Задания для учащихся 6 класса

1. Саша тренировал глазомер, оценивая длину некоторой дистанции вдоль шоссе. При первой попытке он оценил её в 120 шагов. Оказалось, что за 120 шагов он не дошёл до её конца на 0,2 её длины. В какое количество шагов он оценил длину дистанции при второй попытке, если за это количество шагов он удалился от её конца на 0,1 её длины и Сашины шаги одинаковые при обеих попытках?

А. В 130 шагов. **Б.** В 140 шагов. **В.** В 150 шагов. **Г.** В 165 шагов.

 Обозначим длину дистанции через a м. За 120 шагов Саша прошёл $a - 0{,}2a = 0{,}8a$ м, а за 1 шаг он проходит $\frac{0{,}8a}{120}$ м. Следовательно, всю дистанцию в a м он пройдёт за $a : \frac{0{,}8a}{120} = 120a : 0{,}8a = 150$ шагов.

Проверяя вторую попытку, Саша прошёл расстояние, равное $a + 0{,}1a = 1{,}1a$ м. Так как для дистанции в a м ему требуется 150 шагов, то для преодоления расстояния $1{,}1a$ м Саше понадобилось $150 \cdot 1{,}1 = 165$ шагов. Следовательно, при второй попытке он оценил длину дистанции в 165 шагов.

Ответ. Г. В 165 шагов.

2. У Павла был катер, на спидометре которого скорость измерялась в морских милях в час. Морская миля равна 1852 м. Какова скорость катера в километрах в час, если спидометр показывает 16 морских миль в час? Выберите наиболее точное значение.

А. 29 км/час **Б.** 30 км/час **В.** 31 км/час **Г.** 32 км/час

 Скорость катера 16 морских миль в час составляет $1852 \cdot 16 = 29632$ м/ч, или 29,632 км/ч. Округлив до целого количества километров, получим, что скорость катера приблизительно равна 30 км/ч.

Ответ. Б. 30 км/ч.

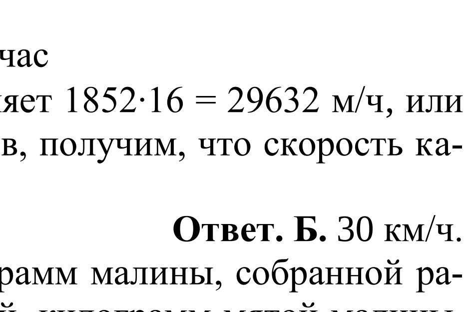
3. Килограмм свежей малины стоит 100 рублей, килограмм малины, собранной ранее, среди которой есть и мятые ягоды, стоит 85 рублей, килограмм мятой малины, пригодной только для компота, стоит 25 рублей. Сколько грамм мятой малины в килограмме малины, продаваемой за 85 руб.?

А. 200 г **Б.** 250 г **В.** 300 г **Г.** 350 г

 Обозначим через a кг массу мятой малины в килограмме малины, собранной ранее. Тогда «целой» малины в этом килограмме малины будет $(1 - a)$ кг. Стоимость этого килограмма малины будет составлять $((1 - a) \cdot 100 + a \cdot 25)$ руб., что по условию равно 85 руб. Имеем уравнение: $(1 - a) \cdot 100 + a \cdot 25 = 85$. Отсюда $a = 0{,}2$ (кг). Следовательно, в килограмме малины, продаваемой за 85 руб., содержится 200 г мятой малины.

Ответ. А. 200 г.

4. На рисунке изображены квадраты со сторонами 10 см, 8 см и 4 см. Чему равна площадь закрашенной фигуры?



А. 70 см2 **Б.** 75 см^2 **В.** 80 см^2. **Г.** 84 см^2.

 Площадь закрашенной фигуры равна разности суммы площадей квадратов и площади незакрашенного прямоугольного треугольника, которая равна половине площади прямоугольника со сторонами 10 см и $10 + 8 + 4 = 22$ см. Следовательно, она равна $10^2 + 8^2 + 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 22 = 70$ см^2.

Ответ. А. 70 см^2.

5. В математическом конкурсе участвовало треть девочек и пятая часть мальчиков класса. Всего в конкурсе приняла участие четверть учеников класса. Кого в классе больше: мальчиков или девочек и на сколько, если в классе более 30, но менее 40 учащихся?

А. Мальчиков, на 6. **Б.** Девочек, на 4. **В.** Мальчиков, на 8. **Г.** Мальчиков, на 10.

Обозначим количество мальчиков через m, а количество девочек через d. По условию, имеем равенство $\frac{1}{5}m + \frac{1}{3}d = \frac{1}{4}(m + d)$ или $3m = 5d$. Следовательно, мальчиков больше и их количество кратно 5: 5, 10, 15, 20, 25, … . Так как в классе более 30, но менее 40 учащихся, то количество мальчиков не меньше 20. Если $m = 20$, то $d = 12$ и $m + d = 32$. Эти значения m и d удовлетворяют условию. Остальные значения m и d не удовлетворяют условию. Таким образом, мальчиков больше на $20 - 12 = 8$.

Ответ. В. Мальчиков, на 8.

6. Из маленьких звёздочек составляются фигуры так, как это показано на рисунке. Сколько нужно маленьких звёздочек, чтобы составить первые десять фигур?

Фигура 1 Фигура 2 Фигура 3

А. 380. **Б.** 315. **В.** 245. **Г.** 190.

Из рисунка видно, что для каждой следующей фигуры, начиная со 2-й, нужно на 4 звёздочки больше, чем для предыдущей. К предыдущей фигуре добавляется по одной звёздочке сверху, снизу, слева и справа. Количества звёздочек, необходимых для составления 1-й, 2-й, 3-й, 4-й, 5-й, …, 10-й фигур, представлены в таблице:

№ фигуры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество звёздочек	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37

Подсчитаем сумму количеств звёздочек, необходимых для составления первых десяти фигур. Заметим, что для пар фигур, равноудалённых от концов строк таблицы (для 1-й и 10-й, 2-й и 9-й, и т д.) требуется одинаковое количество звёздочек: $1 + 37 = 5 + 33 = 9 + 29 = 13 + 25 = 17 + 21 = 38$. Таких пар 5, поэтому искомая сумма равна $38 \cdot 5 = 190$.

Ответ. Г. 190.

7. На акции протеста в одну шеренгу выстроились 50 человек — мужчины и женщины. Левее мужчины, стоявшего самым левым из мужчин, стояло 9 женщин, левее второго слева мужчины — 10 женщин, левее третьего слева мужчины — 11 женщин, и т. д, левее мужчины, стоящего самым правым, — все женщины. Сколько мужчин приняли участие в этой акции?

А. 21. **Б.** 25. **В.** 29. **Г.** 42.

 Так как, по условию, левее мужчины, стоявшего самым левым из мужчин, стояло 9 женщин, а левее каждого мужчины, начиная со второго, стоящего правее предыдущего, — на 1 женщину больше, чем левее предыдущего, то женщин в акции приняло участие на 8 больше, чем мужчин.

Итак, известны сумма (50) и разность (8) количеств женщин и мужчин, участвовавших в акции. Если бы женщин было бы столько же, сколько мужчин, то всего в акции участвовало бы 50 – 8 = 42 человека, из них половина, то есть 42:2 = 21 мужчин.

Ответ. А. 21.

8. В математической олимпиаде участвовало 37 из 80 десятиклассников школы, а в олимпиаде по информатике — 33. Сколько десятиклассников приняло участие в обеих олимпиадах, если 32 десятиклассника не участвовали ни в одной из этих олимпиад?

А. 12. **Б.** 22. **В.** 24. **Г.** 32.

 В олимпиадах по математике и информатике приняло участие 80 – 32 = 48 десятиклассников. Количество работ этих десятиклассников равно 37 + 33 = 70. Те, кто участвовал в обеих олимпиадах, сдали по две работы, а остальные из 48 учащихся — по одной. Следовательно, разность 70 – 48 = 22 равна количеству десятиклассников, принявших участие в обеих олимпиадах.

Ответ. Б. 22.

9. В компьютерном тире давали вначале возможность сделать 5 выстрелов в мишень. При каждом попадании в мишень можно было сделать ещё 3 выстрела дополнительно, а при каждом попадании два раза подряд — ещё 1 выстрел. Приз получал тот, кто смог сделать не менее 25 выстрелов. Петя получил приз, причём трижды он попал в мишень два раза подряд. Сколько выстрелов сделал Петя?

А. 26. **Б.** Не менее 26. **В.** 25. **Г.** Более 26.

 За счёт попаданий в мишень Петя сделал не менее 25 – 5 – 3 = 17 выстрелов, так как 5 выстрелов у него было вначале и 3 дополнительных выстрела он получил за счёт попаданий два раза подряд. Следовательно, он попал в мишень не менее 6 раз и сделал более 25 выстрелов или не менее 26.

Ответ. Б. Не менее 26.

10.На какое наименьшее количество равных частей квадратной формы, длины сторон которых выражаются целыми числами сантиметров, можно распилить без отходов лист фанеры, имеющий форму прямоугольника с размерами 120 см × 96 см?

А. На 20. **Б.** На 15. **В.** На 40. **Г.** На 30.

 Математической моделью данного листа фанеры является прямоугольник с размерами 120 см × 96 см. Так как наибольший общий делитель чисел 120 и 96 равен 24, то этот прямоугольник можно разрезать на квадраты со стороной 24 см. Количество этих квадратов равно (120:24)·(96:24) = 5·4 = 20. Это наименьшее количество частей, удовлетворяющее условиям задания, так как размеры частей наибольшие.

Ответ. А. На 20.

11. В итоговой турнирной таблице результаты шести команд расположены не в порядке возрастания или убывания набранных количеств очков, но при этом у команд, расположенных в соседних строках, количества очков отличаются на 3. Может ли сумма очков, набранных всеми командами, равняться 68?

 Обозначим количество очков у команды, записанной в таблице первой, через a, тогда у записанной второй оно или $a + 3$, или $a - 3$, у записанной третьей — или $a + 6$, или a, или $a - 6$ и т. д. Следовательно, результат каждой команды имеет вид $a + 3p$, где p — целое число. Тогда сумма очков всех команд имеет вид $6a + 3k$, где k — целое число, и она должна делиться на 3. Так как 68 не делится на 3, то указанная сумма не может равняться 68.

Ответ. Нет.

12. Как известно, понедельник — день тяжёлый. Представим себе, что в новогоднюю ночь отменили понедельники: за воскресеньем сразу следует вторник. 1 января 2016 года — пятница.

1) Как часто будут совпадать воскресенья у нас и в случае отмены понедельников?

2) Какой день недели будет 12 декабря 2016 года в случае отмены понедельников?

 1) У нас воскресенья наступают каждый 7-й день, в случае отмены понедельника воскресенья наступают каждый 6-й день, следовательно, количество дней, через которые совпадают воскресенья у нас и в случае отмены понедельников, должно делиться и на 7, и на 6. Наименьшее общее кратное чисел 7 и 6, равно $7 \cdot 6 = 42$. Следовательно, воскресенья совпадают каждые 42 дня.

2) Воскресенья совпадают 3 января, 14 февраля, 27 марта, 8 мая, 19 июня, 31 июля, 11 сентября, 23 октября, 4 декабря 2016 года. Таким образом, в случае отмены понедельников 10 декабря 2016 года будет воскресенье ($4 + 6 = 10$), а 12 декабря — среда.

Ответ. 1) Через 42 дня; 2) среда.

13. В классе 32 ученика. Многие из них всегда говорят правду, а остальные всегда лгут. У каждого ученика ровно один из четырёх предметов — математика, история, биология, физкультура — любимый. Каждому ученику задали 4 вопроса.

1) Вы любите математику?
2) Вы любите историю?
3) Вы любите биологию?
4) Вы любите физкультуру?

«Да» на первый вопрос ответило 12 человек, на второй — 5 человек, на третий — 11 человек, на четвёртый — 8 человек.

Сколько учеников соврало?

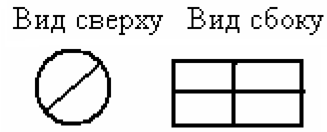
 Каждый учащийся, говорящий правду, дал на 4 вопроса один утвердительный ответ. Всего утвердительных ответов $12 + 5 + 11 + 8 = 36$. Если бы каждый учащийся говорил правду, то утвердительных ответов было бы столько, сколько учащихся в классе, то есть 32. В реальности их оказалось больше на $36 - 32 = 4$. Это произошло из-за того, что каждый лгун дал три утвердительных ответа, то есть на два больше, чем каждый говорящий правду. Следовательно, лгунов в классе $4:2 = 2$ человека.

Ответ. 2.

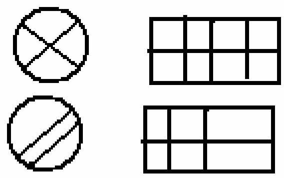
14. На столе лежит торт, имеющий форму цилиндра. Маша и Петя по очереди режут его, причём Маша делает разрезы, перпендикулярные плоскости стола, а Петя — параллельные плоскости стола (каждый разрез проходит по плоскости через весь торт).

1) Могут ли они разрезать торт на 10 частей?

2) Кто начал первым разрезать торт, если торт разрезан на 8 частей?

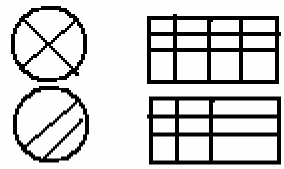


Если первой начинает резать торт Маша, то сначала торт будет разрезан на две части, а затем Петя каждую из них будет разрезать на 2 части, то торт будет разрезан на 4 части.



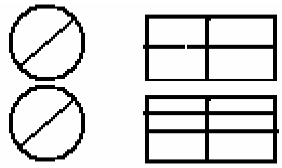
После второго разреза Маши возможны два варианта:

1) все 4 части будут разрезаны на 2 части, всего получится 8 частей;
2) только 2 части будут разрезаны на 2 части, всего получится 6 частей.



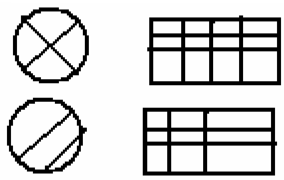
Следовательно, после разреза Пети также возможны два варианта:

1) частей стало 12;
2) частей стало 9.



Если первым начал Петя, то сначала торт будет разрезан на две части, а затем Маша каждую из них будет разрезать на 2 части и торт будет разрезан на 4 части.

После второго разреза Пети торт будет разрезан на 6 частей.



Как и в предыдущем случае, разрез Маши приводит к двум возможностям:

1) частей стало 12;
2) частей стало 9.

Проведенный анализ даёт возможность ответить на вопросы задания:

1) Петя и Маша не смогут разрезать торт на 10 частей.
2) Если торт разрезан на 8 частей, то его начала разрезать Маша.

Ответ. 1) Нет; 2) Маша.