ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор ДонГУ
_______________В.И. Сторожев
«28» _______04_______2023г.

ПРОГРАММА

кандидатского экзамена по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Донецк – 2023

Программа кандидатского экзамена по направлению подготовки **01.06.01 – Математика и механика**, по специальности **1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ**

ВВЕДЕНИЕ

Программа-минимум кандидатского экзамена по специальности *1.1.1 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»* разработана с целью обеспечения подготовки научных и научно-педагогических кадров и аттестации научных и научно-педагогических кадров высшей квалификации в соответствии с Номенклатурой специальностей научных работников, утвержденной республиканским органом исполнительной власти, обеспечивающим формирование и реализацию государственной политики в сфере образования и науки.

1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

1.1. Измеримые функции, интеграл.

Измеримые функции. Сходимость по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение с интегралом Римана. ([2], гл. V; [5], гл. III-VI, XI, XII; [Д1], гл. 1-4)

1.2. Неопределенный интеграл Лебега. Теория дифференцирования.

Дифференцирование монотонной функции. Функция с ограниченным измерением. Производная неопределенного интеграла Лебега. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. ([2], гл. VI; [5], гл. VIII, IX, XIII, XVII; [Д1], гл. 5)

1.3. Пространства суммируемых функций.

Пространства Lp. Ортогональные системы функций в L2. Ряды по ортогональным системам. ([2], гл. VII; [5], гл. VII)

1.4. Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье.

Условия сходимости ряда Фурье. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Преобразование Фурье в пространствах L1 и L2. Теорема Планшереля. Преобразования Лапласа. ([2], гл. VIII, §§ 1-7; [5], гл. X; [6], гл. 15,16)

2. КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

2.1. Интегральные представления аналитических функций.
Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши. ([7], гл. IV; [4], гл. III, §§ 1–3; [3], гл. I, § 4, гл. III, § 3)

2.2. Ряды аналитических функций. Особые точки. Вычеты.
Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теоремы Вейерштрасса. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности. Изолированные особые точки(однозначного характера). Вычеты, теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. ([7], гл. V–VII; [4], гл. III, §§ 4–7, гл. IV, гл. V, § 4; [3], гл. I, §5, гл. V, §2)

2.3. Целые и мероморфные функции.
Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями. ([7], гл. IX, §1,2; [4], гл. VII, §§ 1–3; [3], гл. V, §1)

2.4. Конформные отображения.
Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Теорема Римана. ([7], гл. III, § 1,3, гл. XII, §§ 1,2,6,7; [4], гл. V, §§1–3; [3], гл. II)

3. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

3.1. Метрические и топологические пространства.
Сходимость. Полнота и пополнение метрического пространства. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений Компактность в метрических и топологических пространствах. ([2], гл. II; [10], гл. IV)

3.2. Нормированные пространства.
Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Хана – Банаха. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. ([2], гл. III; [10], гл. IV)

3.3. Линейные функционалы и линейные операторы.
Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Линейные операторы. Пространство линейных, ограниченных операторов. Компактные (вполне непрерывные) операторы. ([2], гл. IV, §§1–3,5,6; [10], гл. IV; [Д4], гл. VI, §1,2)

3.4. Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах.
Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. ([2], гл. X)

3.5. Обобщенные функции.
Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление). ([1], гл. II; [2], гл. IV, §4, гл. VIII, §8; [Д5], гл. 6, стр. 177–180)

Рекомендуемая основная литература

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.М., Наука, 1976 (1981)
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1976 (1989).
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1973
4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций, т. 1-2. М., Наука, 1967-1968
5. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., Наука, 1974
6. Никольский С.М. Курс математического анализа, т. II. М., Наука, 1975 (1991)
7. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М., Наука, 1977 (1999)
8. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики, т. 1. Функциональный анализ. М., Мир, 1976
9. Рудин У. Основы математического анализа. М., Мир, 1976
10. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. V. М., Физматгиз, 1959
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1.М., Наука, 1976 (1985)

Дополнительная литература

Д1 Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл. М., Факториал, 1998
Д2 Евграфов М.А. Аналитические функции. М., Наука, 1991
Д3 Зорич В.А. Математический анализ, т. II. М., Наука, 1984
Д4 Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М., Наука, 1965
Д5 Рудин У. Функциональный анализ. М., Мир, 1975
Д6 Садовничий В.А. Теория операторов. М., Высш. Школа, 19999
Д7 Хатсон В., Пим Дж. Приложения функционального анализа и теории операторов. М., Мир, 1983

Программа разработана на основании паспорта научной специальности 1.1.1 «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Программа одобрена на заседании Ученого совета факультета математики и информационных технологий, протокол от «23» 03 2023г. № 7 .

Декан И.А. Моисеенко