

Задания для учащихся 5 класса

1. Вася тренировал своё умение правильно оценивать время, необходимое для преодоления некоторой дистанции вдоль шоссе. При первой попытке он заявил, что ему потребуется 12 минут. Оказалось, что за 12 минут он остановился в 100 метрах перед концом дистанции. При второй попытке он сказал, что ему потребуется 15 минут. Оказалось, что за это время он удалился от конца дистанции на 50 м. Какова длина этой дистанции, если Вася передвигался с постоянной скоростью?

А. 600 м Б. 650 м В. 700 м Г. 840 м

□ Так как за 12 минут Вася остановился в 100 метрах от конца дистанции, а за 15 минут он удалился от конца дистанции на 50 м, то за $15 - 12 = 3$ минуты он проходит $100 + 50 = 150$ метров. Следовательно, за 1 мин он проходит $150 : 3 = 50$ м. На преодоление всей дистанции сверх 12 мин ему требуется $100 : 50 = 2$ мин, то есть всего требуется $12 + 2 = 14$ мин.

Так как за 1 мин Вася проходит 50 м, а всю дистанцию он преодолевает за 14 минут, то длина дистанции равна $50 \cdot 14 = 700$ м.

Ответ. В. 700 м

2. В математическом кружке 20 участников. На дом задали некоторое количество задач. Получилось так, что каждую задачу решили 2 участника, а каждый участник решил 3 задачи. Сколько было задач?

А. 24. Б. 30. В. 36. Г. 42.

□ Так как каждый из 20 участников кружка решил 3 задачи, то всего ими было написано 60 решений задач. Но каждую задачу решили 2 участника. Поэтому количество задач равно $60 : 2 = 30$.

Ответ. Б. 30.

3. В компьютерном тире давали вначале возможность сделать 5 выстрелов в мишень. При каждом попадании в мишень можно было сделать ещё 3 выстрела дополнительно. Приз получал тот, кто смог сделать не менее 25 выстрелов. Петя получил приз. Сколько раз он попал в мишень?

А. 7. Б. 8. В. Не менее 8. Г. Более 6.

□ При каждом попадании в мишень производится 3 дополнительных выстрела. Так как дополнительных выстрелов должно быть не менее $25 - 5 = 20$, то попаданий в мишень для получения приза должно быть не менее 7 или более 6.

Ответ. Г. Более 6.

4. Группа из пяти мальчиков отправились в поход. В поезде мальчикам предоставили полностью четырёхместное купе и ещё одно место в другом купе. Сколько у мальчиков возможностей выбрать четверых для размещения в одном купе?

А. 4. Б. 5. В. 6. Г. 8.

□ Выбрав 4 мальчиков для размещения их в одном купе, тем самым фактически выбирают одного мальчика для другого купе, и наоборот. Таким образом, количество способов выбора 4-х мальчиков из 5 равно количеству способов выбора одного мальчика из 5. А это можно осуществить 5-ю способами.

Ответ. Б. 5.

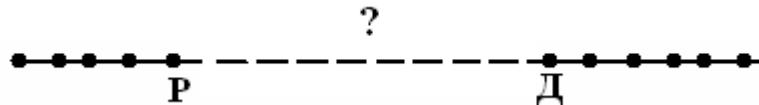
5. Контрольную работу по математике писало 30 человек. Четверо учащихся набрали больше баллов, чем Руслан, а пятеро – меньше, чем Денис. Сколько учащихся

набрали больше баллов, чем Денис, но меньше, чем Руслан, если все набрали различное количество баллов?

А. 19. Б. 20. В. 24. Г. 25.

□ Необходимо рассмотреть 2 случая: Руслан набрал больше баллов, чем Денис, и меньше баллов, чем Денис.

Если Руслан набрал больше баллов, чем Денис, то, условие задачи можно изобразить на рисунке.



Точками обозначены учащиеся, о которых говорится в условии: точками Р и Д — соответственно Руслан и Денис, точками, находящимися левее точки Р, — учащиеся, набравшие больше баллов, чем Руслан, а точками, находящимися правее точки Д, — учащиеся, набравшие меньше баллов, чем Денис.

Больше баллов, чем Денис, но меньше, чем Руслан, набрали $30 - (4 + 1 + 1 + 5) = 19$ учеников.

Легко проверить, что второй случай невозможен, так как в этом случае количество учащихся, писавших работу, не более 9.

Ответ. А. 19.

6. Юра живёт в 3-ем подъезде на 3-ем этаже в квартире №69. Сколько этажей в доме Юры, если в каждом подъезде на каждом этаже 3 квартиры?

А. 6. Б. 9. В. 10. Г. 12.

□ Количество квартир в двух подъездах делится на 6, как сумма двух равных чисел, кратных 3-м. Частное от этого деления равно количеству этажей. Так как Юра живёт на 3-м этаже, то его квартира в 3-м подъезде по счёту или 7-я, или 8-я, или 9-я в порядке возрастания номеров. Так как $69 - 7 = 62$, $69 - 8 = 61$ не делятся на 6, то значит его квартира 9-я и $69 - 9 = 60$ — количество квартир в двух подъездах, а $60:6 = 10$ — количество этажей в доме.

Ответ. В. 10.

7. Четверо друзей Антон, Борис, Влад и Геннадий решали, кто из них самый тяжёлый. В их распоряжении были весы, позволявшие сравнивать большие массы. Они парами становились на эти весы. Борис с Геннадием существенно перевешивали Антона с Владом. Но когда Борис стал в паре с Антоном, то они перевешивали Влада с Геннадием уже не так существенно. А когда Борис оказался в паре с Владом против Антона с Геннадием, то весы показывали одинаковые массы. Кто из друзей самый тяжёлый?

А. Антон. Б. Борис. В. Влад. Г. Геннадий.

□ Из условия вытекает, что Геннадий тяжелее Антона, так как, когда Геннадий поменялся с Антоном местами, масса Бориса с Антоном оказалась меньше массы Бориса с Геннадием. Антон тяжелее Влада, поскольку, когда Антон поменялся с Владом местами, на весах были одинаковые показатели. Борис тяжелее Геннадия, так как Борис с Владом, который легче Антона, имеют такую же массу, как Антон с Геннадием. Поэтому самый тяжёлый — Борис.

Ответ. Б. Борис.

8. Расходы на изготовление номеров всех комнат общежития, состоящих из трёх цифр, на 32 зеда больше расходов на изготовление номеров всех комнат другого этажа этого общежития, состоящих из двух цифр (зед — условная денежная единица). На всех этажах общежития одинаковое количество комнат. Сколько комнат на каждом этаже, если изготовление цифр для 10 двухзначных номеров стоит 16 зедов и стоимость изготовления каждой цифры одна и та же?

А. 64. Б. 48. В. 40. Г. 32.

□ Из условия следует, что изготовление 10 цифр стоит 8 зедов, а 32 зеда стоит изготовление такого количества цифр, которое равно количеству комнат на этаже. Так как $32:8 = 4$, то на этаже 4 десятка или 40 комнат.

Ответ. В. 40.

9. Как известно, понедельник — день тяжёлый. Представим себе, что в новогоднюю ночь отменили понедельники: за воскресеньем сразу следует вторник. 1 января 2016 года — пятница. Сколько раз совпадут воскресенья в 2016 году у нас и в случае отмены понедельников?

А. 9. Б. 8. В. 7. Г. 6.

□ Так как 1 января 2016 года — пятница, то первые воскресенья в 2016 году у нас и в случае отмены понедельников совпадут 3 января. В таблице представлены даты воскресений у нас и соответствующие дни недели в случае отмены понедельников.

Дата	10.01	17.01	24.01	31.01	07.02	14.02
День недели у нас	Воскрес.	Воскрес.	Воскрес.	Воскрес.	Воскрес.	Воскрес.
День недели в случае отмены понед.	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота	Воскрес.

Следовательно, воскресенья у нас и в случае отмены понедельников совпадают 3 января, 14 февраля. Нетрудно убедиться, что они будут совпадать через каждые 6 недель. Следующие совпадения будут: 27 марта, 8 мая, 19 июня, 31 июля, 11 сентября, 23 октября, 4 декабря. Всего 9 раз.

Ответ. А. 9.

10. Квадрат разбит на единичные квадратики (квадраты со стороной 1 см) и 25 квадратиков закрашено так, что никакие два закрашенных квадратика не имеют общей вершины. Каков наименьший периметр квадрата, удовлетворяющего условию?

А. 52 см. Б. 48 см. В. 40 см. Г. 36 см.

□ Если длина стороны квадрата равна 9 см, то можно закрасить 25 квадратиков так, чтобы никакие два закрашенных квадратика не имели общей вершины (рис. 1). При этом использованы все вершины единичных квадратиков. Их на рисунке $10 \cdot 10 = 100$.

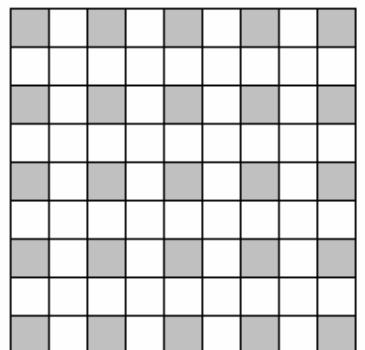


Рис. 1

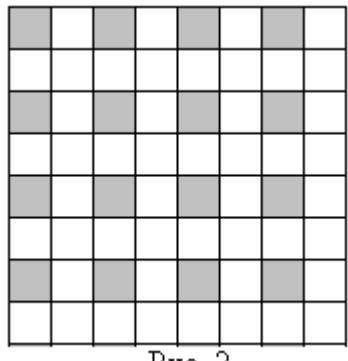


Рис. 2

Если длина стороны квадрата равна 8 см, то количество таких вершин равно $9 \cdot 9 = 81$ (см. рис. 2). А у 25 единичных квадратиков, не имеющих общих вершин, ровно 100 вершин.

Следовательно, длина стороны исходного квадрата не менее 9 см, то есть наименьшая длина стороны квадрата, удовлетворяющего условию, равна 9 см, а его периметр — $9 \cdot 4 = 36$ см.

Ответ. Г. 36 см.

11. Несколько предпринимателей купили предприятие за 20 млн. зедов (зед — условная денежная единица), причём каждый внес равное целое количество миллионов зедов. Затем они взяли в компанию нескольких своих друзей, которые тоже внесли по одинаковому количеству миллионов зедов так, что взносы каждого первоначального покупателя уменьшились на 5 млн. зедов, и взносы всех владельцев предприятия стали равными. Каков размер этого взноса?

□ Обозначим первоначальный взнос каждого предпринимателя через a млн. зедов. Из условия следует, что 20 делится на a , а также, что a больше 5. Следовательно, a равно или 10, или 20. Но a не может равняться 20, так как тогда один человек купил предприятие, а по условию, покупателей несколько. Тогда окончательный взнос покупателей предприятия равен $10 - 5 = 5$ млн. зедов.

Ответ. 5 млн. зедов.

12. Сергей, живущий в 50 км от места проведения соревнований по футболу, в которых он участвовал, решил поехать на турнир на велосипеде. Рассчитав время, он проехал первые 15 км с запланированной скоростью, но затем велосипед сломался и Сергею пришлось пойти пешком. Через некоторое время Сергею повезло, и последние 23 км он ехал на попутной машине. Удалось ли Сергею приехать на соревнования к запланированному сроку, если скорость его ходьбы была в 3 раза меньше скорости велосипеда и как пешком, так и на велосипеде он передвигался с постоянными скоростями?

□ Сергей не успеет прибыть на соревнования к запланированному сроку, так как пешком он шел $50 - 15 - 23 = 12$ (км) со скоростью, в 3 раза меньшей запланированной, следовательно, и преодолел за это время расстояние, в 3 раза меньшее запланированного. Поскольку $12 \cdot 3 = 36$ (км), то в момент посадки на попутную машину, Сергей должен был по плану проехать $15 + 36 = 51$ (км), то есть уже приехать на соревнования.

Ответ. Нет.

13. У Наташи было 112 лент: коротких, средних и длинных. Она разрезала их на маленькие ленточки для своих кукол, которых у неё очень много. Из короткой ленты она получала 8 ленточек, из средней — 15 и из длинной — 22 ленточки. Могла ли она получить 2015 ленточек, разрезав все ленты?

□ Предположим, что Наташа могла получить 2015 ленточек. Из указанных лент Наташа могла получить ленточки с помощью соответственно 7-и, 14-и разрезов, 21-го разреза. Количество ленточек, полученных из каждой ленты, на 1 больше количества разрезов этой ленты. Поэтому общее количество разрезов равно количеству полученных ленточек, уменьшенному на количество лент. Отсюда следует, что

всего она сделала $2015 - 112 = 1903$ разреза. Количество разрезов каждой ленты делится на 7, а общее количество разрезов 1903 на 7 не делится. Получили противоречие.

Ответ. Не может.

14. Между четырьмя городами нужно проложить прямолинейные автомобильные дороги, соединяющие каждый город со всеми остальными. Сколько дорог, соединяющих один город с другим, должно быть проложено?

Если все города расположены по прямой, то дорог будет 3 (см. рис. 1).

Если только три города расположены по одной прямой, то дорог будет 5 (см. рис. 2). Если никакие три города не расположены по одной прямой, то дорог будет 6 (см. рис. 3).

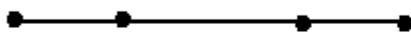


Рис. 1



Рис. 2

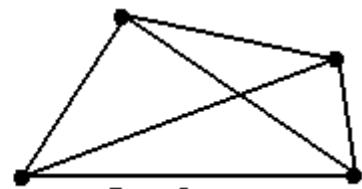


Рис. 3

Ответ. 3, 5 или 6.