгосрочные жизненные стратегии, игровые поведенческие модели переносятся в офлайн, что исключает адекватное восприятие реальности. Они не любят «много думать»: «Чрезмерное мышление истощает ум. Оно может заставить вас чувствовать, что вы застряли на одном месте. Излишнее мышление может заманить мозг в ловушку цикла беспокойства, когда умственное пережевывание становится таким же естественным, как дыхание» [5, с.12]. Отсюда, основная особенность Z-пользователей интернета – *клиповое мышление* – проявляется в восприятии информации в виде коротких, быстро сменяющихся кадров (т.н. «высокоразвитых 8-секундных фильтров»), что увеличивает скорость их реакции, позволяет быстрее обрабатывать большие объемы информации и принимать решения в кризисных ситуациях [13].

Поколение Z быстрее старших поколений ориентируется в огромном потоке разнообразной информации, иначе воспринимает окружающий мир сквозь призму разрозненных информационных единиц («клипов»). Основой для их коннотации являются ассоциативные связи, «вольные» интерпретации, знаково-символическая визуализация, т.е. человек не столько аналитически осваивает те или иные информационные кейсы, сколько «видит» их определенным образом, «считывает» на уровне образного мышления. Отсюда такие свойства клипового сознания, как символизм, гипертекстуальность, полифоничность, мозаичность [2, с. 29].

Быстрая обработка часто разрозненной и противоречивой информации позволяет гибко приспосабливать ее к реалиям, мобильно переключаться между информационными потоками и одновременно выполнять сразу несколько задач. Такая многозадачность позволяет им активно заниматься социальным творчеством (блоги, стримы и т.п.). Однако, «отсутствие четких представлений о причинно-следственных связях, в том числе по отношению к результатам собственной деятельности, способствует формированию относительной безответственности, безотчетности и раскованности как мышления, так и действий, – своего рода инфантилизма, жизненно необходимого для подлинно свободного и эффективного социального творчества» [3, с. 60]. Тем самым, «зумеры» уже с ранних лет оказываются на вершине «пирамиды Маслоу», что часто становится объективным барьером межпоколенного взаимодействия.

Маркетологи первыми переосмысли классическую пирамиду потребностей Абрахама Маслоу и предложили новую модель на основе анализа социально-психологических характеристик поколения Z в онлайн и личном жизненном пространстве (рис. 2).

Потребности Поколения Z являются *фиджитальными*, так как сочетают в себе опыт молодых людей как в онлайн среде, так и в реальной жизни. На этапе первичной социализации они получают информацию о реальной жизни главным образом в онлайн сообществах (фандомах), участники которого объединены определенными интересами и идентифицируют себя с ним. Цифровое сообщество становится продолжением Я-концепции «зуммера», частью его самоидентификации.

Рисунок 2 – Фиджитальная пирамида потребностей Поколения Z [13]

«Зумеры» выросшие в условиях конвергенции онлайн и офлайн-миров легко ориентируются в интернет-пространстве, имеют сформированные навыки поиска и обработки информации, не видят смысла в заучивании учебной информации, которые легко можно найти с помощью Google. Непонимание этого факта педагогами порождает у молодежи отрицательное отношение к формальным институтам образования. Поэтому, современной системе образования необходимо срочно и четко сформулировать эффективные стратегии для поколения Z.

В этой связи, с учетом цифровой грамотности поколения Z важно пересмотреть форматы презентации учебного материала и способы взаимодействия с обучающимися. «Цифровые аборигены» в силу вышеописанных социально-психологических характеристик предпочитает традиционному моно-формату общения с учителем *интерактивный и визуальный контент*. Для презентации учебного материала следует ориентироваться на особенности восприятия зумеров: клиповое (визуальное) мышление, многозадачность и т.п. Они лучше воспринимают учебную информацию через короткие видеоролики их YouTube, интерактивные задания, квесты и симуляции, позволяющие им проявлять свои способности в поиске и анализе информации. Мыслительный процесс этого поколения базируется в данном случае не на рациональном анализе, а на интуитивной работе с образами, символами и фрагментированной информацией. Тем самым креативная и субъективная интерпретация информации часто становится важнее их объективной сущности.

Молодые люди в цифровом мире привыкли получать информацию мгновенно, легко ориентируясь в цифровых ресурсах, поэтому при создании системы взаимодействия с поколением Z важно структурировать учебный материал следующим образом:

1) разделять его на смысловые части, требующих навыков анализа и интерпретации учебной информации без больших временных затрат;
2) для объяснения учебного материала использовать не только вербальные, но визуальные средства (схемы, инфографику, видеоролики и т.п.);
3) обучать учащихся фиксировать значимые фрагменты учебного материала в формате таймлайна или скейчноутинга – современных форм аналитико-синтетического конспекта;
4) активнее использовать разнообразные формы исследовательско-поисковой (проектной) деятельности, где реализуется подход «смотреть – осознавать – воображать – показать другим»;
5) наравне с дополнительной научной литературой шире использовать сетевые ресурсы, которые в интересной и доступной форме транслируют содержание необходимое к освоению.

При этом следует помнить, что поколение Z в период обучения «больше всего ценят получение интересной информации, позитивных эмоций и ярких впечатлений, возможность самореализации, гибкого включения в учебный процесс, мобильность и свободу выбора» [5, с. 25]. Отсюда большие затруднения у современных студентов с систематической работой с научной литературой, выполнение творческих заданий, требующих критического мышления и логического анализа, запоминания большого объёма учебной информации. В условиях устойчивого доступа к интернету долговременная память заменяется *транзактивной памятью* – особым видом памяти, основанным на временном запоминании того, где находить необходимый материал и как к нему добраться. По окончанию работы информация быстро забывается, что снижает способности к *произвольной вербальнологической памяти*. Вот почему учебное занятие необходимо конструировать в разумном сочетании офлайн и онлайн обучения, а также активном использовании форм и видов, поддерживающих познавательную мотивацию обучающихся: дискуссии, кейс-задания, деловые игры и т.п. Подобного рода «обучение через действие» ведет к ориентации на рефлексивные практики, когда непременным атрибутом современного обучения должны стать саморефлексия, само- и/или взаимооценка.

Потребность в саморегуляции своей деятельности и учёбы особо ценна для «зумеров», находящихся под воздействием огромного потока информации, и, как следствие, в состоянии «*постоянного рассеянного внимания*». Проблемы с концентрацией внимания современного поколения обучающихся актуализируют совершенствование системы оценки и контроля знаний. Балльно-рейтинговая система сегодня уже не удовлетворяет педагогическую практику, требуется проектирование такой образовательной среды, которая позволяла бы обучающимся выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, позволяющую гибко и эффективно распределять время для учебы и отдыха, варьировать формы учебной работы, сосредотачивать внимание на выполнение конкретных целей и задач.

Для «зумеров» чрезвычайно важно достижения личного успеха, т.е. конкретного результата «здесь и сейчас». Поэтому они ценят возможность самостоятельно контролировать свой учебный процесс – выбирать темп, формат, интересующие темы. Они, не дожидаясь помощи педагога, активно погружаются в поиск нужной информации в интернете, особенно, если они понимают, как эти знания пригодятся им в жизни или при построении своей профессиональной карьеры. От преподавателя они ждут быстрой и регулярной обратной связи, чтобы видеть свой прогресс. Отсюда стремление к открытому и неформальному диалогу, понимание практических целей учебного взаимодействия. Они, как правило, способны гибко подстраиваться под требования конкретного преподавателя, но апелляция к «требованиям учебной дисциплины» в общении с ними практически бесполезна.

Несмотря на тягу к самостоятельности, «зумеры» любят учиться вместе с другими, обмениваться идеями и получать обратную связь. Самореализация через *геймификацию учебного процесса* наиболее востребована молодым поколением, особенно когда игровые алгоритмы эффективно сочетаются с проблемной, исследовательской, тренинговой направленностью учебных занятий. Познавательная активность в условиях геймификации создает творческую атмосферу, стимулирует образное мышление и эмоциональный интеллект «зумеров». Все это идеально отвечает психологическим особенностям поколения Z.

Выводы. Конструкт «когнитивная социализация» в современных условиях исследуется через призму как традиционных каналов социализации, так и цифровых технологий, медиапространства, значительно дополняющих образ жизни и повседневность молодежи. Выделяются ключевые для формирования личности поколения «зумеров» социально-психологические маркеры: «техническая подкованность», гиперподключенность к интернету, смешанная реальность, «клиповое сознание», «виртуальное мышление» и «эмоциональный интеллект». Цифровая социальность встраивается в когнитивную сферу «зумеров», расширяя ядро личности (Я) молодого человека, что требует переосмысление не просто изучения личностных и когнитивных изменений у представителей поколения Z, а смены педагогических парадигм и новых дидактических моделей образования. Когнитивная педагогика должна адаптировать образовательный процесс к требованиям современной социотехнологической среды и цифрового поколения. Чтобы эффективно обучать поколение Z, традиционные методы должны быть скорректированы:

Интеграция технологий: использование интерактивных досок, обучающих платформ, блогов и чатов для обсуждения.

«Микрообучение»: предоставление информации короткими, концентрированными порциями, чтобы поддерживать внимание.

Гибридное обучение: сочетание традиционных занятий с онлайн-курсами и самостоятельным изучением.

Проектный подход и геймификация: включение игровых и творческих элементов для повышения вовлеченности.

Роль преподавателя: педагог выступает не как единственный источник знаний, а как мудрый наставник, помогающий ориентироваться в информационном потоке и стимулирующий любознательность.

Актуальность контента: привязка учебного материала к реальным проблемам и социальным вопросам, которые важны для зумеров.

Инновационные методы и средства обучения способны не только заинтересовать «зумеров» в новых знаниях и компетенциях, но и послужить основой для разработки эффективных образовательных программ. Наиболее эффективной моделью построения образования для поколения Z является реально-виртуальное совместное конструирование знания на основе сократического метода. Таким образом, дигилизация образовательного пространства и закрепление интерактивного характера педагогического взаимодействия способствует обновлению высшей школы и успешной социализации новых поколений.

1. Войскунский, А.Е. Психология и Интернет. – Москва : Акрополь. 2010. – 238 с.

2. Ершова, Р.В. Психологические особенности цифрового поколения: от теории к практике исследования / Р.В. Ершова, Т.М. Корягина. – Коломна, 2021. – 229 с.

3. Лопатина, Е.А. Современные зарубежные концепции социализации / Е.А. Лопатина // Социально-гуманитарные знания. – 2015. – № 9. – С. 218–223.

4. Малетин, С.С. Особенности потребительского поведения поколения Z / С.С. Малетин. – DOI: 10.18334/гр.18.21. 38560 // Российское предпринимательство. – 2017. – Том 18. – № 21. – С. 3347–3360.

5. Пономарев, М.В. Когнитивная культура поколения Z как фактор развития современных педагогических систем / М.В. Пономарев, А.В. Клименко, С.Ю. Рафалюк. – DOI: 10.31862/2500-297X-2024-1-9-27 // Педагогика и психология образования. – 2024. – № 1. – С. 9–27.

6. Проблемы социализация молодежи в условиях COVID-19 // Современная зарубежная психология. – 2021. – Том 10. – № 3. – С.44–51.

7. Солдатова, Г.У. Социально-когнитивная концепция цифровой социализации: новая экосистема и социальная эволюция психики / Г.У. Солдатова, А.Е. Войскунский. – DOI: 10.17323/1813-8918-2021-3-431-450 *// Журнал Высшей школы экономики. Психология. – 2021. – Т. 18. – № 3. – С. 431–450.*

8. Arnett, J.J. Broad and Narrow Socialization: The Family in the Context of a Cultural Theory / J.J. Arnett // Journal of Marriage and the Family. –1995. – Vol. 57(3). – P. 617–628.

9. Bandura, A. Growing primacy of human agency in adaptation and change in the electronic era / A. Bandura // European Psychologist. – 2020. – Vol. 7. – № 1. – P. 2–16. – DOI:10.1027//1016-9040.7.1.2

10. Gen, Z. Drives a New Era of Commerce: Community-First / Z. Gen. – Текст : электронный // Деловой Петербург. июль, 2024. – URL: https://adv.dp.ru/pokoleniez *(accessed: 02.08.2025).*

11. Higa, D. Meet Generation Z: The Digital Natives. Kaohana / D. Higa. – Текст : электронный. – URL: http://kaohana. windward.hawaii.edu/2016/02/meet-generation-z-the-digital-natives/(accessed: 12.09.2025).

12. Howe, N. Millennials. Rising: The Next Great Generation / N. Howe, W. Strauss. – N.Y. Knopf Doubleday Publishing Group. – 2000.

13. Oppong, T. Psychologists explain how to stop overthinking everything / T. Oppong. – Текст : электронный. – URL: https:// thomasoppong.com/psychologists-explain-how-to-stop-overthinking-everything/ (accessed: 19.09.2025).

14. Prensky, M. Digital natives, digital immigrants / M. Prensky. – Текст : электронный. – URL: https://is.muni.cz/el/fss/jaro2013/ ZUR589f/um/Prensky_2001_.pdf (accessed: 25.12.2023).

15. Small, G., Vorgan, G. Meet your i Brain / G. Small, G. Vorgan // Scientific American Mind. – 2008. – Vol. 19 (5). – P. 40–49.

16. Shay, M. Move Over Millennials: Generation Z Is The Retail Industry's Next Big Buying Group. Forbes / M. Shay. – Текст : электронный. – URL: https://www.forbes. com/sites/ibm/2017/01/12/move-over-millennials-generation-z-is-the-retail-industrys-next-

big-buying-group/#399760e02f0a (accessed: 22. 08.2025).

CHARACTERISTICS OF GENERATION Z'S COGNITIVE SOCIALIZATION IN THE CONTEXT OF DIGITALIZATION OF EDUCATION

Teslenko Alexander,
The Doctor of Pedagogical Sciences (RK),
Doctor of Sociological Sciences (RF), Professor
A. Myrzakhmetov Kokshetau University,
Juvenile Research Center,
Astana, Kazakhstan

Abstract. *This article analyzes the socio-psychological characteristics of the "zoomers" generation ("digital natives") and the specifics of their cognitive socialization. The purpose of this article is to identify the characteristics of the cognitive socialization of Gen Z representatives by analyzing their basic socio-psychological markers: tech savvy, hyperconnectivity to the internet, mixed reality, clip consciousness, virtual thinking and emotional intelligence. Adapting the educational process to the cognitive characteristics of "zoomers" and the demands of the modern socio-technological environment should be aimed at developing and implementing effective educational programs.*

It is concluded that innovative methods and means of teaching can not only interest "zoomers" in new knowledge and competencies, but also serve as a basis for developing effective educational programs. The most effective model for building education for Generation Z is real-virtual collaborative knowledge construction based on the Socratic method. The digitalization of the educational space and the consolidation of interactive pedagogical interaction contribute to the renewal of higher education and the successful socialization of new generations.

Keywords:*cognitive socialization, Generation Z, tech savvy, clip-based consciousness, virtual thinking, emotional intelligence, transactive memory, digitalization of education.*

For citation: Teslenko A. (2025). Characteristics of generation Z's cognitive socialization in the context of digitalization of education. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 7–15. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-7-15. – EDN OEWPNP.

Статья поступила в редакцию 02.09.2025.

УДК 373.5.091.2:316.7
EDN MCMDCF DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-16-25

ФЕНОМЕН СОЦИОКУЛЬТУРНОГО ПОДХОДА В ШКОЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Мамонтова Татьяна Сергеевна,
кандидат педагогических наук, доцент,
AuthorID: 511166,
ORCID: 0000-0001-7866-4964
e-mail: t.s.mamontova@utmn.ru
Ермакова Елена Владимировна,
кандидат педагогических наук, доцент,
AuthorID: 664531,
ORCID: 0000-0001-8405-1734,
e-mail: e.v.ermakova@utmn.ru
Ишимский педагогический институт им. П.П. Ершова (филиал)
ФГБОУ ВО "Тюменский государственный университет", г. Ишим, РФ

Аннотация. *Статья посвящена вопросу выявления теоретических предпосылок зарождения и практических результатов развития социокультурного подхода в школьном образовании. В работе выполнен анализ теоретических и практических исследований отечественных и зарубежных авторов, изучающих различные аспекты социокультурного подхода в образовании, с точки зрения сохранения и развития культуры общества и межкультурного взаимодействия в России и за рубежом. Авторами обоснованы теоретические предпосылки зарождения и практические результаты применения социокультурного подхода в школьном образовании. Основным результатом проведенного теоретического исследования стало выявление основных этапов становления и развития феномена социокультурного подхода в школьном образовании от зарождения до настоящего времени, когда в силу достаточной теоретической разработанности начинают появляться инновационные направления его реализации. Показан путь школы от автономного общественного учреждения, направленного на социальное воспитание подрастающего поколения, до образовательного центра, построенного на принципах социализации, индивидуализации, демократизации и этнопедагогики. В заключении статьи делается вывод о том, что феномен социокультурного подхода в образовании все еще продолжает видоизменяться и обновляться.*

Ключевые слова: *социокультурный подход, социокультурная направленность школьного образования, этапы развития социокультурного подхода.*

Для цитирования: Мамонтова, Т.С. Феномен социокультурного подхода в школьном образовании / Т.С. Мамонтова, Е.В. Ермакова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-16-25 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С.16–25. – EDN MCMDCF.

Введение. Социокультурный подход сегодня считается одним из важнейших направлений в социологии, психологии и педагогике. Он включает ключевые аспекты социокультурных контекстов в формировании человеческого восприятия, поведения и взаимодействия в социуме. Теоретические исследования последнего десятилетия рассматривают феномен социокультурного подхода с разных точек зрения: сохранение и развитие культуры общества и межкультурного взаимодействия, всестороннее развитие личности человека, воспитание патриотизма, гражданственности и национального самосознания, сохранение и передача будущим поколениям семейных и национальных традиций.

В условиях постоянного развития общества в целом, школьного образования и социокультурной среды обучаемого в частности, необходимо понимать особенности использования социокультурного подхода в современной школе с учетом исторических периодов его зарождения и трансформации.

Под социокультурным подходом в образовании многие исследователи (Н.И. Лапин [11], А.К. Лукина [13], Ю.М. Резник [16] и др.) понимают методологический подход, в котором обучение и развитие индивида рассматривается в контексте социальных, культурных и исторических факторов.

Если говорить о социокультурной направленности школьного образования, то следует выделить две его основные функции: социальная (вовлечение гомогенизированных индивидов в совместный образовательный процесс) и культурная (формирование и воспроизводство различных типов культур в социальном обществе) [15]. Однако, как показывает анализ имеющихся теоретических исследований по этому вопросу, значение социокультурного подхода в образовании значительно шире и вышло далеко за рамки социологии и культурологии, на стыке которых зародилось.

Цель проведенного исследования состоит в выявлении теоретических предпосылок зарождения и практических результатов применения социокультурного подхода в школьном образовании.

Материалы и методы. Для достижения поставленной цели использовался метод контент-анализа, на основе которого был проведен анализ отечественных и зарубежных источников, посвященных теме применения социокультурного подхода в образовании, а также анализ научных публикаций последних лет, раскрывающих теоретические предпосылки и практические потребности педагогического сообщества в совершенствовании социокультурного подхода применительно к школьному образованию. На основе выполненного анализа были определены и систематизированы основные периоды становления и развития феномена социокультурного подхода в школьном образовании.

Результаты и их обсуждение. Социокультурный подход в образовании начал формироваться в середине XX века, когда ученые начали осознавать важность культурных и социальных факторов в изучении человеческого поведения. В этот период начали появляться идеи о том, что личность и ее развитие не могут быть поняты и изучены без применения этого подхода в полной мере.

Предшественником социокультурного подхода принято считать школоведение, зародившееся в России на рубеже XIX–XX вв. и представляющее собой «отрасль педагогической науки, имеющей своей основной целью исследование содержания и методов управления школьным делом, раскрытие особенностей системы руководства школой, организации ее работы» [16, с. 821].

Впервые данное понятие появилось в работах педагогов Н.В. Чехова, В.И. Чарнолуского и Н.Н. Иорданского. Похожие работы можно было найти у В.А. Сухомлинского, Э.Г. Костяшкина, Ш.А. Амонашвили. Эти исследования непосредственно связывают традиции школоведения начала XX века с формированием социокультурного подхода в образовании в 1990-е годы.

В.П. Зинченко и Б.Г. Мещеряков к теоретикам социокультурного подхода относят, в том числе, Л.С. Выготского [7], который, занимаясь культурно-исторической психологией, выдвинул в свое время несколько значимых теоретических положений, таких как: идея «культурного посредничества» в развитии ребенка, акцент на социальной ситуации его развития и творческий характер психических процессов индивида.

Л.С. Выготский в своих исследованиях называл социальную среду «главным источником развития личности» [5]. Исходя из этой точки зрения, становится ясно, что качественно организованная социально-культурная среда оказывает значительное влияние на развитие личности ребенка.

В конце 1980-х – начале 1990-х годов понятие «социокультурный» приобрело особое значение в образовательной сфере благодаря работам ряда исследователей-теоретиков. Из области социологии и культурологии применение социокультурного подхода начинает переходить в сферу образования. Так, А.М. Цирульников, А.С. Русаков и др. использовали данное понятие при анализе и разработке образовательных моделей в рамках отдельных регионов и муниципалитетов [18].

Параллельно с упомянутыми исследованиями Е.Е. Шулешко применял социокультурный подход для исследования и продвижения системы дошкольного и начального школьного образования, основанной на социокультурном взаимодействии сверстников. Он видел суть социокультурного подхода в образовании в спонтанном развитии детского коллектива. Считал, что правильно организованная детская жизнь позволяет сформировать поколение, которое не только усваивает и передает культурное наследие, но и органично создает новые традиции для социума, в котором существует [20].

Несмотря на независимость данных исследований, авторы единодушно выделяли социокультурный аспект как определяющую характеристику своих образовательных концепций.

Один из ведущих представителей культурно-исторической психологии на Западе М. Коул, продолжатель и интерпретатор идей Л.С. Выготского, в своей работе рассматривал социокультурный подход как интегративную методологию для понимания когнитивного развития человека, происходящего в контексте культуры как медиатора [10]. Он подчеркивал, что развитие личности не может быть понято вне историко-культурного контекста, и настаивал на том, что инструменты культуры (в частности, язык, символические системы, технологии) не только сопровождают развитие, но формируют его структуру. То есть процесс развития человека опосредован культурными артефактами и институциональными практиками.

Культуру М. Коул считал не внешним фоном, а активной средой развития личности человека, который не просто «приспосабливается» к культуре, а «встраивается» в нее через усвоение моделей поведения, коммуникации и когнитивных стратегий, которые сложились исторически.

Исследования М. Коула сделали социокультурный подход чрезвычайно актуальным в эпоху глобализации, культурной гибридности и цифровых коммуникаций XX века.

Вслед за ним, Б. Рогофф впервые подошла к определению социокультурного подхода в образовании через концепцию «обучения через участие». В отличие от традиционного понимания обучения как передачи знаний от учителя к ученику, Б. Рогофф предложила посмотреть на развитие ребенка как на процесс вовлечения отдельного индивида в общую деятельность, принятую в конкретной культурной среде. Она также вводит понятие «обучающего взаимодействия», акцентируя внимание на социальной природе когнитивного развития. Такой подход находит применение в исследовании межкультурных различий в образовании, цифровых технологиях обучения, а также в проблематике инклюзивной педагогики [23].

Обучение, по мнению Б. Рогофф, осуществляется не в изоляции, а через включение в социальную практику – в семье, школе, обществе. Культура не просто «влияет» на развитие, а конструирует его: ребенок, включаясь в совместную деятельность, осваивает нормы, роли, модели мышления и поведения, принятые в данной культурной системе [23].

Развитие феномена социокультурного подхода в образовании можно отследить по работам А.Г. Асмолова, одного из ключевых представителей современной российской психологической науки, ученика В.В. Давыдова и продолжателя идей Л.С. Выготского. С его «подачи» на социокультурный подход начинают смотреть как на методологическую и гуманистическую основу образования и развития личности.

А.Г. Асмолов утверждает, что в условиях современного «миросозидания», когда культура стремительно меняется, социокультурный подход становится инструментом конструирования субъектности личности. Он акцентирует внимание на том, что личность не рождается как готовая структура, а становится личностью через усвоение и преобразование социокультурного опыта. В его интерпретации подход приобретает стратегическое значение: он необходим не только для анализа, но и для проектирования развивающих образовательных сред, способствующих самореализации и диалогу культур [1].

Дальнейшее развитие социокультурного подхода в образовании пошло по пути анализа многоаспектности рассматриваемого феномена и выявления возможностей применения основных принципов социокультурной направленности учебного процесса в практике отечественного и зарубежного школьного образования. Начало XXI века стало временем разработки множества направлений реализации выявленных возможностей с целью совершенствования взаимоотношений, адаптации и коммуникации в школьных и вузовских сообществах.

Э.М.А. Вега, М.Т. Фернандес, Дж.М.О. Маркос писали о необходимости использования в учебных заведениях различных профилей подготовки учащихся, связанных с разным уровнем социальных навыков детей в зависимости от их пола и национальности. Это, по мнению авторов, должно быть приоритетной целью образовательных программ обучения в Испании, средством обеспечения социальной и культурной интеграции современной школьной среды [25].

Среди отечественных авторов также находятся приверженцы данной точки зрения. Т.В. Суханова считает необходимым при проектировании учебных планов профильного обучения в старших классах учитывать не только социальный заказ на подготовку выпускников, но и региональную социально-экономическую ситуацию той или иной территории, а также социальные и культурные традиции конкретной образовательной организации [17].

А.К. Лукина в своем исследовании указывает на существенное влияние социально-экономических, этнических, территориальных и гендерных факторов на особенности ценностных ориентаций, поведение, деятельность и учебную успешность детей. На протяжении школьного образования выявленные различия только усиливаются, что приводит к необходимости учета в процессе обучения принадлежности детей к различным социально-культурным группам [13].

Таким образом, одной из ведущих идей реализации социокультурного подхода к образованию в школах становится разделение учащихся по тем или иным признакам (возрастные, гендерные, социокультурные, расовые и пр.) и применение к учащимся разных технологий и методов обучения.

С этого времени феномен социокультурного подхода в образовании стремительно развивается. Параллельно с идеей разделения учащихся по социокультурным признакам, появляются работы, в основу которых ложится идея социального, культурного и гендерного тимбилдинга в учебном процессе, выражающаяся в равенстве детей по возможностям, необходимости обучения в коллективе, команде, через активное сотрудничество и социальное смешение.

Российские авторы И.С. Клецина и Э.В. Давыдова в своем исследовании предприняли попытку развенчания трех довольно распространенных стереотипов, связанных с гендерными различиями обучающихся: 1) различия в психологии обучающихся разной половой принадлежности, влияющие на процесс обучения, 2) различия в профессиональных предпочтениях, влияющие на область интересов, в том числе в учебном процессе, 3) различия в социальных ролях юношей («добытчик») и девушек («заботливая мать и жена») в сфере семейных отношений [8].

Авторы приводят результаты собственного исследования, доказывающего, что подобные стереотипы в работе педагогов приводят к нежелательным последствиям: занижение оценки знаний и умений девочек и искажение причин учебных неудач мальчиков, навязывание профессиональных предпочтений обучающимся еще на этапе предпрофильной подготовки в школе, а также нежелательное изменение системы общественного разделения труда на фоне жесткой поляризации гендерных ролей и строгой стратификации поведения мужчин и женщин.

Концепции отказа от гендерных различий в процессе обучения детей и взрослых довольно распространены в работах зарубежных коллег. Так, еще С.Л. Бэм писала о том, что увеличение поведенческого репертуара черт, характерных для разных полов, подразумевает возможность андрогинному субъекту реагировать на более широкий спектр ситуаций и адаптироваться к ним в зависимости от контекста. Т.е. личность, воспитанная в среде постгендеризма, легче адаптируется, используя вариативность различных социальных ролей [3].

Т.В. Шершнева и И.К. Дигаленя также считают недопустимым навязывание мальчикам и девочкам разных ценностей, роли и поведения. Игнорирование данного требования приводит, по мнению авторов, к ограничению возможностей самореализации личности учащихся, проблемам в будущих семейных отношениях между мужчиной и женщиной, гендерному насилию, развитию ролевых конфликтов и т.п. [19].

Таким образом, на рубеже XX-XXI вв. появляются исследования, подвергающие критике разделение учащихся по расовым, национальным и культурным признакам, приводящие к идее поликультурной образовательной среды. А.И. Васильева пишет о преимуществах поликультурной образовательной среды в формировании национального самосознания детей и молодежи. Автор заявляет о необходимости комплексного воспитательного воздействия на ребенка в системе современного образования с учетом часто недооцененного потенциала ее поликультурной среды [4]. Условиями социально-культурной интеграции А.К. Лукина считает «сознательное проектирование поликультурного демократического уклада школьной жизни и специальную подготовку учителей» [13, с. 75].

Социокультурный подход в школьном образовании предполагает тесную связь учебной программы с реальной жизнью местного сообщества: его историей, обычаями, экономической деятельностью и ценностными ориентирами. Этот подход смещает фокус с анализа текущей ситуации на поиск нереализованного потенциала, с оценки имеющихся способностей обучающихся на раскрытие их возможностей. Такая переориентация способствует формированию демократичного образовательного процесса, открытого для разных точек зрения.

Уделение внимания специфике и потенциалу исторически сложившихся национально-культурных традиций в воспитании подрастающего поколения стало последнее время ключевым аспектом социокультурного подхода в образовательном процессе разных стран.

Так, Суято, Ю. Хидаях, Л. Септинингрум, И. Арпаннудин, говоря об особенностях проявления социокультурного подхода в образовании, предложили собственную модель совместного обучения обучающихся разных национальных конфессий для улучшения гражданских навыков XXI века. Эта модель включает в себя такие структурные компоненты, как сотрудничество обучающихся, их активное участие в учебном процессе и обязательный обмен знаниями, побуждающий к сотрудничеству в решении социальных проблем, понимании культурных различий и разработке совместных инновационных решений [24].

Н.Е. Щетинина подчеркивает роль региональной культуры в воспитательном процессе подрастающего поколения. Автор определяет воспитательный процесс в школе как социокультурный, построенный на традициях и инновациях культуры родного края [21].

Л.Р. Богатырева, изучая понятие этнопедагогики, отмечает значительный эффект влияния на развитие личности ребенка изучения и сохранения культурного национального опыта народа, фольклорных традиций, нравственно-этических устоев своей малой Родины [2].

Последнее десятилетие стало особенно «богатым» на теоретические и практические исследования в области инновационных механизмов применения социокультурного подхода в современном школьном образовании. Так, в России закономерно появляются первые общеобразовательные учреждения с этнокультурным компонентом [3, с. 6-21] и религиозным компонентом [7, с. 22-35] в системе государственного школьного образования. Анализ выявленных в ходе исследования работ по проблеме включения в школьное образование социокультурного подхода позволил посмотреть на этот феномен с точки зрения исторического развития в контексте его перехода из области социологии и культурологии в сферу образования.

Несомненно, на процесс развития социокультурного подхода в образовании оказывало влияние множество факторов. Например, в работе С.В. Кодрле представлена периодизация генезиса социокультурного подхода в контексте развития частного школьного образования в России [9]. Л.А. Липская видит в основе развития социокультурного подхода общие трансформации социокультурной окружающей среды [12]. Н.Б. Михайлова, М.Т. Баймуханова, Е.Т. Марат считают социокультурный подход основой социализации личности и связывают его развитие с процессом развития социальных институтов общества [22].

Однако для понимания важности и неизбежности использования социокультурного подхода в школьном образовании необходимо было выявить теоретические предпосылки его зарождения, развития и трансформации с позиций развития самого школьного образования. Это стало основным результатом проделанной нами работы.

Выделим основные периоды становления и развития феномена социокультурного подхода в школьном образовании:

1 период. Зарождение подхода с появлением педагогических работ, посвященных школоведению, как исследованию содержания и методов управления школьным образовательным процессом с позиций культурных и социальных факторов в изучении человеческого поведения.

2 период. Становление подхода с появлением работ, посвященных организации и совершенствованию социально-культурной среды школьного образования, влияющей на процесс гармоничного развития как конкретной личности ребенка, так и целого коллектива.

3 период. Развитие подхода через разработку и внедрение муниципальных и региональных образовательных моделей систем дошкольного, начального, основного и среднего школьного образования.

4 период. Расширение сферы применения подхода через разработку направлений реализации возможностей применения основных принципов социокультурной направленности учебного процесса для совершенствования взаимоотношений, адаптации и коммуникации в школьных и вузовских сообществах.

5 период. Совершенствование подхода через исследование возможностей поликультурной образовательной среды, построенной на принципах демократизации учебного процесса, в формировании гражданственности и национального самосознания детей и молодежи.

6 период. Появление инновационных направлений реализации социокультурного подхода в образовании: этнокультурное образование, этнопедагогика, конфессиональные школы и образовательные центры в системе общего и дополнительного школьного образования.

Перечисленные этапы удобно представить в формате таблицы, в которую мы поместили этапы и периоды развития социокультурного подхода в образовании, основные понятия, связанные с процессом развития подхода на том или ином этапе, и результаты внедрения подхода в школьное образование (табл. 1).

Таблица 1 – Периоды зарождения и развития феномена социокультурного подхода в образовании

№	Период развития социокультурного подхода	Понятия, появившиеся на данном этапе развития	Результат развития социокультурного подхода
1.	Зарождение социокультурного подхода, конец XIX – начало XX вв.	Школоведение, народное образование, школьные советы, социальное воспитание, детская среда	Школа как автономный общественный и хозяйственный механизм, существующий на принципах правовой базы образования
2.	Становление социокультурного подхода, 1920-1970 гг.	Социально-культурная среда развития личности ребенка, гуманизм, индивидуальное сопровождение ребенка, внутренняя мотивация, нравственные ориентиры	Школа как институт воспитания духовно богатой, всесторонне развитой, гармоничной, счастливой личности ребенка
3.	Развитие социокультурного подхода, 1970-1990 гг.	Общественные инициативы в образовании, вариативность образования, школьное самоуправление, социокультурное реформирование образования, образовательный ресурс, педагогический потенциал	Школа как площадка для внедрения муниципальных и региональных образовательных моделей систем дошкольного, начального, основного и среднего школьного образования
4.	Расширение сферы применения социокультурного подхода, 1990 гг. – 2000 гг.	Культурно-историческая психология и педагогика, обучающее взаимодействие, социальная природа развития	Школа, построенная на принципах этнопсихологической теории социализации личности ребенка
5.	Совершенствование социокультурного подхода, 2000-2010 гг.	Практическая психология образования, программы дополнительного образования детей, профориентация и психологическая поддержка ребенка, межкультурный диалог,	Школа как преадаптивная модель образования, направленная на обучение учащихся «умению учиться», адаптироваться к новым условиям и изменениям жиз-

		саморазвитие	ни, быть «универсальным»
6.	Появление инновационных направлений реализации социокультурного подхода, 2010 гг. – настоящее время	Этнокультурное образование, этнопедагогика, конфессиональные школы и образовательные центры в системе общего и дополнительного школьного образования, демократичность образования	Школа как центр межкультурных связей, выстраивающая в соответствии с образовательной политикой государства социокультурный характер воспитательного процесса, построенного на традициях и инновациях культурного национального опыта и нравственно-этических устоев своего народа

Выводы и заключение. К теоретическим предпосылкам зарождения социокультурного подхода в школьном образовании следует отнести: осознание обществом важности культурных и социальных факторов в изучении человеческого поведения, понимание социальной направленности развития личности ребенка, повышение роли социальной среды в его воспитании и развитии.

В условиях развития социокультурного подхода в образовании менялось и само школьное образование. От автономного общественного учреждения, направленного на социальное воспитание подрастающего поколения, школа в период почти векового развития видоизменилась до образовательного центра, построенного на принципах социализации, индивидуализации, демократизации и этнопедагогики.

Результатом внедрения социокультурного подхода в школьное образование стало решение ряда социальных и культурных задач, таких как: духовное воспитание и развитие подрастающего поколения, эффективная социализация личности ребенка, совершенствование социокультурной среды школы.

Очевидно, что феномен социокультурного подхода в образовании продолжает видоизменяться и обновляться. Совершенствуются методы и направления реализации социокультурного подхода в современном образовании с учетом новых требований к процессу воспитания и развития личности ребенка и реалий развития человеческого общества в целом.

1. *Асмолов, А.Г. Психология личности. Культурно-историческое понимание развития человека / А.Г. Асмолов. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Смысл, 2007. – 526 с.*
2. *Богатырева, Л.Р. Влияние этнопедагогики на духовно-нравственное становление личности / Л.Р. Богатырева // Гуманитарные и социально-политические проблемы модернизации Кавказа, Магас, 19–23 мая 2021 года. Выпуск IX. – Назрань: ООО "КЕП", 2021. – С. 168–172.*
3. *Бем, С.Л. Линзы гендера. Трансформация взглядов на проблему неравенства полов: [монография] / Сандра Липсиц Бем ; [пер. с англ. Д. Викторовой]. – Москва : РОССПЭН, 2004 (ГУП ИПК Ульян. Дом печати). – 331 с.*
4. *Васильева, А.И. Поликультурный диалог как механизм воспитания национального самосознания в системе современного дополнительного образования / А.И. Васильева // Актуальные проблемы преподавания национальных языков и литератур : сб. научных трудов по итогам Международной научно-практической конференции, посвященной 70-летию кандидата педагогических наук, доцента З.Н. Якушкиной / отв. ред. А.Д. Ахвандерова, О.А. Дмитриева. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2020. – С. 29–35.*
5. *Выготский, Л.С. Психология развития человека / Л.С. Выготский. – Москва : Изд-во Смысл; Изд-во Эксмо, 2005. – 1136 с.*
6. *Демидов, Г.В. Религиозное образование, светскость, секуляризация / Г.В. Демидов // Межэтнические и межконфессиональные отношения в образовании : Дайджест информационных и учебных материалов / Сост. Ю.А. Горячев, В.Ф. Захаров, под общей*

редакцией А.А. Шевцовой, Е.А. Омельченко. – Москва : Московский педагогический государственный университет, Этносфера, 2022. – 88 с. – (Этнокультурное образование ; Выпуск 3).– DOI 10.31862/9785426311497.

7. К авторам и читателям журнала / В.П. Зинченко, Б.Г. Мещеряков, В.В. Рубцова, А.А. Марголис // Культурно-историческая психология. – 2005. – № 1. – С. 10–11.

8. Клецина, И.С. Гендерные стереотипы и их проявление в деятельности школьных педагогов / И.С. Клецина, Э.В. Давыдова. – DOI 10.33910/herzenpsyconf-2020-3-60 // Герценовские чтения: психологические исследования в образовании. – 2020. – № 3. – С. 349–356.

9. Кодрле С.В. Периодизация социокультурного генезиса российского частного школьного образования (XI век – 20-е годы XXI века) / С.В. Кодрле // Педагогика. Вопросы теории и практики. – 2024. – Т. 9. – Вып. 2. – С. 121–129.

10. Коул, М. Культурно-историческая психология: наука будущего М. Коул ; Пер. с англ. Ю.И. Турчаниновой, Э.Н. Гусинского, науч. ред. Н.Н. Корж. – Москва : Педагогика, 1997. – 431 с. Серия: Библиотека зарубежной психологии.

11. Лапин, Н.И. Социокультурный подход и социетально-функциональные структуры / Н.И. Лапин // Социологические исследования. – 2000. – № 7. – С. 3–12.

12. Липская Л.А. Интеграция синергетического и социокультурного подходов в социально-гуманитарном образовании / Л.А. Липская // Вестник Южно-Уральского государственного университета. – Серия: Образование. Педагогические науки. – 2023. – Т. 15. – № 4. – С. 5–13.

13. Лукина, А.К. Культурные различия и учебная успешность школьников / А.К. Лукина. – DOI 10.24888/2073-8439-2019-49-1-75-82 // Психология образования в поликультурном пространстве. – 2020. – № 1(49). – С. 75–82.

14. Милосердова, О.Ю. Образование и качество образования в контексте социокультурного подхода / О.Ю. Милосердова // Вестник Тамбовского университета. Серия: Общественные науки. – 2017. – Т. 3, № 4(12). – С. 36–41.

15. Педагогическая энциклопедия / Глав. ред. И.А.Каиров, Ф.Н. Петров. – Т. 4. – Москва : Советская энциклопедия, 1968. – 912 с.

16. Резник, Ю.М. Социокультурный подход как методология исследований / Ю.М. Резник // Вопросы социальной теории. – 2008. – Т. 2. – № 1 (2). – С. 305–328.

17. Суханова, Т.В. Социокультурные и аксиологические основания создания учебных планов профильных классов / Т.В. Суханова. – DOI: 10.24412/2071–6427–2023–6–33–45 // Ценности и смыслы. – 2023. – № 6 (88). – С. 33–45.

18. Цирульников, А.М. Инновационные комплексы в сфере образования. Рекомендации по созданию и управлению / А.М. Цирульников, А.С. Русаков, М.М. Эпштейн. – Москва : Агентство образовательного сотрудничества, 2009. – 284 с.

19. Шершнева, Т.В. Истоки гендерных стереотипов и сексизма в СССР и на постсоветском пространстве / Т.В. Шершнева, И.К. Дигаленя // Ракурс развития гендерных отношений в современном мире : материалы Международной научно-практической конференции. Забайкальский государственный университет. НАО «Медицинский университет Семей»; редактор С.Т. Кохан. – Чита : ЗабГУ, 2022. – С. 151–155.

20. Шулешко, Е.Е. Понимание грамотности. О педагогическом решении проблем преемственности в начальном образовании детей от пяти до одиннадцати лет : учебное пособие / Е.Е. Шулешко. Кн. 1. Условия успеха. – Санкт-Петербург : Образовательные проекты, 2011. – 287 с.

21. Щетинина, Н.Е. Региональная культура Ставрополья в воспитании подрастающего поколения / Н.Е. Щетинина // Вопросы педагогики. – 2022. – № 8(1). – С. 129–133.

22. Mikhailova, N.B. Features of personality socialization by means of self-knowledge / N.B. Mikhailova, M.T. Baimukhanova, E.T. Marat // Bulletin of the Karaganda university. Pedagogy series. – 2020. – № 2 (98). – P. 63–70.

23. Rogoff, B. The Cultural Nature of Human Development / B . Rogoff. – Oxford : Oxford University Press, 2003. – 434 p.

24. Suyato, Hidayah, Applying a Collaborative Learning Model to Improve 21st Century Civic Skills / Suyato, Hidayah, Y., Septiningrum, L., Arpannudin, I. // Journal of Educational Research and E-Learning. – 2024. – No. 11 (3). – P. 456–463. – URL: https://doi.org/10.20448/jeelr.v11i3.5753.

25. Vega, E.M.A. Social skills in primary education: Influential variables in intercultural contexts / Vega, E.M.A., Fernandez, M.T., Marcos, J.M.O.// Journal of Education and E-Learning Research. – 2024. – No. 11(3). – P. 539–547. – URL: https://doi.org/10.20448/jeelr.v11i3.5887.

THE PHENOMENON OF SOCIOCULTURAL APPROACH IN SCHOOL EDUCATION

Mamontova Tatyana,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Ermakova Elena,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Ishim Pedagogical Institute named after. P.P. Ershov (branch)
Tyumen State University, Ishim, Russian Federation

Abstract. *This article explores the theoretical underpinnings of the emergence and practical implications of the development of a sociocultural approach in school education. The paper analyzes theoretical and practical research by Russian and international authors exploring various aspects of the sociocultural approach in education, from the perspective of preserving and developing the culture of society and intercultural interaction in Russia and abroad. The authors substantiate the theoretical underpinnings of the emergence and practical implications of the sociocultural approach in school education. The primary outcome of this theoretical study is the identification of the key stages in the formation and development of the sociocultural approach in school education, from its inception to the present, when, due to its substantial theoretical development, innovative approaches to its implementation are beginning to emerge. The paper charts the school's evolution from an autonomous public institution focused on the social education of the younger generation to an educational center built on the principles of socialization, individualization, democratization, and ethnopedagogy. In conclusion, the article concludes that the phenomenon of the sociocultural approach in education continues to change and be updated.*

Keywords*: sociocultural approach, sociocultural orientation of school education, stages of development of the sociocultural approach.*

For citation: Mamontova T., Ermakova E. (2025). The phenomenon of sociocultural approach in school education. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4 (68), pp. 16–25. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-16-25. – EDN MCMDCF.

Статья поступила в редакцию 02.10.2025.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

УДК 378.016:514
EDN BWSBOD DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-26-32

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ: РАСШИРЕНИЕ БАНКА МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ЗАДАЧ

Багоутдинова Альфия Гиззетдиновна,
кандидат технических наук,
Author ID: 666943,
ORCID: 0000-0001-6591-2914
e-mail: bagoutdinova@rambler.ru
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», г. Казань, РФ

Аннотация. *В статье предлагается дополнить банк задач по геометрической вероятности заданиями, формулируемыми с привлечением комплексных чисел. Актуальность работы обусловлена небольшим объемом традиционного банка задач по геометрической вероятности и слабым использованием междисциплинарных связей в учебной литературе.*

Основная идея состоит в преобразовании классических задач, связанных с построением геометрических объектов на комплексной плоскости в задачи на вычисление геометрической вероятности.

Это позволяет закрепить знания студентов по трем разделам математики: теории вероятностей, комплексному анализу и аналитической геометрии. В работе представлена систематизированная подборка из 30 задач разного уровня сложности и подробно разобраны ключевые примеры, демонстрирующие педагогическую ценность подхода к формированию целостного математического мышления. Практическая значимость подтверждается апробацией материалов в учебном процессе со студентами инженерно-технических специальностей.

Ключевые слова: *геометрическая вероятность, комплексная плоскость, междисциплинарный подход, банк задач, методика преподавания, теория вероятностей, комплексные числа, математическое образование.*

Для цитирования: Багоутдинова, А.Г. Геометрическая вероятность на комплексной плоскости: расширение банка междисциплинарных задач / А.Г. Багоутдинова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-26-32 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 26–32. – EDN BWSBOD.

Введение. Геометрическая вероятность является важным разделом теории вероятностей, поскольку задачи, связанные с ней, служат основой для глубокого понимания непрерывных распределений [1].

Несмотря на свою важность, круг задач по данной теме, предлагаемых в базовых учебниках, остается ограниченным и зачастую не демонстрирует связей с другими разделами математики. Это, в свою очередь, мешает формированию у студентов целостного восприятия математики и понимания универсальности её методов.

Проблема установления междисциплинарных связей при изучении геометрической вероятности затрагивается и в контексте школьного образования. В частности, в работе [9] убедительно показано, как решение задач на геометрическую вероятность позволяет укрепить связи между алгеброй, геометрией и началами анализа в школьном курсе математики.

Эта проблема является частным случаем общей проблемы реализации межпредметных связей (МПС) в высшем образовании, которая признается в педагогической науке как значимая и актуальная [4; 7]. Исследователи отмечают, что МПС объединяют в единое целое структурные элементы учебного процесса и способствуют повышению его эффективности. Особую остроту эта проблема приобретает именно в высшей школе, для которой традиционно свойственно изолированное изучение дисциплин. Одним из эффективных путей решения данной проблемы является создание систем задач прикладного и междисциплинарного характера [7, 11].

В данной работе предлагается методика, которая трактует составление банка задач по геометрической вероятности на комплексной плоскости как реализацию принципа межпредметных связей. Эта идея призвана преодолеть разобщенность между курсами теории вероятностей, комплексного анализа и аналитической геометрии.

Мы предлагаем развить данную методику для высшей школы, используя аппарат комплексных чисел. Комплексные числа, представляемые в виде $z = x + iy$, естественным образом интерпретируются как точки на плоскости с координатами (x, y).

Это позволяет использовать их для описания различных геометрических объектов, таких как линии и области на плоскости [3]. Следовательно, задачи, связанные с построением множеств точек на комплексной плоскости, можно преобразовать в задачи на вычисление геометрической вероятности.

Цель статьи – *показать, как традиционные задачи на построение линий и областей на комплексной плоскости могут быть эффективно преобразованы в содержательные задачи на вычисление геометрической вероятности, а также разработать банк задач различного уровня сложности.*

Для достижения цели поставлены следующие задачи:

1. Классифицировать типы множеств на комплексной плоскости, пригодные для постановки задач на геометрическую вероятность.
2. Разработать и систематизировать комплект из 30 задач различного уровня сложности.
3. Продемонстрировать на конкретных примерах, как предложенные задачи способствуют актуализации знаний и установлению междисциплинарных связей.

Практическая значимость работы заключается в создании готового к использованию методического инструментария для преподавателей, способного повысить эффективность освоения материала и глубину понимания связей между различными математическими дисциплинами.

Материалы и методы. Определение геометрической вероятности формулируется следующим образом: если точка равномерно выбирается из области $\Omega \subset R^n$, то вероятность её попадания в подобласть $\mathrm{A} \subset \Omega$ вычисляется как отношение мер:

$$P(A) = \frac{\mu(\mathrm{A})}{\mu(\Omega)},$$

где μ – мера области в R^n (длина в R^1, площадь в R^2, объём в R^3) [2].

Рассмотрим преобразование традиционной задачи в вероятностную на следующем примере.

Традиционная формулировка [8]. Определить вид кривой, заданной комплексным соотношением: $|z + 2 - i| = 2$.

Вероятностная интерпретация. Комплексное число $z = x + iy$ выбирается случайным образом в круге радиуса 5 с центром в начале координат. Найти вероятность того, что z удовлетворяет условию:

$$|z + 2 - i| \le 2.$$

Данный пример демонстрирует переход от классической задачи на построение геометрических объектов к задаче на вычисление геометрической вероятности.

Методика решения подобных задач включает три последовательных этапа:

1. Определение вероятностного пространства. Задается область Ω на комплексной плоскости, из которой равномерно выбирается случайная точка $z = x + iy$. На практике это часто стандартные области: круг $|z| \le R$, квадрат $a \le \operatorname{Re} z \le b,\ c \le \operatorname{Im} z \le d$ или кольцо $r \le |z| \le R$.

2. Формулировка условия. Событие A записывается с использованием операций над комплексными числами (модуль, аргумент, алгебраические преобразования и т.д.).

3. Вычисление вероятности. Определяются мера μ(Ω) и мера μ(A), после чего вероятность находится как их отношение.

Рассмотрим несколько примеров, систематизированных по уровню сложности и используемому математическому аппарату.

Задачи базового уровня (использование основных геометрических фигур).

Задача 1. Комплексное число z случайным образом выбирается из круга $|z| \le 2$. Найти вероятность того, что $|z - 1| \le 1$.

Методический анализ:

– Вероятностное пространство Ω: круг радиуса 2, $\mu(\Omega) = 4\pi$.

– Событие A: условие $|z - 1| \le 1$. задает круг радиуса 1 с центром в точке $z = 1$. Эта область целиком лежит внутри Ω (рис. 1).

– Вычисление меры: $\mu(A) = \pi$. Для нахождения вероятности требуется только знание формулы площади круга.

– Вероятность: $P(A) = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$.

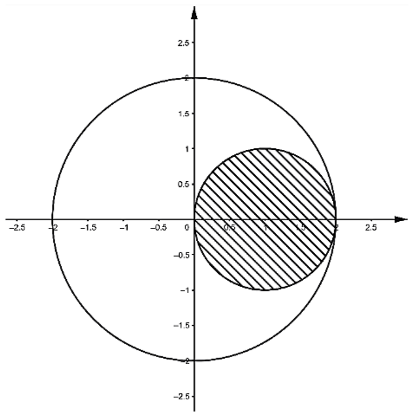

Рисунок 1 – Круги $|z| \le 2$ *и* $|z - 1| \le 1$

Дидактический комментарий: задача укрепляет понимание геометрического смысла модуля и служит базовым примером связи геометрической вероятности с комплексными числами.

Задачи среднего уровня (требующие алгебраических преобразований).

Задача 2. Действительная и мнимая части комплексного числа z независимо и равномерно выбираются из отрезка [0, 2]. Найти вероятность того, что

$$|z|^2 \le 2\operatorname{Re} z.$$

Методический анализ:

– Вероятностное пространство Ω: квадрат $0 \le x \le 2$, $0 \le y \le 2$, $\mu(\Omega) = 4$.

– Событие A: условие $|z|^2 \le 2\operatorname{Re} z$ эквивалентно $x^2 + y^2 \le 2x$. После выделения полного квадрата получаем $(x - 1)^2 + y^2 \le 1$. Это круг радиуса 1 с центром в точке (1, 0).

– Вычисление меры: благоприятная область - полукруг (рис. 2), лежащая в первой четверти (поскольку $x, y \geq 0$), $\mu(A) = \frac{\pi}{2}$.

– Вероятность: $P(A) = \frac{\pi/2}{4} = \frac{\pi}{8}$.

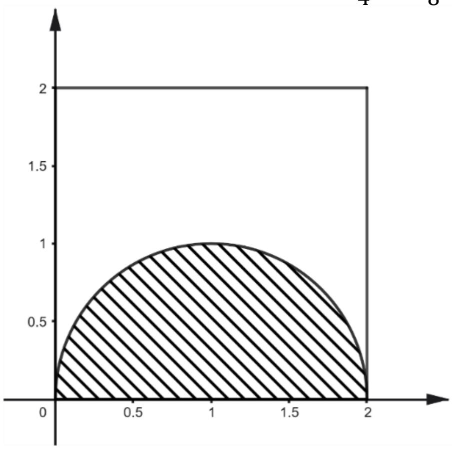

Рисунок 2 – Квадрат и полукруг
$(x-1)^2 + y^2 \leq 1$

Дидактический комментарий: задача способствует формированию навыка перевода условия с языка комплексных чисел на геометрический язык и требует анализа взаимного расположения фигур.

Задачи продвинутого уровня требуют знаний из математического анализа и аналитической геометрии.

Задача 3. Комплексное число $z = x + iy$ выбирается случайным образом из квадрата $\Omega = \{-2 \leq \mathrm{Re}\, z \leq 2, -2 \leq \mathrm{Im}\, z \leq 2\}$. Найти вероятность того, что выполняется условие

$$|z-1| + |z+1| \leq 4.$$

Методический анализ:

– Вероятностное пространство Ω: квадрат со стороной 4, $\mu(\Omega) = 16$.

– Событие A: условие $|z-1| + |z+1| \leq 4$ задаёт эллипс с фокусами в точках $z_1 = 1$ и $z_2 = -1$, для которого сумма расстояний до фокусов $2a$ равна 4, откуда $a = 2$. Расстояние между фокусами: $2c = 2$, откуда $c = 1$. Малая полуось эллипса: $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{3}$.

– Вычисление меры: площадь эллипса: $\mu(A) = \pi a b = 2\pi\sqrt{3}$.

– Вероятность: $P(A) = \frac{\pi\sqrt{3}}{8}$.

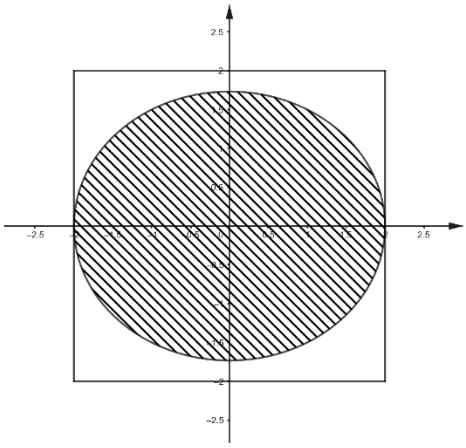

Рисунок 3 – Квадрат и эллипс
$|z-1| + |z+1| \leq 4$

Дидактический комментарий: задача требует от студентов вспомнить определение эллипса, вычислить его параметры и площадь.

Задача 4. Комплексное число $z = x + iy$ выбирается из квадрата $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$. Найти вероятность того, что $|\mathrm{Re}\, z \cdot \mathrm{Im}\, z| \leq 1$.

Методический анализ:

– Вероятностное пространство Ω: квадрат со стороной 4, $\mu(\Omega) = 16$.

– Событие A: условие $|x \cdot y| \leq 1$ задает область, лежащую между двумя гиперболами $xy = 1$ и $xy = -1$.

– Вычисление меры: вследствие симметрии можно вычислить площадь в первом квадранте, где условие принимает вид $0 \leq xy \leq 1$, и умножить на 4. Площадь фигуры находится с помощью интеграла:

$$\mu(A) = 4\left(\int_0^{1/2} 2\, dx + \int_{1/2}^{2} \frac{dx}{x}\right) =$$
$$= 4(1 + 2\ln 2) = 4 + 8\ln 2.$$

– Вероятность: $P(A) = \frac{4+8\ln 2}{16} = \frac{1+2\ln 2}{4}$.

Дидактический комментарий: задача требует от студентов применения интегрального исчисления [5].

Для усиления геометрической интуиции и наглядности все построения областей на комплексной плоскости, аналогичные приведенным на рис. 1-4, могут быть реализованы в динамической геометрической среде GeoGebra [12].

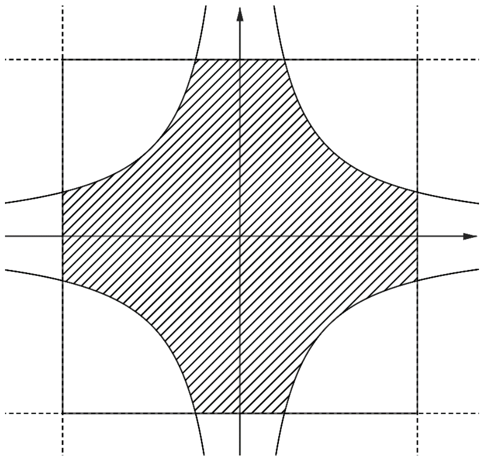

Рисунок 4 – Квадрат и область между гиперболами $|xy| \le 1$

Банк задач для практического использования. Ниже представлен систематизированный банк из 30 задач. Задачи сгруппированы по уровню сложности и могут быть непосредственно использованы в учебном процессе. Во всех задачах действительная и мнимая части комплексного числа $z = x + iy$ независимо и равномерно выбираются из отрезка $[0, 2]$. Найдите вероятность того, что z удовлетворяет приведенному ниже условию.

Базовый уровень (задачи 1-14)

1) $1 \le |z| \le 2$;
2) $\mathrm{Re}\,(z-2) \ge \mathrm{Im}\,z$;
3) $\mathrm{Im}\,\big(z\cdot(1+i)\big) \ge 1$;
4) $\mathrm{Im}\,(2z-\bar{z}) \le 3$;
5) $\mathrm{Re}\,\big(z\cdot(1-i)\big) \le 1$;
6) $|z-1| \ge 1$;
7) $|z-1+i| \le 1$;
8) $|z-1| \le |z|$;
9) $|z-i| \le 1$;
10) $i\cdot(\bar{z}-z) \le 1$;
11) $1 \le \bar{z}\cdot z \le 4$;
12) $\bar{z}+z \ge 1$;
13) $|z+1-i| \le 1$;
14) $|z-(1+2i)| \ge 1$.

Средний уровень (задачи 15-23)

15) $\mathrm{Re}\,z^2 \le 0$;
16) $\mathrm{Im}\,z^2 \ge 2$;
17) $|z|^2 \le 2\cdot\mathrm{Im}\,z$;
18) $|z|^2 \ge 2\cdot\mathrm{Im}\,\bar{z}$;
19) $|z|^2 \le 2\cdot\mathrm{Re}\,z$;
20) $|z-2| \le |z-2i|$;
21) $|z-i| \ge |z-1|$;
22) $|\arg z| \le \frac{\pi}{4}$;
23) $1 \le |\bar{z}-2i| \le 2$.

Продвинутый уровень (задачи 24-30)

24) $|\arg\,(z-1-i)| \le \frac{\pi}{2}$;
25) $\mathrm{Re}\,\frac{1}{z} \ge \frac{1}{2}, z \ne 0$;
26) $\mathrm{Im}\,\frac{1}{z} \le -\frac{1}{4}, z \ne 0$;
27) $\mathrm{Re}\,\frac{i}{z} \ge \frac{1}{4}, z \ne 0$;
28) $|z| \le \mathrm{Re}\,z + 1$;
29) $|z-i| + |z+i| \le 4$;
30) $|z-1| \ge \mathrm{Re}\,z$.

Результаты и их обсуждение. Анализ примеров и банка задач подтверждает реализуемость предложенного подхода. Апробация материалов проводилась в учебном процессе со студентами инженерных специальностей Нижнекамского химико-технологического института. Наблюдалось повышение интереса к решению задач, а также успешное применение знаний из разных разделов математики, что свидетельствует об укреплении междисциплинарных связей.

Преимущества подхода:

– *Адаптивность.* Уровень сложности задач легко регулируется за счет условий, формулируемых на языке комплексных чисел.

– *Актуализация знаний.* Решение задач требует комплексного применения знаний из теории комплексных чисел, аналитической геометрии и математического анализа, что полностью согласуется с идеей непрерывного обучения и поддерживает междисциплинарные связи в математической подготовке студентов [6]. Этот вывод подтверждается и в работе [10], где геометрия комплексных чисел рассматривается как ключевой инструмент для развития целостного математического мышления.

– *Практическая ценность.* Преподаватель имеет возможность использовать готовый и систематизированный инструмент для обогащения курсов теории вероятностей.

Рекомендации по внедрению:

– начинать с простейших задач;

– постепенно вводить более сложные объекты;

– предлагать студентам самостоятельные мини-проекты по составлению собственных вероятностных задач на основе комплексных чисел.

Потенциальная трудность – необходимость уверенного владения геометрией комплексных чисел. Эту проблему можно решить проведением вводного обзорного занятия или раздачей студентам опорных конспектов с основными типами множеств на комплексной плоскости.

Выводы. В работе показано, как традиционные задачи на построение областей на комплексной плоскости можно преобразовать в содержательные вероятностные задачи.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

– разработана и систематизирована коллекция из 30 задач по геометрической вероятности на комплексной плоскости различного уровня сложности;

– показано, что каждая задача способствует актуализации знаний студентов из различных математических дисциплин, формируя целостное представление о математике;

– практическая значимость исследования подтверждается наличием готового к использованию банка задач, который может быть непосредственно внедрен в учебный процесс для студентов инженерно-технических и математических специальностей.

Перспективы дальнейших исследований:

– разработка электронного задачника с интерактивной визуализацией;

– проведение педагогического эксперимента по оценке влияния данного метода на академическую успеваемость и учебную мотивацию студентов.

1. *Апайчева, Л.А. Теория вероятностей: учебное пособие / Л.А. Апайчева, А.Г. Багоутдинова, Л.Е. Шувалова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Нижнекамск : НХТИ, 2011. – 260 с.*
2. *Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебник для вузов / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. и доп.– Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 395 с. – ISBN 978-5-534-21643-1.*
3. *Григорьев, Е.А. Введение в комплексный анализ / Е.А. Григорьев. – Москва : МАКС Пресс, 2015. – 288 с.*
4. *Евграфова, И.В. Межпредметные связи курсов общей физики и высшей математики в технических вузах : специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (физика, уровень профессионального образования) : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Евграфова Ирина Владимировна ; РГПУ им. А.И. Герцена. – Санкт-Петербург, 2010. – 18 с.*
5. *Зайцева, Н.В. Математический анализ. Часть 1: учебник для вузов / Н.В. Зайцева, Э.Л. Шишкина. – Москва : Издательство Московского университета, 2024. – 328 с.*
6. *Лозовая, Н.А. Реализация преемственности в обучении математике студентов инженерного вуза / Н.А. Лозовая // Педагогические науки. Теория и методика профессионального образования. – 2018. – № 2 (44). – С. 58–64. – DOI: https://doi.org/10.25146/1995-0861-2018-44-2-58.*
7. *Нассер, М. Методика реализации межпредметных связей посредством решения прикладных задач в процессе обучения математике в вузе : специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень профессионального образования) : автореф. дис. ... канд. пед. наук / Нассер Минур ; МГУ имени. М.В. Ломоносова. – Москва, 2008. – 24 с.*
8. *Понарин, Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах: книга для учащихся математических классов школ, учителей и студентов педагогических вузов /*

Я.П. Понарин. – Москва : МЦНМО, 2004. – 160 с.

9. Терехова, Л.А. Методика изучения понятия «геометрическая вероятность» в структуре «традиционного» школьного курса математики / Л.А. Терехова // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2016. – № 3 (72). – С. 342–347.

10. Anevska K., Gogovska V., Malcheski R. (2015). The Role Of Complex Numbers In Interdisciplinary Integration In Mathematics Teaching // Procedia Social and Behavioral Sciences.– Vol. 191. – P. 2573–2577.

11. Evgrafova I. (2021). Interdisciplinary communications for engineering students // Process Management and Scientific Developments. Part 2. – Birmingham, Melbourne : AUS PUBLISHERS. – P. 71–76.

12. Navetta A. (2017). Visualizing Functions of Complex Numbers Using GeoGebra // Proceedings of the 4th Annual Southern Connecticut GeoGebra Conference. – P. 17–25.

GEOMETRIC PROBABILITY ON THE COMPLEX PLANE: EXPANDING THE BANK OF INTERDISCIPLINARY TASKS

Bagoutdinova Alfiya,
Candidate of Technical Sciences,
Kazan Federal University,
Kazan, Russian Federation

Abstract. *The article proposes to supplement the bank of geometric probability problems with tasks formulated using complex numbers. The relevance of the study is determined by the limited variety of traditional geometric probability problems and the insufficient integration of interdisciplinary approaches in educational literature. The main idea involves transforming classical problems concerning the construction of geometric objects on the complex plane into problems focused on computing geometric probability. This approach enables students to integrate knowledge from three branches of mathematics: probability theory, complex analysis, and analytic geometry. The paper presents a systematized set of 30 problems of varying complexity levels and provides a detailed analysis of key examples that demonstrate the pedagogical value of the method for fostering holistic mathematical thinking. Practical significance is confirmed by the successful integration of the materials in the educational process with students of engineering and technical specialties.*

Keywords: *geometric probability, complex plane, interdisciplinary approach, task bank, teaching methodology, probability theory, complex numbers, mathematical education.*

For citation: Bagoutdinova A. (2025). Geometric probability on the complex plane: expanding the bank of interdisciplinary tasks. Didactics of mathematics: problems and investigations. No. 4(68), pp. 26–32. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-26-32. – EDN BWSBOD.

Статья представлена профессором В.А. Цаповым.
Поступила в редакцию 12.09.2025.

УДК 378.147.091.3:519.856
EDN EQJIBD DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-33-46

СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ СТОХАСТИКЕ БУДУЩИХ ФИЗИКОВ НА ОСНОВЕ ФУЗИОНИСТСКОГО ПОДХОДА В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

Евсеева Елена Геннадиевна,
доктор педагогических наук, профессор,
AuthorID: 853674
ORCID: 0000-0001-8812-8874
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru
Коняева Юлия Юрьевна,
старший преподаватель,
Author ID: 1234005
e-mail: konyaeva.y@inbox.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, РФ

Аннотация. *Статья посвящена решению проблемы повышения качества стохастической подготовки студентов физико-технических направлений подготовки в условиях цифровизации образования. Обосновывается актуальность формирования стохастической компетентности будущих физиков. Для решения поставленных проблем предлагается разработка методической системы обучения теории вероятностей и математической статистике студентов на основе фузионистского подхода. Подробно описывается один из важнейших компонентов методической системы обучения стохастике, а именно средства обучения.*

Авторами предложено использовать в обучении идеальные, материальные и цифровые средства обучения. К идеальным средствам обучения отнесены авторские системы стохастических задач и фузионистских учебных проектов, а также матрица межпредметных физико-стохастических понятий. Материальные средства обучения воплощены в авторском учебном пособии, разработанных на основе фузионистского подхода и предназначенного для организации учебной деятельности с помощью цифровых инструментов. Цифровые средства обучения предполагают использование программ компьютерной математики MatLab и др., виртуальной лаборатории Random, математической среды «1С: Математический конструктор», среды динамической геометрии GeoGebra и коллекции цифровых средств визуальной наглядности. Раскрываются возможности использования предложенных средств обучения для достижения дидактических целей и формирования стохастической компетентности будущих физиков.

Ключевые слова: *фузионистский подход, обучение теории вероятностей и математической статистике, студенты физико-технических направлений подготовки, стохастические задачи, цифровые средства обучения, средства визуальной наглядности.*

Для цитирования: Евсеева, Е.Г. Средства обучения стохастике будущих физиков на основе фузионистского подхода в условиях цифровизации образования / Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-33-46 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 33–46. – EDN EQJIBD.

Введение. В Стратегии национальной безопасности Российской Федерации подчеркивается важность научно-технологического развития для ускоренной перестройки российской экономики: достижения Россией лидирующих позиций в области физико-математических наук; подготовки научных и научно-педагогических кадров, высококвалифицированных специалистов по приоритетным направлениям научно-технологического развития РФ; развития перспективных высоких технологий; развития междисциплинарных исследований [24]. На основании стратегических приоритетов РФ в области научно-технологического развития становится очевидной необходимость подготовки бакалавров физико-технического профиля, обладающих знаниями в области теории вероятностей и математической статистики (ТВ и МС).

В современной физике активно используются стохастические методы и модели: для описания сложных природных процессов таких, как квантовые явления, белых шумов в физических приборах; для разработки новых технологий в области создания наноматериалов, робототехники и информационно-коммуникационных систем. Освоение этих методов является важнейшим этапом профессиональной подготовки будущих физиков. Однако традиционные методики обучения ТВ и МС не позволяют в полной мере сформировать у студентов компетенции по моделированию стохастических физических явлений и процессов, особенно в условиях цифровой трансформации образования.

Проблемы цифровизации процесса обучения математике и, в частности стохастике, рассматриваются в работах таких учёных как Н.Г. Дендеберя [21], Е.М. Егорова [8], В.А. Ермаков [9], М.Е. Королёв [27, 28], К.Г. Лыкова, М.В. Носков [27], И.В. Поляков [21], А.Ю. Полякова [18], С.Е. Попов [19], О.В. Приходько [21], Е.И. Санина [21], Е.И. Скафа [27, 28], И.В. Сликишина [9], У.Х. Хонкулов, В.А. Шершнёва [27], З.В. Шилова, С.В. Щербатых и др. Учёные отмечают, что применение цифровых инструментов способствует визуализации математических моделей реальных процессов и использованию вычислительных алгоритмов для симуляции изучаемых явлений, однако вопрос интеграции цифровых технологий в образовательный процесс ТВ и МС студентов физико-технических направлений подготовки пока остается недостаточно раскрытым.

Анализ федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) подготовки бакалавров физико-технического профиля, их будущей профессиональной деятельности показал, что существует объективная необходимость формирования у них профессиональной стохастической компетентности. Пути формирования у студентов стохастических качеств личности (мышления, мировоззрения, культуры, компетенций) исследованы многими учеными, в результате чего предложены методики и технологии их развития, однако для будущих физиков с учетом тенденций цифровой трансформации образования и особенностей их профессиональной деятельности такая методика не разработана.

Многими учёными (О.А. Арюкова, Д.Д. Бычкова, Т.В. Васильева, Г.С. Евдокимова [4], Е.И. Ермолаева, М. Джораев [16], И.В. Корогодина [15], Д.А. Коростелев, М.О. Кучкарова [16], В.Д. Селютин [15, 23], Л.А. Терехова [23], П.А. Хаустов [25], Э.Б. Хужанов) исследовались вопросы межпредметных связей между высшей математикой и физикой на основе стохастики. В то же время, методические требования к методам, организационным формам и средствам стохастической подготовки бакалавров физико-технического профиля учеными не сформулированы. Не определены наиболее эффективные цифровые инструменты обучения ТВ и МС.

В связи с этим возникает необходимость в построении методической системы обучения теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на методологической основе фузионистского подхода, внедрение которой позволит студентам освоить способы действий их будущей профессиональной деятельности, лежащие в основе формирования стохастической составляющей их профессиональной компетентности.

Фузионистский подход предполагает объединение стохастики и физики в единую предметную область, в рамках которой реализуется обучение ТВ и МС [10]. При этом происходит усиление связей между физическими и стохастическими понятиями и методами, слияние их в новые физико-стохастические концепты, усвоение которых позволит студентам не только повысить качество их стохастической подготовки, но и сформировать у них профессиональную стохастическую компетентность, характеризующаяся знанием, пониманием стохастической природы физических явлений и процессов, владением математическими компетенциями в области стохастики, определяющими готовность и способность выполнять действия по стохастическому моделированию в физике в ситуациях, возникающих в профессиональной деятельности [14].

В работе [6] нами сформулированы методологические основания к описанию целей и содержания обучения ТВ и МС на основе фузионистского подхода в сочетании с компетентностным, когерентно-интегративным и деятельностным подходами к обучению. Нами предложено цели обучения представить тремя категориями: компетентностными, деятельностными и фузионистскими целями. Содержание обучения теории вероятностей и математической статистике предложено обогатить системой фузионистских физико-стохастических понятий и каждую тему традиционного содержания обогащать темами, которые позволят освоить студентам методы стохастического анализа физических явлений и процессов.

Методическая система обучения, разработанная на методологической основе фузионистского подхода, предусматривает использование в обучении активные методы обучения: проблемный (вероятностно-статистические методы в предметной области физики, межпредметные проблемные ситуации); исследовательские методы (метод имитационного и статистического моделирования физических процессов и явлений); частично-поисковые методы (метод фузионистских учебных проектов).

Организационные формы обучения стохастике включают в себя: лекции (систематическое изложение теории, демонстрация связей стохастики с физикой; включение примеров физического содержания); практические занятия (компьютерное моделирование и статистическая обработка данных); самостоятельную работу студента (задачи на обработку результатов физических экспериментов; выполнение студентами фузионистских учебных проектов); онлайн-симуляции и виртуальные лаборатории.

В то же время, одним из значимых компонентов методической системы являются *средства обучения.* Под средствами обучения понимаются объекты различной природы, формирующие учебную среду и использующиеся преподавателем и студентами в процессе учебной деятельности [22].

Целью статьи *является описание средств обучения теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на основе фузионистского* *подхода в условиях цифровой трансформации образования.*

Материалы и методы. В исследовании применялись теоретические методы: анализ научной литературы с целью определения наиболее эффективных средств обучения дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» будущих физиков; классификация средств обучения по различным основаниям; сравнение возможностей применения цифровых средств обучения для стохастического моделирования в физике; визуальное моделирование межпредметных стохастических понятий; синтез авторского подхода к разработке комплекса эффективных средств обучения стохастике. Для обоснования выбора средств обучения применялись также эмпирические методы: педагогическое наблюдение за результатами учебной деятельности студентов по решению стохастических задач и выполнению фузионистских учебных проектов, анкетирование студентов физико-технического профиля с целью определения уровня мотивации к использованию цифровых инструментов при изучении стохастики.

Результаты и их обсуждение. Средства обучения выполняют множество функций: воспитательную, развивающую, образовательную, корректирующую и контрольную. В процессе обучения ТВ и МС студентов физико-технических направлений подготовки могут быть применены средства обучения, позволяющие управлять учебной деятельностью студентов, стимулировать мотивацию студентов к изучению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» [3], демонстрировать различные методы решения задач, развивать у студентов умения работы с современными цифровыми инструментами, визуализировать физико-стохастические понятия, то есть создавать наглядные образы, графики, схемы или модели, которые помогают понять и представить сложные идеи, связанные с случайными процессами и явлениями в физике. Это предполагает изображение случайных движений частиц, вероятностных распределений, белых шумов, статистических характеристик систем и других концепций, основанных на случайности и вероятности в физике. Такой подход облегчает восприятие и обучение, делая абстрактные идеи более понятными и доступными.

Традиционные средства обучения классифицируют по различным основаниям: по их свойствам, субъектам деятельности, влиянию на качество обучения, на развитие различных способностей, их эффективности в учебном процессе [1]. По составу объектов средства обучения на основе фузионистского подхода нами разделяются на материальные, идеальные и цифровые (рис. 1).

Рассмотрим предлагаемые нами средства обучения в контексте обучения теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на основе фузионистского подхода.

Идеальные средства обучения. С позиций деятельностного подхода, усваивать знания можно, только применяя их, оперируя ими в ходе учебной деятельности, а механизмом осуществления учебной деятельности при обучении стохастике является решение задач. Считаем целесообразным включение в средства обучения системы стохастических задач, направленных на формирование и развитие у обучающихся способов математической деятельности по стохастическому моделированию физических явлений и процессов, а также обеспечивающих эффективную интеграцию математики и физики в системе высшего технического образования. *Стохастические задачи* выступают важнейшим средством формирования профессиональной стохастической компетентности будущих физиков. Обзор современных исследований показывает применение различных видов задач в обучении ТВ и МС. Наиболее значимые работы:

– Г.С. Евдокимова, Г.Е. Сенькина и Р.А. Осипов (компетентностно-ориентированные задачи в обучении стохастике школьников) [5];

Рисунок 1 – Средства обучения теории вероятностей и математической статистике будущих физиков

– А.Д. Нахман, А.Н. Пчелинцев и Д.Н. Протасов (использование в обучении ТВ и МС будущих инженеров трёх типов стохастических задач: практико-ориентированных и прикладных математических задач; профессионально-ориентированных задач; квазипрофессиональных задачи) [17];

– В.Д. Селютин и Л.А. Терехова (когерентно-стохастические задачи в структуре школьного курса математики) [23];

– Н.В. Чигиринской (общие принципы конструирования когерентно-стохастических учебных задач в обучении будущих инженеров) [26]. На рисунке 2 представлена разработанная нами типология стохастических задач.

Так, компетентностно-ориентированные задачи являются неотъемлемой частью формирования универсальных компетенций студентов ФТНП. Когерентно-стохастические задачи, позволяют связать стохастическую и физическую составляющие по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» на основе фузионистского подхода и расширить представления обучающихся о вероятности случайных событий, иллюстрируя интегративные связи теории вероятностей и физики.

В то же время, при решении фузионистских стохастических задач происходит формирование как метапредметных стохастических понятий (закон распределения случайной величины, числовые характеристики случайных величин), так и способов действий по стохастическому моделированию в предметном поле физики (обработка результатов лабораторных экспериментов). В соответствии с разработанной нами типологией в таблице 1 приведены примеры стохастических задач для студентов ФТНП [13].

Рисунок 2 – Типология стохастических задач

Таблица 1 – Примеры стохастических задач

Типология задач	Условие задачи
Компетентностно-ориентированная задача	***Уровень воспроизведения.*** *Задача 1.* Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжении одних суток не превышает установленной нормы, равна $p = 0{,}75$. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии не превысит нормы в течение 4-х суток. ***Уровень установления связей.*** *Задача 2.* В наличии 3 лампочки, каждая из которых имеет дефект с вероятностью 0,1. Лампочка ввинчивается в патрон и включается ток. При включении тока дефектная лампочка сразу же перегорает, после чего заменяется другой. Случайная величина X – число отказавших лампочек. Необходимо составить закон распределения случайной величины. ***Уровень рассуждения.*** *Задача 3.* В сосуде V_0 находится N молекул идеального газа. Найти вероятность того, что в некоторой выделенной части этого сосуда, имеющей объем V, окажется n молекул.

Когерентно-стохастическая задача	*Задача 4.* Астрономический объект, за которым ведется наблюдение, может находиться в двух различных состояниях S_1 и S_2, случайно переходя из одного в другое. Долговременной практикой установлено, что примерно 30 % времени объект находится в состоянии S_1, а 70 % – в состоянии S_2. Наблюдение ведется независимо двумя обсерваториями. Первая обсерватория обычно дает правильные сведения о состоянии наблюдаемого объекта в 95 % случаев, а вторая – в 80 % случаев. В какой-то момент времени первая обсерватория сообщила: «Объект находится в состоянии S_1 », а вторая обсерватория сообщила: «Объект находится в состоянии S_2 ». Какому из сообщений следует верить?
Фузионистская стохастическая задача	*Задача 5.* Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону с параметрами $a = 0$, $\sigma = 20$ мм. Записать плотность вероятности распределения $\varphi(x)$ и найти вероятность того, что при измерении допущена ошибка в интервале от 5 до 10 мм.

Таким образом, при изучении практически любой темы для студентов физико-технического профиля целесообразно использовать задачи физического содержания, поскольку именно в теории вероятностей и статистике, во-первых, рассматриваются математические модели многих физических процессов и явлений, во-вторых, формируется стохастическая компетентность будущих физиков, и, в-третьих, методы теории вероятностей и математической статистики для многих разделов физики являются эффективными инструментами исследования.

На практических занятиях по ТВ и МС и в самостоятельной работе студентов нами предложено использовать фузионистские учебные проекты (ФУП), адаптированные к слитному изучению стохастики и физики. Фузионистские учебные проекты по теории вероятностей и математической статистике для студентов ФТНП могут включать разработку и реализацию практических заданий, моделирование физических процессов с использованием методов статистического анализа, а также создание проектов, объединяющих теорию вероятностей с экспериментальными данными в области физики (табл. 2).

Студентам могут быть предложены ФУП, заключающийся в решении задач как по известным начальным данным, так и по данным, полученным по результатам наблюдения на реальном объекте.

Еще одним идеальным средством обучения является предложенная нами *матрица межпредметных понятий*, представляющая собой таблицу, объединяющую понятия теории вероятностей и математической статистики с физическими понятиями посредством образования физико-стохастических понятий Например, понятия из ядерной физики «*распад ядер радиоактивного источника*» и «*отсутствие распада («нераспад») ядер радиоактивного источника*» и стохастическое понятие «*вероятность случайного события*» порождают межпредметное физико-стохастические понятия «*вероятность распада ядер» и «вероятность отсутствия распада («нераспада») ядер»,* являющиеся с противоположными случайными событиями. В соответствие каждому элементу этой матрицы по его индексам ставятся их графические и символьные образы, а также задания, направленных на формирование этих понятий. Так, понятиям «*вероятность* *распада ядер» и «вероятность отсутствия распада («нераспада») ядер»* ставится в соответствие формула для нахождения вероятности противоположного события: $P_{нр} = 1 - P_р$ ($P_р$ – вероятность распада, а $P_{нр}$ – вероятность «нераспада» ядер радиоактивного источника) и математическая модель нахождения этих вероятностей, описанная в работе [11].

Таблица 2 – Примеры заданий для фузионистских учебных проектов по стохастике для будущих физиков

№	Тема фузионистского учебного проекта	Задание проекта
1.	Моделирование случайных процессов в физике	Создать компьютерную модель броуновского движения частиц в жидкости или газе, проанализировать распределение их перемещений с использованием методов статистики, оценить параметры процесса (например, коэффициент диффузии).
2.	Статистический анализ экспериментальных данных	Обработать реальные или смоделированные экспериментальные данные по измерению физических величин (например, энергию, интенсивность, время задержки), применяя методы оценки параметров, проверку гипотез и построение доверительных интервалов.
3.	Моделирование и анализ шумов в электронных схемах	Разработать модель шума в электронных компонентах, проанализировать его свойства с помощью вероятностных распределений, изучить влияние шумов на работу устройств и способы их оценки.
4.	Статистическое моделирование радиационного распада	Применить вероятностно-статистические методы для моделирования процессов радиоактивного распада и оценки вероятности возникновения событий за заданное время, проанализировать экспериментальные данные.
5.	Вероятностные модели в оптике или волновых процессах	Исследовать распространение света или волн в различных средах, смоделировать случайные флуктуации и шумы, оценить параметры модели с помощью статистических методов.
6.	Определение характеристик случайных сигналов	Разработать методы оценки характеристик случайных сигналов в физике или технике (например, математическое ожидание, дисперсию, корреляцию), провести их экспериментальное или моделируемое исследование.
7.	Машинное обучение на физической выборке	Применить статистические методы для классификации или регрессии данных физического эксперимента, исследовать возможности применения методов машинного обучения в фузионистских стохастических задачах.

2. Материальные средства обучения. Для реализации интеграции стохастики и физики в обучении требуется разработка учебно-методического пособия. В нашем исследовании под учебным пособием по ТВ и МС для студентов физико-технических направлений подготовки, разработанным на основе фузионистского подхода, понимаем учебное пособие, реализующее интеграцию методов и концепций стохастики с фундаментальными принципами физики, способствующую формированию системного и междисциплинарного восприятия этих областей знаний, а также развитие навыков применения вероятностно-статистических методов в решении задач физического содержания и моделировании физических процессов и явлений. В то же время, считаем целесообразным разработку такого пособия осуществлять на основе компетентностного, деятельностного и когерентно-интегративного подходов в соответствии с принципами обучения присущими этим подходам принципами обучения.

Первая часть учебно-методического пособия включает по каждой теме, изучаемой в курсе ТВ и МС, опорный конспект по ТВ и МС, систему стохастических задач, задания для самостоятельной работы и материалы для тестового контроля. В каждой теме рассматриваются межпредметные физико-стохастические понятия и приводятся задания, направленные на их формирование. Это позволяет систематически в обучении стохастики создавать единое физико-стохастическое понятийное поле как на аудиторных занятиях, так и при выполнении домашних заданий.

Вторую часть пособия составляет практикум по применению цифровых инструментов в обучении стохастике для будущих физиков. В практикум включен комплекс практических заданий, направленных на освоение современных программных средств моделирования, анализа данных и визуализации вероятностных процессов и проведения стохастических экспериментов, а для самостоятельного решения предлагаются задания фузионистских учебных проектов, описанные нами ранее.

3. Цифровые средства обучения. Важной тенденцией современного образования является применение цифровых средств обучения. С нашей точки зрения, построение учебного процесса по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для бакалавров физико-технических направлений подготовки на основе фузионистского подхода необходимо осуществлять с применением цифровых инструментов. Студентам могут быть предложены средства для преобразования текстовой, графической и других видов информации в цифровую форму и работы с ней, а именно технологии мультимедиа, цифровые образовательные ресурсы, виртуальная реальность, виртуальные лаборатории и моделирующие программы, инструментальные программные средства познавательного характера, инструментарий для создания учебного контента.

Нами предлагаются такие направления использования цифровых инструментов в обучении стохастике будущих физиков:

– визуализация результатов случайных экспериментов с помощью динамической математической среды GeoGebra 5.0 [7];

– реализация в обучении методов статистического моделирования в физике, с помощью виртуальной лаборатории «1С: Математический конструктор» [2; 14];

– проведение цифровых статистических экспериментов на платформе «1С: Урок» [12];

– моделирование непрерывных случайных процессов, в частности броуновского движения, в виртуальной лаборатории Random [11];

– визуализации стохастического эксперимента для физиков на базе Matlab [10].

Важную роль в формировании стохастической компетентности будущих физиков играет создание устойчивых когнитивных образов стохастических понятий. С этой целью предлагаем использовать в обучении средства визуальной наглядности, к которым относим ментальные карты, инфографику и когнитивно-визуальные модели. Примером вероятностных когнитивно-визуальных моделей, используемых в обучении ТВ и МС будущих физиков могут служить граф Марковской цепи, граф Байесовской сети, тепловая карта распределения.

Тепловая карта – это графическое представление функции двух независимых переменных $f(x,y)$, где цветом отображается её значение в каждой точке области определения. Тепловые карты по теории вероятностей для задач физического содержания используются для визуализации распределений вероятностей, энергии или других физических величин в различных системах. Они помогают понять, как вероятность распределена в пространстве, по состояниям или энергиям. В качестве примера рассмотрим задачу.

Задача 1. Координаты $(x;y)$ частиц в пространстве R^2 представляют собой двумерную случайную величину (X; Y), распределенную по нормальному закону распределения. Случайные величины X и Y являются независимыми, а их совместное распределение задается двумерной гауссовой функцией плотности вероятностей

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}{2\sigma^2}\right),$$

где $x_0=y_0=0$ – математические ожидания случайных величин X и Y соответственно;

$\sigma_x=\sigma_y=\sigma=1$ – стандартные отклонения случайных величин X и Y.

Необходимо построить тепловую карту, отображающую функцию плотности вероятностей $f(x,y)$ в области

$$\begin{cases} x\in[-3;3]; \\ y\in[-3;3], \end{cases}$$

а также проанализировать, в какой области наиболее вероятно находятся частицы.

Рассмотрим пример кода на *языке программирования Python*, который создает тепловую карту для двумерной гауссовой функции плотности вероятностей $f(x,y)$. На рисунке 3 приведен код реализации задачи. В результате получится симметричная тепловая карта, изображенная на рисунке 4.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# Параметры
x0, y0 = 0, 0  # центр
sigma = 1
Z = 2 * np.pi * sigma**2  # нормировочная постоянная для 2D гауссова
# Создаем сетку
x = np.linspace(-3, 3, 200)
y = np.linspace(-3, 3, 200)
X, Y = np.meshgrid(x, y)

# Вычисляем функцию плотности
f = (1/Z) * np.exp(-((X - x0)**2 + (Y - y0)**2) / (2 * sigma**2))

# Построение тепловой карты
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.contourf(X, Y, p, levels=50, cmap='viridis')
plt.colorbar(label='Probability density f(x,y)')
plt.title('Тепловая карта функции плотности вероятностей')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.show()
```

Рисунок 3 – Код реализации задачи 1 на языке программирования Python

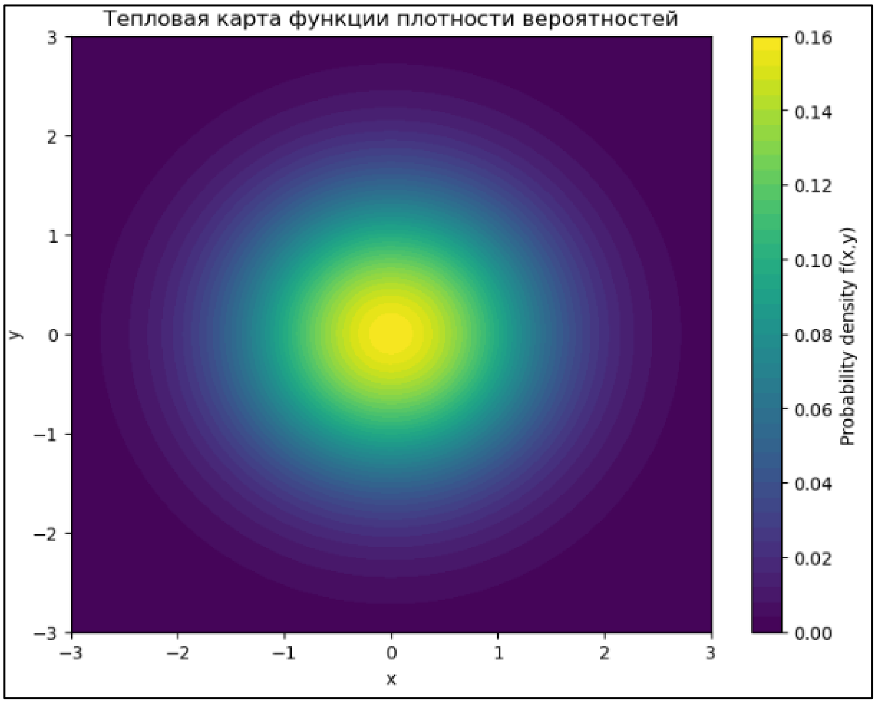

Рисунок 4 – Тепловая карта двумерной гауссовой функции плотности вероятностей $f(x, y)$

В центре, в точке с координатами $(0;0)$, круглое «пятно» – максимальная плотность (жёлтый цвет); по краям, вблизи линий $x = \pm 3, y = \pm 3$ – минимальная плотность (синий цвет); цветовая шкала справа показывает соответствие цветов значениям от 0 до ~ 0,16. Чем выше вероятность найти частицу в некоторой точке, тем ярче или насыщеннее цвет на тепловой карте.

В результате использования в обучении цифровых когнитивно-визуальных моделей у студентов не только развиваются умения работы с современными цифровыми инструментами и визуализации физико-стохастические понятий, но и формируется мотивация к изучению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Выводы и заключение. Обучение теории вероятностей и математической статистике будущих физиков имеет ряд особенностей, связанных с профессиональной направленностью подготовки, междисциплинарными связями с физикой и использованием современных технологий. Ключевым подходом в этом контексте считается фузионистский, который предполагает слитное изучение стохастики (теории вероятностей и статистики) с физикой. Фузионистская форма изложения элементов стохастики, решение физических задач при изучении теории вероятностей и статистики позволяют обеспечить более качественную подготовку будущих специалистов в области физики.

Значимую роль в методике обучения стохастике будущих физиков на основе фузионистского подхода играют целесообразно подобранные средства обучения. Предложенный комплекс средств обучения стохастике будущих физиков на основе фузионистского подхода в сочетании с другими методологическими подходами позволяет обеспечить достижение следующих результатов:

– освоение студентами универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, предусмотренных ФГОС ВО за счет решения системы стохастических задач и выполнения фузионистских учебных проектов;

–освоение будущими физиками способов деятельности будущей профессиональной деятельности по стохастическому моделированию в физике с использованием авторских учебных пособий и цифровых инструментов;

–формирование межпредметных физико-стохастических понятий, обеспечивающих глубокое понимание студентами вероятностного характера физических процессов и явлений за счет использования в обучении авторского средства «Матрица межпредметных понятий»;

– формирование цифровых компетенций за счет применения цифровых средств визуальной наглядности и когнитивно-визуальных моделей.

Таким образом, авторский комплекс средств обучения позволяет студентам освоить способы действий их будущей профессиональной деятельности по стохастическому моделированию в физике, лежащие в основе формирования их стохастической цифровой компетентности.

Благодарности. Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 27.02.2025 г. № 075-02-2025-1608).

1. Буляккулова, Д.Э. Современные средства обучения, их классификация / Д.Э. Буляккулова, А.М. Нигматуллина // Вестник науки. – 2022. – № 1 (4 (49)). – С. 49–60.

2. Булычев, В.А. Использование динамических возможностей среды «1С: Математический конструктор» при изучении основ теории вероятностей и математической статистики / В.А. Булычев // Информатика и образование. – 2018. – № 3 (292). – С. 61–65.

3. Бурханова, Ю.Н. Особенности мотивации студентов при изучении теории вероятностей и математической статистики с использованием информационных технологий / Ю.Н. Бурханова. – DOI 10.26140/anip-2019-0801-0008 // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2019. – Т. 8, № 1 (26). – С. 41–43.

4. Евдокимова, Г.С. Стохастическое образование инженера / Г.С. Евдокимова // Известия Смоленского государственного университета. – 2018. – № 1 (41). – С. 375–378.

5. Евдокимова, Г.С. Развитие стохастической компетентности школьников в общем образовании: выявление критериев, инструментов / Г.С. Евдокимова, Г.Е. Сенькина, Р.А. Осипов. – DOI: https://doi.org/10.17-513/spno.33182. – Текст: электронный // Современные проблемы науки и образования. – 2023. – № 6. – URL: https://science-education.ru/article/view?id=33182 (дата обращения: 08.08.2024).

6. Евсеева, Е.Г. Методологические основания определения целей и содержания обучения стохастике будущих физиков на основе фузионистского подхода / Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева // Управление образованием: теория и практика. – 2025. – № 10-1. С. 273–286.

7. Евсеева Е.Г. Информационные технологии в обучении теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на основе фузионистского подхода / Е.Г. Евсеева, Ю.Ю. Коняева // Педагогическая информатика. – 2024. – № 2 – С. 241–252.

8. Егорова, Е.М. К вопросу о цифровизации в обучении математических дисциплин / Е.М. Егорова // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2020. – Т. 9, № 4 (33). – С. 121–124.

9. Ермаков, В.А. Использование цифровых образовательных платформ при разработке лабораторных и практических работ по стохастике / В.А. Ермаков, И.В. Сликишина // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. – 2023. – № 5 (86). – С. 74–81.

10. Коняева, Ю.Ю. Обучение теории вероятностей и математической статистике будущих физиков на основе фузионистского подхода / Ю.Ю. Коняева. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-55-56-65 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 55. – С. 56–65.

11. Коняева, Ю.Ю. Межпредметная интеграция как направление реализации фузионистского подхода в обучении теории вероятностей будущих физиков / Ю.Ю. Коняева. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-29-38 // Дидактика математики: проблемы *и исследования. – 2023. – Вып. 3 (59). – С. 29–38.*

12. Коняева Ю.Ю. Метод цифрового стохастического эксперимента в обучении теории вероятностей и математической статистике будущих физиков / Ю.Ю. Коняева. – DOI: 10.25629/HC.2025.12.22 // Человеческий капитал. – 2025. – № 12 (204). – С. 253–260.

13. Коняева, Ю.Ю. Фузионистские стохастические задачи в обучении теории вероятностей и математической статистике будущих физиков / Ю.Ю. Коняева // Эвристическое обучение математике : материалы в VII Международной научно-методической конференции, г. Донецк, 19-21 декабря 2024 г. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2024. – С. 211–217.

14. Коняева Ю.Ю. Стохастическая цифровая компетентность будущих физиков / Ю.Ю. Коняева, Е.Г. Евсеева // Человеческий капитал. – 2024. – №12 (192) – С. 253–260.

15. Корогодина, И.В. Проверка эффективности реализации идеи фузионизма физики с математикой на основе стохастики в рамках технического вуза / И.В. Корогоёдина, В.Д. Селютин // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2016. – № 3 (72). – С. 322–325.

16. Кучкарова, М.О. Преемственность в изучении вероятностно-статистических основ молекулярной физики / М.О. Кучкарова, М. Джораев // Вестник КНУ. – 2018. – № 1 (93). – С. 26–29.

17. Нахман, А.Д. Концепция учебного пособия по стохастике для студентов инженерных направлений подготовки / А.Д. Нахман, А.Н. Пчелинцев, Д.Н. Протасов // Вопросы педагогики. – 2020. – № 8-1. – С. 63–67.

18. Полякова, А.Ю. Перспективы и риски цифровой трансформации математического (стохастического) образования / А.Ю. Полякова // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании : материалы VI-ой международной научной конференции (г. Красноярск, 20–23 сентября 2022 г.). – В 3 ч. Ч 2. – Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2022. – С. 285–289.

19. Попов, С.Е. Компьютерные инструменты в формировании представлений о вероятностном описании поведения физических объектов / С.Е. Попов // Педагогическое образование в России. – 2016. – № 9. – С. 51–56.

20. Приходько, О.В. Особенности формирования цифровой компетентности студентов вуза / О.В. Приходько // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2020. – Т. 9. – № 1 (30). – С. 235–238.

21. Санина, Е.И. Обучение математике в цифровой образовательной среде: возможности и перспективы / Е.И. Санина, Н.Г. Дендеберя, И.В. Поляков // Проблемы современного педагогического образования. – 2021. – № 72-2. – С. 237–239.

22. Средства обучения математике : сб. статей / сост. А.М. Пышкало. – Москва : Просвещение, 1980. – 208 с.

23. Селютин В.Д. Усиление внутрипредметных взаимосвязей в математике на базе стохастики (когерентно-интегративный подход): монография. / В.Д. Селютин Л.А. Терехова // – LAP LAMBERT Academic Publishing. 2011. – 259 с.

24. Указ Президента Российской Федерации «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации» от 28 февраля 2024 № 145. – URL: http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202402280003 (дата обращения 25.11.2025). – Текст : электронный

25. Хаустов, П.А. Теория вероятности в квантовой физике / П.А. Хаустов // Международный студенческий научный вестник. – 2016. – № 3. – С. 400–401.

26. Чигиринская, Н.В. Общие принципы конструирования когерентно-стохастических учебных задач как средства развития стохастической культуры студентов технического вуза / Н.В. Чигиринская // Современные проблемы науки и образования. – 2017. – № 1. – С. 121–129.

27. A Multifaceted Approach to Forming Mathematical Digital Competency of Future Engineers in Teaching Applied Mathematics / M.V. Noskov, V.A. Shershneva, E.I. Skafa, E.G. Evseeva, M.E. Korolev // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2023. – No.16(6). – Pp. 720–731.

28. Skafa E.I. Integration of Mathematical and Computer Simulation Modeling in Engineering Education / Elena I. Skafa, Elena G. Evseeva, Mark. E. Korolev // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2022. – No.15(4). – Pp. 413–430.

TOOLS OF TEACHING STOCHASTICS TO FUTURE PHYSICISTS BASED ON THE FUSIONIST APPROACH IN THE CONDITIONS OF DIGITALIZATION OF EDUCATION

Evseeva Elena,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Konyaeva Yuliya,
Senior Lecturer at the Department of mathematical physics
Donetsk State University,
Donetsk, Russian Federation

Abstract. *The article is devoted to solving the problem of improving the quality of stochastic training for students of physical and technical fields of study in the context of digitalization of education. The relevance of developing stochastic competence for future physicists is substantiated. To address these challenges, the article proposes the development of a methodological system for teaching probability theory and mathematical statistics to students based on a fusionist approach that combines stochastic and physical concepts into a single subject area where learning takes place. The article provides a detailed description of one of the most important components of the methodological system for teaching stochastic concepts, namely, the learning tools.*

The authors suggest using ideal, tangible, and digital learning tools in teaching. The ideal means of teaching include author's systems of interdisciplinary concepts, stochastic problems, and fusionist educational projects. The material means of teaching are embodied in author's educational manuals developed based on the fusionist approach and designed to organize educational activities using digital tools. The digital means of teaching involve the use of the MathLab computer mathematics program, the Random virtual laboratory, the 1C: Mathematical Designer mathematical environment, the GeoGebra dynamic geometry environment, and a collection of digital visual aids. The article reveals the possibilities of using the proposed teaching tools to achieve didactic goals and form the stochastic competence of future physicists.

Keywords: *fusionist approach, teaching probability theory and mathematical statistics, students of physical and technical fields of study, stochastic problems, digital learning tools, and visual aids.*

For citation: Evseeva E., Konyaeva Yu. (2025). Tools of teaching stochastics to future physicists based on the fusionist approach in the conditions of digitalization of education. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 33–46. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-33-46. – EDN EQJIBD.

Поступила в редакцию 09.10.2025.

НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯВ

УДК 378.018.43:004-027.236
EDN HLNKYC DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-47-60

ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИКИ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ В ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Скворцова Дарья Александровна,
старший преподаватель,
Author ID: 1184097 ,
ORCID: 0009-0007-7720-8423
e-mail: dar_skvor@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
г. Донецк, РФ

Аннотация. *В статье рассмотрен педагогический эксперимент по проблеме сформированности профессиональной цифровой компетентности будущего учителя математики для оценки эффективности методики их подготовки к работе в цифровой образовательной среде. Показателем выбран уровень сформированности математико-цифрового, методико-цифрового и проектно-цифрового компонентов, формируемого качества. Приведены результаты педагогического эксперимента и их статистическая обработка. Эффективность разработанной методики оценивалась путем проверки статистической гипотезы об однородности выборок с использованием λ-критерия Колмогорова-Смирнова, критерия согласия Пирсона и t-критерия Стьюдента. Показано, что применение разработанной методики подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде повышает у студентов: мотивацию и ценностное отношение к разработке авторских цифровых обучения по математике и использованию их в будущей профессиональной деятельности; уровень готовности к разработке средств когнитивно-визуальной наглядности и применению их в дальнейшей профессиональной деятельности; уровень сформированности профессиональной цифровой компетентности будущего учителя математики.*

Ключевые слова: *подготовка учителя математики, цифровая образовательная среда, профессиональная цифровая компетентность, оценка эффективности методики, педагогический эксперимент, проверка гипотезы об однородности выборок, λ-критерия Колмогорова-Смирнова, критерия согласия Пирсона, t-критерия Стьюдента.*

Для цитирования: Скворцова, Д.А. Проверка эффективности методики подготовки будущих учителей математики к работе в цифровой образовательной среде / Д.А. Скворцова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-47-60 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 47–60. – EDN HLNKYC.

Введение. Современное образование в настоящее время продолжает переживать масштабную цифровую трансформацию. Внедрение цифровых технологий в учебный процесс на различных уровнях образования не эпизодическое нововведение, а системное требование, закреплённое в различных нормативных документах, направленное на повышение доступности и качества образовательного процесса: Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования (ФГОС ВО) [17]; профессиональном стандарте педагога [11]; паспорте национального проекта «Образование» [8]; постановлении Правительства «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды» [9].

В этих условиях особую актуальность приобретает подготовка будущих учителей математики, в связи с тем, что при изучении математики с использованием различных цифровых инструментов и сервисов претерпевает изменения методика ее преподавания. Современные школьники, представители поколения Z, с легкостью осваивают новые технологии и активно используют онлайн-ресурсы для общения, обучения и развлечений, в связи с чем образовательный процесс должен соответствовать их ожиданиям. Поэтому учитель должен не только владеть и комплексно применять цифровые средства обучения, но и создавать авторские цифровые разработки, а также интегрировать их в образовательный процесс, учитывая психолого-педагогические требования к их проектированию. Все эти качества отражаются в цифровой компетентности учителя математики.

Вопросом формирования цифровой компетентности будущих учителей математики занимались многие ученые. В.Д. Селютин, Н.Н. Яремко, М.В. Глебова проанализировали состояние профессиональной подготовки учителя математики с целью формирования цифровой компетентности и предложили соответствующие методики [12].

Е.И. Скафа и Е.Г. Евсеева предложили технологию формирования математической цифровой компетентности у будущего учителя математика в магистратуре [13]. Пути формирования цифровой компетентности учителя ученые видят в поэтапном освоении студентами профессионально-значимых цифровых компетенций, освоение способов профессиональной деятельности, с использованием цифровых инструментов [18].

Е.Н. Алексеева обобщила опыт формирования у будущих учителей математики цифровой исследовательской компетентности при выполнении проектов с применением цифровых технологий [1].

По мнению С.Е. Старостиной и А.Д. Федотовой, для повышения конкурентоспособности будущего учителя математики на рынке труда он должен как иметь высокий уровень предметной подготовки, так и владеть навыками работы с информационными образовательными ресурсами по математике и быть готовым к работе в условиях высокотехнологичной ЦОС [16]. Авторами были выделены основные направления использования средств ИКТ при обучении математике.

В отличие от других ученых нами обоснована необходимость формирования цифровой компетентности учителя как части его профессиональной компетентности, которая предполагает владение цифровыми технологиями в профессиональной деятельности. В работе [4] была предложена трехкомпонентная структура и выделены ее компоненты: математико-цифровой, методико-цифровой и проектно-цифровой.

В Донецком государственном университете ведется подготовка студентов направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (профиль: математика и информатика) к работе в цифровой образовательной среде (ЦОС). В рамках которой ведется работа по формированию у них профессиональной цифровой компетентности (ПЦК) [6].

Формирование профессиональной цифровой компетентности является многогранным процессом, который требует комплексного подхода и включает не только освоение определенных цифровых ресурсов, но и умение создавать авторские цифровые средства обучения, организовывать взаимодействие между участниками образовательного процесса в различных форматах, как онлайн, так и оффлайн, соблюдая при этом правила безопасности взаимодействия в цифровой среде [3].

В работе [14] нами представлена методическая система подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде, которая реализована в условиях экспериментального обучения.

Целью статьи *является описание педагогического эксперимента по оценке эффективности разработанной методической системы.*

Материалы и методы. В исследовании использованы методы теоретико-методологического анализа, методология компетентностного, деятельностного, интегративного и когнитивно-визуального подходов к обучению. Выполнен анализ научно-методической литературы по теории и методике обучения математике, а также профессиональной подготовке будущих учителей математики к работе в ЦОС и разработке цифровых средств обучения.

В качестве эмпирических методов использовался метод анализа результатов учебной деятельности студентов, представленных в виде авторских электронных средства учебного назначения и цифровых средств обучения по математике; выполненных индивидуальных заданий и интегративных учебных проектов в рамках изучения дисциплин «ИКТ в обучении математики и информатики» (ИКТвОМИ), «Проектирование и разработка информационных систем в образовании» (ПиРИСвО) и «Технологии цифрового образования» (ТЦО).

Кроме того, проводился целенаправленный педагогический эксперимент, качественный и количественный анализ полученных данных.

Исследование проводилось на базе Донецкого государственного университета в процессе профессиональной подготовки студентов бакалавриата направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (профиль: математика и информатика). В педагогическом эксперименте приняли участие 240 учителей и 164 студента.

Для оценки эффективности разработанной методики проводился анализ результатов профессиональной подготовки будущих учителей математики к работе в ЦОС по критериям: мотивационному, когнитивно-визуальному и компетентностному.

Статистическая значимость различий результатов подготовки студентов оценивалась на основе метода проверки гипотезы об однородности выборок с использование λ-критерия Колмогорова-Смирнова, критерия согласия Пирсона и t-критерия Стьюдента. Для расчетов критерия согласия Пирсона использовался онлайн калькулятор (https://math.semestr.ru/group/hypothesis-testing.php), а для t-критерия Стьюдента – онлайн калькулятор (https://findh.org/6212-kalkulyator-styudenta.html).

Результаты и их обсуждение. Контрольную группу (КГ) составили студенты 2017-2019 годов набора, которые обучались по традиционной методике в течении 5, 6 и 7 семестра. Количество студентов КГ составило 80 человек. Экспериментальную группу (ЭГ) составили студенты 2020-2022 годов набора, которые в 5, 6 и 7 семестрах обучались по экспериментальной методике. Количество студентов ЭГ составило 84 человек. На рисунке 1 приведено распределение студентов КГ и ЭГ по годам набора.

Педагогический эксперимент проводился в 3 этапа: констатирующий, поисковый и формирующий (см. рис. 2). Рассмотрим подробно каждый этап.

На *констатирующем* этапе эксперимента (2019-2021 уч. гг.) изучалась научно-методическая литература по вопросам методики подготовки будущих учителей математики к работе в цифровой образовательной среде, обосновывалась актуальность исследования, разрабатывались анкеты и контрольные работы по дисциплинам ИКТвОМИ, ТЦО и ПиРИСвО. На этом этапе мы пришли к выводу, что в научном дискурсе не определено понятие профессиональной цифровой компетентности будущего учителя математики и поэтому не выделены компоненты и требования к результатам формирования ПЦК. Нами были рассмотрены различные подходы к определению цифровой образовательной среды и предложена трактовка с выделением компонентов этой среды, значимых для организации обучения математики. Также отсутствует учебно-методическое обеспечение формирования ПЦК будущего учителя математики во время обучения в бакалавриате.

Год набора	Учебный год начала участия в эксперименте	ОФО	ЗФО	Итого
2017	2019-2020	16	10	**26**
2018	2020-2021	15	15	**30**
2019	2021-2022	16	8	**24**
	Итого КГ	**47**	**33**	**80**
2020	2022-2023	21	13	**34**
2021	2023-2024	19	11	**30**
2022	2024-2025	17	3	**20**
	Итого ЭГ	**57**	**27**	**84**

Рисунок 1 – Распределение студентов (чел.) КГ и ЭГ по годам набор

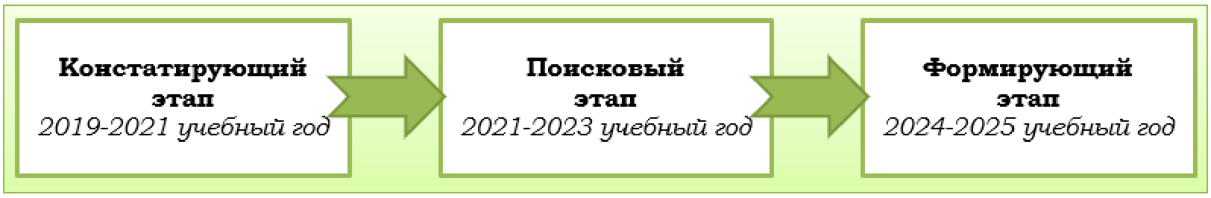

Рисунок 2 – Этапы педагогического эксперимента

Нами было проведено анкетирование учителей математики о разработке и использовании в профессиональной деятельности цифровых средств обучения по математике [14]. Подводя итоги анкетирования, было констатировано, что:

− учителя математики отмечают, что использование на уроках авторских цифровых средств обучения повышает качество обучения;

− 90 % респондентов считают полезными методические материалы и электронные средства для разработки цифровых средств обучения, однако не используют уже существующие сайты, на которых рассмотрены различные программы и сервисы, в связи с невозможностью самостоятельно адаптировать их для применения в предметном поле математики;

− учителя используют в работе готовые цифровые средства обучения, однако не разрабатывают или разрабатывают редко авторские средства обучения около 78% опрошенных.

Мы считаем эти показатели неудовлетворительными. По результатам анкетирования мы пришли к выводу, что необходимо обучение как будущих, так и нынешних учителей математики к разработке цифровых средств обучения математике.

Студенты экспериментальной и контрольной групп находились в равных условиях, так как не имели до этого опыта профессиональной деятельности в ЦОС. При проведении педагогического эксперимента достоверности результатов способствовали такие факторы как:

- наблюдения проводились по заранее разработанной методике в условиях реального учебного процесса;
- выборочная совокупность состояла из студентов одного направления подготовки разных лет набора;
- в КГ и ЭГ изучался одинаковый по содержанию учебный материал;
- преподаватели, работающие в ЭГ, заранее были ознакомлены с разработанной нами методикой;
- сформированы критерии оценки эффективности методики подготовки будущего учителя математики;
- все измерения были проведены по единым анкетам и контрольным работам.

Для оценки начального уровня подготовки к работе в ЦОС был применен разработанный нами тест на диагностику сформированности компетенции *ОПК-9 – способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности*, которая является одним из результатов обучения в бакалавриате согласно ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) [17]. Тест содержит вопросы, связанные с умениями работать в программах MS Word, Excel и PowerPoint, которые должны быть сформированы у студентов к началу изучения дисциплин ИКТвОМИ, ПиРИСвО и ТЦО. Тест содержал 100 вопросов, каждый из которых оценивался в 1 балл. Результаты тестирования рассматривались в качестве показателя сформированности ОПК-9, который изменялся в диапазоне от 0 до 100. Нами были выделены следующие уровни: очень высокий (93-100 баллов), высокий (85-92 баллов), средний (77-84 баллов), низкий (66-76 баллов), очень низкий (60-65 баллов) и недостаточный (менее 60 баллов). На рисунке 3 представлено распределение студентов по уровням сформированности компетенции ОПК-9. Поскольку недостаточный уровень не показал ни один студент, то на рис. 3 он не отображен.

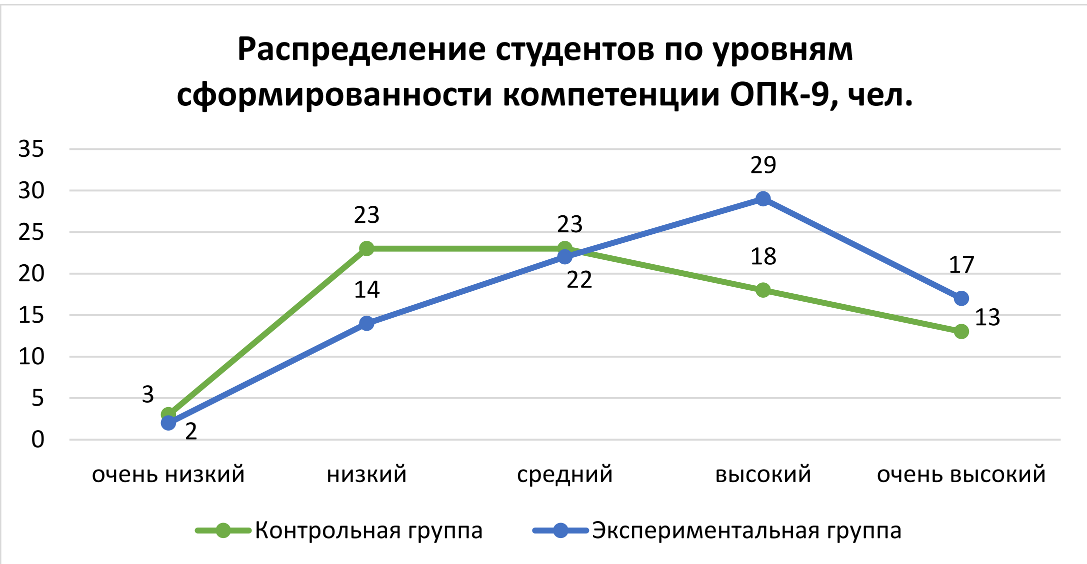

Рисунок 3 – Результаты диагностики сформированности компетенции ОПК-9

Для проверки статистической гипотезы об однородности выборок использовался λ-критерий Колмогорова-Смирнова [2]. Нами были сформулированы две гипотезы: H_0 – законы распределения уровня сформированности компетенции ОПК-9 в контрольной и экспериментальной группах одинаковы; H_1 – законы распределения различаются. Расчет был сделан в MS Excel и его результаты представлены на рисунке 4.

Построив ось значимости, где указаны критические значения $\lambda_{0,05}$ =1,36 и $\lambda_{0,01}$ = 1,63, соответствующие общепринятым уровням статистической значимости ρ = 0,05 и ρ = 0,01, получили графическую иллюстрацию (см. рис. 5).

Интервалы распределения баллов	**Эмпирические частоты**		**Эмпирические относительные частоты**		**Накопительные эмпирически относительные частоты**		**Абсолютная разница**
	$n_{КГ}$	$n_{ЭГ}$	$f_{КГ}$	$f_{ЭГ}$	$\Sigma f_{КГ}$	$\Sigma f_{ЭГ}$	$d = \lvert \Sigma f_{ЭГ} - \Sigma f_{КГ} \rvert$
60-65	3	2	0,038	0,024	0,038	0,024	0,014
66-76	23	14	0,288	0,167	0,325	0,190	0,135
77-84	23	22	0,288	0,262	0,613	0,452	**0,160**
85-92	18	29	0,225	0,345	0,838	0,798	0,040
93-100	13	17	0,163	0,202	1,000	1,000	0,000
Всего	**80**	**84**	**1,000**	**1,000**			

λ эмпирическое =	**1,0250**

Рисунок 4 – Расчет статистики λ-критерия Колмогорова-Смирнова по сформированности компетенции ОПК-9

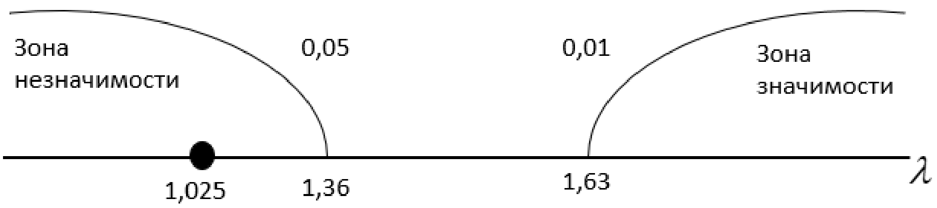

Рисунок 5 – Ось значимости: критерий Колмогорова-Смирнова для проверки однородности выборок

Как видно из рис. 5, найденное нами значение $\lambda_{эмп}$ =1,025 находится слева от критического значения $\lambda_{0,05} = 1,36$ – в зоне незначимости. Так как $\lambda_{эмп} < \lambda_{кр}$, то гипотеза H_0 подтвердилась, что говорит о том, что разница между значениями показателя сформированности компетенции ОПК-9 для КГ и ЭГ статистически не значима с вероятностью $\beta = 1 - \rho = 0,95$. В связи с этим сделан вывод, что начальный уровень подготовки к работе в ЦОС студентов КГ и ЭГ одинаковый.

На *поисковом* этапе эксперимента (2021-2023 уч. г.) был проведен анализ педагогической и методической литературы по проблеме подготовки к работе в ЦОС и формирования цифровой компетентности будущих учителей математики, были определены критерии и показатели сформированности у будущих учителей математики способности к работе в цифровой образовательной среде; проводились занятия по дисциплинам, в которых формируется эта способность. Нами были введены мотивационный, когнитивно-визуальный и компетентностный критерии. Показателями мотивационного критерия был выбран уровень сформированности у студентов мотивации и ценностного отношения к цифровому обучению. Показателем когнитивно-визуального критерия – уровень сформированности умений разрабатывать средства когнитивно-визуальной наглядности. Показатель компетентностного критерия – уровень сформированности ПЦК будущего учителя математики. Были разработаны:

1) системы заданий для освоения демонстрационных и имитационно-моделирующих программ;

2) индивидуальные учебные проекты;

3) задания для интегративных проектов;

4) средства когнитивно-визуальной наглядности;

5) сайт «Цифровой помощник учителя математики» (dig-math-teach.ru);

6) учебно-методическое пособие «Цифровые средства в работе учителя».

Проверка достоверности выводов поискового этапа и проверка эффективности разработанной методики происходили на *формирующем* этапе (2024-2025 гг.). Данный этап был направлен на внедрение и уточнение методики подготовки будущих учителей математики к работе в цифровой образовательной среде. Студенты экспериментальной группы обучались в соответствии с разработанной методикой: разрабатывали авторские цифровые средства обучения математике, выполняя индивидуальные задания и учебные проекты по дисциплинам, а студенты КГ в рамках традиционного учебного процесса.

Диагностика динамики показателя мотивационного критерия была осуществлена по адаптированной нами методике (по В.К. Гербачевскому) [10, с. 303-308]. В тесте отражены возникающие во время работы в ЦОС мотивационные структурные компоненты личности будущего учителя математики. В начале эксперимента разница между значениями показателя мотивационно-ценностного критерия у студентов КГ и ЭГ была статистически не значимой с вероятностью $\beta = 1 - \rho = 0,95$. В конце эксперимента нами было повторно проведено тестирование на определение уровня сформированности мотивации, которое показало более высокие значения показателя у студентов ЭГ по сравнению с КГ. Выполняя расчеты с помощью λ-критерия Колмогорова-Смирнова мы пришли к выводу, что разница в распределении показателя мотивационного критерия для студентов КГ и ЭГ является статистических значимой с вероятностью $\beta = 1 - \rho = 0,99$. На рисунке 6 представлены результаты сформированности у студентов мотивации и ценностного отношения к цифровому обучению на момент начала и конца эксперимента.

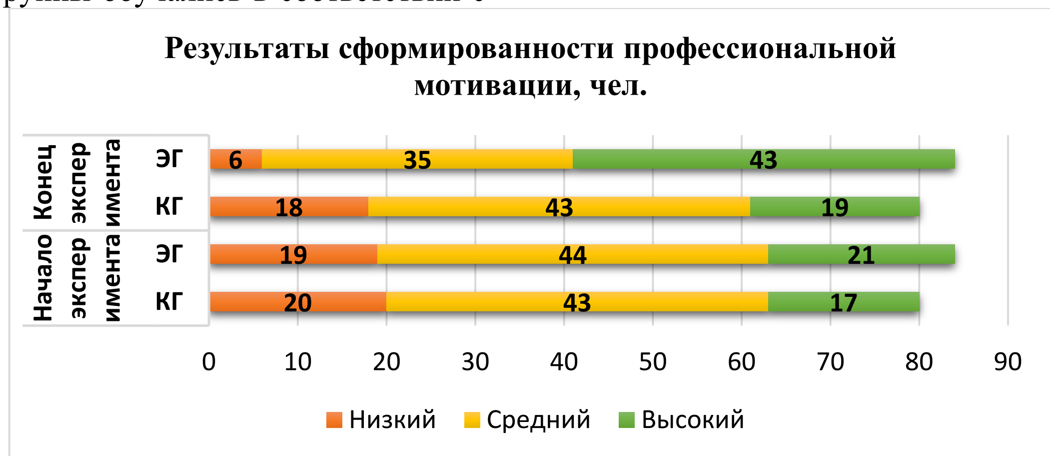

Рисунок 6 – Результаты диагностики показателя мотивационного критерия на момент начала и конца эксперимента

Нами была проведена оценка у будущих учителей математики способности к разработке средств когнитивно-визуальной наглядности. Диагностика осуществлялась на основе когнитивно-визуального критерия, показателем которого был выбран уровень сформированности умений разрабатывать средства когнитивно-визуальной наглядности (ментальная карта, инфографика, презентация с использованием искусственного интеллекта, фрагмент урока на онлайн доске, наглядные материалы алгебраических и геометрических построений (Desmos, Advanced Grapher и GeoGebra), интерактивный плакат, лента времени, видео-урок и скрайбинг) [5]. Измерителями уровня сформированности умений по разработке таких средств выступали индивидуальные задания, описанные в статье [15].

На рисунке 7 представлено распределение результатов выполнения этих заданий, из которого видно, что большее количество студентов ЭГ в отличие от КГ, имеет высокий уровень сформированности этого показателя. Стоит отметить, что работы студентов КГ и ЭГ отличались качественно, так как будущие учителя математики из ЭГ соблюдали все принципы разработки средств когнитивно-визуальной наглядности, в то время как студенты КГ делали упор на требования к средствам визуальной наглядности, в следствии чего получалась в большинстве обычная инфографика.

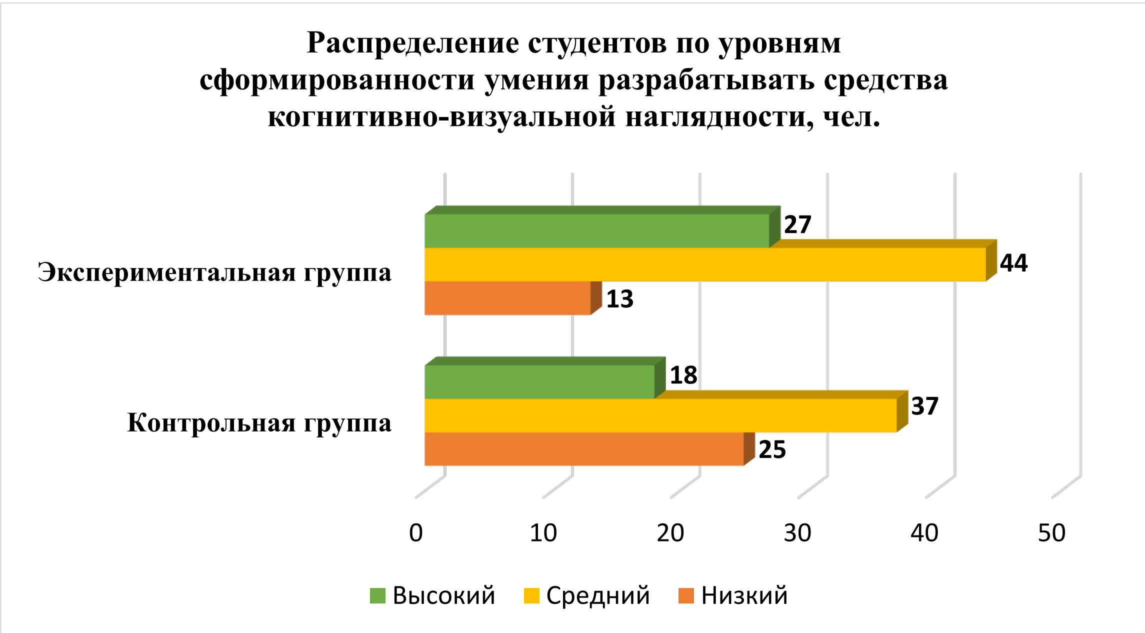

Рисунок 7 – Результаты диагностики показателя когнитивно-визуального критерия

Для проверки эффективности разработанной методики по когнитивно-визуальному критерию, нами был применен λ-критерий Колмогорова-Смирнова для проверки гипотезы об однородности выборок. Нами было найдено $\lambda_{эмп}$ =2,12, которое находится в зоне значимости, в связи с чем разница в распределении статистически значима с вероятностью $\beta = 1 - \rho = 0{,}99$, в связи с чем гипотеза об однородности выборок была отклонена и сделан вывод о статистической значимости различий значений показателя когнитивно-визуального критерия для КГ и ЭГ а значит применение методики повышает у будущих учителей математики уровень готовности к разработке и дальнейшему применению средств когнитивно-визуальной наглядности.

В соответствии с компетентностным критерием на формирующем этапе эксперимента проводилась диагностика уровня сформированности ПЦК. Измерителями которого выступали интегративные проекты «Сайт учителя математики», «Компьютерно-ориентированный урок математики» и «Цифровой урок математики», описанные в статье [7]. Эти проекты позволяли оценить уровни сформированность компонентов ПЦК, выделенных нами в работе [4], а именно математико-цифрового (K_1), методико-цифрового (K_2) и проектно-цифрового (K_3), которые легли в основу определения для каждого студента интегративного показателя – уровень сформированности профессиональной цифровой компетентности будущего учителя математики (K), как среднего арифметического значений K_1, K_2 и K_3. Интегративный показатель K измерялся по 100 балльной шкале. Для определения значений уровня сформированности ПЦК значения показателя K переводились из шкалы отношений в порядковую шкалу: очень высокий (94-100 б.), высокий (85-93 б.), средний (76-84 б.), низкий (68-75 б.), очень низкий (60-67 б.) и недостаточный (менее 60 б.).

В таблице 1 приведено распределение студентов по значениям уровня сформированности ПЦК будущего учителя математики, полученное в конце эксперимента.

Таблица 1 – Распределение студентов по значениям уровня сформированности ПЦК

Группы	**Кол-во студентов, чел.**					**Всего, чел.**
Экспериментальная	3	11	23	31	16	84
Контрольная	5	16	28	21	10	80
Уровни сформированности ПЦК	**ОН**	**Н**	**С**	**В**	**ОВ**	
Диапазоны значений показателя *К*, баллов	60-67	68-75	76-84	85-93	94-100	

При проведении эксперимента учитывалось соблюдение принципа равенства количественных и качественных показателей в ЭГ и КГ. Для применения критериев, которые дают возможность сравнить данные показатели генеральная совокупность должна иметь нормальный закон распределения.

Проверку гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности выполним с помощью критерия согласия Пирсона [2]. Предварительно найдем числовые характеристики выборок. Поставим в соответствие каждому интервалу его середину x_i ($i = 1, \ldots, 5$), расстояние между соседними вариантами составляет $h = 8$. Для обеих выборок числовые характеристики вычисляются по формулам:

– средняя взвешенная:

$$\overline{X} = \frac{1}{n_в}\sum_i x_i n_i\ , \qquad (1)$$

где $n_в$ – объем выборки; n_i – частота попадания варианты в соответствующий интервал;

– выборочная дисперсия:

$$D = \frac{1}{n_в}\sum_i \left(x_i - \overline{X}\right)^2 n_i\ ; \qquad (2)$$

– выборочное среднее квадратичное отклонение: $\sigma = \sqrt{D}$; (3)

– исправленная дисперсия:

$$S^2 = \frac{n_в}{n_в - 1} D\ ; \qquad (4)$$

– исправленное среднее квадратичное отклонение: $S = \sqrt{S^2}$. (5)

Для проверки гипотезы о нормальном законе распределения генеральной совокупности по критерию согласия Пирсона переходим к нормированной случайной величине, значения которой вычисляются по формуле: $u_i = \dfrac{x_i - \overline{X}}{\sigma}$.

Значения функции $\varphi(u_i)$ в полученных точках находим по таблице значений функции Лапласа, учитывая, что она четная. Теоретические частоты находим по формуле $n_i^{/} = \frac{nh}{\sigma}\varphi(u_i)$. Для сравнения теоретических и эмпирических частот расчетное значение критерия находим по формуле:

$$\chi^2_{расч} = \sum_i \frac{\left(n_i - n_i^{/}\right)^2}{n_i^{/}}. \qquad (6)$$

Расчеты выполнялись с помощью онлайн калькулятора (https://math.semestr.ru/group/hypothesis-testing.php) для проверки гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности для выборки ЭГ и КГ.

Для выборки ЭГ по формулам (1)-(5) получили такие числовые характеристики: $\overline{X}_э = 85,048$; $D_э = 84,302$; $\sigma_э = 9,182$; $S_э^2 = 86,341$; $S_э = 9,292$. Расчеты сведены в таблице 2, используя которые найдено расчетное значение критерия: $\chi^2_{расч} = 4,29$, вычисленное по формуле (6).

Таблица 2 – Расчетная таблица для ЭГ

x_i	63,5	71,5	80	89	98
n_i	3	11	23	31	16
u_i	–2,33	–1,47	–0,55	0,43	1,40
$n_i^{/}$	1,82	8,88	24,25	16,19	11,18

Число групп выборки равно $k = 5$, число степеней свободы для нормального закона распределения равно $r = k - 3 = 2$. Выбирая уровень значимости $\alpha = 0,05$, получаем критическое значение критерия: $\chi_{кр}^2 = 5,99$.

Наблюдаемое значение статистики Пирсона не попадает в критическую область, поэтому нет оснований отвергать основную гипотезу. Справедливо предположение о том, что данные выборки имеют нормальное распределение.

Выполним аналогичный расчет для КГ, данные приведены в таблице 3. Получаем следующие значения числовых характеристик, вычисленные по формулам (1-5): $\overline{X}_к = 81,76$; $D_к = 85,68$; $\sigma_к = 9,26$; $S_к^2 = 86,85$; $S_к = 9,32$.

Таблица 3 – Расчетная таблица для КГ

x_i	63,5	71,5	80	89	98
n_i	5	16	28	21	10
u_i	–0,47	–0,35	–0,07	0,26	0,44
$n_i^{/}$	3,66	13,17	26,75	19,82	5,93

Расчетное значение критерия Пирсона, вычисленное по формуле (6), равно $\chi^2_{расч} = 5,17$. Число групп выборки равно $k = 5$, число степеней свободы для нормального закона распределения равно $r = k - 3 = 2$. Выбирая уровень значимости $\alpha = 0,05$ получаем критическое значение критерия: $\chi_{кр}^2 = 5,99$. Так как $\chi^2_{расч} < \chi^2_{кр}$, то разница между эмпирическими и теоретическими частотами статистически не значима. Поэтому гипотеза о нормальном законе распределения генеральной совокупности принимается.

На рисунке 8 представлено распределение студентов по значениям уровня сформированности ПЦК будущего учителя математики, из которого видно, что студенты ЭГ имеют более высокие показатели, чем КГ.

Для оценки эффективности разработанной методики необходимо проверить следующие гипотезы: H_0 – эмпирические значения в ЭГ (выборка 1) и КГ (выборка 2) принадлежат одной генеральной совокупности, что свидетельствует об однородности выборок; H_1 – принадлежат разным генеральным совокупностям. Для этого используем статистический t-критерий Стьюдента [2], расчеты которого выполнялись с помощью онлайн калькулятора (https://findh.org/6212-kalkulyator-styudenta.html). На рисунке 9 представлен результат расчета t-критерия Стьюдента и вывод, что эмпирическое значение находится в зоне значимости.

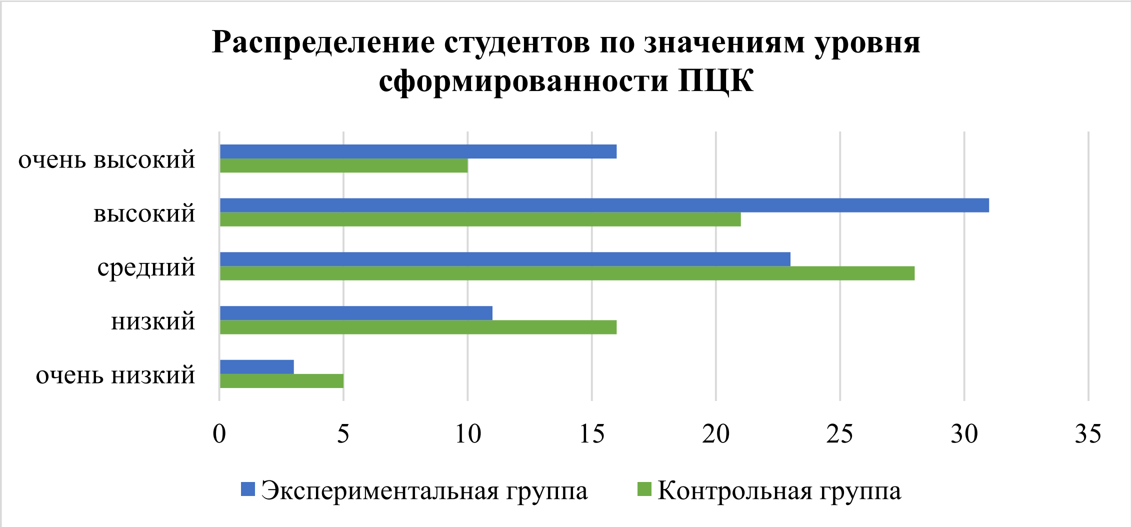

Рисунок 8 – Гистограмма распределения студентов по значениям уровня сформированности ПЦК

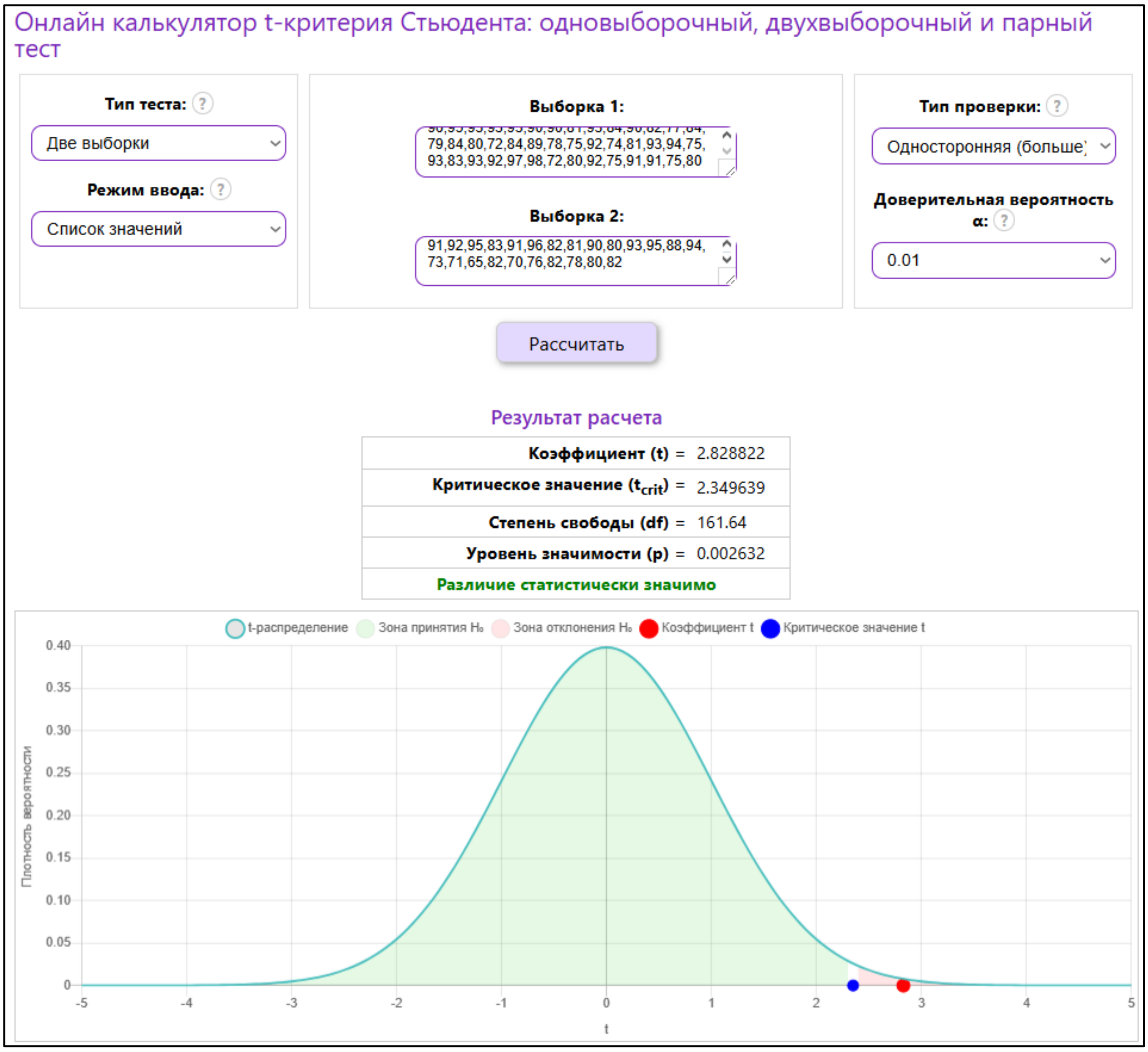

Рисунок 9 – Результаты проверки гипотезы об однородности выборок с помощью t-критерия Стьюдента в FindHow.org

Из рисунка 9 видно, что получена правосторонняя критическая область, так как $T_{кр}<T$ (2,35 < 2,83), что является основой для отклонения нулевой гипотезы H_0 в пользу альтернативной гипотезы H_1, на уровне значимости $\rho = 0,01$. Это означает с вероятностью 99%, что выборки не принадлежат одной генеральной совокупности. Это объясняется эффективностью предлагаемой методики по сравнению с традиционной.

Выводы и заключение. Таким образом, применение разработанной методики подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде повышает у студентов:

– мотивацию и ценностное отношение к разработке авторских цифровых обучения по математике и использованию их в будущей профессиональной деятельности;

– уровень готовности к разработке средств когнитивно-визуальной наглядности и применению их в дальнейшей профессиональной деятельности;

– уровень сформированности профессиональной цифровой компетентности будущего учителя математики.

Проверка эффективности методической системы подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде с помощью статистических методов, подтвердила эффективность её применения.

Благодарности. Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 27.02.2025 г. № 075-02-2025-1608).

1. Алексеева, Е.Н. Формирование цифровой исследовательской компетентности будущего учителя математики в рамках проектной деятельности / Е.Н. Алексеева // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. – 2024. – №2. – С. 147-156. – DOI: 10.22363/2312-8631-2024-21-2-147-156. – EDN: GRTUBI.

2. Бородина, А.В. Статистические критерии в анализе данных : учебное пособие для обучающихся по направлениям подготовки бакалавриата «Математика», «Прикладная математика и информатика», «Программная инженерия», «Информационные системы и технологии» / А.В. Бородина, Р.С. Некрасова ; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Федер. гос. бюджет. образоват. учреждение высш. образования Петрозав. гос. ун-т. – Петрозаводск : Издательство ПетрГУ, 2023. – 45 с.

3. Евсеева, Е.Г. Методы и формы подготовки будущих учителей математики к цифровому обучению / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-66-55-67 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 2 (66). – С. 55–67. – EDN ZPWMZC.

4. Евсеева, Е.Г. Моделирование цифровой компетентности учителя в контексте математического образования / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-58-29-36 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 2 (58). – С. 29–36.

5. Евсеева, Е.Г. Особенности применения когнитивно-визуального подхода к подготовке будущих учителей математики в условиях цифровизации образования / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова // Донецкие чтения – 2025: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности : Материалы X Международной научной конференции, посвященной 60-летию создания Донецкого научного центра (Донецк, 5–7 ноября 2025 г.). – Том 6: Педагогические науки. Часть 4 / под общей редакцией проф. С.В. Беспаловой. – Донецк : Изд-во ДонГУ, 2025. – С. 44–46.

6. Евсеева, Е.Г. Приёмы формирования трехкомпонентной профессиональной цифровой компетентности у будущих учителей математики в бакалавриате / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова. – DOI: 10.25629/HC.2023.12.45 // Человеческий капитал. – 2023. – № 12(180). – Ч. 2. – С. 106–116.

7. Евсеева, Е.Г. Средства подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде / Е.Г. Евсеева, Д.А. Скворцова. – DOI 10.25629/HC.2025.05.08// Человеческий капитал. – 2025. – № 5(197). – С. 87–95.

8. Паспорт национального проекта принятый президиумом Совета при Президенте Российской Федерации по стратегическому развитию и национальным проектам от 24.12.2018 года № 16 «Образование». – URL: https://edu.gov.ru/application/frontend/skin/default/assets/data/national_project/main / Паспорт_национального_проекта_Образование.pdf (дата обращения: 12.02.2025).

9. Постановление Правительства РФ от 7 декабря 2020 г. № 2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды» (вместе с «Положением о проведении на территории отдельных субъектов Российской Федерации эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды») // КонсультантПлюс: [сайт]. – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_370409/?ysclid=m8m4vf60x4806541929 (дата обращения: 13.02.2025).

10. Практикум по общей, экспериментальной и прикладной психологии / В.Д. Балин, В.К. Гайда, В.К. Гербачевский и др. Под общей ред. А.А. Крылова, С.А. Маничева. – 2-е изд., доп. и перераб. – Санкт-Петербург : Питер, 2003. – 560 с.

11. Приказ Министерства труда РФ от 18 октября 2013 г. № 544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» // Минтруд России: [сайт]. – URL: https://mintrud.gov.ru/docs/mintrud/orders/129 (дата обращения: 13.08.2025).

12. Селютин, В.Д. Методика формирования цифровой компетентности бакалавров в педагогическом образовании / В.Д. Селютин, Н.Н. Яремко, М.В. Глебова. – Текст: электронный // Мир науки. Педагогика и психология. – 2023. – Т. 11. – № 4. – URL: https://mir-nauki.com/PDF/06PDMN423.pdf (дата обращения: 29.09.2025)

13. Скафа, Е.И. Технология формирования математической цифровой компетентности будущих магистров математического образования / Е. И. Скафа, Е.Г. Евсеева // Педагогическая информатика. – 2023. – № 3. – С. 132– 141.

14. Скворцова Д.А. Методическая система подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде / Д.А. Скворцова. – DOI: 10.5281/zenodo. 17906631 // Вестник ДонНУ. Сер. Б: Гуманитарные науки. – 2025. – № 3. – С. 126–134.

15. Скворцова, Д.А. Освоение будущими учителями математики средств организации обучения в цифровой образовательной среде / Д.А. Скворцова, Е.Г. Евсеева // Цифровая трансформация образования и науки: отечественный и зарубежный опыт : Сборник материалов XV Международной научно-практической конференции, Москва, 29 апреля 2025 года. – Москва : Издательство АЭО, 2025. – С. 141–152.

16. Старостина, С.Е. Современное математическое образование: возможности формирования ИКТ-компетентности будущего учителя / С.Е. Старостина, А.Д. Федотова. – DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-5-56-63 // Ученые записки Забайкальского государственного университета. – 2020. – №5. – С. 56–63.

17. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) [утвержден Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125]. – URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-44-03-05-pedagogicheskoe-obrazovanie-s-dvumya-profilyami-podgotovki-125 (дата обращения 20.10.2025).

17. Skafa, E.I. The ways of forming professional digital competence of a future mathematics teachers / E.I. Skafa, E.G. Evseeva, D.A. Skvortsova // Proceedings of the International Conference "Scientific research of the SCO countries: synergy and integration" (November 6, 2024. Beijing, PRC). – Beijing, Scientific publishing house In-finity, 2024. – Pp. 42–47. – DOI 10.34660/INF.2024.69.52.062.

TESTING THE EFFECTIVENESS OF METHODS FOR PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS TO WORK IN A DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT

Skvortsova Darya,
Senior Lecturer
Donetsk State University,
Donetsk, Russian Federation

Abstract. *The article considers a pedagogical experiment on the problem of the formation of professional digital competence of a future mathematics teacher to assess the effectiveness of the methodology of their preparation for work in a digital educational environment. The indicator is the level of formation of the mathematical-digital, methodological-digital and design-digital components of the formed quality. The results of the pedagogical experiment and their statistical processing are presented. The effectiveness of the developed methodology was assessed by testing the statistical hypothesis of sample uniformity using the Kolmogorov-Smirnov λ-test, the Pearson agreement criterion, and the Student's t-criterion.*

It has been shown that the application of the developed methodology for training future mathematics teachers to organize learning in a digital educational environment increases students' motivation and value-based attitude towards developing their own digital mathematics teaching materials and using them in their future professional activities; the level of readiness to develop cognitive-visual aids and apply them in their future professional activities; and the level of development of the future mathematics teacher's professional digital competence.

Keywords*: mathematics teacher training, digital educational environment, professional digital competence, assessment of the effectiveness of the methodology, pedagogical experiment, testing the hypothesis of sample uniformity, Kolmogorov-Smirnov λ-criterion, Pearson agreement criterion, Student's t-criterion.*

For citation: Skvortsova D. (2025). Testing the effectiveness of methods for preparing future mathematics teachers to work in a digital educational environment. Didactics of mathematics: problems and investigations. No. 4(68), pp. 47–60. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-47-60. – EDN HLNKYC.

Статья представлена профессором Е.Г. Евсеевой.
Поступила в редакцию 12.10.2025.

МЕТОДИЧЕСКАЯ НАУКА – УЧИТЕЛЮ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УДК 373.5.091.2:51
EDN WPCOXF
DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-61-71

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАВНОСИЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ В ШКОЛЕ

Бабенко Алена Сергеевна[1],
кандидат педагогических наук, доцент,
Author ID: 808337
ORCID: 0000-0001-6267-0497
e-mail: a_babenko@kosgos.ru
Матыцина Татьяна Николаевна[1],
кандидат физико-математических наук, доцент,
Author ID: 844573
ORCID: 0000-0003-1090-003X
e-mail: t_matycina@kosgos.ru
Задворнова Алиса Сергеевна[2],
e-mail: zadvornova4alisa@gmail.com
[1]ФГБОУ ВО «Костромской государственный университет»,
г. Кострома, РФ
[2]МБОУ «СОШ № 30 г. Костромы», г. Кострома, РФ

Аннотация. *В данной работе представлены разнообразные равносильные переходы при решении стандартных уравнений и неравенств в школьном курсе математике. Описаны приемы обучения методам решения уравнений и неравенств, которые включают в себя использование цветовой дифференциации, установление взаимосвязи понятий теории множеств, математической логики и понятия «система-совокупность»; рекомендации для учителя о применении равносильных переходов на уроке. В работе приведены основные равносильные переходы, которые можно применять при решении уравнений и неравенств, а также задачи повышенного уровня сложности – задания с параметром. Показаны эффективные способы применения равносильных переходов, которые в некоторых случаях позволяют исключить избыточные условия, тем самым упрощая решение, сокращения время на выполнение задания, что, несомненно, уменьшает количество «шальных» ошибок, возникающих у школьников. Описаны результаты апробации проведенного исследования о внедрение разработанных учебных материалов в образовательный процесс. Исследование проводилось в 10–11 классах в течение двух лет, целью которого было проверить уровень сформированности умения решать уравнения и неравенства у обучающихся. Согласно результатам входного и итогового тестирований учащихся были сделаны выводы о повышении эффективности обучения в классе.*

Ключевые слова: *уравнения, неравенства, математическая логика, теория множеств, цветовая дифференциация, оптимальный равносильный переход.*

Для цитирования: Бабенко, А.С. Использование равносильных переходов при решении уравнений и неравенств в школе / А.С. Бабенко, Т.Н. Матыцина, А.С. Задворнова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-61-71 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 61–71. – EDN WPCOXF.

Введение. Школьный курс математики разнообразный и включает в себя множество практических задач. Подавляющее большинство из этих задач решаются с помощью уравнений и неравенств. При решении алгебраических уравнений (неравенств) часто возникает необходимость преобразовывать исходное выражение таким образом, чтобы упростить процесс нахождения корней уравнения (неравенства). Одним из важнейших инструментов решения являются равносильные преобразования, позволяющее заменить одно уравнение (неравенство) другим, эквивалентным ему. Решение уравнений часто вызывает затруднения у школьников. Из-за слабо сформированного навыка решения уравнений, возникают пробелы в освоении других разделов школьного курса математики. Поэтому важно качественно сформировать данный навык у учащегося с самого начала. Для этого нужно использовать равносильные переходы [3; 17; 18].

Подтверждением данного факта являются результаты единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике профильного уровня по Костромской области. Если с заданием номер шесть (элементарное уравнение) первой части справляются всегда около 90 % участников экзамена, то с заданием пятнадцать (неравенство повышенного уровня сложности) второй части справляются гораздо меньше. Полный балл за это задание получают примерно 15–20 % участников экзамена, согласно данным размещенным в открытом доступе государственным автономным учреждением Костромской области «Региональный центр оценки качества образования «Эксперт»». Исходя из собственного опыта проверки работ с развернутым ответом ЕГЭ по математике можно заметить, что распространёнными ошибками являются:

– неправильное использование символики, записывают систему там, где необходимо ставить знак совокупности;

– неправильное применение равносильных переходов;

– записывают область допустимых значений в неполном объеме (например, ставится ограничение только на подлогарифмическое выражения, не учитывая другие условия).

К чему могут привести ошибки при решении неравенств более подробно изложено в научном исследовании E. Halmaghi [19].

Проблема исследования заключается в повышении эффективности обучения при изучении линии уравнений и неравенств в школе с применением цветовой дифференциации и применением элементов математической логики.

Множество российских и советских ученых занимались вопросами формирования навыка решения уравнений и неравенств: К.И. Нешкова, С.И. Величко, В.А. Гусева, В.В. Давыдов, Г.В. Дорофеев, О.Б. Епишева, Ю.М. Колягина, А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин и др. Методике обучения решению уравнений посвящены работы А.Ш. Блоха, В.А. Гусева, Ю.М. Колягина, Е.Э. Мордкович, Г.И. Саранцева и др.

Проанализировав методическую литературу, хотим отметить, что уже обучающимся 8 класса следует начинать объяснять, как правильно осуществлять равносильный переход (более подробно можно ознакомится в работе Г.И. Саранцева [12]). При этом на первом этапе изучения уравнений мы рекомендуем использовать цветовую дифференциацию, так как применение цветов позволит сделать акценты на важных моментах излагаемого материала, поэтому ученик визуально может легче его запомнить.

Использование цветов в качестве опорных сигналов – эта идея не новая, разработанная В.Ф. Шаталовым. Основная цель применения данных разработок – повысить эффективность учебных занятий [2, с. 90].

Цель статьи – *разработать и апробировать методику изучения уравнений и неравенств в школе с применением цветовой дифференциации и элементов математической логики.*

Материалы и методы. Теоретические методы исследования: анализ психолого-педагогической, научно-методической, научно-математической литературы, обобщение изученного материала. Методы эмпирического исследования: педагогическое наблюдение за деятельностью обучающихся, сбор материала, анализ результатов контрольных работ обучающихся.

Результаты и их обсуждение. Решение любого уравнения или неравенства предполагает пошаговые равносильные переходы. Это означает, что исходное уравнение (неравенство) заменяется на ряд равносильных уравнений (неравенств) и/или системой или совокупностью уравнений (неравенств). Грамотное логическое применение равносильных переходов помогает ученику успешно справляться с решением уравнений и неравенств различной сложности.

Зачастую ученик путается в символике, неправильно выполняет равносильные переходы, что приводит к неверному выполнению задания. Помимо разнообразных ошибок вычислительного характера или при решении простейших уравнений и неравенств первой и второй степени, обучающиеся часто допускают логические ошибки [5].

Предлагаем при объяснении тем, связанных с решением заданий с использованием равносильных переходов, проводить аналогию, связующую такие понятия как «конъюнкция-дизъюнкция», «система-совокупность» и «пересечение-объединение». Причем, начинать это нужно с 8 класса, так как именно в этом классе вводятся понятия операций над логическими высказываниями в разделе «Элементы математической логики» на уроках информатики [15, с. 9], а с понятием «система» обучающиеся знакомятся в 7 классе при изучении уравнений, а затем в 8 классе – при изучении уравнений и неравенств [16, с. 40, 41].

Например, при введении понятия «система» учителю необходимо обратить внимание обучающихся на то, что знак системы ставится в случае, когда должны выполняться все заданные условия, то есть мы может между алгебраическими выражения поставить союз «и» (а значит это конъюнкция высказываний). Иногда, в результате решения отдельно взятых уравнений (или неравенств) системы мы получаем их множество корней, но в итоге обязательно нужно найти пересечение полученных множеств. Аналогично, следует поступать при введении понятия «совокупность», только в этом случае выполняется хотя бы одно из данных утверждений, что соответствует союзу «или» (а значит это дизъюнкция высказываний), тогда в итоге требуется найти объединение множеств решений каждого из утверждений [7].

Для более глубокого понимания данного аспекта обучающимися рекомендуется начертить им таблицу (см. табл. 1), проводя аналогии и четко формируя взаимосвязи понятий из разных разделов школьного курса математики [9, с. 62–63].

Если при этом на первых уроках ввести цветовую дифференциацию [2], то ученики несомненно более внимательно и детально будут понимать и воспринимать особенности решения заданий и логически правильно применять равносильные переходы. При этом учитель может предложить обучающимся различные способы введения цветов:

– знакам системы и совокупности присвоить цвета, соответствующие их равносильным операциям [8];

– выбор цветов может происходить в игровой форме;

– дети могут предложить свои цвета;

– учитель может ввести сам цвета, например, знак системы – красным, а совокупности – синим. Опишем самые распространенные случаи применения равносильных переход при решении различных уравнений, неравенств с параметром и без.

Таблица 1 – Соответствие обозначений основных понятий

	Обозначение логической операции	**Обозначение системы или совокупности**	**Обозначение операции над множествами**
оба утверждения	$\wedge$	$\{$	$\cap$
хотя бы одно утверждение	$\vee$	$[$	$\cup$

Заметим, что в большинстве случаев учащиеся без особых сложностей решают линейные и квадратные уравнения [4]. Однако решение дробно-рациональных уравнений уже вызывают у них некоторые затруднения. Поэтому при их решении необходимо сделать акценты на правильность применения равносильных переходов.

Сначала рассмотрим пример квадратного уравнения:

$$(2x-4)(3+x)=0.$$

Как показывает практика, слабо подготовленный ученик, не умеющий применять равносильные переходы, будет напрямую раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые, приходить к квадратному уравнению, далее искать дискриминант. Несомненно, данная цепочка рассуждений логически верна, но времязатратная для ученика и имеет «подводные камни». У ребенка могут возникнуть трудности при раскрытии скобок, при приведении подобных слагаемых, могут быть допущены вычислительные ошибки, ошибки в формуле дискриминанта и формуле нахождения корней уравнения и пр. Но, если ученик владеет знаниями, когда произведение двух выражений равно нулю, он может выстроить логическую цепочку эквивалентных переходов, которые позволяют избежать перечисленных выше «подводных камней».

Приведем схему решения конкретного уравнения с применением цветовой дифференциации для обучающихся 8 класса (см. табл. 2), опишем логические рассуждения равносильных переходов и представим их математическую запись.

При решении дробно-рациональных уравнений основная ошибка у учеников заключается в том, что, либо они забывают сделать ограничение на знаменатель, либо начинают искать область допустимых значений, а затем про нее забывают и записывают в ответ посторонние корни. В этом случае наиболее эффективным и результативным методом решения является метод равносильных переходов. При изучении данной темы учитель может задавать детям наводящие вопросы, например, «Когда значение дроби равно нулю?», «Какой союз нужно здесь применить?», «Чему не должен равняться x?», «Оба ли корня подходят?» и т.д.

Особенность второго примера (табл. 4) заключается в правильной записи равносильного перехода при нахождении ограничений на знаменатель. Заметим, что произведение двух множителей не равно нулю, когда оба множителя не равны нулю. В этом этапе решения важно обратить внимание детей на то, что при отрицании союз «или» меняется на «и», тогда правильный переход к системе, а не к совокупности.

Таблица 2 – Иллюстрация примера решения квадратного уравнения

Рассуждения	**Преобразования уравнения**	**Алгоритм решения**
произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла	$(2x-4)(3+x)=0$	$f(x)g(x)=0$
первый множитель равен нулю **и** второй – существует **или** второй множитель равен нулю **и** первый – существует	$\left[\begin{array}{l} 2x-4=0; \\ 3+x=0. \end{array}\right.$	$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x)=0; \\ g(x) - \text{сущ.}; \end{cases} \\ \begin{cases} g(x)=0; \\ f(x) - \text{сущ.} \end{cases} \end{array}\right.$
решить каждое уравнение	$\left[\begin{array}{l} x=2; \\ x=-3. \end{array}\right.$	A – множество корней $f(x)=0$, B – множество корней $g(x)=0$
записать ответ	Ответ: –3, 2	$A \cup B$

Таблица 3 – Иллюстрация примера решения дробно-рационального уравнения с многочленом первой степени в знаменателе

дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля	$\frac{x^2-8x+15}{x-3}=0$	$\frac{f(x)}{g(x)}=0$
числитель равен нулю **и** знаменатель не равен нулю	$\begin{cases} x^2-8x+15=0; \\ x-3\neq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)=0; \\ g(x)\neq 0. \end{cases}$
решить уравнение и найти ограничения	$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=5; \\ x=3; \end{array}\right. \\ x\neq 3. \end{cases}$	A – множество корней $f(x)=0$, B – множество корней $g(x)=0$
отобрать нужные корни и записать ответ	Ответ: 5	$A \backslash B$

Таблица 4 – Иллюстрация примера решения дробно-рационального уравнения с многочленом второй степени в знаменателе

дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля	$\frac{x^2-8x+15}{x^2-9}=0$	$\frac{f(x)}{g(x)}=0$
числитель равен нулю **и** знаменатель не равен нулю	$\begin{cases} x^2-8x+15=0; \\ x^2-9\neq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} f(x)=0; \\ g(x)\neq 0. \end{cases}$
решить уравнение и найти ограничения	$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=5; \\ x=3; \end{array}\right. \\ \begin{cases} x\neq 3; \\ x\neq -3. \end{cases} \end{cases}$	A – множество корней $f(x)=0$, B – множество корней $g(x)=0$

отобрать нужные корни и записать ответ	Ответ: 5	$A\backslash B$

Основные равносильные переходы для базовых конструкций уравнений и неравенств можно найти в книге М.Я. Выгодского [3]. В статье П.Ф. Севрюкова [13] приведены примеры заданий, которые подтверждают важность изучения методов равносильных переходов, в частности при оформлении развернутых ответов на ОГЭ и ЕГЭ.

Рассмотрим конструкции для уравнений и неравенств, которые, следуя логическим рассуждениям, можно представить в более простой форме. Например, довольно часто в школьном курсе математики встречается иррациональное уравнение, в правой части которого присутствует выражение, содержащее переменную [1]. При решении уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$ обучающиеся в большинстве случаев рассуждают следующим образом: возводят обе части уравнения в квадрат, при этом не накладывая никаких ограничений на переменную, решают уравнение и делают проверку найденных корней. Такой метод имеет право на существование и для особенно слабо подготовленного ученика он наиболее подходящий. Однако данные рассуждения имеют ряд недостатков:

– корни уравнения могут оказаться иррациональными числам, что затрудняет их проверку, более того для некоторых школьников трудно подставить и десятичную дробь вместо переменной в уравнение;

– при подстановке чисел в исходное уравнение учащиеся могут допустить вычислительные ошибки, что приведет к приобретению посторонних корней или к потере корня уравнения;

– слабо развивается у обучающихся логика рассуждений при решении уравнения;

– совершенно не подготавливает ученика для решения иррациональных неравенств, ведь метод подстановки там уже не работает.

Для того чтобы не возникали подобные ситуации, описанные выше, следует учить школьников правильным логическим переходам при решении уравнения вида $\sqrt{f(x)} = g(x)$. Данное уравнение равносильно следующей системе

$$\begin{cases} f(x) = g^2(x); \\ f(x) \geq 0; \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

Однако заметим, что условие $f(x) \geq 0$ в системе лишнее, так как уравнение $f(x) = g^2(x)$ гарантирует неотрицательность $f(x)$. Если ученик будет решать это лишнее неравенство, то он может допустить вычислительные ошибки, которые, несомненно, повлияют на решение уравнения в целом. Поэтому выгодно применить следующий равносильный переход:

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x); \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

Такой подход в рассуждениях позволит обучающимся упростить решения уравнения и способствует развитию логического мышления, а в последствии позволит сформировать навык решения трансцендентных неравенств.

Разнообразные задачи, содержащие переменную под знаком модуля, хорошо описал в своей работе П.Ф. Севрюков [14].

Рассмотрим примеры решения неравенств с логарифмом вида $\log_a f(x) > b$ и $\log_a f(x) < b$, где $a \neq 1$ $a > 0$, $b \in \mathbf{R}$. Самая распространенная ошибка, которую допускают ученики, заключается в том, что многие забывают об основании логарифма и о том, как значение основания a влияет на знак неравенства [10].

Проанализируем как осуществляется равносильный переход при решении неравенств подобного типа.

Если $a > 1$, то искомое неравенство можно заменить равносильной системой неравенств:

$$\begin{cases} f(x) > a^b; \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

Однако заметим, что второе условие $f(x) > 0$ в данной системе будет лишним, в силу того, что первое неравенство гарантирует выполнение положительности подлогарифмического выражения, так как $a^b > 0$ при любом $a > 0$, $b \in \mathbf{R}$. Таким образом, неравенство $\log_a f(x) > b$ при $a > 1$ равносильно неравенству $\log_a f(x) > b$.

Если $0 < a < 1$, то искомое неравенство можно заменить равносильной системой неравенств:

$$\begin{cases} f(x) < a^b; \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

В этом случае ограничение на подлогарифмическое выражение обязательно, игнорировать его нельзя.

Если искомое неравенство вида $\log_a f(x) < b$, где $a \neq 1$ $a > 0$, $b \in \mathbf{R}$, то рассуждая аналогично можно выполнить следующие равносильные переходы:

если $a > 1$, то $\log_a f(x) < b \Rightarrow \begin{cases} f(x) < a^b; \\ f(x) > 0; \end{cases}$

если $0 < a < 1$, то $\log_a f(x) < b \Rightarrow \begin{cases} f(x) > a^b; \\ f(x) > 0, \end{cases} \Rightarrow f(x) > a^b.$

При изучении методов решения различных уравнений и неравенств учителю следует акцентировать внимание учеников на равносильных переходах, а также каждый раз следить за правильностью каждого перехода. При решении заданий в классе можно задавать ряд вопросов:

– равносильный ли переход сделан;

– достаточно ли условий в системе или совокупности;

– можно ли сделать проще,

– может какое-то условие избыточное.

В таблице 5 приведем примеры оптимального равносильного перехода некоторых видов неравенств, позволяющих более эффективно и рационально решать неравенства.

Таблица 5 – Равносильные переходы

Вид неравенства	**Равносильный переход**	**Оптимальный равносильный переход**
$\sqrt{f(x)} > g(x)$	$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) > g^2(x); \\ g(x) \geq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \geq 0; \\ g(x) < 0. \end{cases} \end{array}\right. \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$	$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) > g^2(x); \\ g(x) \geq 0. \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) \geq 0; \\ g(x) < 0. \end{cases} \end{array}\right.$
$\lvert f(x)\rvert \leq g(x)$	$\begin{cases} f(x) \leq g(x); \\ f(x) \geq -g(x); \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) \leq g(x); \\ f(x) \geq -g(x). \end{cases}$
$\lvert f(x)\rvert > g(x)$	$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} f(x) > g(x); \\ f(x) < -g(x); \end{array}\right. \\ g(x) \geq 0; \end{cases} \\ g(x) < 0. \end{array}\right.$	$\left[\begin{array}{l} f(x) > g(x); \\ f(x) < -g(x). \end{array}\right.$

$\log_a f(x) < \log_a g(x)$, $a > 1$	$\begin{cases} f(x) < g(x); \\ f(x) > 0; \\ g(x) > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) < g(x); \\ f(x) > 0. \end{cases}$
$\log_a f(x) < \log_a g(x)$, $0 < a < 1$	$\begin{cases} f(x) > g(x); \\ f(x) > 0; \\ g(x) > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} f(x) > g(x); \\ g(x) > 0. \end{cases}$

Рассмотрим, какой равносильный переход можно использовать при решении уравнение с параметром содержащего переменную под знаком модуля. Пример, найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$5|x - 3a| + |x - a^2| + 4x = a$$

1) имеет бесконечное множество решений; 2) не имеет решений.

Подробное решение этого уравнения представлено в книге А.И. Козко, В.С. Парфено, И.Н. Сергеева и др. [6, с. 26]. Мы же сформулируем общий равносильный переход и покажем чему равносильно данное уравнение. Если это уравнение попробовать рассмотреть в общем виде, то можно подметить следующую структуру:

$$A|f(x,a)| + B|g(x,a)| = h(x,a),$$

где A и B – некоторые действительные числа, а $f(x, a)$, $g(x, a)$, $h(x, a)$ – функции, зависящие от переменной x и содержащие параметр a. Тогда это уравнение можно заметить равносильной совокупностью:

$$A|f(x,a)| + B|g(x,a)| = h(x,a) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} Af(x,a) + Bg(x,a) = h(x,a); \\ f(x,a) \geq 0; \\ g(x,a) \geq 0; \end{cases} \\ \begin{cases} Af(x,a) - Bg(x,a) = h(x,a); \\ f(x,a) \geq 0; \\ g(x,a) \leq 0; \end{cases} \\ \begin{cases} -Af(x,a) + Bg(x,a) = h(x,a); \\ f(x,a) \leq 0; \\ g(x,a) \geq 0; \end{cases} \\ \begin{cases} -Af(x,a) - Bg(x,a) = h(x,a); \\ f(x,a) \leq 0; \\ g(x,a) \leq 0. \end{cases} \end{array} \right.$$

Также примеры решения заданий с параметрами, где в ходе их решения осуществляется переход к равносильным системам и совокупностям можно посмотреть в работе Т.В. Павловой [11].

Таким образом, использование цветовой дифференциации, взаимосвязи понятий теории множеств, математической логики и раздела школьного курса математики «Уравнения и неравенства», а также акцентирование внимания школьников на оптимальных равносильных переходах позволяет повысить эффективность обучения.

В ходе апробации результатов исследования был измерен показатель уровня сформированности навыков решения уравнений и неравенств у обучающихся 10–11 классов на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Средняя общеобразовательная школа № 30». В данной работе были задействованы 72 обучающихся 10–11 классов школы в период с 2024 по 2025 гг.

Наблюдение проводилось за обучающимися 10-х классов, которые были разделены на контрольную и экспериментальную группы, а в последствии перешли в 11 класс. Перед внедрением разработанных авторами учебных материалов было проведено тестирование, результаты которого показали уровень сформированности навыка решения уравнений и неравенств в 10 А и 10 Б классах. На рисунке 1 синий цвет – средний балл результатов тестирования (по четырехбалльной шкале). Оказалось, что у обучающихся 10 А уровень гораздо ниже, чем у 10 Б. Одной из причин этого является различные профили: 10 А класса – социально-экономический, а 10 Б – технологический. Поэтому было решено, что учащиеся 10 А класса будут заниматься с использованием разработанных учебных материалов, а обучающиеся 10 Б класса – традиционно.

В конце изучения алгебры в обоих классах проводилось итоговое тестирование (контрольная работа, содержащая уравнения и неравенства разного уровня сложности). На рисунке 1 оранжевый цвет – средний балл результатов итогового тестирования.

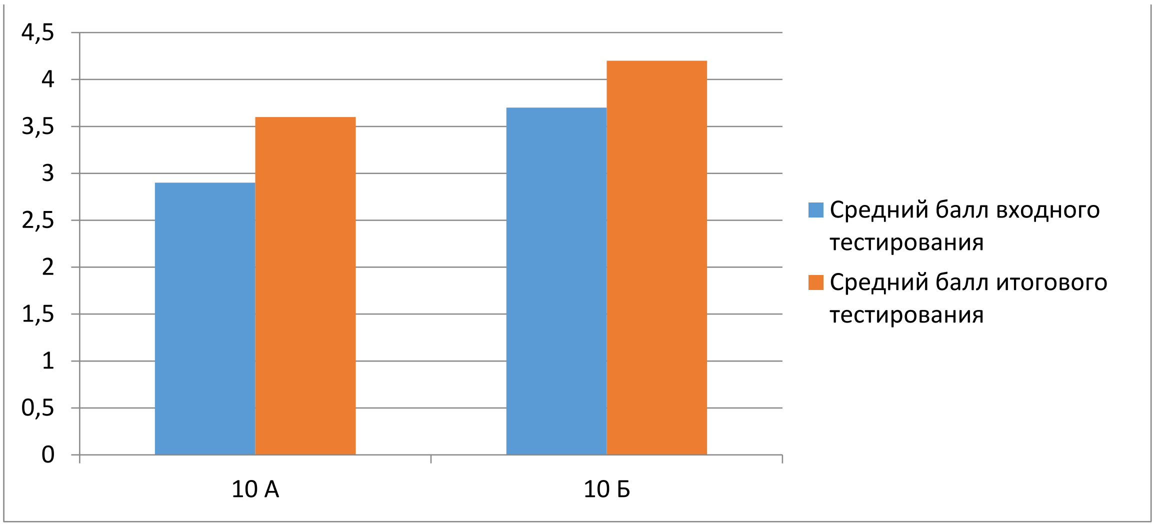

Рисунок 1 – Средний балл работ обучающихся

Можно сделать вывод о том, что при изучении уравнений и неравенств с применением цветовой дифференциации и элементов математической логики уровень сформированности навыка 10 А класса повысился и приблизился к уровню знаний 10 Б класса. Таким образом, разработанные авторами материалы позволяют улучшить понимание у обучающихся о решении уравнений и неравенств, что повлияло на повышение эффективности обучения в классе.

Выводы и заключение. Применение цветовой дифференциации на первых уроках по теме «Уравнения и неравенства» способствует более эффективному формированию навыков решения уравнений и неравенств. Использование взаимосвязей понятий математической логики и теории множеств приводит к развитию умения правильно выполнять равносильные переходы при решении заданий и понимать их смысл. Описанные в работе равносильные переходы способствуют улучшению понимания у обучающихся при решении уравнений и неравенств, что, безусловно, позволяет ему активно включиться в познавательную и исследовательскую деятельность на уроке. Более того, использование оптимальных равносильных переходов при решении примеров позволит сократить время на выполнение задания.

1. *Батуева, К.С. Иррациональные уравнения и неравенства в школьном курсе математики / К.С. Батуева, Н.М. Закирова // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона : периодический межвузовский сборник научно-методических работ. – 2017. – Вып. 19. – С. 204–208.*

2. *Вавилова, С.М. Метод В.Ф. Шаталова – возможности использования в современном образовании / С.М. Вавилова, И.В. Ватутина, О.В. Суховеева // Педагогические и психологические основы оптимизации образовательного процесса в высшей медицинской школе : Материалы научно-практического семинара, Воронеж, 27 февраля 2019 года. – Воронеж : Общество с ограниченной ответственностью "Издательство "Мир науки", 2019. – С. 15–18.*

3. *Выгодский, М.Я. Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. – Москва : АСТ, 2025. – 512 с.*

4. *Голубев, А.А. Уравнения и неравенства в школьном курсе математики: учебное посо-*

бие / А.А. Голубев, Т.А. Спасская. – Тверь : Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тверской государственный университет», 2013. – 160 с.

5. Гусев, В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А. Гусев. – Москва : ООО «Издательство «Вербум-М», ООО «Издательский центр «Академия», 2003. – 432 с.

6. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи / А.И. Козко, В.С. Парферов, И.Н. Сергеев, В.Г. Чирский. – 2-е изд., стер. – Москва : МЦНМО, 2018. – 232 с.

7. Задворнова, А.С. Испольование цветовой дифференциации при изучении элементов математической логики и решение систем и совокупностей уравнений или неравенств / А.С. Задворнова, А.С. Бабенко // Ступени роста – 2024 : материалы 76-й межрегиональной научно-практической конференции молодых ученых, Кострома, 01–22 апреля 2024 года / сост. и отв. ред. Л.А. Исакова. – Кострома : Костромской государственный университет, 2024. – С. 75.

8. Задворнова, А.С. Применение элементов математической логики при изучении понятий системы и совокупности / А.С. Задворнова, А.С. Бабенко, Т.Н Матыцина // Математика и информатика, астрономия, физика, технология и совершенствование их преподавания : материалы научно-методической конференции «Чтения Ушинского», Ярославль, 20–22 марта 2024 года; научн. ред. И.В. Кузнецовой. – Ярославль : РИО ЯГПУ, 2024. – С. 54–61.

9. Малова, И.Е. Проблемы реализации методики формирования понятий / И.Е. Малова, Л.П. Охват. – DOI: 10.24412/2079-9152-2023-57-60-68 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 1(57). – С. 60–68.

10. Мирошниченко, И.Л. Опорные неравенства при решении математических задач / И.Л. Мирошниченко // Психология и педагогика: методология, теория и практика : сборник статей Международной научно-практической конференции, Челябинск, 10 марта 2016 года. – В 2 ч. Ч. 2 – Уфа : АЭТЕРНА, 2016. – С. 39–43.

11. Павлова, Т.В. Создание интерактивных чертежей к заданиям с параметром из профильного ЕГЭ по математике в программе GeoGebra / Т.В. Павлова, Н.П. Камшилов. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-54-62 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3(63). – С. 54–62.

12. Саранцев, Г.И. Методология обучения математике / Г.И. Саранцев. – Саранск : Palmarium Academic Publishing, 2014. – 256 с.

13. Севрюков, П.Ф. О равносильных преобразованиях при решении задач / П.Ф. Севрюков // Математика в школе. – 2022. – № 1. – С. 38– 43.

14. Севрюков, П.Ф. Такие разные задачи с модулями / П.Ф. Севрюков // Математика в школе. – 2014. – № 1. – С. 18–23.

15. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Информатика (базовый уровень) для 7–9 классов образовательных организаций: утв. Институтом стратегии развития образования // Электронный фонд правовых и нормативно-технических документов. – Москва, 2023 : сайт. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/15_ФРП-Информатика-7-9-классы_база.pdf (дата обращения: 10.08.2025).

16. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень) для 5–9 классов образовательных организаций: утв. Институтом стратегии развития образования // Электронный фонд правовых и нормативно-технических документов. – Москва, 2023 : сайт. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/13_ФРП_Математика_5-9-классы_база.pdf (дата обращения: 10.08.2025).

17. Элементарная математика. Иррациональные уравнения и неравенства: учебное пособие / А.В. Фирер, Е.Н. Яковлева, А.П. Елисова, Т.В. Захарова. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2021. – 114 с.

18. Bencze, M. Some applications of certain inequalities / M. Bencze, N. Minculete // Octogon. – 2009. – V. 17, No. 1. – P. 199–208.

19. Halmaghi, E. Undegraduate students' conceptions of inequalities / E. Halmaghi // Thesis Sub-mitted in Partial Fulfilment of the Requirements for the Degree of Doctor of Phi-losophy, 2011.

THE USE OF EQUIVALENT TRANSFORMS IN SOLVING VARIOUS EQUATIONS AND INEQUALITIES AT SCHOOL

Babenko Alena Sergeevna[1],
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Matycina Tatyana Nikolaevna[1],
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Zadvornova Alisa Sergeevna[2],
[1]Kostroma State University
Kostroma, Russian Federation
[2]Secondary School No. 30,
Kostroma, Russian Federation

Abstract. *This paper presents a variety of equivalent transitions for solving standard equations and inequalities in the school mathematics curriculum. It describes techniques for teaching methods for solving equations and inequalities, including the use of color differentiation, establishing the relationship between the concepts of set theory, mathematical logic, and the concept of "system-set," and provides recommendations for teachers on the use of equivalent transitions in the classroom. The paper presents the basic equivalent transitions that can be used to solve equations and inequalities, as well as problems of increased complexity – tasks with a parameter. Effective ways of applying equivalent transitions are demonstrated, which in some cases allow for the elimination of redundant conditions, thereby simplifying the solution and reducing the time required to complete the task, which undoubtedly reduces the number of "stray" errors made by schoolchildren. The results of a pilot study on the implementation of the developed teaching materials in the educational process are described. The study was conducted in grades 10 and 11 over a period of two years, the purpose of which was to assess the level of development of the ability to solve equations and inequalities in students. Based on the results of the entrance and final testing of students, conclusions were drawn about increasing the effectiveness of learning in the classroom.*

Keywords*: equations, inequalities, mathematical logic, set theory, color differentiation, optimal equivalent transformation.*

For citation: Babenko A., Matytsina T., Zadvornova A. (2025). Using equivalent transitions in solving equations and inequalities at school. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 61–71. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-61-71. – EDN WPCOXF.

Статья представлена профессором Е.И. Скафой.
Поступила в редакцию 30.09.2025.

УДК 378.147.091.3:517.5
EDN YMHVWO DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-72-84

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ МЕТОДОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИФРОВОЙ СРЕДЫ

Позднякова Елена Валерьевна,
кандидат педагогических наук, доцент
AuthorID: 754390
ORCID: 0000-0003-0356-3610
e-mail: suppesev@mail.ru
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт
ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет»,
г. Новокузнецк, РФ

Аннотация. *Целью статьи является описание системы заданий для обучения построению графиков функций методом геометрических преобразований учащихся основной школы в условиях цифровой среды и оценка эффективности таких заданий. Особенности указанной системы определены на основе комплекса методологических подходов (деятельностного, эвристического, дифференцированного, системного), доказавших свою эффективность в образовательной практике в области развития творческой личности, способной применять математику как инструмент системного познания мира. Для повышения личностной значимости учебного материала в него интегрирован региональный компонент. Элементы системы представлены различными типами разноуровневых заданий: базовые задания, «многошаговые» задания, задания «реальной» математики, задания «Графики вокруг нас», задания «Цифровой помощник», задачи с параметрами. Авторский подход проиллюстрирован примерами заданий каждого типа, сопровождающимися методическими комментариями. Оценка эффективности дидактических материалов осуществлялась с помощью анкетирования и диагностической работы. Анализ полученных результатов показал высокий уровень качественной успеваемости в области построения графиков функций методом геометрических преобразований, а также преобладание положительных эмоций, повышение мотивации и развитие метапредметных умений обучающихся при выполнении заданий.*

Ключевые слова: *построение графиков функций, метод геометрических преобразований, обучение математике в основной школе, цифровая среда, программы динамической математики, система дифференцированных заданий, метапредметные умения.*

Для цитирования: Позднякова, Е.В. Построение графиков функций методом геометрических преобразований в основной школе с использованием цифровой среды / Е.В. Позднякова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-72-84 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 72–84. – EDN YMHVWO.

Введение. Обучение построению графиков функций методом геометрических преобразований – важный элемент углубленной математической подготовки учащихся основной школы. В Федеральной рабочей программе по математике (углубленный уровень) на ступени основного общего образования [16] отмечается, что содержание функционально-графической линии нацелено на формирование у обучающихся представлений о функции как о математической модели явлений и процессов в природе и обществе; учащиеся должны уметь строить график функции $y = af(x + b) + c$ с помощью преобразований графика функции $y = f(x)$ (на примере графика квадратичной функции).

Метод геометрических преобразований позволяет упростить построение сложных графиков, а использование цифровых инструментов оптимизирует этот процесс, делая его визуально привлекательным, динамичным и компактным по времени. Данный метод играет важную роль при решении задач с параметрами, где поиск ответа базируется на построении графиков функций и их анализе. Анализ результатов выполнения ОГЭ ежегодно фиксирует низкий процент выполнения таких заданий (около 2% от числа участников ОГЭ в зависимости от региона), при этом одной из причин является неправильное построение графиков или ошибки в их интерпретации. Аналогичная ситуация наблюдается и по результатам Единого государственного экзамена по математике профильного уровня: в 2024 году только около 5 % от числа участников ЕГЭ верно решили задачу с параметрами, где требовалось построить график функции [20]. Обучение построению графиков функций методом геометрических преобразований требует системной подачи материала и поэтапного закрепления знаний. Учащиеся должны иметь возможность практиковаться на разнообразных задачах и применять программы динамической математики для визуализации и лучшего понимания поведения функций.

В современных отечественных и зарубежных методических исследованиях рассматриваются проблемы изучения функционально-графической линии в школьном курсе математики, связанные как с психолого-педагогическими особенностями обучающихся, так и с организационными и методическими аспектами указанного процесса. Так в исследовании I.G. Ayeh [21] подчеркивается, что функции и графики являются фундаментальными математическими понятиями и играют важную роль в понимании учащимися межпредметных связей и инструментальной роли математики в познании мира. При этом автор констатирует, что учащиеся часто имеют неверные представления о функциях и способах их визуализации, на уроках преимущественно развивают процедурные навыки в ущерб концептуальному пониманию. Аналогичная проблема изучается в работе коллектива ученых [22], где разрабатывается банк заданий для овладения обучающимися математическим аппаратом, связанным с функциональными зависимостями реальных процессов («реальными функциями»). В статье Ю.А. Бельских и А.В. Морозовой [1] обосновывается необходимость организации элективного курса для углубленного изучения функциональной линии, при этом авторы делают акцент на интерактивных технологиях обучения. М.Ю. Пермякова [10] акцентирует внимание на развитии функционально-графической грамотности, определяя данное понятие как систему специальных знаний и умений, обеспечивающих чтение и построение графиков элементарных функций.

В ряде работ исследуется потенциал цифровой среды для эффективного изучения функций в основной школе. В исследовании R.T. de Sousa, F.R. Alves [23] представлен подход к изучению квадратичной функции в модели смешанного обучения «перевернутый класс» с применением цифрового симулятора, позволяющего установить взаимосвязь коэффициентов квадратичной функции на основе экспериментирования. А.Р. Ганеева, А.С. Овчинникова, А.А. Аркатова [3] иллюстрируют возможности программы GeoGebra для построения графиков функций, изучаемых в курсе алгебры основной школы. Динамические возможности программы позволяют визуализировать метод геометрических преобразований, при этом суть каждого вида преобразований (параллельный перенос, осевая симметрия, растяжение или сжатие графика) учащиеся открывают самостоятельно. В работе В.Н. Дубровского [8] исследуются возможности визуализации функциональных зависимостей и преобразований плоскости в программах динамической математики («Математический конструктор», «Живая математика», «GeoGebra»), при этом основное внимание уделено специфическим компьютерным интерпретациям функций – динографикам. Н.В. Эйрих [19] описывает опыт работы учащихся в виртуальной лаборатории «Графики функций» портала «1С: урок», отмечая, что изучение функций в процессе экспериментально-исследовательской деятельности развивает не только предметные умения, но и метапредметные. Л.А. Долобаян, В.А. Квадра, И.В. Яковенко [7] актуализируют графический метод решения задач и отмечают, что рассмотрение вопроса о построении графиков функций с помощью геометрических преобразований необходимо проводить с опорой на динамическую визуализацию с использованием средств ИКТ.

Таким образом, в современных методических работах отмечают важность изучения функции как инструмента моделирования реальных процессов, при этом делают акцент на изучении методов построения графиков функций в процессе экспериментальной и исследовательской деятельности с использованием потенциала цифровой среды. Заметим, что в практике обучения математике наблюдается недостаточное количество заданий с реальным контекстом, направленных на построение графиков функций методом геометрических преобразований с привлечением возможностей программ динамической математики. Интеграция регионального компонента в содержание таких заданий позволит повысить личностную значимость учебного материала через отражение местных исторических, географических, природных, архитектурных особенностей; сформировать ценностное отношение к малой родине через математическое моделирование регионально-ориентированных ситуаций; обеспечить междисциплинарные связи математики.

Целью статьи *является описание системы заданий для обучения построению графиков функций методом геометрических преобразований в условиях цифровой среды и оценка эффективности таких заданий.*

Материалы и методы. Для достижения поставленной цели был применен комплекс теоретических и эмпирических методов исследования.

Теоретические методы исследования

На основе анализа современных отечественных и зарубежных научных статей по проблеме исследования был сделан вывод о существующем в практике обучения математике дефиците заданий с реальным контекстом на построение графиков функций методом геометрических преобразований.

Анализ теории геометрических преобразований для построения графиков функций [5], [14] позволил систематизировать соответствующие методы и иллюстрировать их примерами (таблица 1).

Методом сравнительного анализа программ динамической математики, находящихся в свободном доступе (GeoGebra, Function-graph, Graph Reshish и др.) были выделены некоторые значимые характеристики таких программ: удобство использования, функциональность и доступность. Исходя из этого, в качестве основного цифрового инструмента при выполнении заданий была выбрана интерактивная среда GeoGebra, так как данная программа обладает интуитивно понятным интерфейсом, поддерживает широкий спектр функций для построения графиков, имеет бесплатную версию и предлагает для загрузки еще и мобильное приложение.

Таблица 1 – Геометрические преобразования для построения графиков функций

<table>
<tr><td colspan="2">Параллельный перенос вдоль оси абсцисс (рис.1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">график функции $f(x+a)$ есть результат параллельного переноса графика функции $f(x)$ по направлению оси абсцисс на a единиц влево при $a > 0$ или на a единиц вправо при $a < 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Параллельный перенос вдоль оси ординат (рис.2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">график функции $y = f(x) + a$ есть результат переноса графика $f(x)$ на a единиц вверх, если $a > 0$, или вниз, если $a < 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Растяжение и сжатие графика к оси абсцисс (рис. 3)</td></tr>
<tr><td colspan="2">график функции $y = kf(x)$, если известен график функции $y = f(x)$, строится посредством сжатия к оси абсцисс в $\frac{1}{k}$ раз при $0 < k < 1$ или растяжения графика функции от оси абсцисс в k раз при $k > 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Растяжение и сжатие графика к оси ординат (рис.4)</td></tr>
<tr><td colspan="2">график функции $y = f(kx)$, если известен график функции $y = f(x)$, строится посредством сжатия к оси ординат в k раз, если $k > 1,$ или растяжения от оси ординат в $\frac{1}{k}$ раз, если $0 < k < 1$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Осевая симметрия графика (рис. 5 а, б)</td></tr>
<tr><td>График функции $|f(x)|$ получается из графика функции $f(x)$ следующим преобразованием: часть графика, лежащая выше оси Ox, остается на месте; часть графика, лежащая ниже оси Ox, зеркально отражается относительно оси Ox</td><td>График функции $f(|x|)$ получается из графика $f(x)$ следующим преобразованием: при $x \geq 0$ график не изменяется; при $x < 0$ график заменяется на зеркальное отражение относительно оси Oy части графика, соответствующей $x \geq 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Симметрия относительно прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 6)</td></tr>
<tr><td colspan="2">графики функций $f(x)$ и $a – f(x)$ симметричны относительно прямой $y = \frac{a}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Симметрия относительно прямой, параллельной оси ординат (рис. 7)</td></tr>
<tr><td colspan="2">графики функций $f(x)$ и $f(a - x)$ симметричны относительно прямой $x = \frac{a}{2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Центральная симметрия относительно начала координат (рис.8)</td></tr>
<tr><td colspan="2">графики функции $f(x)$ и $– f(-x)$ центрально-симметричны относительно начала координат</td></tr>
</table>

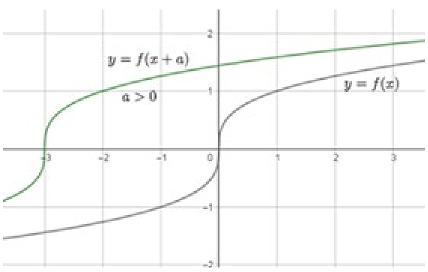

Рисунок 1 – Параллельный перенос графика функции f(x) вдоль оси ox

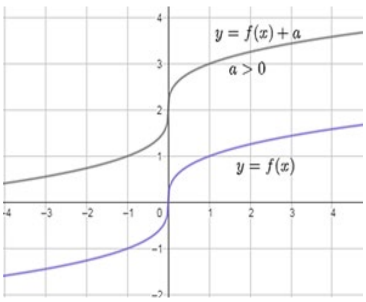

Рисунок 2 – Параллельный перенос графика функции f(x) вдоль оси oy

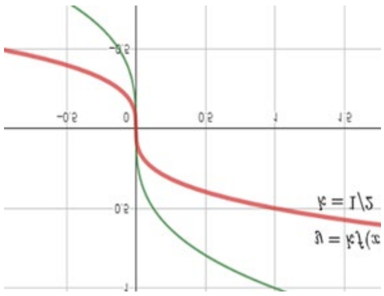

Рисунок 3 – Сжатие графика функции f(x) к оси абсцисс

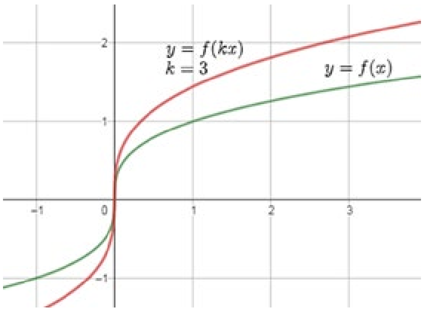

Рисунок 4 – Сжатие графика функции к оси ординат

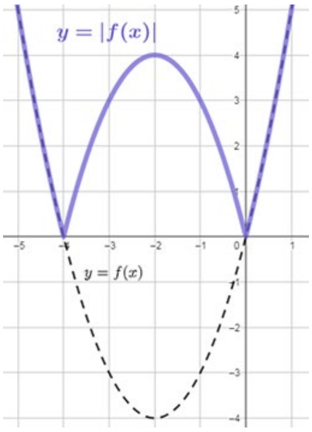

Рисунок 5.а) – Симметрия относительно оси Ох

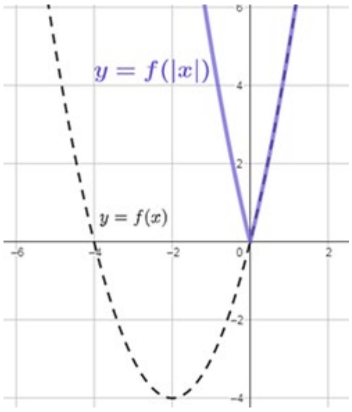

Рисунок 5.б) – Симметрия относительно оси Оу

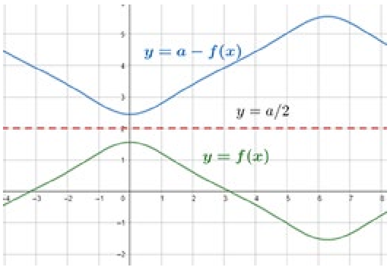

Рисунок 6 – Графики функций f(x) и a – f(x)

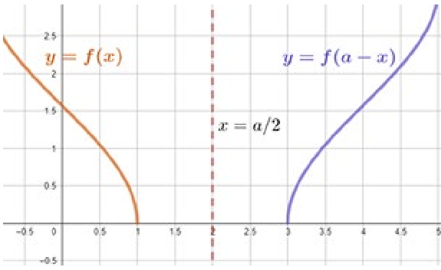

Рисунок 7 – Графики функций f(x) и f(a - x)

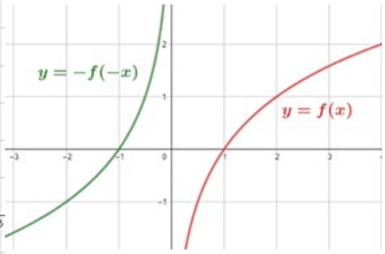

Рисунок 8 – Графики функции f(x) и – f(-x)

Эмпирические методы исследования

Для составления практико-ориентированного контекста заданий изучался краеведческий текстовый материал, инфографика и иллюстрации с региональным компонентом. Апробация спроектированных дидактических материалов осуществлялась в ходе опытно-экспериментальной работы; для оценки их эффективности применялись педагогическое наблюдение, анкетирование обучающихся, диагностическая работа и анализ ее результатов, графическое представление данных.

Результаты и их обсуждение. В основу проектирования системы заданий был положен комплекс методологических подходов:

– деятельностный подход (В.А. Далингер [6], О.Б. Епишева [9], и др.) позволил выделить отдельные блоки заданий, направленных на освоение различных видов учебной деятельности и последовательных учебных действий (анализ исходной функции, выделение типа геометрического преобразования, планирование шагов построения, графическая реализация и интерпретация результата);

– эвристический подход (П.М. Горев [4], Е.И. Скафа [13], А.В. Хуторской [18] и др.) направлен на развитие креативности и способности обучающихся к самостоятельному усвоению знаний; в системе заданий реализуется через постановку проблемных вопросов (например, как изменится график функции $y=x$, если заменить x на $|x|$), условий с недостающими данными, выполнение творческой или исследовательской деятельности (например, экспериментирование с параметрами и наблюдение за изменениями графика в динамической среде, поиск функций для описания реальных объектов);

– дифференцированный подход (И.Э. Унт [15], Р.А. Утеева [24] и др.) обеспечивает многоуровневую структуру заданий, что позволяет учитывать индивидуальные познавательные возможности и уровень подготовки обучающихся;

– системный подход (В.П. Беспалько [2], Л.М. Фридман [17], и др.) позволяет рассматривать учебный материал как целостную взаимосвязанную структуру; в системе заданий проявляется через *вертикальную интеграцию* (последовательное усложнение заданий от простых базовых преобразований к комплексным задачам); *горизонтальную интеграцию* (связи содержательно-методических линий); *междисциплинарную связь и использование реальных контекстов*.

Особенности спроектированной системы заданий представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Система заданий на построение графиков функций методом геометрических преобразований

Тип задания	**Учебная деятельность**	**Уровень сложности задания**
Базовые задания	Построение графика функции путем однократного геометрического преобразования базовой функции	базовый
«Многошаговые» задания	Построение графика функции путем последовательных геометрических преобразований базовой функции	базовый
Задания «реальной» математики	Исследование моделей реальных процессов, построение их графиков с помощью геометрических преобразований	повышенный
Задания «Графики вокруг нас»	Поиск функций и построение их графиков методом геометрических преобразований для описания реальных объектов	повышенный
Задания «Цифровой помощник»	Построение графика функции в программах динамической математики; исследование формы графика в зависимости от параметра	высокий
Задачи с параметрами	Решение задач с параметрами графическим методом, где график функции строится методом геометрических преобразований	высокий

Для иллюстрации нашего подхода приведем примеры заданий из каждого блока.

1. *Базовое задание.* На рисунке 9 изображен график функции y = f(x). Постройте график функции:

1) $y = f(x) - 2$;

2) $y = f(x + 3)$;

3) $y = 2f(x)$

Методический комментарий. Выполнение данного задания подразумевает параллельный перенос исходного графика на две единицы вниз (задача 1), на три единицы влево (задача 2), растяжение графика в два раза вдоль оси ординат (задача 3).

2. *«Многошаговое» задание.* Постройте график функции $y = \sqrt{x}$. Используя этот график, постройте график функции $y = 2\sqrt{x - 3} + 4$

Методический комментарий. Решение данной задачи требует последовательного выполнения «шагов» - геометрических преобразований исходного графика функции: параллельный перенос на три единицы вправо, растяжение графика в два раза вдоль оси Оу, параллельный перенос на четыре единицы вверх (рис. 10).

3. *Задание «реальной» математики.* В летний период в горной части Кузбасса – в Кузнецком Алатау (южная граница Кемеровской области) – из-за

жары и гроз возможны лесные пожары (см. «Краеведческую справку» (табл. 3)). Специалисты МЧС моделируют распространение условного лесного пожара по открытой лесостепной площадке. Оказалось, что его динамика может быть описана функцией: $y = 0{,}5t^2 + 3$, где t – время в сутках с момента возгорания; $y-$ площадь, охваченная огнем (в гектарах). Найдите область определения функции, учитывая контекст задачи. Постройте график функции с помощью необходимых геометрических преобразований параболы $y = t^2$. Отметьте на графике значение площади пожара на 2 и 4 сутки.

Рисунок 9 – Иллюстрация к базовому заданию

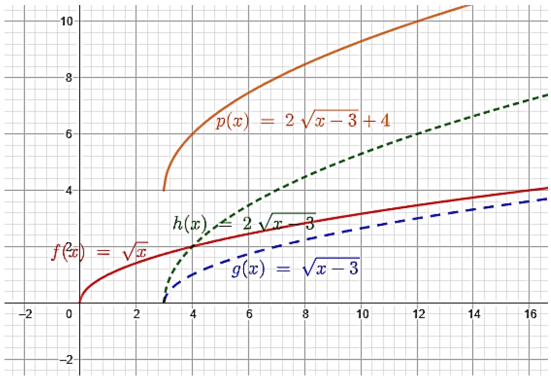

Рисунок 10 – Результат выполнения «многошагового» задания

Таблица 3 – Краеведческая справка о Кузнецком Алатау

Краеведческая справка
Кузнецкий Алатау – горный хребет на юге Кузбасса, часть Горной Шории. Здесь сохранились уникальные кедрово-пихтовые леса, обитают редкие виды животных (например, сибирский северный олень, соболь, сибирская кабарга). Природные пожары здесь особенно опасны из-за труднодоступности и хрупкости экосистем. Моделирование их поведения помогает спасать леса и животных.

Методический комментарий. Задание сформулировано на основе информации о родном крае учащихся (Кузбасс). Учитель может сопровождать текст задачи видами Кузнецкого Алатау, изображениями редких видов растений и животных, обитающих в заповеднике. Из контекста задачи находится область определения функции: $t \geq 0$. После построения графика функции можно организовать короткую беседу на основе вопросов «Что можно предсказать с помощью данной функции?» (Площадь пожара). «Как могут помочь эти знания в борьбе с пожаром?» (Например, оценить угрозу для ближайших населенных пунктов, определить количество необходимых сил и средств для тушения пожара, спрогнозировать экологический ущерб и т.д.).

4. *Задание «Графики вокруг нас».* На рисунках представлены архитектурные объекты парков Новокузнецка: ворота парка Металлургов и городской планетарий в парке им. Ю.А. Гагарина.

1) Определите, график какой базовой функции напоминают линии этих объектов.

2) В программе динамической математики постройте полученный график из базового с помощью преобразований. Опишите, какие преобразования вы применили.

3) Запишите полученную формулу.

Методический комментарий. На рисунке 11 представлена арка входа в парк

Металлургов. Учащиеся проходят по ссылке, созданной учителем, и работают с изображением в программе GeoGebra; определяют базовую функцию $y = |x|$; отображают график симметрично относительно оси Ox: $y = -|x|$; сдвигают график на одну единицу вниз по оси Oy: $y = -|x| - 1$. Растягивают график вдоль оси Ox: $y = -\frac{1}{2}|x| - 1$.

На рисунке 12 представлено здание городского планетария. Работая в программе GeoGebra, ученики определяют базовую функцию $y = x^2$; отображают график относительно оси Ox: $y = -x^2$; сдвигают график на две единицы вниз по оси Oy: $y = -x^2 - 2$.

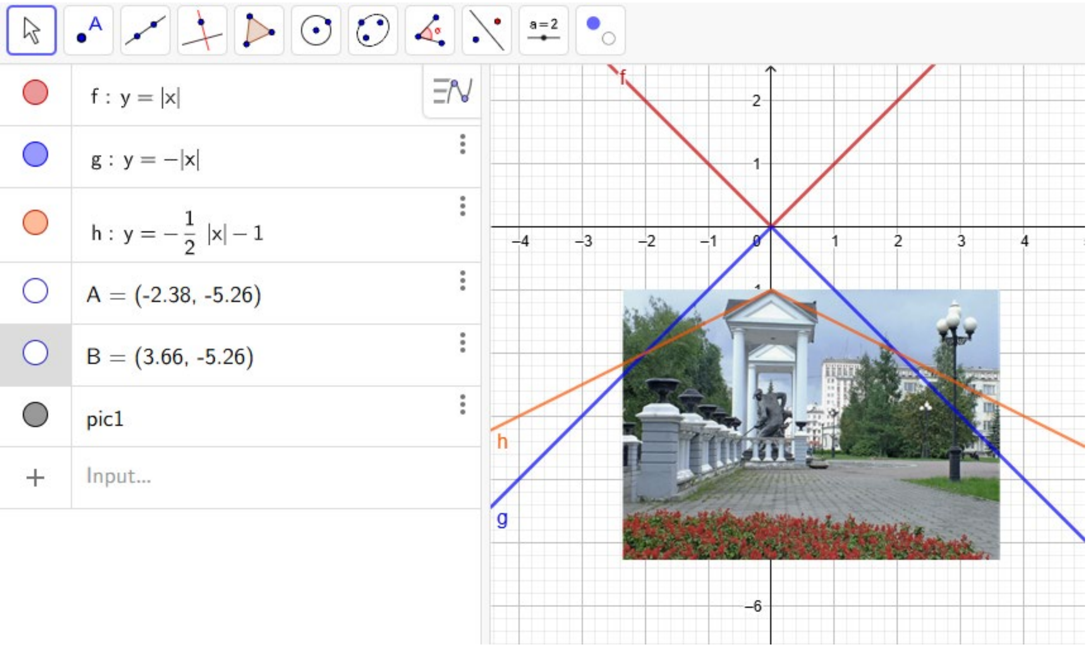

Рисунок 11 – Выполнение задания «Графики вокруг нас»: ворота парка Металлургов

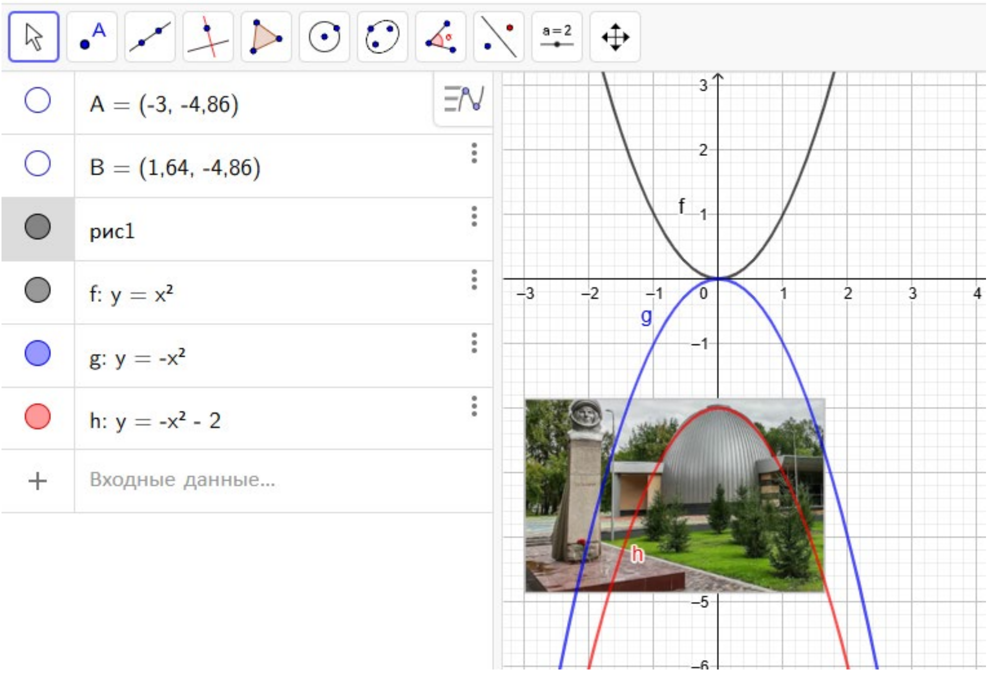

Рисунок 12 – Выполнение задания «Графики вокруг нас»: городской планетарий в парке им. Ю.А. Гагарина

5. *Задание «Цифровой помощник».* В Кузбассе, в горах Поднебесные Зубья, есть высокий и труднодоступный перевал Караташ (1702 м над уровнем моря). Летом там прохладнее, чем внизу в поселке (800 м), но не всегда – иногда на средней высоте теплее. Зависимость температуры воздуха от высоты на этом перевале в летний период можно описать функцией: $T(h) = -a(h - 1{,}3)^2 + 20$, где Т – средняя температура в июле (в градусах Цельсия), h - высота над уровнем моря в километрах, a – число, зависящее от характера летней погоды (если лето дождливое и облачное, то $a = 20$; если лето сухое и ясное, то $a = 30$).

В программе динамической математики постройте график функции $T(h)$ и сделайте ползунок для a, где $a \in [20; 30]$. Отметьте точки: A(0,8; *T*(0,8)) – поселок (800 м); B(1,3; *T*(1,3)) – самое теплое место (1300 м); C(1,702; *T*(1,702)) – перевал Караташ. Ответьте на вопросы, двигая ползунок:

1) чему равна температура в точке B при любом a? Почему?

2) какая температура на перевале Караташ при *a*=20? При *a*=30?

3) где теплее: в поселке (A) или на перевале (C) при *a*=20? При *a*=30?

4) что происходит с графиком, когда параметр *a* увеличивается?

5) сделайте вывод: «Чем больше параметр *a*, тем (быстрее/медленнее) падает температура с увеличением высоты, и тем (теплее/холоднее) на перевале Караташ.

Методический комментарий. Задание сформулировано на основе краеведческого материала и может предъявляться учащимся в форме кейса, содержащего описание реальной ситуации, вопросы задания, а также иллюстративную и справочную информацию о природных объектах, представленных в задании (Поднебесные Зубья, перевал Караташ). Задание выполняется в интерактивной среде GeoGebra (рис.13). Анализируя динамический чертеж, учащиеся устанавливают: 1) температура в точке B постоянна при любом значении параметра и равна 20^0C (так как точка B – вершина параболы); 2) температура в точке C (перевал Караташ) при *a*=20 равна $16{,}78^0$C, при *a*=30 – $15{,}15^0$C; 3) при *a*=20 на перевале теплее, чем в поселке (точка A), при *a*=30 также теплее на перевале; 4) когда параметр *a* увеличивается, график функции сжимается; 5) чем больше параметр *a*, тем быстрее падает температура с увеличением высоты, и тем холоднее на перевале Караташ.

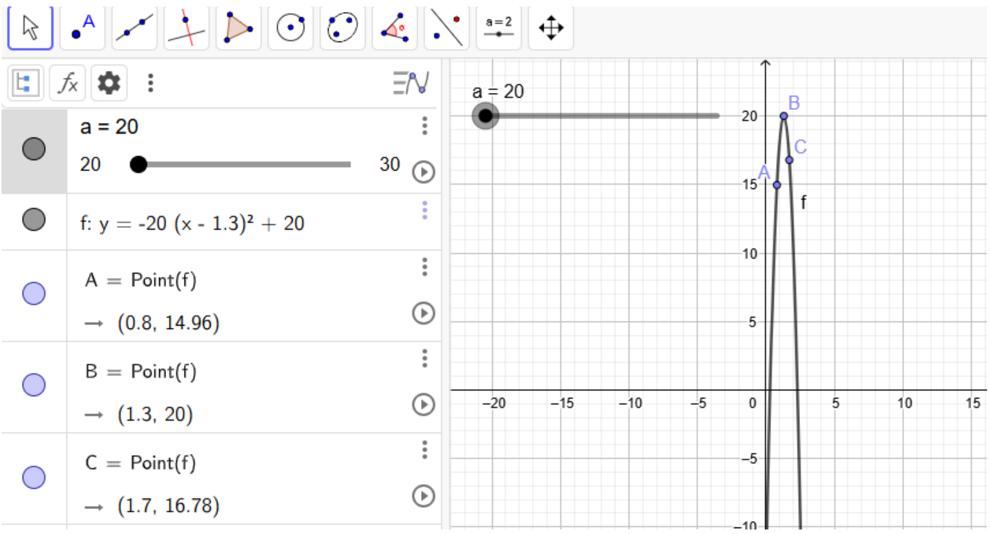

Рисунок 13 – Выполнение задания «Цифровой помощник»

6. *Задача с параметром.* Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Методический комментарий. Задание относится к типовым задачам повышенного уровня сложности, включенным в содержание итоговой государственной аттестации (в форме ОГЭ). После алгебраических преобразований функция принимает вид: $y = -2 - x^2, x \neq 0, x \neq 1$. График такой функции – парабола – получается из графика функции $y = x^2$ с помощью отражения относительно оси Ох и сдвига на две единицы вниз (вдоль оси Оу).

Апробация спроектированной системы заданий осуществлялась как на уроках, так и в рамках учебных курсов внеурочной деятельности по математике. Оценка эффективности авторской методики основывалась на подходе, представленном в исследовании [11] и выполнялась по двум направлениям: 1) оценка качества заданий с позиций эмоционально-мотивационной деятельности и развития метапредметных умений обучающихся; 2) мониторинг предметных знаний и умений в области построения графиков функций методом геометрических преобразований. Для реализации первого направления было применено анкетирование обучающихся. Ученикам девятого класса была предложена анкета, включающие вопросы, разделенные на два блока: «Эмоционально-мотивационный блок», блок «Метапредметные умения». В первом блоке учащимся предлагалось оценить свое эмоциональное состояние во время выполнения заданий, свое отношение к математике после их выполнения и отметить те высказывания, с которыми они согласны. Примеры высказываний данного блока: «Мы решали такие задачи, которые могут встретиться в реальной жизни», «Мне понравилось, что во многих задачах описывались ситуации про мой родной город и регион», «Мне понравилось, что при решении задач можно было высказывать свое мнение, опираясь на собственный опыт», «Задачи были сложные, я с трудом их понимал», «Программы динамической математики помогали при решении задач, работать было удобно и интересно», и т.д. Результаты анкетирования по первому блоку представлены на рисунке 14.

Во втором блоке ученикам предлагалось отметить те метапредметные умения, которые у них развивались во время выполнения заданий. Для самооценки предлагались следующие умения: «работать с информацией», «формулировать цель работы», «планировать», «составлять математическую модель», «анализировать условие заданной ситуации», «выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить эксперименты», «сотрудничать», «представлять результаты работы и анализировать результат», «доказательно рассуждать и делать выводы» [12]. Результаты анкетирования по второму блоку представлены на рисунке 15.

Опираясь на статистические данные по результатам анкетирования, мы сделали вывод о преобладании позитивного эмоционального фона при решении задач; учащиеся полагают, что такие задания способствуют развитию метапредметных умений.

Для реализации второго направления девятиклассникам была предложена диагностическая работа, включающая три задания разного уровня сложности. Работа оценивалась по традиционной пятибалльной системе, вычислялась количественная успеваемость (100%) и качественная успеваемость (78%). Таким образом, высокий уровень качественной успеваемости позволяет сделать вывод об эффективности методики в области формирования предметных образовательных результатов.

Рисунок 14 – Результаты анкетирования: «Эмоционально-мотивационный блок»

Рисунок 15 – Результаты анкетирования: Блок «Метапредметные умения»

Выводы и заключение. Таким образом, были определены особенности системы дифференцированных заданий, направленных на построение графиков функций методом геометрических преобразований для учащихся основной школы. В основу системы был положен комплекс методологических подходов, доказавших свою эффективность в образовательной практике в области развития инициативной, творческой личности, способной применять математику как инструмент системного познания мира. Для повышения личностной значимости учебного материала в него интегрирован региональный компонент. Элементы системы представлены различными типами заданий разного уровня сложности: базовые задания, «многошаговые» задания, задания «реальной» математики, задания «Графики вокруг нас», задания «Цифровой помощник», задачи с параметрами. Авторский подход проиллюстрирован примерами заданий каждого типа. Оценка эффективности дидактических материалов осуществлялась с помощью анкетирования и диагностической работы. Анализ полученных результатов позволил сделать вывод о высоком уровне качественной успеваемости в области построения графиков функций, а также о преобладании положительных эмоций, повышении мотивации и развитии метапредметных умений обучающихся при выполнении заданий.

1. Бельских, Ю.А. Введение в 9 классе элективного курса «Функции, их свойства и графики» / Ю.А. Бельских, А.В. Морозова // Проблемы современного педагогического образования. – 2022. – № 75-3. – С. 58–62.

2. Беспалько, В.П. Инструменты диагностики качества знаний учащихся / В.П. Беспалько. // Школьные технологии. – 2006. – № 2. – С.138–150.

3. Ганеева, А.Р. Применение динамической программы «GeoGebra» на уроках математики / А.Р. Ганеева, А.С. Овчинникова, А.А. Аркатова // Мир педагогики и психологии. – 2023. – № 6 (83). – С.45–53.

4. Горев, П.М. Виды учебной деятельности школьников и приобщение к творчеству во внеклассной работе по математике / П.М. Горев // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2011. – 1 квартал 2011. – С. 6–10. – URL: http://e-koncept.ru/2011/11102.htm (дата обращения: 06.12.2025).

5. Гурский, И.П. Функции и построение графиков: пособие для учителя / И.П. Гурский. – Москва : Просвещение, 1968. – 215 с.

6. Далингер, В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В.А. Далингер. – Москва : Издательство Юрайт, 2025. – 460 с.

7. Долобаян, Л.А. Практическая значимость изучения графиков функций в школьном курсе математики / Л.А. Долобаян, В.А. Квадра, И.В. Яковенко // Вестник Таганрогского института им. А.П. Чехова. – 2021. – № 2. – С. 3–10.

8. Дубровский, В.Н. Визуализация функциональных зависимостей в программах динамической геометрии / В.Н. Дубовский // Компьютерные инструменты в образовании. – 2020. – № 4. – С. 93-112.

9. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельного подхода : Книга для учителя / О.Б. Епишева. – Москва : Просвещение, 2003. – 222 с.

10. Пермякова, М.Ю. Рабочая тетрадь по математике как средство развития функционально-графической грамотности учащихся основной школы / М.Ю. Пермякова. Текст : электронный // Мир науки. Педагогика и психология. – 2020. – Том 8. – № 6. – URL:https://mir-nauki.com/PDF/ 30PDMN620.pdf (дата обращения: 06.02.2025).

11. Позднякова, Е.В. Открытая предметная образовательная среда: опыт совместного проектирования математической новеллы / Е.В. Позднякова, А.В. Фомина, П.М. Баева // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2025. – № 7. – С. 176–192. – DOI 10.24412/2304-120X-2025-11137.

12. Позднякова, Е.В. Развитие метапредметных умений учащихся 5 – 6 классов при обучении математике на основе геймификации в условиях цифровой образовательной среды / Е.В. Позднякова, Е.А. Семиколенных // Сибирский учитель. – 2023. – № 1 (146). – С. 38–48.

13. Скафа, Е.И. Управление проектно-эвристической деятельностью обучающихся основной школы во внеклассной работе по математике / Е.И. Скафа, М.О. Закутаева.– DOI: 10.24412/2079-9152-2024-63-71-79 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – Вып. 3(63). – С. 71–79.

14. Танатар, И.Я. Геометрические преобразования графиков функций / И.Я. Танатар. – Москва : МЦНМО, 2012. – 152с.

15. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / И.Э. Унт. – Москва : Педагогика, 1990. – 188 с.

16. Федеральная рабочая программа основного общего образования: математика (углубленный уровень) (для 7–9 классов образовательных организаций) / Министерство просвещения России; Институт содержания и методов обучения им. В.С. Леднева. – Москва, 2025. – 101 с.

17. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике : учеб. пособие / Л.М. Фридман. – Москва : УРСС, 2005. – 244 с.

18. Хуторской, А.В. Дидактическая эвристика. Теория и технология креативного обучения / А.В. Хуторской. – Москва : Изд-во МГУ, 2003. – 415 с.

19. Эйрих, Н.В. Организация учебно-исследовательской деятельности на уроках математики с использованием виртуальных лабораторий «1С: урок» / Н.В. Эйрих // Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема. – 2023. – № 3 (52). – С. 75–91.

20. Ященко, И.В. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ 2024 года по математике / И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий, П.И. Самсонов // Педагогические измерения. – 2024. – № 4. – С. 3–32.

21. Ayeh, I.G. Students' mathematics conceptual challenges: Exploring students' thinking, understanding, and misconceptions in functions and graphs / I.G. Ayeh // European Journal of Science and Mathematics Education. – 2025. – No 13(3). – Pp. 191–206. – URL: https://doi.org/10.30935/scimath/16596 (дата обращения: 06.12.2025).

22. Development of an item bank for measuring students' conceptual understanding of real functions / A. Hrnjičić, A. Alihodžić, F. Čunjalo, D. Kamber Hamzić // European journal of science and mathematics education. – 2022. – Vol. 10, Issue 4. – Pp. 455–470. – URL: https://doi.org/10.30935/scimath/12222

23. Sousa R.T. Quadratic functions and PhET: an investigation from the perspective of the theory of figural concepts / R.T. de Sousa, F.R. Alves // Contemporary Mathematics and Science Education. – 2022. – No 3(1), ep22010. – URL: https://doi.org/10.30935/conmaths/11929 (дата обращения: 06.12.2025).

24. Uteeva, R. Assessment in differentiated learning in mathematics lessons / R. Uteeva, B. Yessingeldinov, T. Smirnova // Journal of Educational Sciences. – 2022. – Vol. 73. – No 4. – Pp. 78–86. – DOI: 10.26577/JES.2022.v73.i4.07.

CREATING FUNCTION GRAPHS USING GEOMETRIC CONVERSIONS IN PRIMARY SCHOOL USING A DIGITAL ENVIRONMENT

Pozdnyakova Elena,
Candidate of pedagogical Sciences, Associate Professor,
Kuzbass Humanitarian and Pedagogical Institute of Kemerovo State University
Novokuznetsk, Russian Federation

Abstract. *The purpose of this article is to describe a system of tasks for teaching students of secondary schools to construct graphs of functions using geometric transformations in a digital environment, and to evaluate the effectiveness of such tasks. The features of this system have been determined based on a set of methodological approaches (activity-based, heuristic, differentiated, and systemic), which have proven to be effective in educational practice for developing creative individuals who can use mathematics as a tool for systemic understanding of the world. To enhance the personal significance of the educational material, a regional component has been integrated into it. The elements of the system are represented by various types of multi-level tasks: basic tasks, "multi-step" tasks, "real" mathematics tasks, "Graphs Around Us" tasks, "Digital Assistant" tasks, and problems with parameters. The author's approach is illustrated by examples of each type of task, accompanied by methodological comments. The effectiveness of the didactic materials was assessed using questionnaires and diagnostic work. The analysis of the results showed a high level of qualitative performance in the field of plotting functions using geometric transformations, as well as the prevalence of positive emotions, increased motivation, and the development of students' meta-subject skills when completing tasks.*

Keywords*: graphing functions, geometric transformation method, mathematics education in secondary schools, digital environment, dynamic mathematics programs, differentiated task system, and metasubject skills*

For citation: Pozdnyakova E. (2025). Creating function graphs using geometric conversions in primary school using a digital environment. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 72–84. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-72-84. – EDN YMHVWO.

Статья представлена профессором А.И. Дзундзой.
Поступила в редакцию 11.09.2025

УДК 378.147.091.33:514
EDN YQNOOG DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-85-93

ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Скафа Елена Ивановна,
доктор педагогических наук, профессор,
Author ID: 436677
ORCID:0000-0002-8816-8873
e-mail: e.skafa@mail.ru
Полупанов Владислав Артемович,
магистрант,
e-mail: vlad.polupanov.03@mail.ru
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет», г. Донецк, РФ

Аннотация. *Определяя особое место, которое занимает геометрия в системе наук, и акцентируя внимание на её междисциплинарных связях, в статье исследуется проблема формирования метаредметных компетенций обучающихся в процессе изучения геометрии основной школы. В работе делается акцент на целесообразности включения практико-ориентированных заданий, служащих средством развития метапредметных умений. На основе анализа школьных учебников описывается авторский подход к внедрению практико-ориентированных задач по геометрии и технология конструирования таких заданий.*

Ключевые слова: *метапредметные результаты, обучение геометрии, практико-ориентированные задачи, образовательные технологии, развитие метапредметных компетенций.*

Для цитирования: Скафа, Е.И. Технология конструирования практико-ориентированных задач по геометрии для развития метапредметных компетенций обучающихся / Е. И. Скафа, В. А. Полупанов. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-85-93 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 85–93. – EDN YQNOOG.

Введение. Согласно федеральным государственным образовательным стандартам основного общего образования (ФГОС ООО) у обучающихся в процессе изучения каждой предметной области должны формироваться предметные, личностные и метапредметные результаты [23]. Метапредметные результаты, отмечается в ФГОС, включают освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности [23]. То есть метапредметные образовательные результаты выходят за рамки изучаемого предмета и находят применение в реальной жизни.

В научной литературе реализация метапредметного подхода в преподавании математики описана многими исследователями. Среди них: Е.Ю. Габайдулина и Л.И. Сербина [1], Т.Н. Гнитецкая и В.С. Заболоцкий [7], А.С. Гребенкина, О.С. Киселёва [8], Л. М. Дятлова [11], У.З. Кодирова [14], М.В. Егупова, Ю.В. Мошура [12], В.С. Прач и Н.Ю. Ротанёва [20] и др. В работах авторов акцентируется внимание на таких вопросах как:

– рассмотрение методологических подходов и педагогических условий к формированию метапредметных результатов;

– реализация метапредметного подхода через систему интегрированных уроков;

– определение роли задач на приложения математики в достижении метапредметных образовательных результатов;

– исследование приемов формирования метапредметных компетенций и универсальных учебных действий по различным темам школьного курса математики и др.

Многие исследователи требования к метапредметным результатам трактуют как формирование метапредметных компетенций (например, [8; 9; 20]).

Однако в педагогической литературе нет однозначного определения понятия метапредметных компетенций. Рассматривая развитие передаваемых знаний и навыков в 21 веке, исследователи концентрируют внимание на развитии в подростковом возрасте метакогнитивных умений и навыков, входящих в структуру метапредметных компетенций [15; 27; 28]. Такие умения и навыки, отмечают отечественные и зарубежные авторы, относятся к воспитанию глобальной компетентности, то есть подготовке молодежи к участию в жизни мира [26].

Мы будем придерживаться дефиниции понятия, предложенного А. С. Гребенкиной и О. С. Киселёвой, и *под метапредметными компетенциями будем понимать совокупность интегративных умений обучающегося применять предметные и метапредметные знания, способы метапредметной познавательной деятельности и универсальные учебные действия в одной или нескольких предметных областях, а также в реальных жизненных ситуациях* [8, с. 10].

Нужно отметить, что одним из предметов, развивающих школьников, формирующих их метапредметные компетенции, является геометрия, в частности планиметрия. Это связано с тем, что геометрические образы сопровождают человека в его жизнедеятельности и, применяя аппарат планиметрии, можно находить ответы на многие вопросы, связанные такими областями знаний как архитектура, земледелие, космонавтика, строительство и др. Для этого в процессе обучения геометрии необходим переход от её освоения как отдельного учебного предмета к обучению на основе принципов метапредметности как средства достижения высокого качества образования и понимания практического её применения [13].

Таким образом, геометрические понятия, теоремы, факты следует рассматривать не только на формально-абстрактном уровне, но и на практико-ориентированном и межпредметном, тем самым, как отмечает Л. Галсанова, раскрывая возможности широкого применения математических знаний за границами предметной области [2].

Цель статьи *– на основе исследования феномена метапредметных компетенций в процессе обучения геометрии основной школы представить авторский подход к внедрению практико-ориентированных задач по геометрии и технологию конструирования таких заданий как средства развития метапредметных и метакогнитивных умений и навыков обучающихся.*

Материалы и методы. Методологическую базу выполненного исследования составляют комплексный и системный анализ нормативных документов в сфере основного общего образования, научных работ отечественных и зарубежных ученых в рассматриваемой области, обобщение подходов к понятию метапредметных компетенций, исследование практической стороны преподавания геометрии в основной школе.

В качестве методов исследования выбраны:

1) теоретические: анализ, сравнение, сопоставление – для изучения современных подходов к пониманию феномена метапредметного подхода в обучении математике и разработки научных основ формирования метапредметных компетенций обучающихся в процессе изучения курса геометрии, а также для характеристики понятий «межпредметная задача» и «практико-ориентированная задача»; моделирование – для описания технологии конструирования практико-ориентированных задач по планиметрии и разработки системы таких заданий, служащих базой для формирования метапредметных умений и метакогнитивных навыков обучающихся;

2) эмпирические: проведение анализа действующих учебников по геометрии для 7-9 классов, предоставляющего возможность получить данные о наполняемости практико-ориентированными и межпредметными задачами, определять эффективность организации учебно-познавательной деятельности обучающихся посредством использования таких задач в учебном процессе при обучении планиметрии.

При выполнении работы применены методы системного анализа, логического анализа, сравнения и обобщения содержания научных статей, педагогических исследований и методических материалов, посвященных исследуемой проблеме, а также методы научного познания – синтез, сравнительный анализ, классификация.

Результаты и их обсуждение. Для овладения метапредметными компетенциями в процессе обучения геометрии можно выделить две системы планиметрических задач: задачи, раскрывающие межпредметные связи планиметрии и геометрии в целом с другими областями знаний, и практико-ориентированные задачи, необходимость решения которых вытекает из реальной жизни. Охарактеризуем сущность понятий «межпредметная задача» и «практико-ориентированная задача».

Исследователи Н.С. Подходова и С.В. Аранова трактуют межпредметную задачу как задачу, конструирование, решение и (или) обоснование которой предполагает использование знаний и умений не менее, чем двух и более учебных предметов. Авторы отмечают, что материал разных предметных областей может быть представлен как в требовании, так и в условии задачи [19]. А.В. Хуторской при этом поясняет, что метапредметность отличается от межпредметности [25].

Практико-ориентированная задача, по мнению И.Ю. Герасименко – это задача из окружающей действительности, которая тесно связана с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни [6]. Признаком практико-ориентированных задач, отмечают многие исследователи данного феномена, служит большой объём исходной информации, которая может нести как дополнительную полезную информацию, так и быть просто вспомогательным материалом, необходимым для объяснения той или иной практической ситуации [2; 10; 12].

Нами проведен анализ нескольких учебников по геометрии для обучающихся 7–9 классов. Целью анализа служило выявление того, насколько часто применяются практико-ориентированные задачи, выступающие средством формирования метапредметных компетенций. Результаты анализа приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты анализа учебников геометрии 7–9 классов

Автор (авторы) учебника	***Класс***	***Кол-во практико-ориентированных задач во всём учебнике***	***Общее кол-во задач в учебнике***	***Кол-во практико-ориентированных задач на 100 учебных задач***
Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. [16]	7-9	40	1431	2,8
А.В. Погорелов [18]	7-9	31	814	3,81
А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик и др. [3; 4; 5]	7	35	520	5,56
	8	34	512	
	9	12	426	
		Итого: 81	Итого: 1458	

Из таблицы видим, что наибольшую значимость практико-ориентированным задачам придают авторы А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик и др., так как в их учебниках на 100 задач приходится примерно 5,5 практико-ориентированных. Следует заметить, что учебник по геометрии авторов Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцева и др. [16] является единственным рекомендованным учебником к использованию в школах в соответствии с Федеральным перечнем учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность [24], но по числу практико-ориентированных задач уступает менее современным учебникам авторства А.В. Погорелова [18] или авторов А. Д. Александрова, А. Л. Вернера, В. И. Рыжика и др. [3; 4; 5]. Сложно сказать, является ли такое количество практико-ориентированных задач по отношению к общему числу всех задач учебника достаточным, чтобы показать, насколько планиметрия и геометрия в целом применима и важна в жизни. Зачастую в рассмотренных учебниках задачи жизненного характера приводятся в темах, связанных с подобием треугольников или окружностью и кругом. В остальных темах наличие подобного рода задач носит эпизодический характер.

Что касается межпредметных задач, нужно отметить, что их число в современных учебниках по геометрии 7-9 классов совсем недостаточно.

Таким образом, учителю, для организации учебного процесса по планиметрии с целью развития метапредметных компетенций обучающихся, при создании дидактических материалов по всем темам, необходимо конструировать системы практико-ориентированных и межпредметных заданий.

Остановимся на технологии конструирования практико-ориентированных заданий как средства развития метапредметных и метакогнитивных умений и навыков обучающихся. Межпредметным задачам посвятим отдельную статью.

Мы рассматриваем педагогические технологии как инструмент формирования эвристических приемов у обучающихся в современной школе [21], в то же время при конструировании математических задач используем различные эвристические приемы. К технологиям, лежащим в основе развития математической задачи, мы относим:

– конструирование задачи, аналогичной данной, но более сложной;

– обобщение задачи;

– конкретизация задачи;

– конструирование задачи, обратной данной;

– синтез задач. Морфологический метод;

– метод «перевода»;

– метод вариаций;

– поиск аналогий и др. [22].

Итак, используя идеологию эвристического конструирования математических задач, основанную на процессе «развития» такой задачи, с включением в неё информации о практической стороне сюжета, представим авторскую технологию создания системы практико-ориентированных заданий по планиметрии.

Технологическая цепочка проходит несколько этапов.

На I этапе *выбирается тема планиметрии*, по которой будет разрабатываться система заданий, анализируются основные понятия, факты, алгоритмы, теоремы, лежащие в основе изучения темы, из них определяются наиболее предпочтительные геометрические конструкты, которые можно соединить с практической фабулой для разработки будущего практико-ориентированного задания.

На втором этапе *ищется практическая значимость задания*. Для этого с учетом приема развития геометрической задачи определяется, какой сюжет подходит для представления условия и требования задания. Например:

– определение неизвестных параметров объекта по известным параметрам с помощью геометрических знаний;

– определение наилучшего размещения объектов на заданной территории;

– умение разбивать данную фигуру на несколько более мелких равных между собой фигур;

– определение расстояния до недоступной точки;

– определение высоты предмета;

– определение диаметра (радиуса) круглых (сферических) предметов;

– определение числа зубьев зубчатого колеса;

– определение градусной меры длины закругления;

– определение площади круглых предметов;

– определение объёма материала, необходимого для выполнения работы;

– определение размеров уменьшенной копии предмета по размерам оригинала и др.

На III этапе *описывается сюжетная канва задания.* Она может быть не только придуманной учителем, но и найдена в различных учебных пособиях для подготовки обучающихся к итоговой аттестации, составляются вопросы-задания, которые носят интегрированный характер, содержат практический смысл, для их решения строится математическая модель. Например:

Задача [17].

Сюжетная канва задачи.

Пётр Сергеевич решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м (рис. 1). Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Пётр Сергеевич заказал металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки. Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником BCC_1B_1, где точки B, O и C делят отрезок AD на четыре равные части. Внутри теплицы Пётр Сергеевич планирует сделать три грядки по длине теплицы – одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см × 20 см.

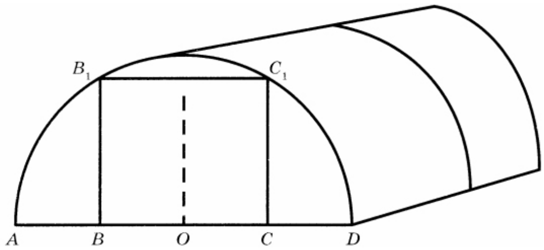

Рисунок 1 – Иллюстрация к задаче

Вопросы-задания.

1. Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?
2. Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 6 штук?
3. Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.
4. Найдите ширину центральной грядки, если она в два раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятков.
5. Найдите высоту входа в теплицу. Ответ дайте в сантиметрах.

При построении системы практико-ориентированных заданий на основе технологии эвристического конструирования математических задач, учитель должен учитывать ряд требований:

– анализировать данную ситуацию с целью выявления существенного свойства; с целью установить полноту, непротиворечивость, независимость условия задачи или ее элементов;

– соотносить известные элементы задачи с неизвестными (данные с искомыми);

– распознавать известные или данные элементы в различных сочетаниях;

– сопоставлять данную задачу с известными задачами;

– выявлять скрытые свойства задачной ситуации;

– реорганизовывать известные элементы для их функционирования в новом качестве, новых сочетаниях;

– создавать новые комбинации известных понятий и фактов, относящихся к элементам данной задачи, соотнося их с ее условием и целью;

– конструировать простейшие математические модели данной задачной ситуации;

– отождествлять элементы задачи с элементами модели;

– выявлять детали, полезные с точки зрения общей структуры задачи или ведущей идеи поиска ее решения на основе эвристических приемов различного вида и особенно приема «анализа через синтез»;

– индуктивно строить гипотезы, высказывать разумные догадки;

– расчленять данную задачу на подзадачи (последовательное решение которых приводит к решению основной), выявлять частные задачи (решение которых ведет к установлению элементов, важных для решения основной);

– интерпретировать результаты работы над моделью данной задачной ситуации;

– кодировать язык ситуации в терминах модели и декодировать (в терминах ситуации) результаты, выраженные на языке модели.

Разработанные таким образом системы практико-ориентированных заданий по планиметрии, несомненно, оказывают влияние на формирование метапредметных результатов обучения, так как для их решения требуется как утверждения и теоремы, изучаемые в рамках одной темы, так и целостная система знаний всего курса математики. То есть для решения задач подобного рода у обучающихся должна быть сформирована обширная предметная база знаний.

Выводы и заключение. Преимущества практико-ориентированных задач, построенных по предлагаемой технологии, при формировании метапредметных результатов обучения заключаются в том, что они способствуют формированию навыков самостоятельного поиска информации, критического мышления, анализа и синтеза информации. Также немаловажным считаем, что такие задачи способствуют соединению геометрических знаний и методов их решения из разных предметных областей, что помогает обучающимся видеть взаимосвязи между математическими теориями и практическими ситуациями, применять их в комплексе. Связь с реальной жизнью позволяет вовлечь обучающихся в решение проблемы, будто она носит субъективный характер для каждого решающего в отдельности, вызванная его потребностями.

Разработанные системы задач могут использоваться как основание для проведения интегрированных уроков и уроков-практикумов, а также как дополнительный материал для домашних заданий.

Системы практико-ориентированных заданий рассчитаны на самостоятельную работу обучающихся, а также на групповую работу или работу с учителем. Главная их цель – формирование метапредметных результатов обучения школьников, содействие развитию умения использовать полученные знания по планиметрии в жизненных ситуациях.

Естественно, что приведенные системы не являются полными и исчерпывающими. Существует множество аналогичных задач. На наш взгляд, задачи подобного содержания должны рассматриваться и решаться ближе к моменту окончания изучения определённой темы курса планиметрии, так как обучающиеся должны сначала приобрести хорошую теоретическую основу и практические навыки в решении стандартных планиметрических задач без уклона на метапредметность. Также такие задачи хорошо могут «вписаться» в программу повторения изученного материала за весь курс планиметрии 7-9 классов, которая осуществляется в конце 9 класса. Эти задачи достаточно обширны по количеству затрагиваемых разных тем, поэтому позволят повторять пройдённый материал ещё и одновременно с осознанием метапредметности геометрии в целом и её практического, «жизненного» применения.

Благодарности. Исследования проводились в ФГБОУ ВО «ДонГУ» при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра (Соглашение от 27.02.2025 № 075-02-2025-1608).

1. Габайдулина, Е.Ю. О некоторых аспектах реализации метапредметного подхода в преподавании математики через систему интегрированных уроков / Е.Ю. Габайдулина, Л.И. Сербина // Вопросы педагогики. – 2020. – № 5-1. – С. 109–113.

2. Галсанова, Л. Практико-ориентированные задачи / Лидия Галсанова. – Текст : электронный // Образовательная социальная сеть nsportal.ru: [сайт]. – URL: https://nsportal.ru/blog/shkola/matematika/all/2019/11/7/praktiko-orientirovannye-zadachi. – Дата публикации: 17.11.2019.

3. Геометрия. 7 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик, Т. Г. Ходот. – Москва : Просвещение, 2013. – 176 с.

4. Геометрия. 8 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик, Т. Г. Ходот. – Москва : Просвещение, 2018. – 176 с.

5. Геометрия. 9 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик, Т. Г. Ходот. – Москва : Просвещение, 2014. – 175 с.

6. Герасименко, И. Ю. Практико-ориентированные задачи на уроках математики / И. Ю. Герасименко // Проблемы науки. – 2021. – № 1 (60). – С. 58–59.

7. Гнитецкая, Т.Н. Преемственность подходов в образовании: от метапредметного обучения к метадисциплинарному образованию / Т.Н. Гнитецкая, В.С. Заболоцкий // Непрерывное образование: XXI век. – 2024. – № 3 (47). – С. 84–95.

8. Гребенкина, А.С. Понятия метапредмета в образовании и метапредметных результатов обучения лицеистов классического университета / А.С. Гребенкина, О.С. Киселёва. – DOI: 10.24412/2079-9152-2024-66-7-14 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 2(66). – С.7–14.

9. Гуторова, Г.Д. Метапредметные компетенции и оценка уровня их сформированности у обучающихся основной школы /

Г.Д. Гуторова // Филология и культура. – 2021. – №2(64) – С. 239–245.

10. Должикова, Г.В. Методика составления практико-ориентированных задач по химии / Г.В. Должикова // Профессиональная ориентация. – 2024. – № 1-2. – С. 11–15.

11. Дятлова, Л.М. Формирование метапредметных результатов на уроках математики в основной школе / Л.М. Дятлова. – .Текст : электронный. – URL: https://infourok.ru/formirovanie-metapredmetnih-rezultatov-na-urokah-matematiki-v-osnovnoy-shkole-1375698.html (дата обращения: 26.09.2025).

12. Егупова, М.В. О роли задач на приложения математики в достижении метапредметных образовательных результатов / М.В. Егупова, Ю.В. Мошура // Наука и школа. – 2019. – № 2. – С. 80–88.

13. Киселёва, О.С. Методологические подходы к формированию метапредметных результатов обучения лицеистов / О.С. Киселёва. – DOI: 10.24412/2079-9152-2022-56-23-32 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2022. – Вып. 56. – С. 23–32.

14. Кодирова, У.З. Метапредметный подход на уроках математики / У.З. Кодирова // Вопросы науки и образования. – 2020. – № 3. – С. 136–138.

15. Магомедова, А.Х. Педагогические условия формирования метакогнитивных умений обучающихся / А.Х. Магомедова // Мир науки, культуры, образования. – 2024. – № 3(106). – С. 310–312.

16. Математика. Геометрия : 7–9-е классы : базовый уровень : учебник / Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. – 14-е изд., перераб. – Москва : Просвещение, 2023. – 416 с.

17. Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации / А.В. Семёнов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко, И.Р. Высоцкий и др. ; под ред. И.В. Ященко ; Московский Центр непрерывного матем. обр. – Москва : Издательство «Интеллект-Центр», 2023. – 291 с.

18. Погорелов, А.В. Геометрия. 7–9 классы : учебник / А.В. Погорелов. – 11-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 239 с.

19. Подходова, Н.С. Межпредметные задания. Матричный классификатор межпредметных заданий / Н.С. Подходова, С.В. Аранова // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2012. – № 6. – С. 143–153.

20. Прач, В.С. Приемы формирования метапредметных компетенций по теме «Проценты» в предметной области «Математика» / В.С. Прач, Н.Ю. Ротанёва. – DOI: 10.24412/ 2079-9152-2023-59-80-86 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2023. – Вып. 3(59). – С. 80–86.

21. Скафа, Е.И. Педагогические технологии как инструмент формирования эвристических приемов у обучающихся в современной школе / Е.И. Скафа // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2020. – Вып.52. – С. 17–21.

22. Скафа, Е.И. Эвристические технологии обучения конструированию математических задач / Е.И. Скафа / Эвристическое обучение математике: сборник материалов V Международной научно-методической конференции, Донецк, ДонНУ, декабрь, 2021 г. – Донецк : изд-во ДонНУ, 2022. – С. 6-12.

23. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [утвержден Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287; Зарегистрировано в Министерстве юстиции Российской Федерации от 5 июля 2021 г. Регистрационный № 64101]. – URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/000120 2107050027 (дата обращения 12.04.2025). – Текст : электронный.

24. Федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность : утвержден Приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 5 ноября 2024 г. № 769 – Текст : электронный // ГАРАНТ.РУ : информационно-правовой портал. – URL: https://base.garant.ru/411100312/53f89421bbdaf741eb2d 1ecc4ddb4c33/ (дата обращения 01.05.2025).

25. Хуторской, А.В. Чем метапредметность отличается от межпредметности / А. В. Хуторской. – Текст : электронный // А.В. Хуторской: хроника бытия : [персональный сайт]. – URL: http://khutorskoy.ru/be/2018/1202/. – Дата публикации: 02.12.2018.

26. Boix, Mansilla V., Jackson A. Educating for Global Competence: Preparing Our Youth to Engage the World. 2nd ed. ASCD, 2022. 180 p.

27. Pellegrino, J. W., Hilton M. L. (eds.). Education for Life and Work: Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st Century. National Academies Press, 2021. 260 p.

28. Fisher, D., Frey N. Developing Metacognitive Skills in Adolescence: A Classroom Guide. Corwin, 2022. 150 p.

TECHNOLOGY FOR DESIGNING PRACTICE-ORIENTED GEOMETRY TASKS FOR DEVELOPING META-SUBJECT STUDENTS COMPETENCIES

Skafa Elena,
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Polupanov Vladislav,
Master Student,
Donetsk State University, Donetsk, Russian Federation

Abstract. *Identifying the special place that geometry occupies in the system of sciences and emphasizing its interdisciplinary connections, this article examines the problem of developing meta-subject competencies in students in the process of studying geometry in primary school. The work emphasizes the advisability of including practice-oriented tasks that serve as a means of developing meta-subject skills. Based on the analysis of school textbooks the author describes his approach to the introduction of practice-oriented geometry tasks and the technology for designing such tasks.*

Keywords: *meta-subject results, geometry teaching, practice-oriented tasks, educational technologies, development of meta-subject competencies.*

For citation: Skafa E., Polupanov V. (2025). Technology for designing practice-oriented geometry Problems to develop students' meta-subject competencies. Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 85–93. (In Russ., abstract in Eng.). DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-85-93. – EDN YQNOOG.

Статья поступила в редакцию 18.10.2025.

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 37.016:51(47+57)’’193/195”
EDN VKOUIR DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-93-102

ОРГАНИЗАЦИЯ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В СССР В 30-х – 50-х гг. XX ВЕКА (НА МАТЕРИАЛАХ ЖУРНАЛА «МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ»)

Кривко Яна Петровна,
доктор педагогических наук, доцент,
Author ID: 943644,
ORCID: 0009-0000-6600-6585
e-mail: yakrivko@yandex.ru
Котова Марина Алексеевна,
ассистент
Author ID: 1254576,
ORCID: 0009-0005-1003-7143
e-mail: enjoykin1998@gmail.com
ФГБОУ ВО «Луганский государственный педагогический университет», г. Луганск, РФ

Аннотация. *Статья посвящена историко-педагогическому анализу организации углубленного изучения математики в СССР в 1930-х – 1950-х годах. В статье выявлены особенности и эффективные формы работы на основе ретроспективного анализа материалов журнала «Математика в школе». Установлено, что основой для углубленной подготовки была внеклассная работа, реализуемая, главным образом, в форме математических кружков. В статье раскрываются основные направления их деятельности: решение задач повышенной сложности, подготовка к олимпиадам, изучение вопросов, выходящих за рамки школьной программы. Особое внимание уделяется содержательному наполнению занятий и методическим подходам, направленным на развитие математического мышления и связи обучения с практическими задачами. Сделан вывод о том, что выявленные особенности организации углубленного изучения математики в СССР представляют ценность для современной системы профильного математического образования.*

Ключевые слова: *углубленное изучение математики в СССР, журнал «Математика в школе», внеклассная работа по математике, математический кружок, задачи повышенной сложности, математическая олимпиада.*

Для цитирования: Кривко, Я.П. Организация углубленного изучения математики в СССР в 30-х – 50-х гг. XX века (на материалах журнала «Математика в школе») / Я.П. Кривко, М.А. Котова. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-93-102 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 93–102. – EDN VKOUIR.

Введение. Достижение целей технологической и информационной безопасности России, задачи войти в число десяти ведущих стран по объему научных исследований и разработок, заявленной в указе Президента Российской Федерации от 21.07.20 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года» [21].

Говоря о математическом образовании в современной школе, необходимо учитывать, что его результативность есть результат многолетней работы отечественных педагогов. Наиболее ценным является советский период развития педагогической науки, в том числе в вопросах математического образования. Именно в СССР были заложены основы высококачественной подготовки школьников в области математики, что позволило Советскому Союзу выйти на передовые рубежи науки и техники в мире. В этом отношении особый интерес представляет анализ реализации углубленного школьного математического образования, которое реализовывалось в СССР. Первая школа с углубленным изучением математики была открыта в Ленинграде в 1962 году (школа № 239), а затем физико-математические школы стали массово открываться в крупных городах по всей стране. Предпосылки к созданию уникальной сети учебных заведений, а часть из них были школами-интернатами, что позволяло принимать на обучение иногородних талантливых детей, были созданы в предыдущие годы – в 30-х – 50-х годах XX века. Изучение форм, методов организации углубленного изучения математики в этот период позволит выявить эффективные направления работы со школьниками, позволившие усилить интерес к изучению математики, повысить престижность наукоемких профессий в глазах абитуриентов, а значит создать основу для дальнейшего развития науки и техники в стране.

Вопросами организации математического образования в СССР в разные годы занимались такие ученые как С.Н. Дворяткина, Т.В. Добудько, Ю.М. Колягин, Р.А. Мельников, Т.С. Полякова, О.А. Саввина, Е.Ю. Садовников, Н.А. Терновая и др. Однако тематика организации углубленного изучения математики школьниками в СССР недостаточно разработана и требует дальнейшего изучения.

Источниковой базой исследования выступает журнал «Математика в школе» как самое массовое педагогическое издание СССР, предназначенное для учителей математики. В исследуемый период журнал издавался под эгидой Министерства просвещения РСФСР как методический журнал под разными названиями – «Физика, химия, математика, техника в советской школе», «Математика и физика в школе» и выходил в основном раз в два месяца большим тиражом (так было издано 30 000 экз. № 1, с ростом к № 2 до 47 000 экз. в 1937 году, первый послевоенный номер в 1946 г. – 20 000 экз., а первый номер за 1960 год был выпущен уже тиражом 136 340 экземпляров), что позволяло охватить большой массив читательской аудитории. Задачей журнала была названа всемерная помощь массовому педагогу математику как в его практической работе, так и в работе по повышению его научной и методической квалификации [18, с. 5]. Первый же послевоенный номер (№ 1 за 1946 год) фактически еще раз повторил целевую направленность журнала – оказание конкретной помощи преподавателю математики в его непосредственной педагогической деятельности [16, с. 1], этому принципу журнал оставался верен на протяжении всего своего существования.

Цель статьи – *изучение особенностей организации углубленного изучения математики 30-х – 50-х годах XX века.*

Материалы и методы. Материалом исследования служит содержание журнала «Математика в школе» («Физика, химия, математика, техника в советской школе», «Математика и физика в школе»). Методом исследования стал комплекс методологических подходов, включающих в себя системный и исторический подходы, на основе которых осуществлялся исторический ретроспективный анализ проблемы организации углубленного изучения математики и его отображения в журнале «Математика в школе».

Результаты и их обсуждение. Рассматривая организацию математического образования на углубленном уровне в 30-х годах, то следует отметить, что в этот период происходила активная работа по преобразованию системы образования в целом, в том числе и касательно математического образования. Создавались новые программы обучения математике, призванные решить «…задачу подготовки для техникума и для высшей школы вполне грамотных людей, хорошо владеющих основами наук (физика, химия, математика, родной язык, география и др.)» [19, с. 7]. В начале 30-х годов речь шла еще о программах для трудовых школ, а их содержательное наполнение базировалось на связи с производительным трудом: «…исходным моментом при изучении определенного отдела математики для постановки вопроса теории может быть взята конкретная задача, стоящая перед учащимися в их работе в мастерских или на производстве» [19, с. 9]. Углублённое изучение математики предполагалось во внеучебное время, в клубных или кружковых занятиях, однако, в этот период подобная работа включала в себя, чаще всего, математическую обработку «….числового материала, получаемого в результате общественной работы учащихся» [19].

Подобная работа не дала ощутимых результатов, качество математического образования оставалось низким. Принятие ряда нормативных документов в первой половине 30-х годов в области школьного образования вернуло в школу дореволюционные нарративы – систему оценивания знаний, классно-урочную систему, унифицированные программы и учебники и т.д. Преподаванию математики стало уделяться больше внимание, содержание математического образования вновь вернулось к фундаментальности, усилились требования к математической подготовке школьников, особенно в контексте их дальнейшего обучения в высших средне-специальных учебных заведениях. Так в докладе инспектора Всесоюзного комитета по высшему техническому образованию при ЦИК СССР профессора В.Б. Фурсанко на совещании преподавателей математики, состоявшимся в Москве 29 марта по 1 апреля 1935 года и посвященном проблемам в подготовке абитуриентов, помимо прочего, было указано на слабую сформированность математической культуры, о том, что следует настаивать, «…чтобы новые выпуски учащихся средней школы были подготовлены лучше не только в смысле полного охвата всех вопросов программы, но и уменья быстро, культурно и правильно вычислять» [24, с. 37]. На этом совещании было принято обращение к всем преподавателям математики в средней школе, подписанное П.С. Александровым, Б.Н. Делоне, В.М. Брадисом и др., в котором, помимо констатации неудовлетворительного состояния общей математической подготовки в школе (так «…контрольные работы за первое полугодие, проведенные Институтом политехнического образования в школах, дали только 43 % решаемости задач по арифметике в V классе» [15, с. 54] и т.п.), но и были сформулированы направления работы с учащимся в области углублённого изучения ими математики – развивать «…математическое мышление, конструктивные способности, пространственные представления; прививая учащимся глубокий интерес к точному знанию» [15, с. 55] на основе разнообразной внеклассной работы, выделяя особо одаренных учащихся. К формам внеклассной работы по математике в довоенной советской школе относились «…математический кружок, затем математическая газета или журнал, математический вечер, математическая экскурсия и математические сочинения» [22, с. 45].

В рамках трансформации школьного математического образования менялся и подход к работе математических кружков, как самого распространенного вида внеклассной работы, в следствии чего в педагогической литературе обсуждался вопрос о том «…будет ли работа кружка расширением и углублением программного материала или же следует сделать кружковую работу совершенно независимой от учебных программ?» [10, с. 88].

Отметим, что при реализации обоих направлений организации математических кружков, помимо элементов истории математики, изучения отдельных тем, не вошедших в школьный курс (собственно углубленное изучение математики), занимательных задач, была проработка задач повышенной сложности или, как тогда говорили «трудных» задач, в числе которых были задачи для подготовке к олимпиаде, задачи Ленинградской олимпиады, журналов «Наука и жизнь», «Математика и физика в средней школе» и т.п. [10, с. 89].

Великая Отечественная война внесла свои трагические коррективы во все сферы жизни советских людей. Однако, после ее окончания интенсивность исследований по вопросам реализации математического образования, в том числе углубленного вновь усилилась.

Углубленное изучение математики во второй половине 40-х – 50-х годах осуществлялось в основном в рамках внеклассной работы. Собственно, говоря о внеклассной работе, педагоги подразумевали «…занятия, проводимые во внеурочное время и имеющие целью содействовать углублению работы по идейно-политическому воспитанию учащихся и поднятию уровня их математического развития и знаний» [4, с. 22]; удовлетворить запросы наиболее одаренных учащихся, способствовать их математическому развитию [3, с. 52].

В конце 40-х – 50-х годах углубленное изучение математики осуществлялось чаще всего с позиций борьбы с формализмом преподавания: «именно сочетание полной успеваемости с высокой успеваемостью всех учащихся является задачей советского педагога, в том числе – преподавателя математики» [7, с. 9]. Чаще всего речь шла об индивидуальной работе с учащимися, подборе заданий для сильных учеников, которые бы способствовали углубленному изучению математики.

Вторым основным направлением была подготовка к олимпиадам по математике, что, безусловно, требовало специально организованной работы как учителя, так и ученика. Решение задач, предлагаемых на олимпиадах, в частности на проводимых Московским государственным университетом и др., требовали «…не только глубокого знания школьного курса математики, но и высокого уровня математического развития» [11, с. 31].

Формы внеклассной работы по математике разделялись на два основных класса – регулярные, проводимые периодично в течение всего года и эпизодические, проводимые нерегулярно.

К первому типу относили «Клуб веселых математиков» (ученики 5 класса), «Арифметический кружок» (6 класс), «Математический кружок» (7 класс), ко второму – математические викторины, командные соревнования в решении задач, математические олимпиады, математические вечера, математическая стенгазета [4, с. 24].

Звучали предложения классным руководителям на воспитательных часах, проводимых раз в неделю, проводить беседы, связанные с математикой, «…указывая на органическую, естественную связь математики с народным хозяйством» [1, с. 33], а также проводить тематические пионерские сборы, посвященные математике [там же, с. 35].

Но чаще всего в вопросах, связанных с углубленным изучением математики, речь шла об организации математического кружка, кружковая работа ставилась в один ряд с организацией урочной деятельности. Один из старейших школьных математических кружков был организован при Московском ордена Ленина государственном университете им. Ломоносова в 1935/36 учебном году. Университетский школьный кружок был создан академиком Л.Г. Шнирельманом, профессором Л.А. Люстерником, доцентом И.М. Гельфандом, а также упоминаются «студенты-отличники Глезерман и Папуш» [9, с. 54]. Кружок продолжал свою работу даже в годы Великой отечественной войны, пропустив только один год в связи с эвакуацией университета, к 1947 году в нем прошли углубленную математическую подготовку более 1500 человек. Отметим, что руководители кружка конца 40-х годов в качестве основной проблемы отмечали низкую информированность школьников об его работе. При этом «…перед каждой лекцией печатаются афиши и извещения. Около 500 афиш рассылается каждый раз по всем школам, где многие из них так и остаются не вывешенными… Для оповещения используются также радио и печать. Несмотря на это, многие школьники лишь перед олимпиадой узнают о существовании кружка» [там же]. Публикация информации о кружке в журнале «Математика в школе», в которой подробно описана как структура кружка, содержание его деятельности, примеры программы занятий с кружковцами не только способствовала популярности кружка при МГУ, но и стало примером для других вузов страны, в которых также стали появляться подобные кружки для углубленного изучения математики.

Как писал Л.М. Лоповок в 1951 году о работе математического кружка в школе г. Проскуров, занятия в кружке проводились раз в два месяца по расписанию, включенному в план работы школы, кружковая работа периодически обсуждалась на заседаниях предметной комиссии учителей математики и физики школы [12, с. 46]. Кружковая работа ставила своей целью развитие математического мышления учащихся, побуждения интереса к математике [6, с. 48].

Содержание внеклассной работы по математике не было стандартизированным и определялось, прежде всего, выбором учителя исходя из уровня подготовки контингента учащихся. В журнале «Математика в школе» регулярно публиковались рекомендуемые варианты программы кружка или клуба. Примером может служить программа работы кружка П.Ю. Германовича, опубликованная в № 4 за 1951 год:

«1. Теоретические доклады.

2. Решение арифметических задач повышенной трудности.

3. Собирание материала, составление и решение задач, отражающих социалистическое строительство в СССР.

4. Решение задач логического характера и задач на доказательство.

5. Изучение приемов быстрого счета.

6. Арифметические викторины» [4, с. 29].

План работы кружка на полугодие предлагалось заранее сообщать учащимся, в него включать заслушивание докладов учащихся и руководителя, решение занимательных задач и задач повышенной трудности, выпуск бюллетеня «Юный математик» [12, с. 46]. Предлагалось также обговаривать план работы кружка в начале работы с записавшимися в кружок учащимися, что избавляло тематику от статичности. Но основным требованием к кружковой работе было то, что подобная работа не должна была сводиться к исключительно занимательной форме времяпрепровождения кружковцев [8, с. 81].

Интересен подход автора к содержательному наполнению пункта об арифметических задачах повышенной трудности – он предостерегает от практики работы только с отдельными, самыми одаренными учениками, предлагая «…отбор задач производить тактично: следует выбирать задачи, хотя и более трудные, чем те, которые ученики решают в классе, но все же доступные значительному числу кружковцев при условии лишь достаточного упорства и усидчивости с их стороны» [4, с. 29].

Сами задачи предлагалось подбирать таким образом, чтобы акцентировать внимание школьников на достижениях СССР в промышленности, сельском хозяйстве, науке и технике и т.п. Так, например, Л.М. Лоповок предлагал такие авторские задачи:

«Звено Героя Социалистического Труда Харитоновой собрало с 8га столько же центнеров кукурузы, что четырехзначное число, выражающее урожай, имеет сумму цифр 14, произведение цифр 0, а цифра десятков на 2 больше цифры единиц. Какой урожайности добилось звено? (Решить устно!)

Для выполнения плана полезащитных лесонасаждений организуются ЛЗС, степные лесхозы и государственные лесопитомники, всего 410 объектов. Зная, что питомников на 10 больше лесхозов, а ЛЗС в десять раз меньше произведения числа лесопитомников на число лесхозов, найти, сколько лесозащитных станций, лесопитомников и лесхозов создается» [12, с. 49].

Распространёнными задачами, предлагавшимися для углубленного изучения математики, были и задачи практического содержания. Например, предложенная в 1946 году московским учителем М. Зарецким на занятии кружка:

«Измерили комнату 5-метровой рулеткой, которая от употребления растянулась и стала длиннее на 5 см. Длина комнаты получилась при измерении равной 7 м. Какова действительная длина комнаты?» [6, с. 50].

На занятиях кружка школьникам предлагались и математические софизмы, с целью «…не только воспроизводить определенные логические схемы, определенные мыслительные процессы, но и критически осмысливать каждый этап рассуждения в соответствии с усвоенными принципами математической логики и вычислительной практики» [13, с. 51].

В журнале «Математика в школе» печатались задачи, предназначенные для решения со школьниками во время занятия кружка. Чаще всего, это были задачи различных математических олимпиад, подготовка к которым в большинстве случаев становилась одним из важнейших направлений работы кружка. При этом ответы и решения не печатались в этом же номере, что побуждало не только к самостоятельному решению задач, но и решало в определённой мере задачи издательства по распространению журнала среди своей целевой аудитории. Пример таких задач, взятых из условия 1-й Московской олимпиады, свидетельствует о достаточно высокой планке, поставленной редакцией журнала перед читателями:

«Построить треугольник по точкам пересечения медианы, биссектрисы и высоты (проведенным из одной вершины) с описанной окружностью

На поверхности куба найти 3 точки, из которых диагональ видна под наименьшим углом.

Вычислить сумму [5, с. 64]:

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n-1)^3»$$

Не менее интересны геометрические задачи, в том числе на построение, которые также предлагались для углубленного изучения математики, как например:

«Через верхний конец образующей цилиндра под углом в 45^0 к ней проведена касательная к цилиндру. Радиус основания равен 1 м, высота 4 м. Определить расстояние касательной от центра каждого основания.

Около правильного октаэдра описать цилиндр и по заданным на чертеже точкам A, B и C провести сечение (рис. 1)» [14, с. 27].

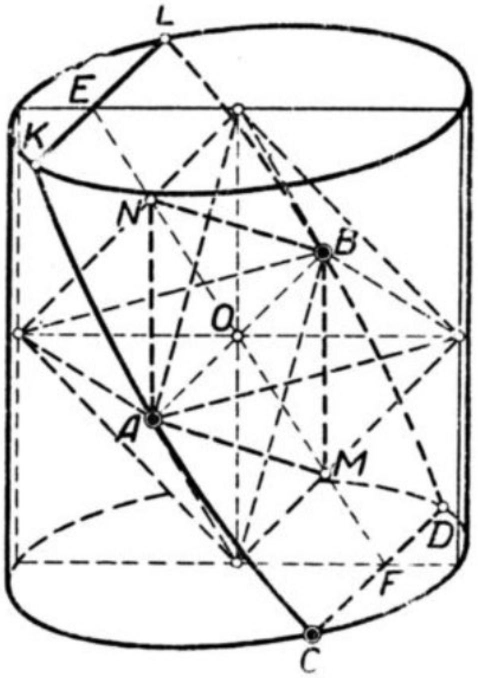

Рисунок 1 – Чертеж к задаче

С пятого номера за 1949 год в журнале «Математика в школе» появляется специально отмеченный материал, который редакция определяет как предназначенный для школьных математических кружков. В данном номере была опубликована необычная задача практического содержания о полнодревестности штабелей бревен и поленниц дров, который был решен математически [23] на основе применения коэффициента полнодревестности. Позднее были опубликованы самые разные задачи, теоремы и т.д. для кружковой работы. Кроме того, задания, рекомендуемые для кружка, публиковались в общем контексте с заданиями для урочной работы. Как, например, в статье львовского педагога И.Ф. Тесленко о преподавании неевклидовой геометрии в школе, который предлагал включать данный материал как в урок геометрии, так и прорабатывать на заседаниях математического кружка, чтобы обеспечить минимум «…знаний по вопросу аксиоматики, дедуктивного построения геометрии и о важнейших ее методах доказательства теорем» [20, с. 35]. Либо как в статье автора из Молодечно А.Ш. Блоха, опубликованной в порядке обсуждения в № 6 за 1953 год о внедрении в курс математики понятия функции, функциональной зависимости. Им предложен ряд задач, решение которых исследование функций, которые можно предложить на занятиях кружка, как, например:

«Пусть луч света должен перейти из среды, расположенной над границей *AB*, в среду, расположенную под *AB* (из точки *C* в точку *D*). При этом скорость света в первой среде *P*, во второй *T*. В какой точке *M* луч должен пересечь должен пересечь границу *AB*, чтобы на переход из точки *C* в точку *D* ушло минимум времени? (Закон преломления света) [2, с. 38]».

Отметим интересное замечание автора по поводу путей расширения и углубления вопросов изучения функциональной зависимости – без введения в школьный курс математики начал дифференциального и интегрального исчисления, т.к. «…задача состоит не в том, чтобы дать ученику побольше различных сведений, порой формальных, из области теории функций» [2]. Вместо этого необходимо научить учащихся решать практические задачи, исследовать функциональные зависимости элементарными средствами, а сам курс математики перестроить на функциональной основе.

Среди неординарных форм работы со школьниками по реализации углубленной математической подготовки во второй половине 40-х – 50-х годах XX века отметим, например, деятельность Л.М. Лоповка по организации в Проскурове радиоклуба юных математиков –

получасовые беседы по радио о великих математиках нашей Родины, об отдельных занимательных вопросах элементарной математики, о новых книгах по математике. В конце каждой беседы учащимся предлагалось решить 3-4 задачи самостоятельно, а решение и фамилии решивших правильно оглашались в следующей передачи [12, с. 46-47].

Или же предложения заинтересовать учащихся математикой, заложить основы рационализаторского мышления, направить работу учеников на поиск наиболее лаконичных, изящных способов решения задачи предлагалось и при помощи сопоставления различных способов решения. Для этого московский педагог Я.А. Шор практиковал самостоятельные и домашние работы с требованием решения двумя или несколькими способами, а также в рамках работы кружка и подготовки к олимпиадам организовывать специальные занятия, на которых учащиеся выступают с различными способами решения одной и той же задачи. Задачи предлагались заранее и оценивалось изящество и оригинальность решения [26, с. 36]. Отметим, что Я.А. Шор неоднократно печатался в журнале «Математика в школе», так, например, в 1953 году была опубликована его статья «О кружковой работе по арифметике», в которой приводится 26 авторских (?) задач в целых числах с подробным решением либо же ответами для кружковой работы. Особенностью этих задач было то, что в большинстве из них автор опирался на материалы, связанные с социалистическим строительством или же, например, с комсомольскими или пионерскими походами:

«Комсомольцы IX классов, члены географического и исторического кружков, рассчитывали совершить поход по родному краю в течение 20 дней, но так как они пробыли в пути на 4 дня больше и делали в день на 3 км больше предположенного, то маршрут удлинился на 132 км. Определить длину пройденного комсомольцами маршрута. Ответ: 432 км.» [25, с. 61].

Во второй половине 40-х – 50-х годах XX века популярны были практические работы по математике, которые также способствовали углубленному ее изучению и повышению качества знаний по предмету. Интересный и для современного учителя математики перечень практических задач приведен в статье Е.А. Петрова в № 5 за 1953 г., среди которых определение ширины реки, расстояния между двумя недоступными точками, высоты дерева с помощью угломерного инструмента и рулетки, площади земельного участка по трем сторонам и др. [17, с. 59]. Кроме того, каждый десятиклассник в течении учебного года должен был предоставить два чертежа по геометрии и изготовить одну геометрическую модель [17].

Выводы и заключение. Таким образом, проанализировав заявленную источниковую базу, мы можем сделать вывод о том, что внеклассная работа по математике в 30-х – 50-х годах стала основой для разработки комплексной системы углубленного изучения математики в СССР, реализованной в дальнейшем.

Наиболее распространенной формой реализации углубленного изучения математики была кружковая работа. На занятиях кружка школьники не только изучали теорию, выходящую за рамки школьного курса математики, но и решали задачи повышенной трудности, готовились к математическим олимпиадам, изучали историю математики.

Помимо кружковой работы, элементами углубленного изучения математики были организация математических вечеров, викторин и т.д.

Задания, предлагавшиеся для учащихся в процессе углубленной подготовки по математике в 30-х – 50-х годах представляют интерес для сегодняшней школы как основа для реализации обучения математике на профильном уровне, побуждения интереса учащихся к математической науке.

1. Белов, С.С. О математических пионерских сборах / С.С. Белов // Математика в школе. – 1953. – № 5. – С. 33–48.

2. Блох, А.Ш. Политехническое обучение на уроках математики / А.Ш. Блох // Математика в школе. – 1953. – № 6. – С. 38–39.

3. Васильев, М.Г. Опыт работы математического кружка десятых классов / М.Г. Васильев // Математика в школе. – 1953. – № 5. – С. 52–58.

4. Германович, П.Ю. Внеклассная работа по математике в V–VII классах школы / П.Ю. Германович // Математика в школе. – 1951. – № 4. – С. 22–36.

5. Задачи для математических кружков // Математика в школе. – 1947. – № 5. – С. 64.

6. Зарецкий, М. «Кружок математической смекалки» / М. Зарецкий // Математика в школе. – 1946. – № 2. – С. 48–53.

7. Зарецкий, М. Предупреждение неуспеваемости по математике в средней школе / М. Зарецкий // Математика в школе. – 1950. – № 6. – С. 6–17.

8. Кривко, Я.П. Внеклассная работа по математике в 50-хгодах XX века как форма повышения качества образования / Я.П. Кривко // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2017. – № 45. – С. 80–83. – EDN YMCFGX.

9. Кронрод, А.С. Школьный математический кружок при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова / А.С. Кронрод, А.М. Яглом, И.М. Яглом // Математика в школе. – 1947. – № 2. – С. 54–55.

10. Кузнецов, П. Два года работы школьного математического кружка / П. Кузнецов // Математика и физика в средней школе. – 1935. – № 5. – С. 88–91.

11. Ларичев, П.А. К вопросу о преподавании математики в школе / П.А. Ларичев // Математика в школе. – 1950. – № 2. – С. 30–35.

12. Лоповок, Л.М. Математический кружок в школе / Л.М. Лоповок // Математика в школе. – 1951. – № 4. – С. 46–49.

13. Минковский, В.Л. Математические софизмы и их педагогическая роль / В.Л. Минковский // Математика в школе. – 1946. – № 5/6. – С. 49–56.

14. Назаревский, Г.А. О развитии пространственных представлений на уроках геометрии / Г.А. Назаревский // Математика в школе. – 1953. – № 3. – С. 24–33.

15. Обращение научно-методического совещания преподавателей математики ко всем преподавателям математики в средней школе // Математика и физика в средней школе. – 1935. – № 4. – С. 54–55.

16. От редакции // Математика в школе. – 1946. – № 1. – С. 1–2.

17. Петров, Е.А. Внеклассная работа по математике / Е.А. Петров // Математика в школе. – 1953. – № 5. – С. 58–60.

18. Под знаменем сталинской Конституции // Математика в школе. – 1937. – № 1. – С. 3–5.

19. Программа по математике для ФЗС // Физика, химия, математика, техника в советской школе. – 1932. – № 1. – С. 7–14.

20. Тесленко, И.Ф. О неевклидовых геометриях в средней школе / И.Ф. Тесленко // Математика в школе. – 1952. – № 4. – С. 33–40.

21. Указ Президента Российской Федерации от 21 июля 2020 года № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года». – [Электронный ресурс]. – URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/45726 (дата обращения 17.08.2025).

22. Федорович, Л.В. Внеклассная работа по математике / Л.В. Федорович // Математика в школе. – 1940. – № 4. – С. 45–51.

23. Феофилатьев, В.Ф. К вопросу о плотной укладке дров / В.Ф. Феофилатьев // Математика в школе. – 1949. – № 5. – С. 26–29.

24. Фурсенко, В.Б. О математической подготовке оканчивающих среднюю школу / В.Б. Фурсенко // Математика и физика в средней школе. – 1935. – № 5. – С. 35–37.

25. Шор, Я.А. О кружковой работе по арифметике / Я.А. Шор // Математика в школе. – 1953. – № 5. – С. 61–65.

26. Шор, Я.А. О некоторых способах борьбы с формализмом / Я.А. Шор // Математика в школе. – 1948. – № 1 – С. 33–46.

ORGANIZATION OF IN-DEPTH STUDY OF MATHEMATICS IN THE USSR IN THE 30S - 50S OF THE 20TH CENTURY (BASED ON THE MATERIALS OF THE MAGAZINE "MATHEMATICS IN SCHOOL")

Krivko Iana,
Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Kotova Marina,
assistant
Lugansk State Pedagogical University,
Lugansk, Russian Federation

Abstract. *The article is devoted to the historical and pedagogical analysis of the organization of advanced mathematics studies in the USSR in the 1930s – 1950s. Based on a retrospective analysis of the materials published in the journal "Mathematics at School," the article identifies the specific features and effective forms of work. It establishes that the foundation for advanced training was provided by extracurricular activities, primarily in the form of mathematics clubs. The article explores the main areas of their activities, including solving advanced problems, preparing for competitions, and exploring topics beyond the school curriculum. Special attention is paid to the content of classes and methodological approaches aimed at developing mathematical thinking and linking learning to practical tasks. It is concluded that the identified features of the organization of advanced mathematics studies in the USSR are valuable for the modern system of specialized mathematics education.*

Keywords*: advanced study of mathematics in the USSR, Mathematics in School magazine, extracurricular mathematics activities, mathematics club, advanced mathematics problems, and mathematics Olympiads*

For citation: Krivko I., Kotova M. (2025). Organization of in-depth study of mathematics in the USSR in the 30s – 50s of the 20th century (based on the materials of the magazine "Mathematics in school"). Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 93–102. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-93-102. – EDN VKOUIR.

Поступила в редакцию 10.10.2025

УДК 373.5.091.644:51-048.86
EDN VOITGC DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-103-112

ЭВОЛЮЦИЯ УЧЕБНИКА ПО МАТЕМАТИКЕ Н.Я. ВИЛЕНКИНА ДЛЯ 4-(5)-ГО КЛАССА (ПОСТСОВЕТСКИЙ ПЕРИОД)

Садовников Евгений Юрьевич,
кандидат педагогических наук, ассистент,
Author ID: 1203080,
email: evgenysadovnikov@mail.ru
ГАОУ ВО «Московский городской педагогический университет»,
г. Москва, РФ

Аннотация. *Статья посвящена комплексному исследованию трансформации классического учебника математики Н.Я. Виленкина в условиях кардинальных изменений российской образовательной системы после 1990 года. На основе историко-сравнительного и ретроспективного анализа автор выстраивает периодизацию эволюции учебника, выделяя два основных этапа: модернизацию под руководством В.И. Жохова и дальнейшую адаптацию к требованиям федеральных государственных образовательных стандартов. Подробно рассматриваются факторы, обусловившие необходимость переработки учебника: переход от знаниевого к деятельностному подходу, введение вариативности образования, изменение законодательной базы. Особое внимание уделяется конкретным изменениям в структуре, дидактических принципах и содержании упражнений, а также правовым коллизиям, связанным с изданием учебника разными издательствами. Делается вывод о возможности адаптации учебника Н.Я. Виленкина к новым образовательным парадигмам при сохранении его методических достоинств.*

Ключевые слова: *учебник по математике, математическое образование, эволюция учебника, Н.Я. Виленкин, история педагогики и образования.*

Для цитирования: Садовников, Е.Ю. Эволюция учебника по математике Н.Я. Виленкина для 4-(5)-го класса (постсоветский период) / Е.Ю. Садовников. – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-103-112 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 4 (68). – С. 103–112. – EDN VOITGC.

Введение. Российская система образования, обладая глубокими историческими корнями, отличается уникальностью и разнообразием. С течением времени происходила модернизация и обогащение содержания образовательных предметов. Развитие науки и трансформация общества обусловили изменение требований к молодым специалистам, покидающим стены школ.

В советский период образование стало общедоступным, с акцентом на формирование фундаментальных знаний и подготовку специалистов для промышленности и науки. Математика заняла центральное место в образовательной системе, что способствовало развитию научных исследований и технологического прогресса. Однако к концу 1980-х – началу 1990-х годов система математического образования в России оказалась в кризисе [21].

В рассматриваемый период страна переживала глубокий социально-экономический кризис, оказавший значительное влияние на систему школьного образования. Существовавшая образовательная модель, отличавшаяся консерватизмом, высокой степенью централизации и идеологической направленности, перестала соответствовать требованиям динамично развивающегося общества. Внутренние противоречия системы усугубились экономическим спадом, что привело к её кризису и последующей трансформации.

Данной трансформации требовало и содержание учебников по математике, в частности под авторством Н.Я. Виленкина. Учебник отражал традиционный «знаниевый» подход, который к 1990-м годам подвергся критике за свою ограниченность. Этот подход акцентировал внимание на передаче готовых знаний и отработке алгоритмов, таких как решение пропорций или сложение дробей, но не способствовал развитию критического мышления, творческих способностей и навыков самостоятельного познания, характерных для деятельностного подхода. В условиях растущего интереса к последним, критики справедливо отмечали, что содержание учебника, хотя и было актуальным в 1970-е годы, к 1990-м утратило свою значимость и не соответствовало новым реалиям [20].

В частности, учебник не включал элементы теории вероятностей и статистики, которые стали важными в условиях изменившейся экономической среды. Задачи, связанные с колхозами и заводами, выглядели анахронизмом на фоне развития кооперативов и банковской системы, что делало его содержание менее актуальным для учащихся.

В условиях трансформации образовательной системы, сопровождающейся разрушением традиционных структур и внедрением новых программ и учебников, учебник Н.Я. Виленкина выделялся своей методической выверенностью и стабильностью. Он обеспечивал четкое и последовательное изложение материала, а также включал обширный комплекс упражнений, способствующих закреплению знаний [15].

Этот учебник пользовался поддержкой учительского сообщества, поскольку несколько поколений педагогов были хорошо знакомы с его содержанием и методическими подходами. В условиях ограниченных финансовых возможностей для профессионального развития и необходимости освоения новых образовательных методик, учителя воспринимали учебник Н.Я. Виленкина как надежный и проверенный инструмент, позволяющий им эффективно выполнять свои профессиональные обязанности [2].

В период начала 1990-х годов, вышли ряд ключевых законов, которые повлияли на развитие учебника Н.Я. Виленкина. Так, в 1990 году вышел закон РСФСР «О предприятиях и предпринимательской деятельности», который разрешал создание частных коммерческих организаций [11]. Кроме того, в том же году вышел закон СССР «О печати и других средствах массовой информации», который отменял государственную монополию и жесткую цензуру. Данные законы позволяли открыть частные издательства («Мнемозина»; «Дрофа»; «Вентана-Граф» и другие) [13].

В 1992 году выходит закон РФ «Об образовании», в основу которого был положен принцип вариативности обучения. Согласно данному закону, перечень учебников, рекомендованных к использованию, не был статичным и регламентированным. Каждое издательство имело право создать собственный учебник и подать его на рассмотрение в Министерство образования Российской Федерации. Для включения учебника в перечень, он должен был пройти экспертизу в соответствии с установленными критериями. По результатам экспертизы учебник получал официальное заключение в форме грифа «Рекомендовано» или «Допущено». После получения грифа учебник включался в федеральный перечень учебников, что давало школам право использовать его в образовательном процессе и закупать для обеспечения учебного процесса. Так, право выпускать учебник по математике Н.Я. Виленкина могли получить и другие издательства, в том числе и частные [12].

Цель исследования – *провести историко-педагогический анализ динамики и эволюции учебника по математике для 5-го класса, созданного Н.Я. Виленкиным, в постсоветский период. В рамках исследования предполагается систематизация этапов развития данного учебного пособия, выявление и классификация ключевых тенденций его совершенствования, а также оценка влияния социально-экономических и образовательных факторов на изменения в структуре, содержании и методических подходах, реализованных в учебнике.*

Материалы и методы. Исследование основывается на анализе широкого спектра источников, включающих педагогическую литературу, методические журналы и учебные пособия по математике. Нормативно-правовая база образования представлена соответствующими актами и документами. Методологическая основа исследования включает историко-сравнительный, историко-критический и историко-ретроспективный подходы. Эти методы позволяют провести комплексный анализ трансформации содержания и структуры учебника по математике на различных этапах его развития.

Результаты и их обсуждение. В работе [19], анализирующей развитие учебника по математике для 4-го класса Н.Я. Виленкина в советский период, были выделены четыре ключевых этапа его эволюции. Усиление, а после устранение теоретико-множественного подхода из учебника математики не повлияли на общие дидактические принципы, положенные в его основу. К концу 1980-х годов, в условиях трансформации общественно-политического контекста, произошли значительные изменения в педагогической парадигме. Наблюдался постепенный переход от исключительно политехнического обучения к развивающему подходу. В новой парадигме приоритетное внимание уделялось формированию логического мышления, развитию творческих способностей и навыков нестандартного подхода к решению задач. Это означало отход от традиционного обучения, ориентированного на решение типовых задач и использование стандартных алгоритмов, в пользу методов, способствующих личностному и когнитивному развитию учащихся.

Так, появилась острая необходимость в обновлении учебника по математике Н.Я. Виленкина. Постепенный отказ от унифицированной модели образования в пользу развития вариативности требовал от учебников реализации дифференцированного подхода в обучении. Кроме того, требовалось переосмысление функций и типов упражнений в учебнике в связи с новой педагогической парадигмой [19].

Пятый период развития учебника – соавторство В.И. Жохова. 29 июня 1987 года прошло открытое заседание конкурсной комиссии, специализирующейся на оценке школьных учебников по математике для учащихся 5–6 классов. В рамках этого мероприятия были подведены итоги конкурса, на котором рукопись, созданная прежним авторским коллективом с участием опытного методиста и заслуженного учителя РФ В.И. Жохова, заняла второе место среди представленных работ [14].

В 1990 году вышло обновленное издание учебника для 5 класса, авторами которого являются Н.Я. Виленкин и другие. Данное издание отличалось от предыдущих версий повышенной визуальной насыщенностью благодаря использованию разнообразных условных обозначений, интегрированных в текст. Структурная переработка текста сопровождалась его сокращением в отдельных фрагментах. В объяснительном материале акцентированы ключевые моменты, требующие особого внимания, а также выделены термины, подлежащие запоминанию. После каждого тематического блока представлены контрольные вопросы для закрепления материала. Сохранена традиционная дифференциация упражнений для классной работы, домашнего задания и повторения. В отличие от предшествующих изданий, исторический контекст не концентрировался в конце учебника, а равномерно был распределен по всему тексту, соответствуя рассматриваемой теме. Например, в разделе «Плоскость, прямая, луч» приведены сведения о древнерусских мерах длины. Кроме того, включены упражнения со специальной маркировкой, направленные на развитие математической речи и формирование корректного произношения математических символов. А также задания на формирование и развитие критического и математического мышления [4].

По сравнению с предыдущей версией учебника, материал первой главы был сокращен до 115 страниц, но при этом число упражнений было увеличено до 653. Объем второй главы был увеличен до 129 страниц, а упражнения до 740. Данные показатели свидетельствовали, что в среднем на страницу приходилось около 6 упражнений. Объем геометрического материала увеличился до 55 страниц, при этом количество упражнений составило 288, что в среднем соответствует 5 упражнениям на страницу. Общий объем страниц остался без изменений, но при этом общее количество упражнений возросло до 1681 вместо 1536.

В данной версии учебника были сохранены основные теоретические и методические подходы, которые использовались в прошлых изданиях. Но при этом учебник, предназначенный для новых реалий, мог обеспечивать возможность уровневой дифференциации в ходе обучения – возможность для школы работать по разным учебным планам (6 часов в неделю или – в более подготовленных классах – 5 часов). Также новое издание позволяло использовать учебник для классов с недостаточной математической подготовкой, а также классов с углубленным изучением математики. Кроме того, в учебнике была представлена система упражнений, которая призвана предоставить учителю компенсацию типичных для начального обучения пробелов в подготовке школьников и недостатков в их математическом развитии [10].

Стоит отметить, что упражнения для классной работы были расположены по степени их «обязательности», важности для формирования основных знаний и умений. Такая структура была продиктована необходимостью обеспечить дифференциацию обучения – в соответствии со степенью подготовленности и развития детей в классе, особенностями школы и выбранного ею учебного плана изучение курса могло вестись на разном уровне глубины. В разделе упражнений для повторения представлены упражнения разного вида: устные; подготовительные для новой темы; для непрерывного повторения; задания повышенной сложности; задания на развитие мышления и внимания. Дополнительные задания позволяли учителю использовать их как основу для построения системы внеклассной работы, включая проведение кружковых занятий, заседаний научного общества учащихся, подготовку и презентацию докладов, а также организацию мероприятий, таких как КВН. Это способствовало не только углублению знаний, но и развитию у учащихся интереса к предмету, а также формированию у них навыков самостоятельной работы и творческого мышления, а также формированию навыков научно-исследовательской деятельности. Учебник обеспечивал возможность реализации индивидуальной образовательной траектории учащихся, что достигалось как посредством дифференцированного подхода к обучению в различных классах с разным уровнем подготовки, так и за счет расширенного объема теоретического и практического материала, позволявшего адаптировать учебный процесс к индивидуальным математическим способностям учащихся в рамках одного класса [3].

Кроме того, данное издание учебника получила существенные изменения. В первой главе параграф «2. Отрезок» был дополнен различными иллюстрациями из параграфа «3. Длина отрезка. Шкалы» и объединены в новый параграф «2. Отрезок. Длина отрезка. Треугольник». Темы «Шкалы» и «Координатный луч» были объединены. При изучении операций сложения и вычитания натуральных чисел их свойства рассматривались одновременно с введением самих операций, в отличие от предыдущих изданий, где свойства изучались позже. В данном подходе использовался числовой луч как основной инструмент визуализации и понимания, а не прямоугольник. Причем буквенная символика свойств вводилась позднее в отдельном пункте. Были устранены понятия «делители» и кратные», а также устранены пункты, связанные с признаками делимости различных чисел.

Во второй главе были объединены пункты «Доли» и «Обыкновенные дроби». В новой версии были добавлены отдельные пункты, связанные со смешанными дробями, а также сложением и вычитанием смешанных дробей. В предыдущей версии учебника понятие о смешанной дроби вводилось в пункте «Запись числа в виде неправильной дроби», а сложение и вычитание в пункте «Сложение и вычитание дробных чисел». Стоит отметить, что в новой версии учебника добавлялся способ выделения целой части из неправильной дроби (перевод неправильной дроби в смешанное число). Пункты «Разряды десятичной дроби»; «Сложение» и «Вычитание» были интегрированы в один пункт «Сложение и вычитание десятичных дробей». Также во второй главе пункт «Округление чисел» был дополнен понятием «приближенные значения числа». В новой версии учебника отдельно была выделена тема «Умножение десятичной дроби на натуральное число», в которую был добавлен пункт «Частные случае умножения десятичных дробей». Аналогичная ситуация с делением десятичных дробей на натуральное число. В учебнике была исключена тема «Масштаб», но была добавлена тема «Микрокалькулятор».

В целом при сравнении двух версий учебника стоит отметить, что принципиального изменения в содержании объяснительного текста не произошло. Но при этом была изменена структура и название некоторых параграфов, путем интеграции несколько пунктов в один. Наблюдалось уменьшение числа примеров, непосредственно иллюстрирующих изучаемую тему, при одновременном увеличении количества примеров, направленных на их закрепление и углубление понимания.

В период 1995–1998 годов была выпущена новая версия учебника издательствами «Мнемозина» (цветная версия) и «Русское слово» (черно-белая версия) вместо издательства «Просвещение». Условия задач отражали современные реалии, а также учебник был дополнен разделом «Итоговое повторение». Задачи с явной советской тематикой (пионерия, комсомол, плановая экономика с конкретными советскими реалиями) были удалены или заменены на нейтральные. Однако многие сюжеты задач (про колхозы и совхозы, заводы, бригады рабочих) остались, но без идеологического контекста, просто как условные производственные ситуации. Общая логика данных изданий не была изменена, но было увеличено общее количество страниц до 377, а количество упражнений выросло до 2112 [5].

Так, по новой программе 1994 года по математике для учащихся 5–9 классов была введена новая содержательная линия, направленная на формирование элементарных стохастических знаний и развитие комбинаторного и вероятностно-статистического мышления. В учебнике Н.Я. Виленкина были добавлены задачи, отвечающие данным запросам в особую рубрику: прикладные и математические задачи на составление комбинаций из нескольких элементов; числовые ребусы; задачи на перебор элементов заданного множества и выделение тех, которые подчинялись заданному свойству; задачи на выявление общего признака некоторого множества чисел, фигур; арифметические упражнения на вычисление рациональным способом. Кроме того, увеличивается значение упражнений, связанных с чтением и заполнением таблиц [16].

Шестой период развития учебника – внедрение федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС). В 2004 году был утвержден первый федеральный компонент государственного стандарта (ФГОС первого поколения) для основной и старшей школы приказом Минобрнауки РФ № 1089 от 05.03.2004. Стандарт установил обязательный минимум содержания образования, определив результат обучения. Также стандарт задал требования к уровню подготовки выпускников, описав конкретные знания и умения, которыми должны были обладать учащиеся по завершении обучения. В силу того, что учебник Н.Я. Виленкина удовлетворял всем предъявляемым требованиям к учебникам, кардинальной перестройки содержания учебника не последовало [17].

Учебник Н.Я. Виленкина в рассматриваемом издании сопровождался расширенным учебно-методическим комплектом, включающим рабочую тетрадь, а также материалы для проведения математических диктантов и использования в качестве тренажёров. Эти материалы содержали разнообразные задания, предназначенные как для углублённого изучения предмета, так и для коррекционно-развивающей работы. Также УМК данного учебника попрежнему сопровождался дидактическими материалами и методическими рекомендациями для учителя. Дизайн учебника, включая схемы и иллюстрации, был разработан с использованием компьютерной графики, что придало изданию большую визуальную привлекательность и информативность [6].

Анализируя данный учебник рассматриваемого издания, стоит отметить, что в первой главе было 98 страниц, включая 701 упражнение. Во второй главе насчитывалось 124 страницы и 884 упражнения, на геометрический материал отводилось 53 страницы, включая 264 упражнения. Таким образом, в среднем на страницу уже приходилось 7 упражнений, что больше, чем в предыдущих изданиях. Стоит отметить, что увеличение упражнений на страницу свидетельствует об усилении принципа дифференциации обучения. Также, важно отметить, что в учебнике появилось больше заданий, связанных с комбинаторикой. Так, вводятся понятия «факториал»; «системы счисления» и другие, связанные с комбинаторикой и статистикой. Было заметно увеличено количество текстовых задач, в которых требовалось понимать условие задачи и составлять уравнения. Стоит отметить, что также были добавлены необычные упражнения: кроссворды; задания на построение диаграмм, заполнение блок-схем и т.д.

В 2010 году был утвержден ФГОС второго поколения приказом Минобрнауки РФ № 1897 от 17.12.2010 для основного общего образования [18]. В качестве методологической основы в учебный процесс был введен системно-деятельностный подход. Но существенной переработки учебник не получил, с 2012 года он был дополнен интерактивным учебным пособием на CD-диске. Текст объяснительного материала и упражнений не был изменен. Были добавлены условные обозначения: упражнения для групповой работы; поисково-исследовательское задание; ссылка на задание из интерактивного пособия. Изменения носили формальный характер: объем материала, а также его содержание по сравнению с предыдущей версией не изменились. В 2014 году была выпущена электронная версия учебника по математике [7].

В 2015 году учебник Н.Я. Виленкина, выпущенный издательством «Мнемозина», был исключен из федерального перечня учебников. По словам директора издательства, причиной являлось решение экспертной комиссии. В мае 2015 года Научно-методический совет направил электронную форму учебника на дополнительную экспертизу в Российскую академию образования для оценки соответствия лицензионным требованиям. В результате экспертизы, проведенной экспертом РАО, были выявлены лицензионные ограничения в данной электронной форме, разработанной издательством.

Так, в 2018 году в федеральном перечне учебников появляются две версии учебника Н.Я. Виленкина от издательства «Просвещение» и «Мнемозина». По информации, предоставленной директором издательства «Мнемозина», правообладатели учебника осуществили дополнительное заключение контракта с издательством «Просвещение» без согласования с первоначальным издателем. Это действие привело к инициированию судебного разбирательства, которое продолжается по сей день.

В новой версии учебника, выпущенной издательством «Мнемозина», аналогичная структура наблюдалась и в издании «Просвещение», учебник был разделён на две части. Первая часть включала материал, ранее представленный в первой главе предыдущих изданий, в то время как вторая часть охватывала содержание второй главы [8].

Общий дизайн учебника был изменен, но объяснительный текст не претерпел никаких изменений по сравнению с предыдущими изданиями, как и сами упражнения. В конце каждого параграфа были помещены задания для самопроверки (10 заданий), а также по две темы для проектной работы. Кроме того, после нескольких десятилетий вновь возвращается параграф, связанный с понятием «множество». Так, на основе материала из учебника 1980-х годов издания были добавлены следующие пункты: «Понятие множество»; «Общая часть множеств. Объединение множеств»; «Верно или неверно». Стоит отметить, что в новом издании материал 1980-х годов был адаптирован к современному уровню. В пункте «Общая часть множеств. Объединение множеств» рассматривались логические операции «объединение» и «пересечение», а также понятие «подмножество». В учебнике Н.Я. Виленкина, изданном в конце 1980-х годов данные понятия впервые были представлены в рамках учебной программы для следующего года обучения.

Учебник Н.Я. Виленкина, изданный издательством «Просвещение» в 2020 году (несмотря на заявленное соавторство с А.Н. Виленкиным), был исключен из федерального перечня учебных пособий Российской Федерации. Причиной исключения стало невыполнение издательством требований к обязательной лицензионной проверке, что являлось обязательным условием для включения учебной литературы в данный перечень [9].

Однако, в 2021 году издательство «Просвещение» представило обновлённую версию учебника по математике, соавтором которого выступила Л.А. Александрова. В этом новом издании были внесены значительные изменения, затрагивающие как формальные аспекты, так и содержание и структуру учебника, чтобы они соответствовали новым требованиям ФГОС. Эти преобразования сделали возможным возвращение учебника в общеобразовательные школы. Согласно приказу Министерства просвещения Российской Федерации от 26 июня 2025 года № 495 «Об утверждении федерального перечня учебников», этот учебник был включён в список рекомендованных для использования до 29 апреля 2027 года.

Выводы и заключение. В данной статье были рассмотрены этапы развития учебника Н.Я. Виленкина, на основе полученных данных можно сформулировать следующую периодизацию эволюции учебника в постсоветский период в таблице 1:

Таблица 1. – Периодизация эволюции учебника Н.Я. Виленкина в постсоветский период

Период развития учебника	Хронологические рамки периода
Соавторство В.И. Жохова	1990–2003
Внедрение ФГОС	2004–2020

Эволюция учебно-методического комплекса характеризуется преемственностью и последовательной адаптацией классического содержания к трансформирующимся социально-экономическим условиям и новым образовательным парадигмам. При сохранении фундаментальных дидактических принципов – методической выверенности, структурной четкости и разветвленной системы упражнений – осуществлялась системная модернизация методического аппарата учебника в систему организации учебной деятельности. В новой парадигме знания, такие как математические понятия, теоремы и алгоритмы, перестают быть самоцелью и начинают выполнять инструментальную функцию, становясь средством для решения практических и учебно-познавательных задач. В результате обучения формируются не столько сами знания, сколько универсальные учебные действия и способности их применять, которые впоследствии проявляются в личных качествах обучающегося. Традиционные задачи, ориентированные на отработку отдельных навыков, уступили место системе учебных заданий, сконструированных в виде проблемных ситуаций. Эти задания стимулируют обучающихся к комплексу действий, включая выдвижение и проверку гипотез, планирование и корректировку собственных шагов по решению задач, организацию совместной работы и аргументацию своей позиции.

Существенное влияние на траекторию развития учебника оказала нормативно-правовая база образовательной сферы. Принятие Закона РФ «Об образовании» и отмена государственной издательской монополии создали институциональные условия для вариативной разработки учебной литературы, что позволило частным издательствам адаптировать содержание пособия к современным требованиям [12].

Качественно новый этап модернизации (1990-2003 гг.) связан с включением в авторский коллектив В.И. Жохова. В данный период осуществлены структурно-содержательные преобразования, включающие оптимизацию тематической последовательности, увеличение объема геометрического материала и развитие аппарата дифференциации обучения. Существенной трансформации подверглась система упражнений, дополненная заданиями на развитие математической речи, логического мышления и творческих способностей учащихся [1].

В период стандартизации образования (2004-2020 гг.) дальнейшая эволюция учебника происходила в рамках реализации требований федеральных государственных образовательных стандартов. Модернизационные процессы затронули преимущественно дидактическое сопровождение – расширение учебно-методического комплекта, разработку электронных образовательных ресурсов, совершенствование визуального оформления. Принципиальным представляется реинтеграция элементов теоретико-множественного содержания в издании 2018 года, демонстрирующая циклический характер развития математического образования.

С начала 2010-х годов нормативно-правовое регулирование и административные процедуры, включая лицензирование и экспертную оценку, значительно повлияли на функционирование учебников. Это привело к трансформации их статуса в федеральном перечне учебной литературы, что отражает изменения в образовательной политике и требованиях к качеству образовательных ресурсов.

Проведенный анализ свидетельствует, что учебник Н.Я. Виленкина представляет собой уникальный пример успешной адаптации классического педагогического наследия к меняющимся образовательным реалиям при сохранении методического ядра и выполнении фундаментальных дидактических принципов.

1. *Список основных методических материалов для преподавания в средней школе / В.Л. Александрова, Ю.П. Дудницын, Г.Д. Карташева, Л.Б. Крайнева, С.М. Саакян, И.В. Шестакова // Математика в школе. – 2002. – №6. – С. 49–53.*
2. *Богуславский, М.В. Динамика создания отечественных учебных пособий общего математического образования в 1970-е годы / М.В. Богуславский, Е.Ю. Садовников. – DOI 10.31862/2218-8711-2024-2-115-126 // Проблемы современного образования. – 2024. – № 2. – С. 115–126.*
3. *В помощь учителям V–VI классов // Математика в школе. – 1992. – №2-3. – С. 3–5.*
4. *Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Н.Я. Виленкин, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд, В.И. Жохов. – Москва : Просвещение, 1990. – 256 с.*
5. *Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд, В.И. Жохов. – Москва : Мнемозина, 1995. – 384 с.*
6. *Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 17-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2005. – 286 с.*
7. *Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 24-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2012. – 280 с.*
8. *Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций. В 2 ч. Ч. 1 / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 6-е изд., стер. – Москва : Мнемозина, 2018. – 144 с.*
9. *Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд ; под редакцией А.Н. Виленкина. – 3-е изд. – Москва : Просвещение, 2020. – 303 с.*
10. *Дудницын, Ю.П. 1996/97 учебный год: учебники и рекомендации для примерного планирования и контрольных работ / Ю.П. Дудницын // Математика в школе. – 1996. – №4. – С. 2–8.*
11. *Закон РСФСР от 25.12.90 N 445-I // КонтурНорматив. – URL: https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=18217 (дата обращения: 02.10.2025).*
12. *Закон РФ "Об образовании" от 10.07.1992 N 3266-1 // КонсорцумКодекс. – URL: https://docs.cntd.ru/document/9003751 (дата обращения: 02.10.2025).*
13. *Закон СССР №1552-1 «О печати и других средствах массовой информации» // КонсорцумКодекс. – URL: https://docs.cntd.ru/document/9038393 (дата обращения: 02.10.2025). – Текст : электронный.*
14. *Конкурс учебников математики // Математика в школе. – 1987. – №4. – С. 12–13.*
15. *Маркушевич, А.И. Из экспериментального учебника «Математика» для IV класса / А.И. Маркушевич // Математика в школе. – 1968. – №1. – С. 33–42.*
16. *О преподавании математики в общеобразовательных учреждениях: в 1995 /96 учебном году // Математика в школе. – 1995. – №3. – С. 2–5.*
17. *Приказ Минобразования РФ от 05.03.2004 N 1089 // КонсорцумКодекс. – URL: https://docs.cntd.ru/document/901895865 (дата обращения: 02.10.2025).*
18. *Приказ Минобрнауки РФ от 17.12.2010 N 1897 // КонсорцумКодекс URL: https://docs.cntd.ru/document/902254916 (дата обращения: 02.10.2025).*
19. *Садовников, Е.Ю. Эволюция учебника по математике Н.Я. Виленкина для 4-(5)-го класса (советский период) / Е.Ю. Садовников. – DOI: 10.24412/2079-*

9152-2025-67-114-127 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 3 (67). – С. 114–127.

20. Садовников, Е.Ю. Модернизация учебников по математике в период 1970-х годов / Е.Ю. Садовников // Наука. Образование. культура: актуальные проблемы и практика решения : материалы XVII Всероссийской научно-практической конференции, Прокопьевск, 22 ноября 2024 года. – Прокопьевск : Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, 2024. – С. 217–221.

21. Садовников, Е.Ю. Реализация внедрения теоретико-множественного подхода в школьный курс алгебры советской школы в период 1970-х годов / Е.Ю. Садовников. – DOI 10.24412/2079-9152-2024-63-87-95 // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – № 3(63). – С. 87–95.

EVOLUTION OF N.YA. VILENKIN'S MATHEMATICS TEXTBOOK FOR 4th-(5th) GRADE (POST-SOVIET PERIOD)

Sadovnikov Evgeny,
Candidate of Pedagogical Sciences, Assistant,
Moscow City University,
Moscow, Russian Federation

Abstract. *The article is devoted to a comprehensive study of the transformation of N. Vilenkin's classic mathematics textbook in the context of the radical changes in the Russian educational system after 1990. Based on a historical, comparative, and retrospective analysis, the author establishes a periodization of the textbook's evolution, highlighting two main stages: the modernization led by V.I. Zhokhov and the subsequent adaptation to the requirements of the Federal State Educational Standard. The article provides a detailed examination of the factors that necessitated the revision of the textbook, including the shift from a knowledge-based approach to an activity-based approach, the introduction of educational diversity, and changes in the legal framework. Special attention is paid to specific changes in the structure, didactic principles, and content.*

Keywords*: textbook on mathematics, mathematical education, textbook evolution, Vilenkin, history of pedagogy and education.*

For citation: Sadovnikov E. (2025). Evolution of N.Ya. Vilenkin's mathematics textbook for 4th-(5th) grade (post-soviet period). Didactics of Mathematics: Problems and Investigations. No. 4(68), pp. 103–112. (In Russ., abstract in Eng.). – DOI: 10.24412/2079-9152-2025-68-103-112. – EDN VOITGC.

Статья представлена профессором Я.П. Кривко.
Поступила в редакцию 12.10.2025.

Научное издание

ДИДАКТИКА МАТЕМАТИКИ: ПРОБЛЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Выпуск 4 (68), 2025 год

Рекомендовано к печати Ученым советом
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
29.12.2025 (протокол № 13)

Адрес издателя:
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
125009, г. Москва, вн.тер.г. Муниципальный Округ Тверской, ул Тверская, д. 11, стр. 1;

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Донецкий государственный университет»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24

Адрес редакции журнала:
кафедра высшей математики и методики преподавания математики,
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»,
ул. Университетская, 24, г. Донецк, 283001

Подписано к печати 29.12.2025. Формат 60x84/8. Бумага типографская.
Печать цифровая. Условн. печ. лист. 13,14. Тираж 500 экз. Заказ дек2025

ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 24
Издательство ФГБОУ ВО «ДонГУ»
283001, г. Донецк, ул. Университетская, 22
E-mail: donnu.izdatelstvo@mail.ru

международный научный журнал